

لازمه وجود خط مماس بر تابع در اطراف یک نقطه اولاً وجود یک همسایگی در اطراف آن نقطه است ثانیاً باید تابع در آن نقطه پیوسته باشد. برای تابع ناپیوسته در نقطه‌ی ناپیوستگی شیب خط مماس معنا ندارد.



حال اگر حد مقابل موجود و متناهی باشد، به آن مشتق تابع $f(x)$ در نقطه‌ی x_0 می‌گویند.

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

اگر حد فوق موجود نباشد تابع در آن نقطه مشتق‌پذیر نیست.

مثال: مشتق تابع $y = x^3 + 3x$ را در نقطه $x = 1$ با استفاده از تعریف مشتق بیابید.

حل:

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 + 3(1+h) - 4}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h^3 + 3h^2 + 3h) + (3+3h) - 4}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 6h + 3h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (h^2 + 3h + 6) = 6$$

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x - 4}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x^2 + x + 4)}{\cancel{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1} x^2 + x + 4 = 6$$