



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری

خارج از کشور سال ۹۱

● گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- گزینه ۳ پاسخ است.

معنی درست واژه‌ها: خیره‌خیر: بیهوده/ دیلاق: آدم قد دراز (چلمن:نالایق و بی دست و پا)/ معهود: عهد شده، شناخته شده، معمول/ ملتزم: کسی که در رکاب شاه یا بزرگی حرکت کند، همراه

۲- گزینه ۲ پاسخ است.

معنی درست واژه‌ها: تعبیه: ساختن، آراستن، آماده کردن/ چنبر: محیط دایره، حلقه، قید، گرفتاری/ رز: سم مهلك (با توجه به متن داستان رستم و اسفندیار در کتاب درسی)/ سطوت: غلبه، حشمت، مهلت، وقار(سجیه: خلق و خوی و عادت نیک)/ سلک: نخ، (سالک: رهرو)/ صفوت: برگزیده و خالص از هر چیز

۳- گزینه ۴ پاسخ است.

معنی درست واژه‌ها در سایر گزینه‌ها:

(۱) نحل: زنبور عسل (نمل: مورچه)

(۲) سفله: فرومایه، پست

(۳) زی: لباس و پوشش خاص هر صنف (ذی: صاحب)

۴- گزینه ۲ پاسخ است.

املای درست واژه‌ها: قربت: نزدیکی (غربت: تنهایی - دوری از وطن)/ تمتّع: بهره‌مندی

۵- گزینه ۱ پاسخ است.

املای درست واژه‌ها: عمارت: ساختمان (امارت: فرمان‌روایی، امیر بودن)

۶- گزینه ۲ پاسخ است.

سیاه‌مشق (هوشنگ ابتهاج): مجموعه شعر (منظوم)/ صغیر سیمرغ (ندوشن): سفرنامه (منثور)/ شهرناز (یحی دولت‌آبادی): رمان (منثور)/ سایه‌ی عمر (معیری): مجموعه شعر (منظوم) بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: موسیقی شعر (دکتر شفیعی کدکنی): منظوم/ آن روزها (طه حسین): منشور/ سفر پنجم (طاهره صفارزاده): شعر منشور/ زمستان (مهدی اخوان ثالث): منظوم

گزینه‌ی ۳: ارغنون (مهدی اخوان ثالث): منظوم/ کویر (علی شریعتی): منشور/ نصاب‌الصّبیان (ابونصر فراهی): منظوم/ خاوران‌نامه (ابن حسام خوسفی): منظوم

گزینه‌ی ۴: آخر شاهنامه (مهدی اخوان ثالث): منظوم/ خطّ خون (علی موسوی گرمارودی): شعر منشور/ چشم‌هایش (بزرگ علوی): منشور/ پیاده آمده بودم (محمّدکاظم کاظمی): منظوم

۷- گزینه ۱ پاسخ است.

اسرارالتوحید: محمّد بن منور ⇐ در شرح احوال ابوسعید ابوالخیر/ مرصادالعباد: نجم‌الدین رازی ⇐ در بررسی مسائل عرفانی و تصوّف/ تاریخ بیهقی: ابوالفضل بیهقی ⇐ در شرح تاریخ سلطنت مسعود غزنوی که البته مطالبی درباره‌ی صفاریان، سامانیان و دوره‌ی غزنویان پیش از مسعود را نیز دربردارد.

۸- گزینه ۴ پاسخ است.

نامه‌های آسیاب من، قصّه‌های دوشنبه: آلفونس دوده/ چشمه، گناه: محمّدعلی اسلامی ندوشن (آثار دیگر: سیمرغ، روزها، جام جهان‌بین، آواها و ایماها، در کشور شوراها، کارنامه‌ی سفر چین)/ الحیات، ادبیات و تعهد در اسلام، محمّدرضا حکیمی/ ارغنون، عطا و لقای نیما یوشیج، مهدی اخوان ثالث (آثار دیگر: زمستان، آخر شاهنامه، از این اوستا، در حیاط کوچک پاییز در زندان)/ اسکندر مقدونی، شارل دوازدهم: ولتر

بررسی آثار در سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: تیرانا: محمّدرضا رحمانی (مهرداد اوستا)

گزینه‌ی ۳: کنت مونت کریستو: الکساندر دوما

۹- گزینه ۳ پاسخ است.

تشبیه دل به نقد/ ایهام: قلب: ۱- دل ۲- سگه‌ی تقلبی

مشبه مشبه‌به

حسن تعلیل: به تصوّر طراح، «دل» به این دلیل همه‌ی عمر به باده‌گساری مشغول بوده که مانند سگه‌ی تقلبی تیره و ناخالص است.

۱۰- گزینه ۲ پاسخ است.

تلمیح (بیت «الف»): اشاره به داستان خضر پیامبر علیه السلام و آب حیات/ مجاز (بیت «ب»): «سر» در مصراع دوم، مجاز از وجود انسان/ ایهام (بیت «د»): تمام: ۱- کامل است. ۲- پس است. جناس تام (بیت «ج»): سر (قصد)، سر (عضو بدن)

۱۱- گزینه ۳ پاسخ است.

استعاره: لعل استعاره از اشک/ تشبیه: تشبیه شاعر به جنگ

مشبه مشبّه به

اغراق: اشک خونین ریختن - آن هم به اندازه‌ی یک دامن! - بیانی اغراق آمیز است.

کنایه: زلف در دامن کشیدن کنایه از آراسته و با ناز راه رفتن/ یک دامن کنایه از به میزان بسیار زیاد

۱۲- گزینه ۴ پاسخ است.

در ویرایش برای جدا کردن عبارت‌های معترضه از خط فاصله (-) استفاده می‌شود.

۱۳- گزینه ۴ پاسخ است.

در این گزینه می‌توان حذف را به «قرینه‌ی لفظی» دانست: از مقام تا ثریا هم‌چنان: [است] که از ثریا تا ثری فرق و بین (جدایی) است. حذف به قرینه‌ی معنوی در سایر گزینه‌ها:

(۱) آسمان در زیر پای همتت فرقدین [را] بر زمین مالنده [است].

(۲) ای [کسی که] محافل را به دیدار تو زین [است] طاعتت بر هوشمندان فرض عین (واجب) [است].

(۳) ای [کسی که] کمال نیک‌مردی بر تو ختم [است] یا [شده است] / نیک‌نامی [ات] منتشر در خافقین [است]. یا [شده است].

۱۴- گزینه ۳ پاسخ است.

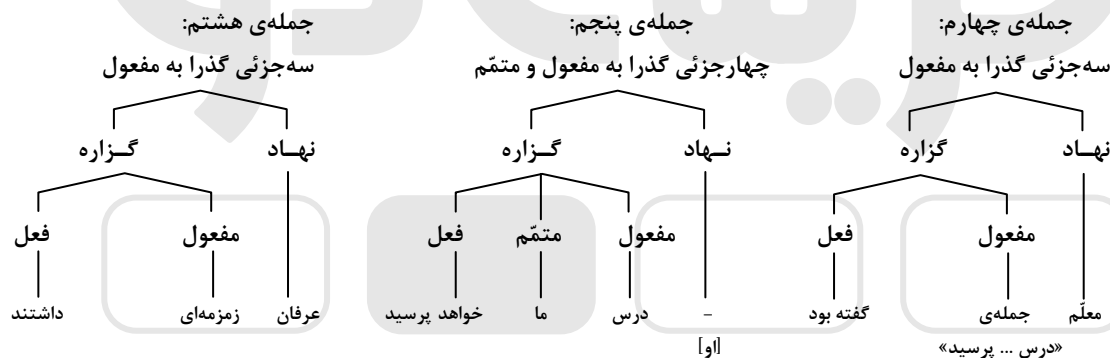
شمارش واژه‌ها: شاعری/ است/ بی‌نظیر/ که/ همگان/ وی/ را/ ندا/ ای/ شکوهمند/ عرفان/ ایرانی/ و/ معدن/ حقایق/ و/ سرچشمه/ ای/ فیاض/ معرفت/ دانسته‌اند [۲۵ واژه]

شاعر/ ی/ است/ بی‌نظیر/ که/ همه/ ای/ ان/ وی/ را/ ندا/ ای/ شکوه/ مند/ عرفان/ ایران/ ی/ و/ معدن/ حقایق/ و/ سر/ چشم/ ه/ ای/ فیاض/ معرفت/ دانست/ ه/ اند [۳۵ تکواژ]

۱۵- گزینه ۲ پاسخ است.

ندانم کاری (ند + دانم + م + کار + ی) / نافر جامی (نا + فرجام + ی) / نابینا (نا + بین + ا) / سراسری (سر + ا + سر + ی) / نسنجیده (ن + سنجد + ه) / بیچارگی (بی + چاره + ای) / بخردی (ب + خرد + ی) / کشتارگاه (کشت + ار + گاه) [۸ واژه]

۱۶- گزینه ۳ پاسخ است.



۱۷- گزینه ۱ پاسخ است.

مفهوم بیت اول: توأم بودن غم و شادی در جهان / مفهوم بیت دوم: تدبیر خداوند در اداره‌ی جهان و بی‌تأثیر بودن دخالت و تصرف انسان در امور جهان

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: تقابل عشق و آسایش

گزینه‌ی ۳: جاودانگی عشق

گزینه‌ی ۴: نكوهش ظاهربینی

۱۸- گزینه ۴ پاسخ است.

مفهوم گزینه‌ی (۴): دعوت به حقیقت‌جویی / مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: ناپایداری دنیا

۱۹- گزینه ۱ پاسخ است.

مفهوم گزینه‌ی (۱): ناکافی بودن جهنم و بهشت برای مجازات یا پاداش بندگان

مفهوم مشترک بیت سؤال و سایر گزینه‌ها: عاشقی حقیقی فقط در پی نزدیکی به خداوند است / ترجیح نزدیکی به خداوند بر بهشت و زیبایی‌های آن.

۲۰- گزینه ۳ پاسخ است.

مفهوم گزینه‌ی (۳): از ماست که بر ماست. / مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: مجازات کسی به خاطر گناه دیگری

۲۱- گزینه ۱ پاسخ است.

عشق و خودخواهی جمع‌ناپذیرند. / مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: غفلت از معشوق در عین آشکار بودن او

۲۲- گزینه ۲ پاسخ است.

مفهوم گزینه‌ی (۲): ناپایداری نعمت دنیوی / مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: دشمنی روزگار با اهل دانش و هنر

۲۳- گزینه ۴ پاسخ است.

مفهوم گزینه‌ی (۴): وصال موجب رفع اندوه عاشق است. / مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: بلاکشی عاشق

۲۴- گزینه ۱ پاسخ است.

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی (۱): لزوم تغییر نگرش

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: تقدیرگرایی

گزینه‌ی ۳: سرانجام هر رنج، آسایش است.

گزینه‌ی ۴: تأثیر نگاه در عشق / چشم دروازه‌ی عاشقی‌ست.

۲۵- گزینه ۲ پاسخ است.

مفهوم گزینه‌ی (۲): نکوهش آسودگی و بی‌دردی / مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: حال عاشق را تنها عاشق درک می‌کند.

زبان عربی

۲۶- گزینه ۱ پاسخ است.

کلمات کلیدی: انزعجت / من بعض أعماله / کانت تسبب / لم يهتم

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها: «انزعجت»: ناراحت شدم؛ فعل ماضی صیغه متکلم وحده است. (رد سایر گزینه‌ها) «من بعض أعماله»:

از بعضی کارهایش؛ اولاً حرف جر «من» باید در ترجمه بیاید، ثانیاً: ضمیر «ه» در «أعماله» باید ترجمه شود. (رد گزینه‌های ۲ و

۴) «کانت تسبب»: سبب می‌شد؛ فعل مضارع به همراه «کانت» به صورت ماضی استمراری (می + ماضی) ترجمه می‌شود. (رد سایر گزینه‌ها)

۲۷- گزینه ۱ پاسخ است.

کلمات کلیدی: لا تنظر / ظاهر الأشياء الصغيرة / قطرات الماء الصغيرة / تستطيع / أن تؤثر

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها: «لا تنظر»: نگاه نکن؛ فعل مضارع نهی است. (رد گزینه‌ی ۴) / «ظاهر الأشياء الصغيرة»: ظاهر کوچک

اشیاء» (رد گزینه‌های ۲ و ۳) / «أن تؤثر»: تأثیر بگذارد؛ فعل مضارع منصوب به صورت مضارع التزامی ترجمه می‌شود. (رد سایر

گزینه‌ها) / «تؤثر»: تأثیر با حرف جر «علی» به معنای «تأثیر گذاشتن» است نه «تأثیر گرفتن».

۲۸- گزینه ۲ پاسخ است.

کلمات کلیدی: لوتنظرین / الکائنات حولک / ودائع

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها: «لو تنظرین: اگر بنگری»؛ «لو» حرف شرط به معنای «اگر» است و فعل بعد از آن به صورت مضارع

التزامی می‌آید. (رد گزینه‌های ۳ و ۴) / «الکائنات حولک»: موجودات پیرامون خود؛ اولاً «الکائنات» جمع است و نیز ضمیر «ک» باید

در «حولک» ترجمه شود. (رد سایر گزینه‌ها) / «ودائع»: امانت‌هایی؛ جمع و نکره است، باید به صورت جمع و همراه (ی) وحدت یا

نکره بیاید. (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

۲۹- گزینه ۴ پاسخ است.

کلمات کلیدی: عندما / لاتشعر بخوف / أعماق ضمیرک / قد توکلت

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها: «عندما»: وقتی که، زمانی که» (رد سایر گزینه‌ها) / «لاتشعر بخوف»: ترسی احساس نمی‌کنی؛ «لاتشعر»

فعل مضارع منفی در صیغه «للمخاطب» است. (رد سایر گزینه‌ها) / «أعماق ضمیرک»: اعماق وجودت؛ «أعماق» جمع است و نیز این

ترکیب اضافی است و باید پشت سر هم ترجمه شوند. (رد سایر گزینه‌ها)

۳۰- گزینه ۴ پاسخ است.

صورت صحیح سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «مَنْ» به معنای «هرکس» است و اسم شرط است که فعل شرط بعد از آن به صورت مضارع التزامی ترجمه می‌شود و

جواب شرط «لا يخف» به صورت مضارع اخباری می‌آید.

ترجمه‌ی صحیح: هر کس نماز بخواند از کسی غیر از خدا نمی‌ترسد!

گزینه‌ی ۲: «مَنْ» به معنای «هرکس» اسم شرط است و فعل شرط بعد از آن به صورت مضارع التزامی ترجمه می‌شود.

ترجمه‌ی صحیح: هر کسی حقیقت نماز را دریابد، قطعاً نماز را به جا می‌آورد.

گزینه‌ی ۳: «ما» اسم شرط است و «مر» به عنوان فعل شرط به صورت مضارع التزامی ترجمه می‌شود.

ترجمه‌ی صحیح: هر چه از خیر یا شر بر قلبت بگذرد، بر زبانت جاری می‌شود.

۳۱- گزینه ۱ پاسخ است.

ترجمه‌ی عبارت: «با خود گفتم ... نگاه کن! ... چگونه قطره‌های کوچک آب، سوراخی را در صخره ایجاد کرده‌اند! آیا تو از این قطره‌ها کوچک‌تر هستی!» عبارت دلالت بر دارد.

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

(۱) اراده‌ی قوی (۲) حبّ ذات (دوست داشتن جان) (۳) شهامت و شجاعت (۴) قطره‌های کوچک آب

توضیح: مفهوم این عبارت سخت‌کوشی قطره‌های آب و عزم و اراده‌ی قوی آن‌ها است که با وجود نرمی به شیء سخت نفوذ می‌کنند.

۳۲- گزینه ۱ پاسخ است.

«دانش آموزی را: تلمیذ»؛ «دانش آموزی» همراه (ی) وحدت یا نکره است، پس باید به صورت نکره ترجمه شود. (رد سایر گزینه‌ها)

«دوستم: صدیقی، صدیقی»؛ «زمیلی» به معنای «همکلاسی من» است. (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

«یاد گرفتن: تعلّم»؛ «دراسة» به معنای «تحصیل» و «قراءة» به معنای «خواندن» است. (رد سایر گزینه‌ها)

۳۳- گزینه ۳ پاسخ است.

تعریب صحیح: «بعد تهيئة الطعام قالت أختي لي: ذوّق مقداراً من هذا الطعام»

ضمیر «م» در «خواهرم» باید در تعریب ذکر شود و نیز اسم اشاره «هذا» جابه‌جا تعریف شده است.

■ ترجمه‌ی درک مطلب:

الناس بطبیعتهم (مردم با طبیعت و سرشت خود)، لا یقتربون من الشّوک (به خار نزدیک نمی‌شوند)، لخوفهم علی أنفسهم (به خاطر ترس از جان‌هایشان)، و لأذاه (و به خاطر آزار رسیدنشان)، و لكنّهم بطبیعتهم العدوانیة (اما آن‌ها با طبیعت سرکش خود)، لا یجتنبون أبداً (هیچ‌گاه دوری نمی‌کنند)، تمزیق و إمحاء (از، از بین بردن و پاک کردن)، أجمل وردة (زیباترین گل)، لأنّهم مطمّنون (زیرا آن‌ها مطمئن هستند)، إلی أنّ الوردة لا تملک من السلاح (به این که گل هیچ اسلحه‌ای ندارد)، ما تدافع به عن نفسها! (که از خودش به وسیله‌ی آن دفاع کند)، و لهذا حین جاءوا بدواء (بنابراین زمانی که دارویی را آوردند)، لأحد الحکماء خلال مرضه (برای یکی از حاکمان در طی بیماری‌اش)، و فیه لحمٌ (در حالی که در آن گوشتی بود)، خاطب الدواء و قال: (دارو را مخاطب قرار داد و گفت: إستهضعفوک فذبھوک (تو را ضعیف پنداشتند پس تو را قربانی کردند)، و إلّا لماذا لم یذبھوا الأسد (و گر نه چرا شیر را قربانی نکردند؟)، ففی هذا العالم الذی (پس در این عالمی که)، یسّطر علیه قانون الغابة (قانون جنگل بر آن چیره می‌شود)، و الحکومات لا تعمل (و حکومت‌ها انجام نمی‌دهند)، إلّا علی أساس میولها و أهواءها (جز بر اساس میل‌ها و رغبت‌ها و هوا و هوس‌های خود)، فلنکن أقویاء (پس باید قوی باشیم)، فالأعداء لا یخافون إلّا القوة (پس دشمنان تنها از قدرت می‌ترسند)، الدّول المستعمرة لم تعترف بحق الشعوب (دولت‌های استعمارگر حق ملت‌ها را نشناختند)، و لا لمرة واحدة (و حتی برای یک بار)، فی حرّیتها و استقلالها (در آزادی و استقلال آن‌ها)، إلّا بعد ثورات (مگر بعد از انقلاباتی که)، جرت فیها الدماء کالأنهار (در آن‌ها خون‌ها مانند رودها جاری شد)، و هذا قانونٌ (و این قانونی است که)، یجری فی العلاقات بین الدول (در روابط میان دولت‌ها جاری می‌شود).

۳۴- گزینه ۴ پاسخ است.

ترجمه‌ی عبارت: ظالم چه زمانی ظلمش را رها می‌کند؟ زمانی که ...

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: احساس کند که مخاطبش از او ظالم‌تر است.

گزینه‌ی ۲: بفهمد که مخاطب آن‌چه را که به او سود می‌رساند، ندارد.

گزینه‌ی ۳: بخواهد که بر او رحم و شفقت کند!

گزینه‌ی ۴: بفهمد که او قادر به بر زمین زدن مخاطبش نیست!

۳۵- گزینه ۲ پاسخ است.

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: زمانی که مصالح شخصی بر روابط چیره باشد، پس باید قوی باشیم!

گزینه‌ی ۲: زمانی که حکومت‌ها براساس اخلاقیات بنیان نهاده شود، پس در این هنگام نیازی به تقویت نیروهایمان نداریم!

گزینه‌ی ۳: ظالم به مجرد این که بفهمد مخاطبش قوی است دست از ظلم می‌کشد!

گزینه‌ی ۴: هوا و هوس‌های انسان و امیال او زمانی که تربیت نشود، به دشمنی و ظلم متمایل می‌گردد!

توضیح: براساس متن، ما در همه‌ی احوال علی‌الخصوص زمانی که حکومت‌ها براساس هوا و هوس عمل می‌کنند باید خود را قوی کنیم تا ظلم بر ما چیره نشود.

۳۶- گزینه ۴ پاسخ است.

ترجمه‌ی عبارت: چرا باید قوی باشیم؟ زیرا

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه ۱: عقل به پیروزی کسی که قوی‌تر است حکم می‌کند!

گزینه ۲: محور زندگی براساس غلبه قوی بنا نهاده شده است!

گزینه ۳: نبودن نیرو همیشه باعث چیرگی گروه‌های قوی می‌شود!

گزینه ۴: روابط میان حکومت‌ها براساس عقل و قانون ساخته نشده است!

توضیح: با توجه به متن زمانی که حکومت‌ها تنها براساس هوا و هوس عمل کنند، باید خود را قوی کنیم.

۳۷- گزینه ۲ پاسخ است.

ترجمه‌ی عبارت: براساس متن، قانون «قوی ضعیف را می‌خورد» میان

(۱) انسان و طبیعت (۲) حکومت‌ها

(۳) دوستان (۴) ثروتمند و فقیر

توضیح: با توجه به سطر پایانی متن، این قانون در روابط میان دولت‌ها جاری می‌شود.

۳۸- گزینه ۳ پاسخ است.

ترکیب و حرکت‌گذاری کامل عبارت: لَا يَجْتَنِبُونَ فعل مضارع و فاعل آن ضمیر بارز واو / أَبْدَأُ مفعول فیه و منصوب / تَمْزِيقُ مفعول به و منصوب / أَجْمَلُ مضاف الیه و مجرور / وَرَدَةُ مضاف الیه و مجرور / لَأَنْهَمُ اسم حرف مشبیه بالفعل و محلاً منصوب / مُطْمَئِنُّونَ خبر و مرفوع با اعراب فرعی «واو» / الْوَرْدَةُ اسم «أن» و منصوب / لَا تَمْلِكُ فعل مضارع مرفوع و فاعل آن ضمیر مستتر «هی» (خبر «أن» و مرفوع محلاً) / مِنَ السَّلَاحِ جار و مجرور / مَا مفعول به و محلاً منصوب / تُدَافِعُ فعل مضارع مرفوع و فاعل آن ضمیر مستتر «هی» / به جار و مجرور محلاً / عَنْ نَفْسِهَا جار و مجرور (ها: مضاف الیه و مجرور محلاً) دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: يَجْتَنِبُونَ (فعل مضارع باب افتعال بر وزن «يَفْتَعِلُ» می‌آید.) / الْوَرْدَةُ ← الْوَرْدَةُ

گزینه ۲: تَمْلِكُ ← تَمْلِكُ (فعل مضارع مرفوع است.) / تُدَافِعُ ← تُدَافِعُ (فعل مضارع معلوم ثلاثی مزید باب مفاعلة است بر وزن «يُفَاعِلُ» می‌آید.)

گزینه ۴: تَمْلِكُ ← تَمْلِكُ (فعل ثلاثی مجرد است.) / السَّلَاحِ ← السَّلَاحِ

۳۹- گزینه ۲ پاسخ است.

ترکیب و حرکت‌گذاری کامل عبارت: الدُّوْلُ مبتدا و مرفوع / الْمُسْتَعْمَرَةُ صفت و مرفوع به تبعیت / لَمْ تَعْتَرِفْ فعل مضارع مجزوم / بِحَقِّ جار و مجرور / الشُّعُوبُ مضاف الیه و مجرور / وَلَا لَمَرَّةً جار و مجرور / وَاحِدَةً صفت و مجرور به تبعیت / فِي حُرِّيَّتِهَا جار و مجرور (ها: مضاف الیه و مجرور محلاً) / وَ اسْتِقْلَالُهَا معطوف و مجرور به تبعیت (ها: مضاف الیه و مجرور محلاً) دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: حَقٌّ ← حَقٌّ (مضاف تنوین نمی‌گیرد.) / الشُّعُوبُ ← الشُّعُوبُ

گزینه ۳: الْمُسْتَعْمَرَةُ ← الْمُسْتَعْمَرَةُ (مشتق از نوع اسم فاعل، پس حرکت میم کسره است.) / حُرِّيَّتِهَا ← حُرِّيَّتِهَا

گزینه ۴: اسْتِقْلَالٌ ← اسْتِقْلَالٌ

۴۰- گزینه ۱ پاسخ است.

یقتربون: فعل مضارع - للغائبین - مزید ثلاثی من باب افتعال - صحیح - مبني للمعلوم - معرب - صحیح - لازم / فعل مرفوع بثبوت نون الإعراب و فاعله ضمیر «واو» البارز و خبر و مرفوع محلاً دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: حال و منصوب محلاً ← خبر و مرفوع محلاً

گزینه ۳: نعت و مجرور محلاً ← خبر و مرفوع محلاً

گزینه ۴: للمخاطب ← للغائبة / مبني للمجهول ← مبني للمعلوم / نائب فاعله ضمیر الواو البارز ← فاعله ضمیر الواو البارز

۴۱- گزینه ۳ پاسخ است.

تُدافع: فعل مضارع - للغائبة - مزيد ثلاثي من باب مفاعلة - مبني للمعلوم - صحيح - معرب - لازم / فاعله ضمير «هي» المستتر، و الجملة فعلية
دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: معتل و اجوف ← صحيح و سالم

گزینه ۲: مزيد ثلاثي من باب تفاعل ← مزيد ثلاثي من باب مفاعلة

گزینه ۴: مبني للمجهول ← مبني للمعلوم / نائب فاعله «نفس» ← فاعله ضمير «هي» المستتر

۴۲- گزینه ۴ پاسخ است.

لحم: اسم - مفرد مذكر - نكرة - جامد - معرب - منصرف / مبتدا و خبره «فيه» و الجملة اسمية
دلایل رد سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: خبره «خاطب» ← خبره «فيه»

گزینه ۲: مشتق و صفة مشبهة ← جامد

گزینه ۳: خبره «خاطب الدواء» ← خبره «فيه»

۴۳- گزینه ۴ پاسخ است.

در این عبارت «أرفع» صفت و مجرور به تبعیت از اعراب «مقام» است که چون غیرمنصرف است با اعراب فرعی فتحه آمده است.
ترجمه: او را در مقامی بالاتر از آنچه توقع داشتیم از او یافتیم!
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: أرفع: مفعول به و منصوب (ترجمه: بالاتر از مقام صالحان نزد خدا ندیدم!)

گزینه ۲: أرفع: مبتدا و مرفوع (ترجمه: بالاترین نمره علمی در دانشگاه ما برای همکلاسی من بود!)

گزینه ۳: أرفع: مبتدا و مرفوع (ترجمه: بالاترین نمره‌هایی که گرفتم کمتر از نمره تو بوده است!)

۴۴- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به ضمیر «کن» در «علیکن» متوجه می‌شویم که جمله حالت مخاطبی دارد پس فعل «یذقن» که در صیغه «للمخاطبات» است
باید به صورت «تذقن» در صیغه «للمخاطبات» بیاید.

۴۵- گزینه ۲ پاسخ است.

«والد» مذكر است پس زمانی که جایگزین فاعل «الطالبة» می‌شود، فعل را باید به صورت مذكر بیاوریم تا فعل و نائب فاعل از نظر
جنس هماهنگ شوند. «يُسألُ والدُها...»

۴۶- گزینه ۱ پاسخ است.

«خمس» از اعداد اصلی است اما در سایر گزینه‌ها «السادسة، الثانية، العاشرة» اعداد ترتیبی هستند.

۴۷- گزینه ۱ پاسخ است.

ترکیب کامل عبارت: علی الطالب: جار و مجرور / النشيط: صفت و مجرور به تبعیت / أن يطمئن: فعل مضارع منصوب و فاعل آن
ضمیر مستتر «هو» / بنفسه: جار و مجرور (هـ: مضاف الیه و محلاً مجرور) / يوم: مفعول فیه و منصوب / الامتحان: مضاف الیه و مجرور
ترجمه: دانش‌آموز فعال باید در روز امتحان به خودش مطمئن باشد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: اللیل: اسم «إن» و منصوب (ترجمه: همانا شب اگر کوتاه باشد، به انسان اجازه نمی‌دهد بسیار مطالعه کند!)

گزینه ۳: صباح: مفعول به و منصوب / الليلة: مضاف الیه و مجرور

ترجمه: صبح شبی را که بیدار ماندم، فراموش نمی‌کنم، چرا که در آن احساس خستگی می‌کردم!

گزینه ۴: اليوم: مشارالیه (عطف بیان) و مرفوع به تبعیت از اعراب «هذا» / اليوم: خبر «كان» و منصوب

ترجمه: امروز همان روز پنجم از شروع کارهای تحصیلی بود، پس دانش‌آموزان خوشحالند!

۴۸- گزینه ۴ پاسخ است.

ترکیب عبارت: أَنْ حرف مشبهة بالفعل / كثيراً اسم «أَنْ» و منصوب / من الطالب جار و مجرور / لا يوافقون فعل و فاعل آن ضمیر بارز «واو» (خبر «أَنْ» و محلاً مرفوع) / علیه جار و مجرور محلاً ترجمه: این نظری درست است به غیر از این که بسیاری از دانش آموزان با آن موافقت نمی کنند. اما در سایر گزینه ها: «أَنْتَ طالبٌ، منتظراً، هو مسلمٌ» حال هستند. ترجمه ی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: چرا در تحصیل تنبلی می کنی که تو دانش آموز باهوشی هستی!

گزینه ی ۲: مهمان نمی توانست در شهر منتظر بماند!

گزینه ی ۳: چگونه این شاعر حاکمان ظالم را مدح می کند، در حالی که او مسلمان است!

۴۹- گزینه ۳ پاسخ است.

«المخطئ» مستثنی مفرغ و مرفوع به اعراب فاعل است.

ترکیب عبارت: لم يَضِيعْ فعل مضارع مجزوم / عمره مفعول به و منصوب (ه: مضاف الیه و مجرور محلاً) / فی المعاصي جار و مجرور تقدیراً / المخطئ مستثنی مفرغ و مرفوع به اعراب فاعل / فی أعماله جار و مجرور (ه: مضاف الیه و مجرور محلاً) ترجمه: تنها خطاکار در کارهایش عمرش را در گناهان ضایع کرد! بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: البخيل مستثنی تام و منصوب / الناس مستثنی منه

ترجمه: مردم در دنیا به راحتی زندگی می کنند به جز بخیل!

گزینه ی ۲: المجتهدین مستثنی تام و منصوب / أحداً مستثنی منه (ترجمه: معلّم نمی خواهد به کسی کمک کند به جز تلاشگران!)

گزینه ی ۴: الغافلین مستثنی تام و منصوب / الإنسان مستثنی منه (ترجمه: قرآن انسان را از ناامیدی به امید خارج می کند به جز غافلان را!)

۵۰- گزینه ۱ پاسخ است.

بعد از «أَيُّهَا» و «أَيُّهَا» اسم «ال» دار به صورت مرفوع می آید. یا أَيُّهَا المسلمین ← یا أَيُّهَا المسلمون.

دین و زندگی

۵۱- گزینه ۳ پاسخ است.

عبارت قرآنی «افغیر دین الله بیغون»، «آیا آن ها غیر از دین خدا می جویند؟» با استفاده از استفهام انکاری، از درخواست دین غیر خدایی نهی می کند. بنابراین در این آیه، دین طلبی از راه غیر الهی مردود دانسته شده است. مفهوم سایر گزینه ها:

گزینه ی ۱: هدفمندی جهان آفرینش

گزینه ی ۲: تسبیح همگانی مخلوقات

گزینه ی ۴: تسلیم همگانی مخلوقات در برابر فرمان خداوند

۵۲- گزینه ۴ پاسخ است.

خدای متعال در قرآن کریم وعده داده است که هر کس در راه خدا، که راه خوشبختی خودمان است، تلاش کند، او را از امدادهای غیبی خود بهره مند سازد و در رسیدن به مقصد یاری کند. پس بهره مندی از امدادهای غیبی و یاری خداوند، نتیجه تلاش در راه خدا که راه خوشبختی خودمان است، می باشد.

۵۳- گزینه ۴ پاسخ است.

آیه ی ۷ سوره ی یونس: «همانا کسانی که به ملاقات ما امید ندارند و به زندگی دنیا راضی و خشنودند» بیان گر دیدگاه منکران معاد است که مرگ را پایان بخش دفتر زندگی می دانند و در نتیجه آن را غروبی می دانند که طلوعی به دنبال نخواهد داشت.

۵۴- گزینه ۳ پاسخ است.

حکمت خداوند ایجاب می کند اگر تمایل یا گرایشی را در موجودی قرار می دهد، پاسخ مناسب آن را هم پیش بینی نماید. به طور مثال، در مقابل احساس تشنگی و گرسنگی حیوانات، آب و غذا را آفریده تا بتوانند تشنگی و گرسنگی خود را برطرف نمایند. این موضوع در ارتباط با ضرورت معاد براساس حکمت الهی است. همچنین عدل خداوند ایجاب می کند که مصلح و مفسد با هم برابر نباشند و هر کدام پاداش متناسب با اعمالشان دریافت کنند. این موضوع نیز در ارتباط با ضرورت معاد براساس عدل الهی است.

۵۵- گزینه ۲ پاسخ است.

ارتباط عالم برزخ با دنیا، پس از مرگ نیز همچنان برقرار است، بدین معنا که پرونده‌ی عمل انسان‌ها با مرگ بسته نمی‌شود و پیوسته بر آن افزوده می‌گردد. آثاری را که بعد از مرگ از اعمال انسان بر جا می‌ماند و سبب ارتباط عالم برزخ با دنیا و در نتیجه ارتباط انسان با دنیا می‌شود، «ما تأخر» می‌نامند. امام کاظم علیه السلام در پاسخ به فردی که درباره‌ی تعداد دفعات (کمیت) دیدار مؤمن از خانواده‌شان پس از مرگ سؤال کرده بود، فرمودند: بر حسب مقدار فضیلت‌هایش. برخی از آنان هر روز و برخی دو روز و برخی سه روز و کمترین آن‌ها هر جمعه.

۵۶- گزینه ۱ پاسخ است.

رسول خدا صلی الله علیه و آله در ضمن نصایحی که به یکی از یاران خود می‌کرد، فرمود: «برای تو به ناچار هم‌نشینی خواهد بود که هرگز از تو جدا نمی‌گردد، با تو دفن می‌شود در حالی که تو مرده‌ای و او زنده است... آن هم‌نشین کردار تو است.» بنابراین هم‌نشین جدایی‌ناپذیر انسان، اعمال و کردار او هستند. فرشتگانی که کارنامه‌ی عمل انسان را تنظیم می‌کنند، حقیقت اعمال را ثبت و نگهداری می‌نمایند.

۵۷- گزینه ۴ پاسخ است.

ظاهر هر کس تجلی اندیشه و باور اوست و اندیشه‌ها، اخلاق و روحیات، اعمال و ظواهر را می‌سازند و شکل می‌دهند. مثلاً آن کس که نظم و برنامه‌ریزی را قبول دارد، اگر واقعاً به آن ایمان و باور داشته باشد، دست به برنامه‌ریزی می‌زند و هر کاری را در زمان خاص خود انجام می‌دهد. حقیقت این است که دل به هر جا رود عمل هم به همان جا می‌رود.

۵۸- گزینه ۲ پاسخ است.

با این که دعوت به خوبی‌ها و نیکی‌ها، گرایش به آن‌ها را در مردم افزایش می‌دهد و زمینه‌های گناه را کم می‌کند، اما همواره افرادی هستند که از فرمان‌های الهی سرپیچی می‌کنند و مرتکب گناه می‌شوند. در صورتی که در مقابل گناهکار اقدام مناسب نشود، رفتار او مانند یک بیماری مسری به دیگران سرایت می‌کند. این اقدام مناسب همان نظارت همگانی است که به صورت «امر به معروف و نهی از منکر» در جامعه‌ی اسلامی به اجرا در می‌آید. قرآن کریم در این باره می‌فرماید: «و یأمرن بالمعروف و ینهون عن المنکر». «و به معروف امر کرده و از منکر نهی می‌کنند.» امر به معروف و نهی از منکر پس از دعوت به خیر و نیکی، وظیفه‌ی دوم ما در قبال جامعه‌ی اسلامی است. حضرت علی علیه السلام می‌فرماید: «امر به معروف و نهی از منکر را ترک نکنید که افراد شرور و بدکار جامعه بر شما مسلط می‌شوند و آن‌گاه هر چه دعا کنید به اجابت نرسد.»

۵۹- گزینه ۲ پاسخ است.

براساس آیه‌ی ۱۸۶ سوره‌ی بقره: «و آن‌گاه که بندگانم درباره‌ی من از تو می‌پرسند، [بگو]: من به آنان نزدیک هستم، اجابت می‌کنم دعای آن‌که مرا بخواند، پس باید دعوت مرا بپذیرند و به من ایمان آورند، باشد که راه یابند» خداوند کسانی را به راه راست هدایت می‌کند که دعوت خداوند را بپذیرند «فلیستجیبوا لی» و به او ایمان آورند «و لیؤمنوا بی».

۶۰- گزینه ۳ پاسخ است.

نیاز به کشف راه درست زندگی، خود را در قالب سؤال «چگونه زیستن» نشان می‌دهد. برای این که پاسخ به نیازهای برتر انسان، پاسخی راهگشا و اطمینان‌بخش باشد، باید همه جانبه، کاملاً درست و قابل اعتماد باشد.

۶۱- گزینه ۳ پاسخ است.

نکته: از نظر قرآن کریم، پیدایش ادیان مختلف، مورد قبول نیست.

۶۲- گزینه ۴ پاسخ است.

آیه‌ی شریفه‌ی «پس آیا در قرآن تدبیر نمی‌کنند؟! و اگر از غیر خدا می‌بود قطعاً در آن تفاوت‌های بسیاری می‌یافتند» بیان‌گر انسجام درونی در عین نزول تدریجی قرآن کریم است. قرآن کریم، کتاب دیروز، امروز و فرداهای انسان است. هر چه زمان بگذرد و انسان‌ها به درجات عالی‌تری از فرهنگ و دانش برسند، درخشندگی و شادابی قرآن بیش‌تر نمایان خواهد شد. این موضوع بیان‌گر تازگی و شادابی دائمی قرآن کریم است.

۶۳- گزینه ۲ پاسخ است.

آیه‌ی ۵۹ سوره‌ی نساء: «یا ایها الذین ءامنوا اطیعوا الله و اطیعوا الرسول و اولی الامر منکم»، «ای کسانی که ایمان آورده‌اید، خدا را اطاعت کنید و پیامبر و صاحبان امر را که از شمایند، اطاعت کنید.» اطاعت از خدا و رسول و اولوا الامر را واجب می‌کند. روشن است که بعد از رحلت رسول خدا صلی الله علیه و آله، باید به جانشینان ایشان که بر مبنای کتاب خدا و سنت رسول خدا صلی الله علیه و آله حکم می‌کنند و رأی می‌دهند، مراجعه شود. بنابراین طرح و برنامه‌ی خداوند برای جامعه‌ی اسلامی، پس از رحلت رسول خدا صلی الله علیه و آله و تداوم رسالت و اجرای احکام الهی در همه‌ی زمان‌ها، این است که پس از ایشان، کسانی که از علم و عصمت برخوردارند، این مسئولیت را بر عهده بگیرند.

۶۴- از کتاب حذف شده است.

۶۵- گزینه ۱ پاسخ است.

در حالی که حاکمان زمان به افراد فاقد صلاحیت میدان می‌دادند که قرآن را مطابق با اندیشه‌های باطل خود تفسیر کنند، امامان بزرگوار در هر فرصتی که به دست می‌آوردند، معارف این کتاب آسمانی را بیان می‌کردند و رهنمودهای آن را آشکار می‌ساختند. این موضوع بیان‌گر تعلیم و تفسیر قرآن کریم می‌باشد. امام علی علیه السلام و فاطمه‌ی زهرا علیهما السلام، سخنان پیامبر صلی الله علیه و آله و آداب زندگی ایشان را به فرزندان خود آموزش می‌دادند و از آنان می‌خواستند که این آموزش‌ها را به امامان بزرگوار بعد از خود منتقل کنند. این موضوع بیان‌گر اقدام برای حفظ سخنان و سیره‌ی پیامبر صلی الله علیه و آله است. ائمه‌ی اطهار با تکیه بر علم الهی خود، به دور از انزوا و گوشه‌گیری و با حضور سازنده و فعال، درباره‌ی مسائل مختلف اظهارنظر کرده و مسلمانان را از معارف خود بهره‌مند می‌ساختند. این موضوع بیان‌گر تبیین معارف اسلامی متناسب با نیازهای نو می‌باشد.

۶۶- گزینه ۲ پاسخ است.

نگاه مثبت دین به آینده‌ی تاریخ و اعتقاد به حضرت مهدی (عج)، اصلی به نام «انتظار» را در دل‌ها زنده کرده است. انسان منتظر به معنای خاص کلمه، کسی است که هدف و آرمان خود را می‌شناسد و یقین دارد که روزی این هدف در جهان محقق می‌شود. جامعه‌ی منتظر، به واقعیت‌های ناهنجار موجود «نه» می‌گوید و به امید فردای درخشان تلاش می‌کند.

۶۷- گزینه ۳ پاسخ است.

براساس آیه‌ی ۱۲۲ سوره‌ی توبه: ﴿ما كان المؤمنون لينفروا كافة فلو لا نفر من كل فرقة منهم طائفة ليتفقهوا في الدين﴾، «و مؤمنان را نشاید که همگی بیرون روند. پس چرا از هر گروهی، جمعی از آن‌ها کوچ نکند تا دانش دین بیاموزند.» از آن‌جا که تفقه در دین برای همگان مقدور نیست، لازم است گروهی از مردم به این کار بپردازند و وقت خود را صرف آموختن دین کنند.

۶۸- گزینه ۱ پاسخ است.

حضرت علی (علیه السلام) می‌فرماید: «هنگامی که مردم، وظیفه خود را نسبت به حاکم انجام دادند و حاکم نیز حق آنان را ادا کرد، حق در میان جامعه ارزشمند می‌شود». پس ارزشمندی حق آن‌جا حتمی است که وظایف متقابل حاکم و مردم نسبت به یکدیگر معمول گردد.

۶۹- گزینه ۱ پاسخ است.

رابطه‌ی وجود ما با وجود خداوند، مانند رابطه‌ی پرتوهای نور با منبع آن است. همان‌طور که اگر خورشید نورافشانی نکند، دیگر پرتوی نوری نیست، اگر خداوند نیز هستی بخشی نکند، دیگر موجودی در جهان باقی نخواهد ماند. پس هستی (پیدایش و بقای) موجودات به خداوند وابسته است. از این عبارات، نیاز موجودات به خدا در پیدایش و بقای خود مفهوم می‌گردد. در قرآن کریم، انسان‌ها و سایر مخلوقات «فقر» و خداوند «غنی» خوانده شده است.

۷۰- گزینه ۱ پاسخ است.

براساس توحید در ربوبیت، خداوند رب‌العالمین است یعنی صاحب اختیاری است که تدبیر همه‌ی امور به‌دست اوست. این توحید برخاسته از توحید در خالقیت است به این معنا که خداوند که تنها خالق تمام جهان است (توحید در خالقیت)، به‌طور طبیعی تدبیر و پرورش همه‌ی مخلوقات را نیز در اختیار دارد. آیات ۶۳ و ۶۴ سوره‌ی واقعه: ﴿افرأيت ما تثرثون أنتم تزرعونه أم نحن الزارعون﴾ بیان‌گر توحید در ربوبیت است.

۷۱- گزینه ۲ پاسخ است.

آیه‌ی ۲۲ سوره‌ی لقمان می‌فرماید: ﴿و من یسلم وجهه الی الله و هو محسن فقد استمسک بالعروة الوثقی و الی الله عاقبة الامور﴾، «و هر کس خود را تسلیم خدا کند و نیکوکار باشد، قطعاً به ریسمان استواری چنگ زده و سرانجام کارها به سوی خداست.» در این آیه عبارت ﴿و من یسلم وجهه الی الله﴾ بیان‌گر بعد فردی توحید در عبادت است. توحید در عبادت که به معنای اطاعت از خداوند و نفی اطاعت از غیر اوست نتیجه‌ی توحید در خالقیت و ربوبیت می‌باشد.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: نیاز ذاتی مخلوقات در هستی و بقای خود به خدا و استقلال ذاتی خداوند از موجودات

گزینه‌ی ۳: اعتقاد به حفاظت و نگهداری جهان از نتایج اعتقاد به خداوند حکیم و نظام حکیمانه‌ی او

گزینه‌ی ۴: تأکید بر محتوای عقلانی و خردمندانه‌ی دین برای حضور مؤثر در جامعه‌ی جهانی

۷۲- گزینه ۴ پاسخ است.

اگر هر یک از افراد جامعه بکوشند که در روابط خود با یکدیگر به جای خواست‌ها و تمایلات خود، فرمان الهی را حاکم کنند و از پذیرش فرمان طاغوت‌ها و ظالمان و ستمگران سرباز زنند و مناسبات سیاسی و اقتصادی و روابط فرهنگی را منطبق بر احکام الهی و در جهت رضای او تنظیم نمایند، بعد اجتماعی توحید عبادی تحقق می‌یابد. براساس آیه‌ی ۳۱ سوره‌ی توبه: ﴿اتخذوا احبارهم و رهبانهم ارباباً من دون الله و المسيح ابن مریم و ما امروا الا لیعبدوا الها واحداً﴾، «اینان دانشمندان و راهبان خود و همچنین مسیح پسر مریم را به جای خداوند به پروردگاری گرفتند؛ در حالی که مأمور نبودند جز به این‌که خدای یگانه را بپرستند.» پیروان حضرت مسیح (علیه السلام)، احبار و راهبان و حضرت مسیح را ربّ خود می‌دانستند و در نتیجه عبادت و اطاعت از آن‌ها در دو بعد فردی و اجتماعی را بر خود واجب کرده بودند یعنی دچار شرک عبادی در دو بعد فردی و اجتماعی شده بودند.

۷۳- گزینه ۲ پاسخ است.

فرو ریختن دیوار کج، یک قانون و قضای الهی است، این قضا متناسب با شرایط و تقدیر خاص آن دیوار، یعنی کجی آن است. روزی امیرالمؤمنین علی (علیه السلام) با جمعی از یاران خود در سایه‌ی دیواری نشسته بودند. امام (علیه السلام) متوجه کجی و سستی دیوار شد. برای این‌که دیوار روی ایشان و یاران نریزد، از آن‌جا برخاست و زیر سایه‌ی دیواری دیگر نشست. یکی از یاران به آن حضرت گفت: «یا امیرالمؤمنین آیا از قضای الهی می‌گریزی؟» امام فرمود: «از قضای الهی به قدر الهی پناه می‌برم.»

۷۴- گزینه ۱ پاسخ است.

براساس آیه‌ی ۲۹ سوره‌ی فتح: ﴿محمد رسول الله و الّذین معه اشداء علی الکفار رحماء بینهم﴾، «محمد (صلی الله علیه و آله) فرستاده‌ی خداست و کسانی که با او هستند بر کافران سخت‌گیر و با یکدیگر مهربانند» رابطه‌ی مؤمنان با یکدیگر در جبهه‌ی حق براساس رحمت و مهربانی و با کافران و جبهه‌ی کفر و باطل، براساس شدت عمل و سخت‌گیری است. با توجه به عبارت قرآنی ﴿و نعلم ما توسوس به نفسه﴾، «و به آن‌چه نفس او وسوسه می‌کند، علم داریم» وسوسه‌های نفس اماره نزد خداوند معلوم است و خداوند بر انسانیت انسان سلطه‌ی علمی دارد.

۷۵- گزینه ۲ پاسخ است.

آیهی ۱۴۳ سورهی بقره می‌فرماید: «و این چنین شما را امتی میانه و اسوه قرار دادیم تا بر مردم گواه باشید و رسول خدا بر شما گواه باشد.» این آیه از ما مسلمانان که می‌خواهد که امت وسط (معتدل) و اسوه برای همه‌ی انسان‌ها باشیم و براساس آن لازمه‌ی الگو شدن برای سایر جوامع «لتكونوا شهداء على الناس»، حرکت در مسیر اعتدال «جعلناكم امةً وسطاً» می‌باشد.

زبان انگلیسی

۷۶- گزینه ۲ پاسخ است.

در این سؤال **since** به‌عنوان حرف ربط زمان و برای اشاره به مبدأ در گذشته استفاده شده است. «از وقتی که انجام این تمرین را شروع کردیم، ده مورد را کامل کرده‌ایم.»

۷۷- گزینه ۱ پاسخ است.

حروف ربط تضاد **while** و **whereas** برای نشان دادن تقابل و تضاد مستقیم بین دو جمله به‌کار می‌روند. «من تصمیم گرفتم شرکت خودم را تأسیس کنم، در حالی که برادرم کار در یک کارخانه را شروع کرد.»

۷۸- گزینه ۳ پاسخ است.

ساختار "**must have+ pp**" برای بیان عملی در گذشته به‌کار می‌رود که براساس استنتاج و نتیجه‌گیری منطقی تقریباً مطمئنیم که انجام شده است.

«نمی‌توانم روزنامه‌ی امروز را پیدا کنم. حتماً کسی آن را دور انداخته است.»

۷۹- گزینه ۴ پاسخ است.

جواب سؤال کنکور "**furniture**" است که آن را در هیچ‌کدام از کتاب‌های درسی زبان انگلیسی نخوانده‌اید! «تنها قطعه‌ی زیبای مبلمان در آن اتاق، یک میز تحریر قدیمی بود.»

۸۰- گزینه ۳ پاسخ است.
(۱) (زمین‌شناسی) جَبّه (۲) هنر گرافیک، نقشه‌کشی (۳) اثر، تأثیر (۴) مبلمان، اسباب

«به نظر نمی‌رسد که جان از این [موضوع] که هفته‌ی بعد به شعبه‌ی توکیوی [شرکت] ما منتقل می‌شود، خوشحال باشد.»
(۱) (به هم) متصل کردن، وصل کردن (۲) [کارگر] گرفتن، استخدام کردن
(۳) منتقل کردن، انتقال دادن (۴) وقف کردن، اختصاص دادن

۸۱- گزینه ۱ پاسخ است.

در مقایسه با، به نسبت **by/ in comparison with**

«مجموعه‌ی کتاب‌ها و مجلات من در مقایسه با مجموعه‌ی یک کتابخانه هیچ است.»

(۱) مجموعه، کلکسیون (۲) تولید (۳) درگیری، دخالت (۴) انجام، اجرا

۸۲- گزینه ۲ پاسخ است.

«این پارچه به آرامی عمل آورده شده است تا آن را ضد آب کنند.»

(۱) آزاد کردن، ترشح کردن (۲) پردازش کردن، [چرم و غیره] عمل آوردن
(۳) تحقیق کردن، پژوهش کردن (۴) پیش‌بینی کردن، پیشگویی کردن

۸۳- گزینه ۴ پاسخ است.

«غلب، مادرها آن‌هایی هستند که حمایت عاطفی در اختیار خانواده قرار می‌دهند.»

(۱) آرام، ملایم (۲) طبیعی (۳) نگران، مضطرب (۴) احساسی، عاطفی

۸۴- گزینه ۱ پاسخ است.

«دولت به دلیل برآورده نکردن مناسب نیازهای افراد بی‌خانمان سرزنش شده است.»

(۱) به نحو شایسته‌ای، به‌طور مناسبی (۲) به‌راحتی، به آسودگی
(۳) به‌طور مصنوعی، به‌طور ساختگی (۴) با کمال تعجب، به‌طور تعجب‌آوری

۸۵- گزینه ۲ پاسخ است.

«از آن جایی که او یک ماه از مدرسه غایب بود، فکر می‌کرد که پایه‌پای بقیه‌ی کلاس پیش رفتن سخت است.»

(۱) برداشتن، بلند کردن (۲) پایه‌پای ... پیش رفتن
(۳) بیدار کردن، بیدار شدن (۴) [رادیو و غیره] صدای ... را کم کردن

ترجمه‌ی cloze test

معمولاً تصور می‌شود که کلمه‌ی فلسفه از زبان لاتین آمده است. فلسفه‌ی نخستین مربوط می‌شود به عقاید بنیادی درباره‌ی زندگی و جهانی که اولین انسان‌هایی که روی زمین زندگی می‌کردند، به آن‌ها اعتقاد داشتند. آن، [مربوط به] گذشته‌ی بسیار دوری بود، [یعنی] شاید هزاران سال [قبل] یا حتی بیش‌تر. شاید از خودتان می‌پرسید [که] ما چگونه قادر هستیم هر [نوع] چیزی (اطلاعاتی) درباره‌ی آن‌چه که مردم در گذشته‌ی بسیار دور فکر می‌کردند یا انجام می‌دادند، بدانیم. جواب آن است که ما نمی‌توانیم با اطمینان [از این موضوع] اطلاع داشته باشیم، اما می‌توانیم [در این رابطه] بر مبنای دلایل گوناگون، حدس‌های خوبی بزنیم.

۸۶- گزینه ۴ پاسخ است.

(۱) نمونه (۲) طرز ایستادن، حالت بدن (۳) مقام، مقام رسمی (۴) نظر، عقیده، ایده

۸۷- گزینه ۲ پاسخ است.

(۱) برای، به مدت (۲) شاید، احتمالاً (۳) تا، تا هنگام (۴) تنها، فقط، صرفاً

۸۸- گزینه ۳ پاسخ است.

(۱) ناراحت کردن، زحمت دادن (۲) انتظار داشتن
(۳) تعجب کردن، از خود پرسیدن (۴) نیاز داشتن، احتیاج داشتن

۸۹- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به مفهوم جمله، "what" به معنی «چه، آن‌چه» جواب صحیح است.

۹۰- گزینه ۳ پاسخ است.

(۱) روشن، درخشان (۲) دور، در دوردست (۳) دور (۴) سابق، پیشین

گذشته‌ی دور: distant past

ترجمه‌ی Passage 1

در اوایل دوران کودکی، تغییرات چشمگیری در زبان کودکان اتفاق می‌افتد. ممکن است بچه‌ها در حدود ۱۸ ماهگی حدود ۳۰ کلمه را بدانند و می‌توانند هر بار یک کلمه را ادا کنند، مثل «هاپو!» یا «بیش‌تر!» این توانایی نشان می‌دهد که کودکان یاد گرفته‌اند کلمات را به عنوان نمادهایی استفاده کنند که مظهر اشیاء، اعمال و افراد هستند. سپس، به‌طور ناگهانی، [او] در ظرف فقط یک ماه یا در این حدود، دامنه‌ی لغات کودکان دو برابر [او] حدود ۷۰ لغت می‌شود، و می‌توانند شروع کنند به قرار دادن کلمات کنار هم تا جملات دو کلمه‌ای را شکل دهند، مثل «اون جا هاپو» یا «مامان بیا». وقتی اوایل کودکی در شش سالگی تمام می‌شود، کودکان از ۸۰۰۰ تا ۱۴۰۰۰ کلمه را می‌دانند و می‌توانند جملات طولانی صحیحی را ادا کنند.

اولین کلمات و جملات کودکان درباره‌ی جهان قابل رؤیت و همین حالا است. بچه‌ها تا چهار سالگی، شروع می‌کنند به صحبت کردن درباره‌ی چیزهایی که نمی‌توانند ببینند و همین‌طور آن‌هایی که می‌توانند ببینند، و [نیز] در مورد گذشته و آینده، و هم در مورد حال. آن‌ها همین‌طور درباره‌ی چیزهایی که هرگز اتفاق نیفتاده‌اند خیال‌بافی و داستان‌پردازی می‌کنند.

هر چه بچه‌ها بزرگ‌تر می‌شوند، بهتر می‌توانند دیدگاه‌های پیچیده را ابراز کنند و آن چیزی را که لازم است بگویند تا منظورشان فهمیده شود، مورد قضاوت قرار دهند. همچنین بچه‌ها در انطباق دادن طرز سخن گفتن‌شان با افراد مختلف، ماهرتر می‌شوند. آن‌ها یاد می‌گیرند با افراد بزرگسال، به‌طور رسمی و با احترام و با دوستانشان خودمانی حرف بزنند. آن‌ها با نوزادان با «زبان کودکان» صحبت می‌کنند.

۹۱- گزینه ۱ پاسخ است.

بهترین عنوان برای این متن چیست؟

(۱) شکل‌گیری زبان (۲) یادگیری زبان دوم (۳) یادگیری لغات توسط کودکان (۴) ابراز عقاید: تأثیر سن

۹۲- گزینه ۲ پاسخ است.

اگر کودکی شروع کند به گفتن «بابا برو» حتماً

(۱) ۱۸ ماهه است (۲) حدود ۷۰ کلمه را می‌داند

(۳) می‌تواند عقاید پیچیده را هم ابراز کند (۴) در انتهای دوران خردسالی است

۹۳- گزینه ۲ پاسخ است.

کلمه‌ی "those" در پاراگراف ۲ به "things" اشاره دارد.

(۱) بچه‌ها (۲) چیزها، اشیاء (۳) کلمات و جملات (۴) گذشته و آینده

۹۴- گزینه ۱ پاسخ است.

پاراگراف ۲ عمدتاً درباره‌ی می‌باشد.

(۱) محتوای زبان کودکان (۲) درستی زبان مورد استفاده توسط کودکان

(۳) توانایی کودکان در استفاده از زبان برای ساختن داستان‌ها (۴) تأثیر دنیای واقعی بر روی یادگیری زبان کودکان

۹۵- گزینه ۳ پاسخ است.

می‌توان از پاراگراف آخر متوجه شد که کودکان

(۱) گاهی اوقات وقتی که ملزم هستند از زبان رسمی استفاده کنند، خودمانی صحبت می‌کنند

(۲) از زبانشان برای یادگیری مهارت‌های جدید استفاده می‌کنند

(۳) می‌توانند شکل‌های زبانی را که استفاده می‌کنند بر مبنای مخاطبشان تغییر دهند

(۴) به ندرت تلاش می‌کنند تا تأثیر طرز سخن گفتن‌شان را بر روی افرادی که با آن‌ها ارتباط برقرار می‌کنند، مورد قضاوت قرار دهند

■ ترجمه‌ی Passage 2

رؤیا را می‌توان به‌عنوان رشته‌ای از افکار و تخیلات تعریف کرد که در طول خواب اتفاق می‌افتد. در حال حاضر مشخص است که همه خواب می‌بینند، حتی اگر نتوانند انجام آن را به خاطر بیاورند. ثبت فعالیت‌های الکتریکی مغز (EEG) در طول خواب نشان می‌دهد که دو نوع خواب وجود دارد. اگر افراد از نوع عمیق‌تر بیدار شوند، به‌ندرت خواب دیدن را به‌خاطر می‌آورند. اما اگر آن‌ها از نوع سبک‌تر بیدار شوند، که به دلیل حرکات سریع چشم که توأم با این نوع خواب هستند، REM نامیده می‌شود، تقریباً همواره رؤیایی را به خاطر می‌آورند.

نوزاد تازه متولد شده تقریباً نیمی از زمان خوابش را در خواب REM می‌گذراند؛ [ولی] فرد بزرگسال حدود یک ششم [این مدت]. شخصی که هفت ساعت و نیم می‌خوابد، معمولاً حدود یک ساعت و نیم را به خواب دیدن می‌گذراند. خواب REM به‌وسیله‌ی قرص‌های خواب تمام می‌شود؛ اما وقتی که شخصی مصرف این‌ها را متوقف می‌کند، تقریباً به‌طور مداوم خواب می‌بیند، چنان‌که گویی مجبور است جبران مافات آن چیزی را بکند که از دست داده بود. علاوه بر این، خواب REM در تمامی انواع پستانداران و حیواناتی که تاکنون مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، وجود دارد.

این واقعیت‌ها درباره‌ی رؤیاها حکایت از [این موضوع] دارند که حتماً آن‌ها در تمامی حیوانات عالی‌تر، از جمله انسان‌ها، عملکرد زیست‌شناختی مهمی را ایفا می‌کنند. اما دانشمندان هم عقیده نیستند که این کارکرد چیست. اگر چه ما تقریباً یک سوم زندگی‌مان را در خواب می‌گذرانیم، و اگر از خواب محروم شویم، فوراً آشفتگی و بیمار می‌شویم، هیچ‌کس به‌طور کامل درک نمی‌کند که ما چرا باید این‌قدر بخواهیم. از این رو، عجیب نیست که درباره‌ی رؤیا چند تئوری متفاوت وجود دارد.

۹۶- گزینه ۴ پاسخ است.

عبارت "doing so" (انجام آن) در پاراگراف ۱ به "dreaming" اشاره دارد.

(۱) دانستن، مشخص بودن

(۲) خوابیدن

(۳) به یاد آوردن، به‌خاطر آوردن

(۴) خواب دیدن، در رؤیا بودن

۹۷- گزینه ۳ پاسخ است.

اگر کسی را در حال خواب دیدن در نوع عمیق‌تر خوابش بیدار کنید، او

(۱) به خواب REM بر می‌گردد

(۲) به ندرت می‌تواند دوباره به خواب دیدن ادامه دهد

(۳) بعید است که خواب‌هایش را به یاد بیاورد

(۴) تقریباً همیشه خواب‌هایش را به یاد می‌آورد

۹۸- گزینه ۱ پاسخ است.

طبق متن، خواب REM

(۱) با [افزایش] سن تغییر می‌کند

(۲) مخصوص انسان‌ها است

(۳) یک ششم زندگی یک فرد بزرگسال را تشکیل می‌دهد

(۴) وقتی قرص‌های خواب مصرف می‌شوند، عمیق‌تر می‌شود

۹۹- گزینه ۱ پاسخ است.

طبق متن، همه موارد زیر صحیح هستند، به جز این که

(۱) خواب REM نوع سبک خواب نیست

(۲) انسان‌ها حدود دو سوم زندگی‌شان را بیدار می‌گذرانند

(۳) وقتی کسی خواب است مغز [او] فعالیت الکتریکی دارد

(۴) [هنوز] کارکرد زیست‌شناختی خواب در موجودات زنده مشخص نشده است.

۱۰۰- گزینه ۴ پاسخ است.

به احتمال بسیار زیاد پاراگراف بعد از این متن را شرح خواهد داد.

(۱) انواع مختلف رؤیاها

(۲) [این‌که] تعداد رؤیاهای ما چه‌قدر زیاد است

(۳) [این‌که] چرا [این موضوع] که ما زیاد خواب می‌بینیم عجیب نیست

(۴) چند تئوری درباره‌ی رؤیاها

ریاضیات

۱۰۱- گزینه ۱ پاسخ است.

$$f(\sqrt{x}) = (\sqrt{x})^2 + \frac{1}{(\sqrt{x})^2} = x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow g(x) = (f(\sqrt{x}))^2 - f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\right) - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 2 \text{ ثابت}$$

۱۰۲- گزینه ۲ پاسخ است.

ضابطه‌ی اعداد طبیعی فرد را به صورت $n = 2k - 1$ که در آن $k \in \mathbb{N}$ است، در نظر می‌گیریم.

تعداد اعداد به کار رفته از دسته‌ی اول تا آخرین جمله‌ی دسته‌ی بیستم برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$$

پس آخرین جمله‌ی دسته‌ی بیستم، برابر با ۲۱۰ امین عدد طبیعی فرد است که این عدد برابر خواهد بود با:

$$n = 2 \times 210 - 1 = 419$$

۱۰۳- گزینه ۲ پاسخ است.

جمله‌ی اول را $a_1 = 4$ و در نتیجه جمله‌ی پنجم را برابر $a_5 = 224$ در نظر می‌گیریم. با توجه به صورت سؤال، این پنج جمله، مثبت هستند،

یعنی $q > 0$ و داریم:

$$a_5 = a_1 q^4 \Rightarrow 224 = 4q^4 \Rightarrow q^4 = 56 \xrightarrow{q>0} q = 3$$

مجموع این پنج جمله برابر است با:

$$S_5 = a_1 + a_1 q + \dots + a_1 q^4 = a_1 (1 + q + \dots + q^4) = a_1 \left(\frac{q^5 - 1}{q - 1}\right) \Rightarrow S_5 = 4 \left(\frac{3^5 - 1}{3 - 1}\right) = 4 \times \frac{243 - 1}{2} = 484$$

۱۰۴- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\frac{(1 + \tan^2 \theta)(1 + \cot^2 \theta)}{(1 - \sin^2 \theta) - \cos^2 \theta} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta} \times \frac{1}{\sin^2 \theta}}{\cos^2 \theta - \cos^2 \theta} = \frac{\frac{1}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}}{\cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)} = \frac{1}{(\sin \theta \cos \theta)^4} = \frac{16}{(\sin 2\theta)^4}$$

۱۰۵- گزینه ۲ پاسخ است.

با فرض این که x' و x'' ریشه‌های معادله باشند، رابطه‌ی $x' = \frac{x''}{2} + 5$ بین آن‌ها برقرار است.

$$x^2 - 8x + m = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = x' + x'' = 8 \Rightarrow \frac{3x''}{2} + 5 = 8 \Rightarrow \frac{3x''}{2} = 3 \Rightarrow x'' = 2 \\ P = x' \cdot x'' = m \end{cases}$$

$$S = x' + x'' = 8 \xrightarrow{x''=2} x' = 6 \Rightarrow P = 6 \times 2 = m \Rightarrow m = 12$$

۱۰۶- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به عبارت زیر رادیکال و عبارت مخرج کسر، دامنه‌ی تابع f به صورت زیر به دست می‌آید:

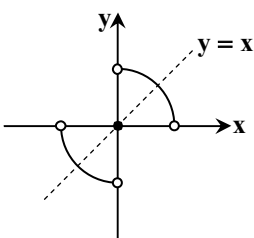
$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \\ x^2 \neq 1, x \neq 0 \\ 0 \in D_f \end{array} \right\} \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow x \in (-1, 1) - \{0\} \Rightarrow D_f = (-1, 1)$$

با توجه به ضابطه‌ی تابع f داریم:

$$\begin{cases} x > 0 : f(x) = \frac{x}{x} \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - x^2} \\ x < 0 : f(x) = \frac{-x}{x} \sqrt{1 - x^2} = -\sqrt{1 - x^2} \end{cases}$$

نمودار تابع f به صورت روبه‌روست که نسبت به نیمساز ربع اول و سوم (خط $y = x$) متقارن است،

پس ضابطه‌ی وارون f همان ضابطه‌ی تابع f است.



۱۰۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} 4 \tan^{-1}(x^2 - 2x + 2) = 4 \tan^{-1}(1 - 2 + 2) = 4 \tan^{-1}(1) = 4\left(\frac{\pi}{4}\right) = \pi$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi - \pi x)}{1-x} = \lim_{x \rightarrow 1} \pi \left(\frac{\sin(\pi(1-x))}{\pi(1-x)} \right) = \pi$$

از آنجا که حد کران‌های پایین و بالای تابع f به ازای $x \rightarrow 1$ برابر π شد، طبق قضیه‌ی فشردگی نتیجه می‌گیریم که $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \pi$

۱۰۸- (؟) (صورت سؤال ایراد دارد.)

یکی از شرط‌های لازم برای پیوستگی یا ناپیوستگی یک تابع در یک نقطه آن است که تابع در آن نقطه تعریف شده باشد. با توجه به ضابطه‌ی f ، $x = 0$ در دامنه‌ی تابع نیست، پس پیوسته یا ناپیوسته بودن آن در $x = 0$ بی‌معنی است.

۱۰۹- گزینه ۲ پاسخ است.

با توجه به فرض داریم:

$$f(x) = x + 1 + (g(x))^\Delta \xrightarrow{\text{از طرفین مشتق می‌گیریم}} f'(x) = 1 + \Delta g'(x) \cdot (g(x))^\Delta \quad (*)$$

$$\xrightarrow{x=0} f'(0) = 1 + \Delta g'(0) \cdot (g(0))^\Delta \xrightarrow{f'(0)=g(0)=1} 1 = 1 + \Delta g'(0) \Rightarrow g'(0) = 0$$

$$(*) \xrightarrow{\text{مشتق}} f''(x) = \Delta g''(x) \cdot (g(x))^\Delta + \Delta g'(x) \cdot (\Delta g'(x) \cdot (g(x))^\Delta)$$

$$\xrightarrow{x=0} f''(0) = \Delta g''(0) \cdot (g(0))^\Delta + 2 \cdot (g'(0))^\Delta \cdot (g(0))^\Delta \Rightarrow f''(0) = \Delta g''(0) \cdot (1)^\Delta + 2 \cdot (0)^\Delta \cdot (1)^\Delta = \Delta g''(0)$$

۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\text{فرض: } f^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = m \Rightarrow f(m) = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{m}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{3}{5} \xrightarrow{m>0} \frac{m^2}{1+m^2} = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{9}{16} \xrightarrow{m>0} m = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{نقطه‌ی } \left(\frac{3}{5}, \frac{3}{4}\right) \text{ روی تابع } f^{-1} \text{ قرار دارد.}$$

$$f'(x) = \frac{1(\sqrt{1+x^2}) - x\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)}{1+x^2} = \frac{1+x^2-x^2}{1+x^2} = \frac{1}{(1+x^2)(\sqrt{1+x^2})}$$

از طرفی مشتق تابع f برابر است با:

$$\begin{cases} (f^{-1})'\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{f'\left(\frac{3}{4}\right)} \\ f'\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{\left(1+\frac{9}{16}\right)\sqrt{1+\frac{9}{16}}} = \frac{1}{\frac{25}{16} \times \frac{5}{4}} = \frac{64}{125} \end{cases} \Rightarrow (f^{-1})'\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{125}{64}$$

مشتق مورد نظر برابر است با:

۱۱۱- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به این که $\cos x \neq 1$ (ریشه‌ی مخرج)، معادله‌ی مثلثاتی را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sin x \cos x}{1 - \cos x} = 1 + \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \text{یا} \\ \sin x \neq 0 \Rightarrow \cos x = \sin x \end{cases}$$

همان‌طور که در دایره‌ی مثلثاتی مشاهده می‌کنید، نقاط پایانی کمان جواب‌های معادله‌ی مفروض، رئوس یک مثلث قائم‌الزاویه هستند.

۱۱۲- گزینه ۲ پاسخ است.

راه حل اول: با توجه به شکل و فرض مسئله، $2x + y = 88$ است، پس $y = 88 - 2x$.

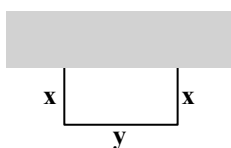
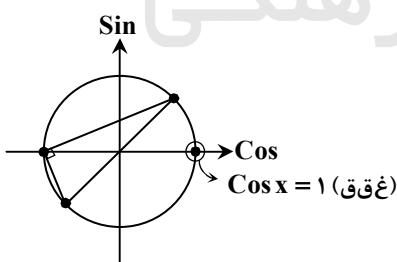
تابع مساحت مستطیل برابر است با:

$$S(x, y) = x \cdot y \Rightarrow S(x) = x(88 - 2x) = 88x - 2x^2$$

برای به‌دست آوردن بیش‌ترین مقدار تابع S ، از آن مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$S'(x) = 88 - 4x = 0 \Rightarrow x = 22$$

$$\max(S) = S(22) = 22(88 - 44) = 22 \times 44 = 968$$



راه حل دوم:

نکته: اگر مجموع دو متغیر مثبت مقداری ثابت باشد، آن گاه حاصل ضرب آن‌ها وقتی ماکزیمم است که دو متغیر با هم برابر باشند.

$$S(x) = x(88 - 2x) = 2(x)(44 - x)$$

مجموع دو متغیر x و $44 - x$ برابر مقدار ثابت ۴۴ است، پس حاصل ضرب آن‌ها وقتی بیش‌ترین مقدار است که $44 - x = x$ ، یعنی $x = 22$ و در آن صورت:

$$\max(S) = S(22) = 2 \times 22(44 - 22) = 968$$

۱۱۳- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به جمله‌ی عمومی دنباله داریم:

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \cos \frac{x}{r^n} \Rightarrow \frac{a_n}{a_0} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \times \frac{a_{n-1}}{a_{n-2}} \times \dots \times \frac{a_1}{a_0} = \cos \frac{x}{r^n} \times \cos \frac{x}{r^{n-1}} \times \dots \times \cos \frac{x}{r}$$

$$(r^n \sin \frac{x}{r^n}) (a_n) = \underbrace{(r \sin \frac{x}{r^n} \cdot \cos \frac{x}{r^n})}_{\sin \frac{x}{r^{n-1}}} \times r^{n-1} \cos \frac{x}{r^{n-1}} \times \dots \times \cos \frac{x}{r}$$

$$(r^n \sin \frac{x}{r^n}) a_n = \sin x \Rightarrow a_n = \frac{\sin x}{r^n \sin \frac{x}{r^n}} = \left(\frac{\frac{x}{r^n}}{\sin \frac{x}{r^n}} \right) \left(\frac{\sin x}{x} \right)$$

فرض می‌کنیم $x = \frac{\pi}{6}$ ، از آن‌جا که وقتی $n \rightarrow \infty$ ، آن‌گاه $\frac{x}{r^n} \rightarrow 0$ ، لذا داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{x}{r^n}}{\sin \frac{x}{r^n}} \right) \left(\frac{\sin x}{x} \right) = 1 \times \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{\pi}{6}} = \frac{6}{\pi}$$

۱۱۴- گزینه ۳ پاسخ است.

$$S = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{r}{3} \right)^{k-1} = \left(\frac{r}{3} \right)^1 + \left(\frac{r}{3} \right)^2 + \left(\frac{r}{3} \right)^3 + \dots$$

مجموع مورد نظر به ازای $x = \frac{2}{3}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{1} = 2$$

که حد مجموع جملات یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول $a_1 = \frac{2}{3}$ و قدرنسبت $q = \frac{2}{3}$ است، پس:

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \left(\frac{1}{\cos x} - 1 \right)}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\left(\frac{\sin x}{x} \right)}_1 \underbrace{\left(\frac{1}{\cos x} \right)}_1 \underbrace{\left(\frac{1 - \cos x}{x^2} \right)}_{\frac{1}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{r \sin^2 \frac{x}{r}}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} r \left(\frac{\frac{x}{r}}{\frac{x}{r}} \right)^2 \times \frac{1}{2} = r(1)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{r}{2}$$

راه حل دیگر: همان‌طور که می‌دانید توابع $\sin x$ و $\tan x$ در نقطه‌ی $x = 0$ هم‌ارزند با:

$$\begin{cases} \sin x \approx x - \frac{x^3}{6} \\ \tan x \approx x + \frac{x^3}{3} \end{cases}$$

پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^3}{3} + \frac{x^3}{6}}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{x^3}{2}}{x^3} = \frac{1}{2}$$

۱۱۶- گزینه ۴ پاسخ است.

چون خط $y = x + 2$ بجانب مایل منحنی تابع $f(x) = (x-2)\sqrt{\frac{x+a}{x-1}}$ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - (x+2)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} ((x-2)(\sqrt{\frac{x+a}{x-1}} - 1) - 2) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} (x-2)(\frac{\sqrt{x+a} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}) = 2$$

صورت و مخرج عبارت سمت چپ را در $\sqrt{x+a} + \sqrt{x-1}$ ضرب می کنیم:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)(a+1)}{(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-1})\sqrt{x-1}} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+1)x}{2\sqrt{x} \times \sqrt{x}} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(a+1)x}{2x} = 2 \Rightarrow a+1 = 4 \Rightarrow a = 3$$

۱۱۷- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به تابع ضمنی $F(x, y) = y^3 + 3xy^2 - 3x^2y - 1 = 0$ ، مقدار y' در نقطه‌ی $(1, 1)$ برابر است با:

$$y' = -\frac{F'_x}{F'_y} = -\frac{3y^2 - 6xy}{3y^2 + 6xy - 3x^2} \xrightarrow{(1,1)} -\frac{3-6}{3+6-3} = 1$$

در نتیجه خط مماس در نقطه‌ی $(1, 1)$ با شیب ۱، خط $y = x$ است که از نواحی اول و سوم می گذرد.

۱۱۸- گزینه ۴ پاسخ است.

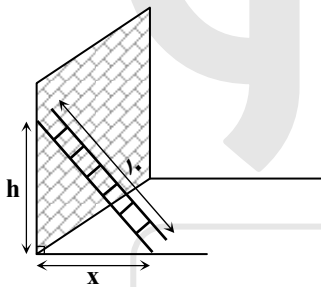
کافی است پیوستگی و مشتق پذیری را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنیم:

$$1) \text{ پیوستگی: } \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1 + a \cos \pi = b + 1 \Rightarrow 1 - a = b + 1 \Rightarrow a = -b$$

$$2) \text{ مشتق پذیری: } f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow -a\pi \sin \pi x|_{x=1} = 2bx + 1|_{x=1}$$

$$\Rightarrow -a\pi \sin \pi = 2b + 1 \Rightarrow 2b + 1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ است.



طبق قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث هاشور خورده داریم:

$$h^2 + x^2 = 100 \quad (*)$$

چون انتهای نردبان با سرعت $0 / 5 (\frac{m}{s})$ به زمین نزدیک می شود، پس:

$$h'_t = -0 / 5 (\frac{m}{s})$$

وقتی $x = 6(m)$ باشد، آن گاه $h = 8(m)$ است. حال از رابطه‌ی $(*)$ نسبت به زمان مشتق می گیریم:

$$2h \cdot h'_t + 2x \cdot x'_t = 0 \Rightarrow 2(8)(-0 / 5) + 2(6)(x'_t) = 0 \Rightarrow x'_t = \frac{4}{3} = \frac{4}{3} (\frac{m}{s})$$

۱۲۰- گزینه ۱ پاسخ است.

از تابع f مشتق می گیریم:

$$f'(x) = -fa \sin 4x + 2b \cos 2x \quad (*)$$

با توجه به نمودار، مقدار مشتق در $x = \frac{\pi}{12}$ برابر صفر است:

$$f'(\frac{\pi}{12}) = -fa \sin \frac{\pi}{3} + 2b \cos \frac{\pi}{6} = 0 \Rightarrow -fa(\frac{\sqrt{3}}{2}) + 2b(\frac{\sqrt{3}}{2}) = 0 \Rightarrow \sqrt{3}(-2a + b) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{b = 2a} \xrightarrow{(*)} f'(x) = -fa \sin 4x + fa \cos 2x$$

حال برای یافتن طول نقاط اکسترمم نسبی، مشتق تابع f را برابر صفر قرار می دهیم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \sin 4x = \cos 2x \Rightarrow 2 \sin 2x \cos 2x = \cos 2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 2x = 0 \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{12}, x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

با توجه به نمودار، تابع در اولین اکسترمم نسبی با طول منفی برابر ۳- است. طول این اکسترمم به مجموعه جواب های به دست آمده

پس: $x = -\frac{\pi}{4}$ است.

$$f(-\frac{\pi}{4}) = -3 \Rightarrow a \cos(-\pi) + b \sin(-\frac{\pi}{2}) = -3 \Rightarrow -a - b = -3 \xrightarrow{b=2a} -3a = -3 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 2(1) = 2$$

۱۲۱- گزینه ۴ پاسخ است.

ابتدا بازه های داده شده را مرتب می کنیم:

$$\frac{1}{13} < \frac{1}{12} < \frac{2}{23} < \frac{1}{11} < \frac{1}{10}$$

مشتق تابع $f(x) = x^3 - 12x + 1$ برابر $f'(x) = 3x^2 - 12$ می باشد که به ازای $0 < x < 2$ منفی است، یعنی این که تابع در بازه های فوق، نزولی است و حداکثر یک بار (آن هم در صورت وجود) محور x ها را قطع می کند. داریم:

$$f\left(\frac{1}{13}\right) = \frac{1}{13^3} - \frac{12}{13} + 1 = \frac{1}{13^3} + \frac{1}{13} > 0$$

$$f\left(\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{12^3} - \frac{12}{12} + 1 = \frac{1}{12^3} > 0$$

$$f\left(\frac{2}{23}\right) = \frac{8}{23^3} - \frac{24}{23} + 1 = \frac{8}{23^3} - \frac{1}{23} = \frac{8 - 23^2}{23^3} < 0$$

همان طور که می بینید $f\left(\frac{1}{13}\right) \cdot f\left(\frac{2}{23}\right) < 0$ ، پس بنابر قضیه ی مقدار میانی، تابع f در بازه ی $\left[\frac{1}{13}, \frac{2}{23}\right]$ محور x ها را قطع کرده و لذا کوچک ترین

ریشه ی مثبت $f(x) = 0$ در این بازه است.

۱۲۲- گزینه ۴ پاسخ است.

چون $n = 10$ و بازه ی $[0, 1]$ مورد نظر است، پس طول هر بازه $\Delta x = \frac{1}{10}$ خواهد بود. از طرفی می دانیم در هر بازه ی غیر تهی (هرچند کوچک) بی شمار عدد گنگ و بی شمار عدد گویا وجود دارد، پس در هر بازه $f(u_i) = 2$ و $f(l_i) = -3$ است. داریم:

$$U_{10}(f) - L_{10}(f) = \sum_{i=1}^{10} [f(u_i) - f(l_i)] \cdot \Delta x = \frac{1}{10} (10 \times 2 - 10 \times (-3)) = 5$$

۱۲۳- گزینه ۳ پاسخ است.

$$f(x) = \int_2^{2x} \frac{t+1}{t} dt \Rightarrow f'(x) = (2x)' \left(\frac{2x+1}{2x} \right) = 2 \left(\frac{2x+1}{2x} \right) = \frac{2x+1}{x}$$

شیب خط مماس بر نمودار تابع f در $x=1$ برابر $f'(1) = 3$ و در نتیجه شیب خط قائم برابر $m = -\frac{1}{f'(1)} = -\frac{1}{3}$ است.

هم چنین $f(1) = \int_2^2 \frac{t+1}{t} dt = 0$ ، پس معادله ی خط قائم بر تابع f در نقطه ی $(1, 0)$ به صورت زیر است:

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 1) \Rightarrow 3y = -x + 1 \Rightarrow 3y + x = 1$$

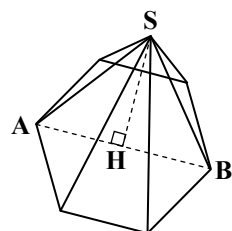
۱۲۴- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\int \sin x \left(1 + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \int \left(\sin x + \frac{\sin x}{\cos^2 x} \right) dx = -\cos x + \frac{1}{\cos x} + C$$

$$= \frac{f(x)}{\cos x} + C \Rightarrow f(x) = 1 - \cos^2 x = \sin^2 x$$

۱۲۵- گزینه ۴ پاسخ است.

مطابق شکل، از رأس هرم (نقطه ی S) بر مرکز شش ضلعی منتظم، عمود SH را وارد می کنیم. نقطه ی H وسط قطر بزرگ AB قرار دارد. با توجه به فرض، طول ضلع شش ضلعی برابر $a = 1$ است، پس:



$$AB = 2a = 2 \Rightarrow AH = \frac{1}{2} AB = 1$$

$$\triangle SAH: \text{ فیثاغورس در } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

حجم این هرم برابر است با:

$$V = \frac{1}{3} \times SH \times \text{مساحت شش ضلعی} = \frac{1}{3} (\sqrt{3}) \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 \right) \Rightarrow V = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۲۶- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\triangle BCD : BD = 8, DC = 10 \xrightarrow{\text{فیشاغورس}} BC = \sqrt{100 - 64} = 6$$

هم چنین در مثلث BCD داریم:

$$BC^2 = CH \cdot CD \Rightarrow CH = \frac{6^2}{10} = 3/5$$

چنان چه ارتفاع AH' را نیز رسم کنیم، داریم:

$$DH' = CH = 3/5 \Rightarrow AB = HH' = 10 - 2 \times 3/5 = 16/5$$

۱۲۷- گزینه ۴ پاسخ است.

طول ضلع شش ضلعی را a در نظر می گیریم. همان طور که می بینید، طول اضلاع مستطیل با طول قطرهای بزرگ و کوچک شش ضلعی برابر است. بنابراین نسبت محیط شش ضلعی به محیط مستطیل برابر است با:

$$\frac{6a}{2a(2+\sqrt{3})} = \frac{3}{2+\sqrt{3}} \times \frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{3(2-\sqrt{3})}{4-3} = 3(2-\sqrt{3})$$

۱۲۸- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به فرض مسئله، دو صفحه ی مورد نظر به فاصله ی ۶ واحد از هم قرار دارند. مکان هندسی نقاطی که از این دو صفحه به یک فاصله باشند صفحه ای مانند Q موازی آن دو صفحه و به فاصله ی ۳ از آن هاست. هم چنین مکان هندسی نقاطی از فضا که به فاصله ی ۱۰ از نقطه ی P قرار دارند، کره ای به مرکز P و شعاع ۱۰ است. با توجه به شکل پایین از تقاطع صفحه ی Q با این کره یک دایره به دست می آید.

اگر AB قطر و H مرکز این دایره باشد، آن گاه در مثلث قائم الزاویه ی PAH داریم:

$$PA = 10, PH = 5 + 3 = 8 \xrightarrow{\text{فیشاغورس}} AH = \sqrt{PA^2 - PH^2} = 6$$

پس مکان هندسی مورد نظر، دایره ای به شعاع ۶ است.

۱۲۹- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به فرض، مثلث ABC متساوی الساقین است، پس $\hat{B} = \hat{C}$. داریم:

$$\begin{cases} B = \frac{\widehat{AD}}{2} \text{ (زاویه ی محاطی)} \\ \hat{C} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{AD}}{2} \end{cases} \xrightarrow{\hat{B}=\hat{C}} \widehat{AB} = 2\widehat{AD} \quad (*)$$

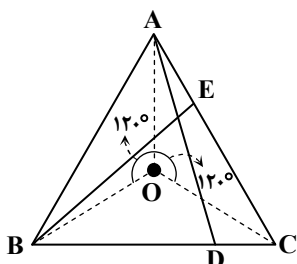
کمان DMB برابر 222° است، پس:

$$\widehat{BAD} = 360^\circ - 222^\circ = 138^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AD} = 138^\circ \xrightarrow{(*)} 2\widehat{AD} = 138^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 69^\circ \Rightarrow \hat{C} = \hat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} = 34.5^\circ$$

۱۳۰- گزینه ۲ پاسخ است.

اولاً $OA = OB = OC$ ، ثانیاً $\angle AOB = \angle AOC$ ، پس می توان نتیجه گرفت که نقاط A و B به ترتیب دوران یافته ی نقاط C و A نسبت به نقطه ی O و زاویه ی 120° هستند، یعنی پاره خط AB دوران یافته ی پاره خط CA نسبت به نقطه ی O و زاویه ی 120° است. چون دو مثلث ABE و CAD همنهشت بوده و جهت آن ها یکی است، می توان نتیجه گرفت که دوران یافته ی هم نسبت به نقطه ی O و زاویه ی 120° هستند و لذا $OE = OD$ و $\angle EOD = 120^\circ$.



۱۳۱- گزینه ۲ پاسخ است.

ضابطه‌ی دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه‌ی 90° به صورت $R(x, y) = (-y, x)$ است، داریم:

$$R(x, y) = (x', y') \Rightarrow \begin{cases} -y = x' \Rightarrow y = -x' \\ x = y' \end{cases}$$

جایگذاری در معادله‌ی خط

$$\rightarrow 2(-x') - y' = 5 \Rightarrow 2x' + y' = -5 \quad (*)$$

در بین گزینه‌ها، تنها نقطه‌ی $(-3, 1)$ روی خط $(*)$ قرار دارد.

۱۳۲- گزینه ۲ و ۴ پاسخ است.

چون صفحه‌ی گذرا از d (صفحه‌ی Q) غیرموازی با صفحه‌ی P است، پس حتماً با آن متقاطع است. اگر Δ

فصل مشترک صفحات P و Q باشد، طبق یکی از قضایای کتاب درسی، چون $d \parallel P$ ، لذا صفحه‌ی Q که از d

گذشته و با صفحه‌ی P متقاطع است، P را در یک خط موازی d قطع می‌کند، پس $d \parallel \Delta$ ، یعنی گزینه‌ی (۴)

درست است.

با توجه به شکل رسم شده، صفحه‌ی Q می‌تواند عمود بر P نیز باشد، یعنی گزینه‌ی (۲) هم درست است.

۱۳۳- گزینه ۲ پاسخ است.

با توجه به رابطه‌ی داده شده داریم: $(a-c) \times b = a \times c \Rightarrow a \times b - c \times b - a \times c = 0 \Rightarrow a \times b + b \times c + c \times a = 0 \quad (*)$

با توجه به تمرین ۹ صفحه‌ی ۳۳ کتاب درسی هندسه تحلیلی، از رابطه‌ی $(*)$ نتیجه می‌شود که سه بردار a ، b و c هم صفحه‌اند، یا به عبارت

دیگر $a \cdot (b \times c) = 0$.

برای اثبات این مطلب، کافی است طرفین رابطه‌ی $(*)$ را از سمت چپ در بردار a ضرب داخلی کنیم:

$$a \cdot (a \times b + b \times c + c \times a) = a \cdot 0 \Rightarrow \underbrace{a \cdot (a \times b)}_0 + \underbrace{a \cdot (b \times c)}_0 + \underbrace{a \cdot (c \times a)}_0 = 0 \Rightarrow a \cdot (b \times c) = 0 \Rightarrow \text{سه بردار هم صفحه‌اند.}$$

۱۳۴- گزینه ۲ پاسخ است.

نقاط $A = (1, 1, 0)$ و $B = (1, 0, 1)$ به ترتیب روی نیمساز ناحیه‌ی اول صفحات xy و xz قرار دارند،

هم‌چنین دو نیمساز مذکور شامل مبدأ نیز هستند. پس صفحه‌ی موردنظر (صفحه‌ی P) از سه نقطه‌ی

O ، A و B می‌گذرد، داریم:

$$P \text{ بردار نرمال صفحه‌ی } P: \vec{n}_P = \overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OA} = (1, 0, 1) \times (1, 1, 0) = (-1, 1, 1)$$

معادله‌ی صفحه‌ی P که از مبدأ نیز می‌گذرد، عبارت است از $-x + y + z = 0$ یا $x - y - z = 0$.

۱۳۵- گزینه ۲ پاسخ است.

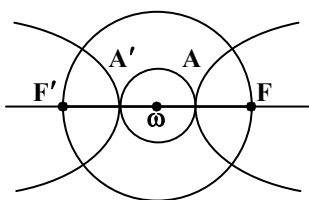
طبق فرض $u_\Delta = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ و $(0, 0, 0) \in \Delta$ ، پس فاصله‌ی نقطه‌ی $A = (1, 0, \sqrt{2})$ از خط Δ برابر است با:

$$h = \frac{|\overrightarrow{OA} \times u_\Delta|}{|u_\Delta|} = \frac{|(1, 0, \sqrt{2}) \times (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{2}}{2})|}{1}$$

$$\Rightarrow h = \left| \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}, \frac{1}{2} \right) \right| = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + (\sqrt{2})^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2} = \sqrt{\frac{11}{4}} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

۱۳۶- گزینه ۴ پاسخ است.

ابتدا معادله‌ی هذلولی را استاندارد می‌کنیم:



$$9x^2 - 4y^2 - 18x - 8y = 31 \Rightarrow 9(x^2 - 2x) - 4(y^2 + 2y) = 31$$

$$\Rightarrow 9(x-1)^2 - 4(y+1)^2 + 4 = 31 \Rightarrow 9(x-1)^2 - 4(y+1)^2 = 27$$

$$\xrightarrow{\div 27} \frac{(x-1)^2}{3} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 3 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 12$$

مطابق شکل، دو دایره‌ی موردنظر، هم‌مرکز (به مرکز هذلولی) بوده و شعاع‌های آن‌ها $r = a = 2$ و

$R = c = \sqrt{12}$ است، در نتیجه مساحت بین این دو دایره برابر است با:

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(12 - 4) = 8\pi$$

۱۳۷- گزینه ۲ پاسخ است.

مطابق فرض، $F = (1, 2)$ ، کانون و $\Delta: x = -3$ خط هادی سهمی است، پس این سهمی افقی است و داریم:

$$\begin{cases} 2a = x_F - x_\Delta \\ S = \left(\frac{x_F + x_\Delta}{2}, y_F \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ S(-1, 2) \end{cases}$$

$$(y - y_s)^2 = 4a(x - x_s) \Rightarrow (y - 2)^2 = 8(x + 1) \quad (*)$$

$$y = 0 \xrightarrow{(*)} 4 = 8(x + 1) \Rightarrow x + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

معادله‌ی این سهمی عبارت است از:

محور xها را با نمودار این سهمی تلاقی می‌دهیم:

۱۳۸- گزینه ۳ پاسخ است.

دترمینان ماتریس A را حول سطر اول بسط می‌دهیم:

$$|A| = 20 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & m & -2 \\ a & b & c \\ a' & b' & c' \end{vmatrix} = 1 \times A_{11} + m \times A_{12} - 2 \times A_{13} = 10 + 5m + 20 = 20 \Rightarrow 5m = -10 \Rightarrow m = -2$$

۱۳۹- گزینه ۱ پاسخ است.

$$A = R_{\pi/6}$$

A ماتریس دوران به زاویه‌ی $\frac{\pi}{3}$ حول مبدأ است، یعنی:

از طرفی $|P| \neq 0$ ، پس P وارون پذیر است و داریم:

$$\begin{aligned} (P^{-1}AP)^6 &= P^{-1}APP^{-1}APP^{-1}AP \dots P^{-1}AP = P^{-1}A^6P = P^{-1}(R_{\pi/6})^6P = P^{-1}.R_{\pi}.P \\ &= P^{-1}.R_{\pi/6 \times 6}.P = P^{-1}.I.P = P^{-1}.P = I \end{aligned}$$

دترمینان ماتریس همانی I برابر است با یک.

۱۴۰- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به شکل، فصل مشترک های دو به دوی سه صفحه‌ی متناظر با سه معادله‌ی دستگاه با هم موازی‌اند، یعنی دستگاه فاقد جواب است. پس اولاً دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه برابر صفر است و ثانیاً هیچ یک از معادلات، ترکیب خطی از دو معادله‌ی دیگر نیست، چون در غیر این صورت، سه صفحه یک فصل مشترک یکسان خواهند داشت که تناقض است.

۱۴۱- گزینه ۴ پاسخ است.

چون واریانس این ۱۱ داده صفر است، پس تمام داده‌ها با هم برابرند. $x_1 = x_2 = \dots = x_{11}$ ، با توجه به فرض، با افزودن سه داده‌ی ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به داده‌های قبلی، میانگین تغییر نمی‌کند، پس:

$$\frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{11} = \frac{x_1 + \dots + x_{11} + 24 + 16 + 26}{14} \Rightarrow 14 \sum_{i=1}^{11} x_i = 11 \sum_{i=1}^{11} x_i + 11 \times 66 \Rightarrow 3 \sum_{i=1}^{11} x_i = 11 \times 66 \Rightarrow x_1 = \dots = x_{11} = 22$$

میانگین ۱۴ داده‌ی حاصل با میانگین ۱۱ داده‌ی اولیه برابر است، یعنی $\bar{x} = 22$.

انحراف معیار ۱۴ داده‌ی آماری برابر است با:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{14} (x_i - \bar{x})^2}{14}} = \sqrt{\frac{(22-22)^2 + \dots + (22-22)^2 + (24-22)^2 + (16-22)^2 + (26-22)^2}{14}} \\ &\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{4 + 36 + 16}{14}} = \sqrt{\frac{56}{14}} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

۱۴۲- گزینه ۲ پاسخ است.

$$x = 100 - (17 + 20/5 + 22 + 18) = 22/5\%$$

مجموع درصدهای فراوانی نسبی دسته‌ها برابر ۱۰۰ است، پس:

فراوانی نسبی بازه‌ی $[25, 28)$ برابر است با:

$$\frac{x}{100} = \frac{22/5}{100} = \frac{45}{200} = \frac{9}{40}$$

می‌دانیم زاویه‌ی متناظر با یک دسته در نمودار دایره‌ای، برابر با حاصل ضرب فراوانی نسبی آن دسته در 360° است، پس زاویه‌ی متناظر با بازه‌ی

$$\alpha = \frac{9}{40} \times 360^\circ = 81^\circ$$

$[25, 28)$ که مرکز دسته‌ی آن $26/5$ است برابر خواهد بود با:

۱۴۳- گزینه ۳ پاسخ است.

$$1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^k - 1} < \frac{k}{2} \quad \text{فرض استقراء}$$

$$1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^k - 1} + \frac{1}{2^{k+1} - 1} < \frac{k+1}{2} \quad \text{حکم استقراء}$$

برای اثبات حکم استقراء به طرفین نامساوی فرض استقراء عبارت $\frac{1}{2^{k+1} - 1}$ را اضافه می‌کنیم:

$$1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^k - 1} + \frac{1}{2^{k+1} - 1} < \frac{k}{2} + \frac{1}{2^{k+1} - 1}$$

فرض

$$\xrightarrow{\text{می‌دانیم}} k \geq 2: \frac{1}{2^{k+1} - 1} < \frac{1}{2} \Rightarrow A < \frac{k}{2} + \frac{1}{2} = \frac{k+1}{2} \quad (\text{حکم استقراء اثبات شد}).$$

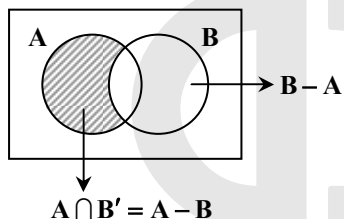
$$\frac{1}{2^{k+1} - 1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2 < 2^{k+1} - 1 \Leftrightarrow 2^{k+1} > 3$$

پس نامساوی بدیهی در روند اثبات عبارت است از:

۱۴۴- گزینه ۴ پاسخ است.

می‌دانیم $A \cap B' = A - B$: در نمودار ون روبه‌رو دو مجموعه‌ی $A - B$ و $B - A$ اشتراکی

ندارند، داریم:



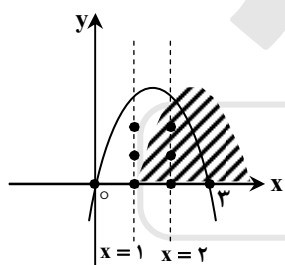
$$(A \cap B') - (B - A) = (A - B) - (B - A) = A - B$$

فاقد اشتراک

۱۴۵- گزینه ۳ پاسخ است.

با رسم نمودار سهمی $y = 3x - x^2$ ، ناحیه‌ی هاشور خورده، مربوط به نمودار رابطه‌ی S است.

با توجه به شکل، ۸ نقطه از S با $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ مشترک است:



$$\begin{aligned} x=0: 0 \leq y \leq 3 \times 0 - 0^2 &\Rightarrow y=0 \\ x=1: 0 \leq y \leq 3 - 1 = 2 &\Rightarrow y=0, 1, 2 \\ x=2: 0 \leq y \leq 6 - 4 = 2 &\Rightarrow y=0, 1, 2 \\ x=3: 0 \leq y \leq 9 - 9 = 0 &\Rightarrow y=0 \end{aligned}$$

۱۴۶- گزینه ۳ پاسخ است.

این رابطه، هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و تریایی را دارد، پس هم‌ارزی است. (خودتان بررسی کنید).

اگر ضابطه را به صورت $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a - b = c - d$ بازنویسی کنیم، آن‌گاه کلاس هم‌ارزی (a, b) عبارت است از:

$$\{(x, y) | x - y = a - b\}$$

پس تعداد کلاس‌های هم‌ارزی با تعداد مقادیر ممکن برای $a - b$ برابر است.

چون $(a, b) \in A \times B$ پس $a \in A$ و $b \in B$ ، در نتیجه:

$$1 - 4 \leq a - b \leq 6 - 1 \Rightarrow -3 \leq a - b \leq 5 \Rightarrow a - b = \underbrace{-3, -2, \dots, 4, 5}_{\text{مقدار ۹}}$$

پس رابطه‌ی R ، مجموعه‌ی $A \times B$ را به ۹ کلاس هم‌ارزی افراز می‌کند.

۱۴۷- گزینه ۳ پاسخ است.

احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{\binom{5}{3} \binom{7}{2}}{\binom{12}{5}} = \frac{10 \times 21}{11 \times 72} = \frac{35}{11 \times 12} = \frac{35}{132}$$

$$\binom{12}{5} = \frac{12!}{5! \times 7!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 11 \times 72$$

۱۴۸- گزینه ۱ پاسخ است.

می دانیم که:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$

اگر $A \subset B$ باشد آن گاه:

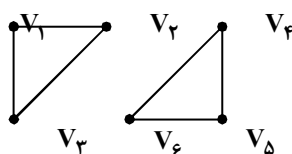
$$A \cap B = A \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)$$

در نتیجه حکم برقرار می شود.

۱۴۹- گزینه ۲ پاسخ است.

در ماتریس مجاورت گراف ساده:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



اولاً درایه های روی قطر اصلی همگی صفرند، پس $a = 0$.

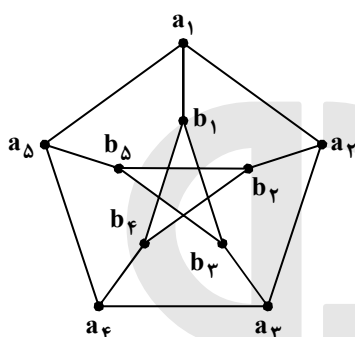
ثانیاً درایه ها نسبت به قطر اصلی متقارن اند، پس $b = 1$.

در این صورت نمودار گراف G به صورت روبه رو خواهد بود که با

توجه به گزینه ها ناهمبند است.

۱۵۰- گزینه ۴ پاسخ است.

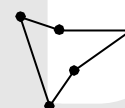
گراف فوق ۱۲ دور به طول ۵ به صورت زیر دارد:



الف) ۵ دور به صورت $a_1 a_2 b_2 b_5 a_5 a_1$ مانند



ب) ۵ دور به صورت $a_5 b_5 b_2 b_4 a_4 a_5$ مانند



ج) ۲ دور $a_1 a_2 a_4 a_5 a_6 a_1$ و $b_1 b_2 b_5 b_4 b_3 b_1$ مانند

۱۵۱- گزینه ۱ پاسخ است.

عدد ۳ مقسوم علیه مشترک $11n + 2$ و $7n + 5$ است، پس:

$$\begin{cases} 3 \mid 11n + 2 \xrightarrow{\times 7} 3 \mid 77n + 14 \\ 3 \mid 7n + 5 \xrightarrow{\times 11} 3 \mid 77n + 55 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 3 \mid 41 \text{ (تناقض)}$$

پس هیچ عدد طبیعی n وجود ندارد.

۱۵۲- گزینه ۱ پاسخ است.

اولاً، در نمودار گراف، هم یال دوطرفه و هم یال یک طرفه وجود دارد، پس رابطه ی متناظر نه متقارن و نه پادمتقارن است.

ثانیاً، تمام طوقه های گراف، رسم شده، پس رابطه خاصیت بازتابی دارد و $M \gg I_n$.

ثالثاً، با کمی دقت در نمودار متوجه می شویم که خاصیت ترایی هم برقرار است و در نتیجه $M^{(2)} \ll M$.

۱۵۳- گزینه ۲ پاسخ است.

فرض می کنیم $S = \{n \in \mathbb{N} : 150 < n < 500\}$ و همچنین A و B را به ترتیب مجموعه ی اعضای S که مضرب ۷ و ۱۱ هستند، در نظر

می گیریم:

$$|S| = 499 - 150 = 349$$

$$|A| = \left\lfloor \frac{499}{7} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{150}{7} \right\rfloor = 71 - 21 = 50$$

$$|B| = \left\lfloor \frac{499}{11} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{150}{11} \right\rfloor = 45 - 13 = 32$$

$$|A \cap B| = \left\lfloor \frac{499}{77} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{150}{77} \right\rfloor = 6 - 1 = 5$$

تعداد اعضای موردنظر برابر است با:

$$|A' \cap B'| = |(A \cup B)'| = |S| - |A \cup B| = 349 - (50 + 32 - 5) = 349 - 77 = 272$$

۱۵۴- گزینه ۳ پاسخ است.

چون $[231, a] = 231 \times a$ پس $(231, a) = 1$.

طبق تابع فی اوپلر، تعداد اعداد طبیعی a که کوچکتر از ۲۳۱ بوده و نسبت به $231 = 3 \times 7 \times 11$ اول هستند، برابر است با:

$$\phi(231) = 231 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) \left(1 - \frac{1}{11}\right) = 231 \times \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} \times \frac{10}{11} = 120.$$

۱۵۵- گزینه ۳ پاسخ است.

چون می‌دانیم که برآمد عددی زوج است، پس فضای نمونه‌ای جدید به صورت $S = \{2, 4, 6\}$ است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{3}$$

احتمال این که پیشامد $A = \{4, 6\}$ اتفاق بیفتد برابر است با:

فیزیک

۱۵۶- گزینه ۳ پاسخ است.

بر آیند سه بردار برابر صفر است و اندازه‌ی هر کدام برابر ۲۰ نیوتون می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{F}_3$$

$$\Rightarrow \underbrace{|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|}_{-\vec{F}_3} = |-2\vec{F}_3| = 2 \times 20 = 40 \text{ N}$$

محاسبه‌ی اندازه‌ی بردار موردنظر طراح

۱۵۷- گزینه ۴ پاسخ است.

با در دست داشتن معادله‌ی سرعت-زمان یک متحرک، برای تعیین نوع حرکت کافی است

نمودار سرعت-زمان آن را رسم کنیم:

همان گونه که در نمودار روبه‌رو مشاهده می‌کنید، متحرک در ابتدا (۵ ثانیه‌ی اول حرکت) در

جهت محور x حرکت کرده ($V > 0$) و سپس در خلاف جهت محور x ($V < 0$) حرکت

می‌کند و در نتیجه گزینه‌ی ۴ صحیح است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های ۱ و ۳: معادله‌ی شتاب متحرک به صورت $a = -16t$ بوده و همان طور که مشاهده می‌کنید اندازه‌ی آن در حال افزایش است و شتاب

تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینه‌ی ۲: با دقت در نمودار سرعت-زمان، مشخص است که در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت $|V|$ در حال کاهش بوده و حرکت کندشونده است.

۱۵۸- گزینه ۳ پاسخ است.

با در دست داشتن معادله‌ی مکان متحرک، برای یافتن سرعت اولیه کافی است با یک بار مشتق‌گیری معادله‌ی سرعت را به دست آورده و به جای t

عدد صفر را قرار دهیم:

$$\vec{r} = (2t^2 + 8t)\vec{i} + (6t)\vec{j} \xrightarrow{\text{مشتق}} \text{معادله‌ی سرعت: } \vec{V} = (4t + 8)\vec{i} + 6\vec{j} \xrightarrow{t=0} \vec{V}_0 = 8\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$\text{اندازه‌ی سرعت اولیه: } |\vec{V}_0| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۱۵۹- گزینه ۱ پاسخ است.

(۱) گلوله‌ی اول یک ثانیه پس از پرتاب، ۱۵ متر بالا رفته ($V_0 - \frac{g}{2}$) و سرعت آن از $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

کاهش می‌یابد. شکل روبه‌رو وضعیت گلوله‌ها را در یک ثانیه بعد از پرتاب گلوله‌ی اول نشان

می‌دهد:

(۲) همان گونه که در شکل مشاهده می‌کنید در لحظه‌ی $t = 1\text{s}$ فاصله‌ی گلوله‌ها از ۳۵ m به ۲۰ m

رسیده است و در صورتی که از این لحظه حرکت نسبی آن‌ها را بررسی کنیم داریم:

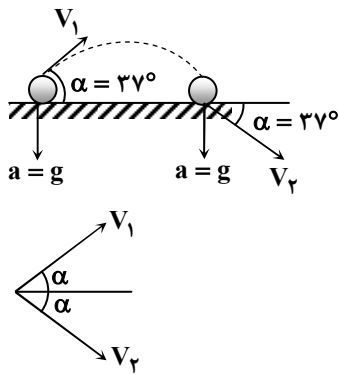
$$\Delta y = 20 \text{ m} \quad \text{فاصله‌ی نسبی گلوله‌ها} \quad V_{\text{نسبی}} = 10 + 10 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \text{گلوله‌ها در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند.}$$

$$t' = \frac{\Delta y}{V_{\text{نسبی}}} = \frac{20}{20} = 1\text{s} \quad \text{زمان به هم رسیدن}$$

(۳) گلوله‌ها یک ثانیه بعد از پرتاب گلوله‌ی دوم به یکدیگر برخورد می‌کنند، بنابراین کل زمان حرکت گلوله‌ی اول برابر ۲ ثانیه بوده و سرعت آن در

$$t = 2\text{s} \quad \text{لحظه‌ی } t = 2\text{s} \text{ برابر است با: } V = -gt + V_0 = -10t + 20 \xrightarrow{t=2\text{s}} V = 0$$

لحظه‌ی $t = 2\text{s}$ برابر است با:



۱۶۰- گزینه ۳ پاسخ است.

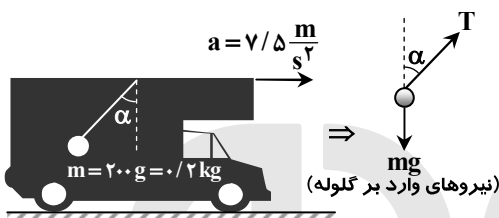
راه حل اول: می‌دانیم در صورتی که در شرایط خلأ یک گلوله را با زاویه‌ی α نسبت به افق و از سطح زمین پرتاب کنیم، هنگامی که گلوله مجدداً به زمین برخورد می‌کند، زاویه‌اش با راستای افق برابر α است با توجه به شکل روبه‌رو داریم:

روش دوم: می‌دانیم جهت شتاب وارد بر گلوله (شتاب گرانشی) همواره ثابت است، بنابراین اختلاف زاویه‌ی بین سرعت و شتاب در حالت اول و دوم برابر میزان تغییر جهت بردار سرعت در طول حرکت است. بنابراین با توجه به شکل روبه‌رو داریم:

۱۶۱- گزینه ۲ پاسخ است.

وزنه به همراه اتومبیل با شتاب $\frac{m}{s} \frac{v}{5}$ در راستای افق حرکت می‌کند. بنابراین می‌توان گفت در مجموع دو نیروی خالص به وزنه وارد می‌شود،

یکی نیروی وزن در راستای عمودی و دیگری نیروی کشش نخ که باعث شتاب افقی وزنه است. (نیروهای وارد بر گلوله)



$$\begin{cases} \sum F_x = ma \Rightarrow T \sin \alpha = ma \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \text{طرفین دو رابطه را تقسیم کنیم}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{a}{g}$$

$$\tan \alpha = \frac{v/5}{10} = \frac{3}{4} \rightarrow \alpha = 37^\circ$$

$$T \cos \alpha = mg \Rightarrow T \times 0.8 = 0.2 \times 10 \rightarrow T = 2.5 \text{ N}$$

۱۶۲- گزینه ۴ پاسخ است.

با توجه به رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ ، برای مقایسه‌ی انرژی جنبشی دو ماهواره کافی است رابطه‌ی بین سرعت ماهواره‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^2$$

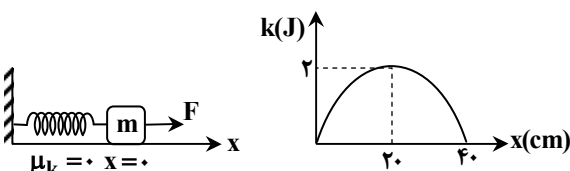
از طرفی می‌دانیم سرعت یک ماهواره با جذر فاصله‌ی آن از مرکز زمین رابطه‌ی معکوس دارد.

$$(V = \sqrt{\frac{GM_e}{r}} \Rightarrow V \propto \frac{1}{\sqrt{r}}) \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^2 = \frac{r_B}{r_A}$$

$$\begin{cases} \text{فاصله‌ی ماهواره‌ی A از مرکز زمین: } r_A = R_e + h_A = 6370 + 6370 = 2 \times 6370 \text{ km} \\ \text{فاصله‌ی ماهواره‌ی B از مرکز زمین: } r_B = R_e + h_B = 6370 + 12740 = 3 \times 6370 \text{ km} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{2m_A} \times \left(\frac{3 \times 6370}{2 \times 6370} \right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{9}{8}$$

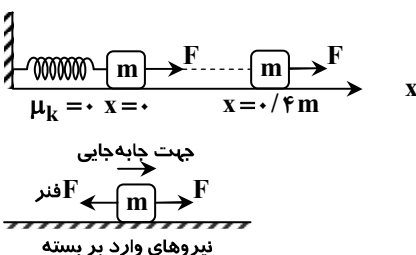
۱۶۳- گزینه ۱ پاسخ است.



تذکر: اگر تغییر طول یک فنر از صفر به ΔL برسد، مقدار کار انجام شده برابر انرژی ذخیره شده در فنر بوده و از رابطه $\frac{1}{2} K (\Delta L)^2$ به دست می‌آید.

برای حل این سؤال نیاز است دو بار از قضیه‌ی کار و انرژی استفاده کنیم. به همین منظور داریم:

۱- در $x = 0$ و $x = 40 \text{ cm}$ ، انرژی جنبشی بسته صفر بوده و در نتیجه کار برآیند نیروهای وارد بر آن بین این دو نقطه صفر است.



$$K_2 - K_1 = 0 + \frac{1}{2} F + (-0.8k) \xrightarrow{K_2 = K_1 = 0} F = 0.2k$$

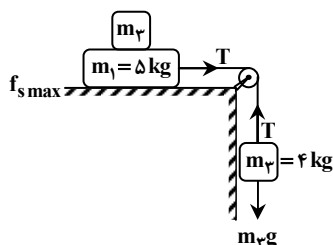
بنابراین نیروی F برابر است با:

۲- در $x=0$ و $x=20\text{cm}$ ، انرژی جنبشی بسته به ترتیب صفر و 2J بوده و در نتیجه کار برآیند نیروهای وارد بر آن 2J است و داریم:

$$\begin{cases} \text{کار نیروی } F = Fd \cos \alpha = 0/2 F \xrightarrow{F=2k} W_F = 0/4k \\ \text{کار نیروی فنر} = -\frac{1}{2}k(\Delta L)^2 = -\frac{1}{2} \times k \times (0/2)^2 = -0/2k \end{cases}$$

$$K_F - K_1 = 0/4k + (-0/2k) = 2 \rightarrow \text{ثابت فنر } k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$F \text{ محاسبه ی نیروی } \Rightarrow F = 0/2k = 20\text{N}$$



در شکل روبه‌رو فرض کنیم M_F کمترین وزنه‌ای است که باعث می‌شود مجموعه به حرکت در نیاید. در این صورت مجموعه در آستانه‌ی حرکت قرار داشته و داریم:

$$\begin{aligned} \sum F = 0 &\Rightarrow M_F g - (M_1 + M_2) g \mu_s = 0 \\ &\Rightarrow 4 \times 10 - (5 + M_F) \times 10 \times 0/5 = 0 \Rightarrow M_F = 3\text{kg} \end{aligned}$$

۱۶۴- گزینه ۲ پاسخ است.

۱۶۵- گزینه ۲ پاسخ است.

انرژی جنبشی جسم در حالت دوم ۹ برابر شده است، با توجه به رابطه‌ی $K = \frac{1}{2}mv^2$ به سادگی می‌توان نتیجه گرفت که سرعت جسم در

حالت دوم ۳ برابر شده و به $30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ رسیده است (چرا؟).

$$m = 4\text{kg}, \quad V_F = 3V_1 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow P_F - P_1 = ?$$

$$\text{تکانه در دو حالت: } \begin{cases} P_1 = mV_1 = 4 \times 10 = 40 \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ P_F = mV_F = 4 \times 30 = 120 \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

۱۶۶- گزینه ۴ پاسخ است.

برای حل این سؤال به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta L &= L_0 \alpha_{\text{خطی}} \Delta \theta \\ \frac{\Delta L}{L_0} &= 0/17\% \Rightarrow \Delta L = \frac{17}{10000} L_0 \Rightarrow \frac{17}{10000} L_0 = L_0 \alpha_{\text{خطی}} \times 100 \Rightarrow \alpha_{\text{خطی}} = 17 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}} \end{aligned}$$

$$\alpha_{\text{سطحی}} = 2\alpha_{\text{خطی}} \Rightarrow \Delta A = A_0 \alpha_{\text{سطحی}} \Delta \theta = A_0 \times [2 \times 17 \times 10^{-6}] \times 100 \Delta A = 0/0034 A_0$$

$$A_{\text{ثانویه}} = A_0 + \Delta A = A_0 + 0/0034 A_0 = 1/0034 A_0$$

توضیح بیشتر: می‌دانیم ضریب انبساط سطحی برای اجسام دو برابر ضریب انبساط خطی است، از این موضوع این گونه می‌توان نتیجه گرفت که در صورتی که در اثر مقدار معینی افزایش دما طول یک جسم x درصد افزایش یابد، درصد افزایش سطح جسمی از همان ماده تحت همان افزایش دما برابر $2x$ است. در این سؤال طول میله‌ی مسی با افزایش دمای 100°C ، $0/17$ درصد ($0/0017$ مقدار اولیه) افزایش یافته است، بنابراین افزایش سطح یک ورقه‌ی مسی تحت همان افزایش دما برابر $0/34$ درصد ($0/0034$ برابر مقدار اولیه) است و می‌توان نوشت:

$$A_{\text{ثانویه}} = A_0 + \Delta A = A_0 + 0/0034 A_0 = 1/0034 A_0$$

۱۶۷- گزینه ۱ پاسخ است.

دمای اولیه‌ی مس و آلومینیوم یکسان است. پس از وارد شدن این دو فلز به آب 100°C ، تعادل گرمایی برقرار شده و دمای آن‌ها برابر دمای تعادل (θ_e) می‌شود. بنابراین می‌توان گفت تغییر دمای آلومینیوم و مس یکسان است.

$$\Delta \theta_{\text{Al}} = \Delta \theta_{\text{Cu}} = \theta_e - 20$$

از طرفی طبق رابطه‌ی $Q = mc\Delta\theta$ و با توجه به این که گرمای ویژه‌ی آلومینیوم بیش تر از مس است، در طول این فرآیند فلز آلومینیوم مقدار بیش تری گرما جذب می‌کند.

۱۶۸- گزینه ۴ پاسخ است.

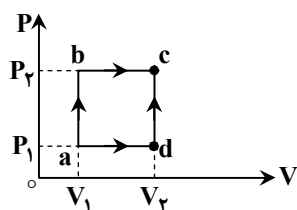
در فرآیند تراکم بی‌دررو، گاز بدون دریافت گرما کار جذب کرده و انرژی درونی‌اش افزایش می‌یابد و گزینه‌ی ۱ صحیح نمی‌باشد. از طرفی با توجه به این که فرآیند تراکم است حجم گاز کاهش یافته و می‌توان گفت:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR} \Rightarrow T_F = \frac{k}{2} T_1$$

کاهش دو برابر
↑ ↓
PV PV
↓ ↑
nR nR
افزایش می‌یابد ولی دو برابر نمی‌شود ثابت

$1 < k < 2$

۱۶۹- گزینه ۲ پاسخ است.



برای پاسخ به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

۱- با توجه به این که در مسیرهای abc و adc، نقطه‌ی آغاز و پایان یکسان است، بنابراین تغییر انرژی درونی در دو مسیر یکسان است.

$$\Delta U = \frac{3}{2}(P_c \cdot V_c - P_a \cdot V_a) \Rightarrow \Delta U_{abc} = \Delta U_{adc}$$

۲- در فرآیندهای ab و cd کار صفر است (زیرا فرآیند هم حجم است). و در فرآیندهای bc و ad که انبساط هم فشار هستند، کار انجام شده منفی است.

$$W_{abc} = W_{ab} + W_{bc} = 0 + (-P_2(V_2 - V_1)) = -P_2(V_2 - V_1)$$

$$W_{adc} = W_{ad} + W_{dc} = 0 + (-P_1(V_2 - V_1)) = -P_1(V_2 - V_1)$$

۳- گرمای داده شده در مسیر abc و adc بیشتر است، محاسبات زیر این موضوع را تأیید می‌کند (دقت شود که ΔU در دو مسیر یکسان است).

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow Q = \Delta U - W$$

$$\begin{cases} Q_{abc} = \Delta U + P_2(V_2 - V_1) \\ Q_{adc} = \Delta U + P_1(V_2 - V_1) \end{cases} \xrightarrow{P_2 > P_1} Q_{abc} > Q_{adc}$$

۱۷۰- گزینه ۲ پاسخ است.

با توجه به محاسبات زیر داریم:

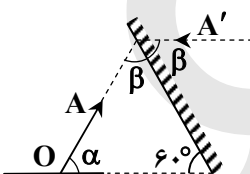
$$W = Pt = 1000 \times 3600 = 36 \times 10^5 \text{ J (محاسبه‌ی کار انجام شده در یک ساعت)}$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow Q_C = KW = \frac{2}{5} \times 36 \times 10^5 \text{ J} = 9 \times 10^5 \text{ J (محاسبه‌ی گرمای گرفته شده از داخل اتاق در یک ساعت)}$$

$$Q_H = Q_C + W = 9 \times 10^5 + 36 \times 10^5 = 126 \times 10^5 \text{ J} = 12.6 \text{ MJ}$$

۱۷۱- گزینه ۴ پاسخ است.

می‌دانیم در یک آینه‌ی تخت، زاویه‌ی بین جسم و آینه، با زاویه‌ی بین تصویر و آینه برابر است. توجه به شکل روبه‌رو داریم:



$$\begin{cases} \beta + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 45^\circ \\ \alpha + \beta + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75^\circ \end{cases}$$

۱۷۲- گزینه ۳ پاسخ است.

نکته: در یک آینه مقعر اگر جسم را در مقابل آینه جابه‌جا کنیم، هنگامی که بزرگ‌نمایی کوچک‌تر از یک باشد ($m < 1$)، سرعت تصویر

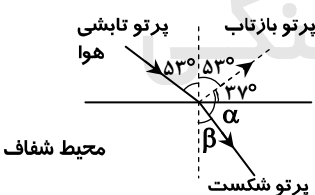
$$\Rightarrow \left| \frac{V_{\text{تصویر}}}{V_{\text{جسم}}} \right| = m^2$$

کوچک‌تر از سرعت جسم بوده و جابه‌جایی تصویر نیز کوچک‌تر از جسم است.

در یک آینه‌ی مقعر در صورتی که جسم در فاصله‌ی دورتر از مرکز باشد، تصویر آن حقیقی کوچک‌تر از جسم و در فاصله‌ی بین کانون و مرکز آینه تشکیل می‌شود. در این حالت $m < 1$ بوده و جابه‌جایی تصویر کوچک‌تر از جابه‌جایی جسم است.

۱۷۳- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به شکل روبه‌رو داریم:



$$\begin{aligned} \alpha + 37^\circ &= 90^\circ \Rightarrow \alpha = 53^\circ \\ \alpha + \beta &= 90^\circ \Rightarrow \beta = 37^\circ \end{aligned}$$

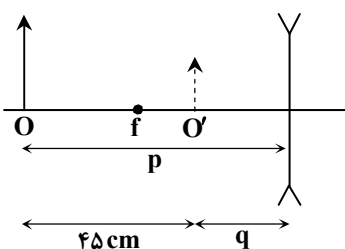
$$n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = n \times \sin 37^\circ \Rightarrow n = \frac{4}{3}$$

۱۷۴- گزینه ۱ پاسخ است.

در مسأله اشاره شده که طول جسم ۴ برابر طول تصویر ($m < 1$ یا $m = \frac{1}{4}$) بوده و تصویر مجازی است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت این

عدسی از نوع واگراست زیرا در عدسی همگرا تصویر مجازی و کوچک‌تر از جسم تشکیل نمی‌شود. با توجه به این موضوع، توان عدسی منفی

از طرفی با توجه به شکل روبه‌رو داریم:



$$\begin{cases} m = \frac{1}{4} = \frac{q}{p} \Rightarrow p = 4q \\ \Delta = p - q = 45 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 15 \text{ cm} \\ p = 60 \text{ cm} \end{cases}$$

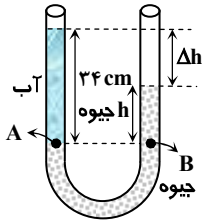
$$\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = -\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{60} - \frac{1}{15} = -\frac{1}{f} \Rightarrow f = 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m}$$

$$D = -\frac{1}{f} = -\frac{1}{0.2} = -5 \text{ D}$$

و توان عدسی برابر است با:

۱۷۵- گزینه ۴ پاسخ است.

فشار در نقاط A و B برابر است و می توان نوشت:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = \frac{34 \times 1}{13/6} = 2/5 \text{ cm}$$

بنابراین اختلاف ارتفاع جیوه در دو شاخه از لوله برابر است با:

$$\Delta h = h_{\text{آب}} - h_{\text{جیوه}} = 34 - 2/5 = 31/5 \text{ cm}$$

۱۷۶- گزینه ۳ پاسخ است.

برای اندازه گیری فشار خون و یا فشار هوای لاستیک اتومبیل ها، از فشار پیمانه ای استفاده می شود (یعنی برای محاسبه ی فشار کل باید فشار هوا را با آن جمع کرد). فشار پیمانه ای ۲۲۰ kPa معادل است با:

$$P = \rho gh_{\text{جیوه}} \rightarrow 220 \times 10^3 = 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 1/62 \text{ m} = 162 \text{ cmHg}$$

۱۷۷- گزینه ۱ پاسخ است.

با توجه به داده های مسأله داریم:

$$\rho_A = 1/5 \rho_B, (V_B = 500 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_B = 200 \text{ g}), (V_A = 200 \text{ cm}^3 \Rightarrow m_A = ?)$$

$$\text{چگالی: } \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{200}{500} = 0/4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \xrightarrow{\rho_A = 1/5 \rho_B} \rho_A = 0/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_A = 200 \text{ cm}^3 \Rightarrow \rho_A = \frac{m_A}{V_A} \Rightarrow m_A = \rho_A V_A = 0/6 \times 200 = 120 \text{ g}$$

۱۷۸- گزینه ۱ پاسخ است.

برای پاسخ گویی به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

۱- انرژی ذخیره شده در کل مدار برابر یک میلیژول (10^{-3} J) است. در صورتی که ظرفیت خازن معادل مدار برابر C_T باشد، داریم:

$$U = \frac{1}{2} C_T V^2 \Rightarrow 10^{-3} = \frac{1}{2} \times C_T \times 20^2 \Rightarrow C_T = 5 \times 10^{-6} \text{ F} = 5 \mu\text{F}$$

۲- خازن های C_3 و C_4 به صورت سری متصل شده اند و خازن معادل آن ها برابر است با:

$$C_{3,4} = \frac{8 \times 8}{8 + 8} = 4 \mu\text{F}$$

هم چنین برای دو خازن C_1 و C_2 می توان نوشت:

$$C_{1,2} = \frac{3C_2}{3+C_2}$$

۳- در نهایت خازن های $C_{1,2}$ و $C_{3,4}$ به صورت موازی متصل شده اند و ظرفیت معادل آن برابر است با:

$$C_T = C_{1,2} + C_{3,4} \Rightarrow 5 = 4 + \frac{3C_2}{3+C_2} \Rightarrow C_2 = 1/5 \mu\text{F}$$

۱۷۹- گزینه ۳ پاسخ است.

برای محاسبه ی میدان الکتریکی در مبدأ، یک بار مثبت فرضی در آن قرار می دهیم. میدان الکتریکی ناشی از بارهای q_1 و q_2 در مبدأ مختصات هم جهت و در راستای محور x می باشد، بنابراین میدان حاصل از آن ها با هم جمع می شود.

$$\vec{E}_x = \vec{E}_2 + \vec{E}_1 = \left(\frac{kq_2}{r_2^2} + \frac{kq_1}{r_1^2} \right) \vec{i} = 2 \left(\frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6}}{(0/1)^2} \right) \vec{i} = 7/2 \times 10^6 \vec{i}$$

همچنین میدان ناشی از بار q_3 در مبدأ مختصات در خلاف جهت محور y است و داریم:

$$\vec{E}_y = \left(\frac{kq_3}{r_3^2} \right) (-\vec{j}) = \left(\frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-6}}{(0/1)^2} \right) (-\vec{j}) = 5/4 \times 10^6 \vec{j}$$

بنابراین می توان نوشت:

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = (7/2 \vec{i} - 5/4 \vec{j}) \times 10^6$$

۱۸۰- گزینه ۳ پاسخ است.

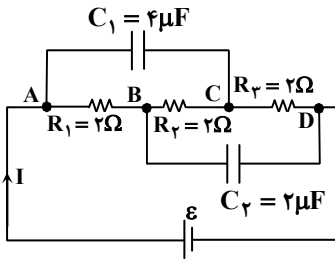
می‌دانیم تغییرات مقاومت یک رسانا در اثر افزایش دما، از رابطه $\Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta$ به دست می‌آید و داریم:

$$R = R_0 + \Delta R, \quad R_0 = 50 \Omega, \quad \Delta \theta = 100 - 20 = 80^\circ \text{C}, \quad \alpha = 4 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}, \quad \Delta R = R_0 \alpha \Delta \theta$$

$$R = 50 + (50 \times 4 \times 10^{-6} \times 80) = 51/6 \Omega$$

۱۸۱- گزینه ۳ پاسخ است.

پس از شارژ شدن خازن‌ها، جریان تنها از مقاومت‌ها عبور می‌کند در صورتی که این جریان را برابر I فرض کنیم، داریم:



$$\begin{cases} V_{AC} = (R_1 + R_2)I = 4I & \text{ولتاژ دو سر خازن } C_1 \\ V_{BD} = (R_3 + R_4)I = 4I & \text{ولتاژ دو سر خازن } C_2 \end{cases} \Rightarrow V_{C1} = V_{C2}$$

در ادامه برای مقایسه انرژی ذخیره شده در خازن‌ها از رابطه $U = \frac{1}{2} CV^2$ کمک گرفته و داریم:

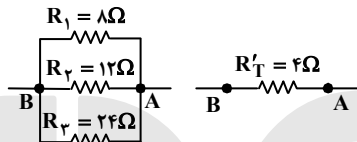
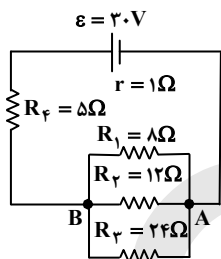
$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_1}{C_2} \times \left(\frac{V_{C1}}{V_{C2}} \right)^2 \xrightarrow{V_{C1} = V_{C2}} \frac{U_1}{U_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{4}{2} = 2$$

۱۸۲- گزینه ۱ پاسخ است.

برای محاسبه انرژی گرمایی تولید شده در مقاومت R_3 با

توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، ابتدا باید ولتاژ دو سر مقاومت R_3 را به دست آوریم.

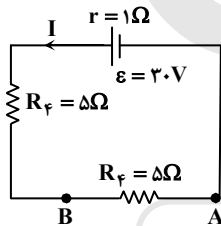
برای این منظور ابتدا مقاومت معادل R_1 ، R_2 و R_3 را محاسبه می‌کنیم.



$$\frac{1}{R'_T} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{R'_T} = \frac{3+2+1}{24} = \frac{1}{4} \Rightarrow R'_T = 4\Omega$$

مدار معادل به صورت روبه‌رو است:



$$I = \frac{\varepsilon}{R'_T + r}$$

$$I = \frac{30}{1+4+5} = 3A \Rightarrow V_{AB} = R'_T I = 4 \times 3 = 12V$$

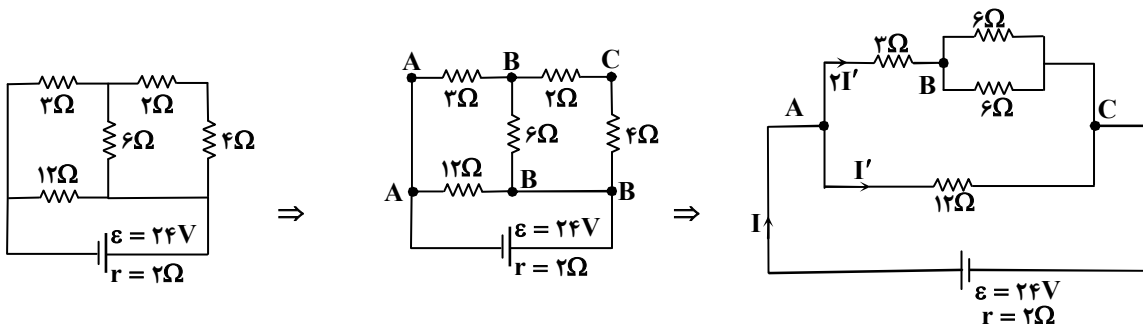
در این صورت توان مقاومت R_3 برابر است با:

$$P = \frac{V_{AB}^2}{R_3} = \frac{12^2}{24} = 6W \quad \text{توان}$$

$$Pt = 6 \times 100 = 600J \quad \text{گرماي توليد شده در ۱۰۰ ثانيه}$$

۱۸۳- گزینه ۲ پاسخ است.

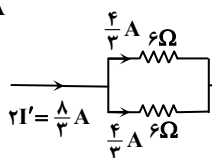
در مدار زیر باید دقت کنید که مقاومت‌های ۴ و ۲ اهمی سری بوده و با مقاومت ۶ اهمی موازی هستند. در شکل زیر برای درک بهتر، مدار را ساده‌تر کرده‌ایم:



$$R_T = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{24}{4 + 2} = 4A$$

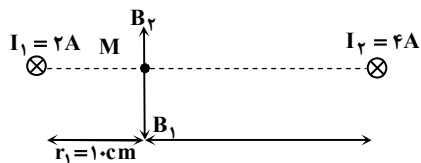
$$3I' = 4 \rightarrow I' = \frac{4}{3}A$$

جریان شاخه بالایی $\frac{4}{3}A$ است. $\Rightarrow$ شاخه‌ی بالایی



۱۸۴- گزینه ۲ پاسخ است.

ابتدا با استفاده از قاعده‌ی دست راست، جهت میدان‌های مغناطیسی ناشی از سیم‌های حاصل جریان درون سو را مشخص می‌کنیم:



$$\begin{cases} B_1 = \text{میدان ناشی از جریان } I_1 \\ B_2 = \text{میدان ناشی از جریان } I_2 \end{cases}$$

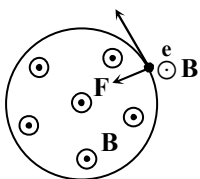
اندازه‌های میان‌های مغناطیسی B_1 و B_2 عبارتند از:

$$\begin{cases} B_1 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1}{r_1} = 2 \times 10^{-7} \times \frac{2}{0.1} = 2 \times (2 \times 10^{-7}) T \\ B_2 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_2}{r_2} = 2 \times 10^{-7} \times \frac{4}{0.3} \approx 13/3 \times (2 \times 10^{-7}) T \end{cases}$$

همان گونه که مشاهده می‌کنید، اندازه‌ی مغناطیسی B_1 بزرگتر از B_2 بوده و جهت میدان برآیند در جهت B_1 می‌باشد (به سمت پایین ↓).

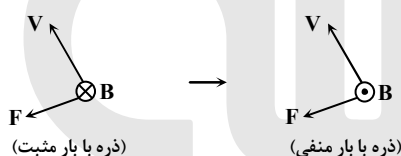
۱۸۵- گزینه ۲ پاسخ است.

می‌دانیم نیرویی که باعث دوران الکترون می‌شود (نیروی مرکزگرای آن) همواره در جهت شعاع دایره است. دقت کنید که یک میدان الکتریکی نمی‌تواند باعث دوران الکترون شود (چرا؟). برای تشخیص جهت میدان مغناطیسی بوجود آورنده‌ی آن، وضعیت الکترون را در یک نقطه دلخواه از مسیر بررسی می‌کنیم.



در نقطه‌ی نشان داده شده با توجه به این بار الکتریکی الکترون منفی است و با استفاده از قاعده‌ی دست راست، مشخص می‌شود که میدان مغناطیسی برون سو است.

- (V ← چهار انگشت دست راست)
(B ← خم شدن انگشتان)
(F ← پشت دست راست)



۱۸۶- گزینه ۱ پاسخ است.

می‌دانیم انرژی ذخیره شده در یک سیم‌لوله از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$U = \frac{1}{2} LI^2, \quad L = \mu_0 H = 5 \times 10^{-3} H, \quad I = 8 mA = 8 \times 10^{-3} A$$

$$U = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-3} \times (8 \times 10^{-3})^2 = 1/6 \times 10^{-7} J = 1/6 \times 10^{-4} mJ$$

۱۸۷- گزینه ۲ پاسخ است.

می‌دانیم ولتاژ القا شده در یک پیچ با N دور سیم، از رابطه‌ی $\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt}$ به دست می‌آید:

$$\Phi = 0.02 \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}), \quad N = 60$$

$$\varepsilon = -60 \times \frac{d\Phi}{dt} = -60 \times 0.02 \times \omega \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) = -60 \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-60 \cos(\omega t - \frac{\pi}{6})}{20} = -3 \cos(\omega t - \frac{\pi}{6}) \rightarrow I_{\max} = 3 A$$

معادله‌ی جریان عبوری از سیم‌پیچ برابر است با:

بنابراین جریان ماکزیمم برابر ۳ آمپر می‌باشد.

۱۸۸- گزینه ۴ پاسخ است.

در ابتدا با توجه به رابطه‌ی بین شتاب و بعد داریم:

$$\begin{cases} |a| = |\omega^2 x| \\ x = 2 \text{ cm} \Rightarrow |a| = \omega^2 \times 2 \Rightarrow \omega = 2 \frac{\text{rad}}{s} \end{cases}$$

در ادامه با کمک رابطه‌ی بین سرعت و بعد به سادگی سرعت در ۴ سانتی‌متری وضع تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$|v| = \omega \sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow |v| = 2 \sqrt{5^2 - 4^2} = 2 \times 3 = 6 \frac{\text{cm}}{s}$$

۱۸۹- گزینه ۱ پاسخ است.

دوره‌ی تناوب یک آونگ ساده از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L = 24/5 \text{ cm} = 0.245 \text{ m}, \quad g = 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad \pi^2 = 10$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0.245}{9.8}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times 0.245}{9.8}} = \sqrt{\frac{10 \times 0.98}{9.8}} = 1 \text{ s}$$

۱۹۰- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا با استفاده از نمودار معادله سرعت - زمان را به دست می‌آوریم:

$$V = V_M \cos(\omega t) \Rightarrow V = 4\pi \cos(\omega t)$$

$$\xrightarrow[t = \frac{5}{12} \text{ s}]{V = -2\pi\sqrt{3}} -2\pi\sqrt{3} = 4\pi \cos(\omega \times \frac{5}{12}) \Rightarrow \cos(\frac{5\omega}{12}) = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos(\frac{5\pi}{6}) \Rightarrow \frac{5}{12}\omega = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \omega = 2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow V = 4\pi \cos(2\pi t)$$

با استفاده از تعریف شتاب متوسط خواهیم داشت:

$$\bar{a} \left[\frac{1}{8}, \frac{3}{4} \right] = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V(\frac{3}{4}) - V(\frac{1}{8})}{\frac{3}{4} - \frac{1}{8}} \quad \text{رابطه‌ی (۱)}$$

$$V = 4\pi \cos(2\pi t) \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{8} \text{ s} \Rightarrow V = 2\pi\sqrt{2} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \\ t = \frac{3}{4} \text{ s} \Rightarrow V = 0 \end{cases}$$

$$\text{رابطه‌ی (۱)} \Rightarrow \bar{a} = \frac{0 - 2\pi\sqrt{2}}{\frac{5}{8}} = -\frac{16\pi\sqrt{2}}{5} \Rightarrow |\bar{a}| = \frac{16\pi\sqrt{2}}{5} \xrightarrow[\sqrt{2} \approx 1/4]{\pi \approx 3} |\bar{a}| = \frac{16 \times 3 \times 1/4}{5} = 13/44 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

۱۹۱- گزینه ۴ پاسخ است.

می‌دانیم در موج ایستاده تمام نقاط بین دو گره متوالی هم‌فاز و هم‌بسامدند. (گزینه‌ی ۲ و ۳ نادرست است)، از طرفی دامنه‌ی نوسان نقطه‌ی A بیش‌تر از نقطه‌ی M است زیرا این نقطه در محل شکم قرار دارد (گزینه‌ی ۱ نیز نادرست است).

از طرفی می‌دانیم پیشینه‌ی سرعت ذرات مرتعش از رابطه‌ی $V_{\max} = A\omega$ به دست می‌آید و با توجه به یکسان بودن ω برای تمام نقاط طناب، ذره‌ی با دامنه‌ی بیش‌تر دارای سرعت بیشینه‌ی بیش‌تری است و سرعت A و M بیش‌تر است.

۱۹۲- گزینه ۳ پاسخ است.

بسامد صوت اصلی در یک تار دو سر بسته، از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

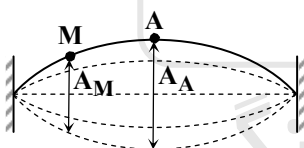
$$f \frac{nV}{2L} \Rightarrow f_1 = \frac{V}{2L}$$

$$L = 0.5 \text{ m}, \quad f_1 = 200 \text{ Hz} \Rightarrow 200 = \frac{V}{2 \times 0.5} \Rightarrow \text{سرعت انتشار امواج عرضی در تار: } V = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

هم‌چنین می‌دانیم سرعت انتشار موج در یک تار کشیده شده از رابطه‌ی $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می‌آید و داریم:

$$V = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \mu = 5 \frac{\text{g}}{\text{m}} = 5 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

$$200 = \sqrt{\frac{F}{0.005}} \Rightarrow 200 = \sqrt{200F} \Rightarrow F = 200 \text{ N}$$



۱۹۳- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{cases} I_1 = 100 \frac{\mu W}{cm^2} = 100 \times \left(\frac{10^{-6} W}{10^{-4} m^2} \right) = 1 \frac{W}{m^2} \\ I_2 = 500 \frac{\mu W}{cm^2} = 500 \times \left(\frac{10^{-6} W}{10^{-4} m^2} \right) = 5 \frac{W}{m^2} \end{cases}$$

دسی بل $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) = 10 \log 5 = 7$: اختلاف تراز شدت دو صوت

تذکر ۱: $\log 5 = \log \left(\frac{10}{2} \right) = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$

تذکر ۲: بدون تبدیل واحد نیز می توان از رابطه ی $\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right)$ استفاده کرد.

۱۹۴- گزینه ۳ پاسخ است.

بسامد احساسی در حالتی که چشمه ساکن و شنونده با نصف سرعت صوت به آن نزدیک می شود برابر است با:

$$f_1 = \left(\frac{V_{\text{صوت}} + V_{\text{شنونده}}}{V_{\text{صوت}}} \right) f_s = \left(\frac{\frac{3}{2} V_{\text{صوت}}}{V_{\text{صوت}}} \right) f_s = 1.5 f_s$$

و بسامد احساسی در حالتی که شنونده ساکن و چشمه ی صوت با نصف سرعت صوت به آن نزدیک می شود برابر است با:

$$f_2 = \left(\frac{V_{\text{صوت}}}{V_{\text{صوت}} - V_{\text{چشمه}}} \right) f_s = \left(\frac{V_{\text{صوت}}}{\frac{1}{2} V_{\text{صوت}}} \right) f_s = 2 f_s \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{2 f_s}{1.5 f_s} = \frac{4}{3}$$

۱۹۵- گزینه ۳ پاسخ است.

برای محاسبه ی طول موج این موج رادیویی می توان نوشت:

$$f = 1200 \text{ kHz} = 1200 \times 10^3 \text{ Hz} = 1.2 \times 10^6 \text{ Hz}, \quad c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\text{طول موج: } \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1.2 \times 10^6} = 250 \text{ m}$$

۱۹۶- گزینه ۴ پاسخ است.

در آزمایش ینگ اختلاف زمانی نورهایی که از دو شکاف به نوار روشن m ام می رسند برابر $\Delta t = nT$ است که در آن T دوره ی نور مورد آزمایش است. اختلاف زمانی نورهایی که به نوار روشن هشتم می رسند $\Delta t = 8T$

بنابراین کافی است ابتدا طول موج نور و سپس با استفاده از رابطه ی $\lambda = cT$ دوره ی نور را به دست آوریم.

برای محاسبه ی دوره ی موج گام های زیر را طی می کنیم:

$$\text{گام اول: محاسبه ی عرض یک نوار: } 2nw = 16w = 4 \text{ mm} \Rightarrow e = \frac{1}{4} \text{ mm}$$

گام دوم: محاسبه ی طول موج

$$a = 1 \text{ mm}, \quad D = 1 \text{ m}$$

$$w = \frac{D\lambda}{2a} \Rightarrow \frac{1}{4} \times 10^{-3} = \frac{1 \times \lambda}{2 \times 10^{-3}} \Rightarrow \text{طول موج: } \lambda = \frac{1}{4} \times 10^{-6} \text{ m}$$

گام سوم: محاسبه ی دوره ی نور مورد آزمایش و اختلاف زمانی مورد نظر:

$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{\frac{1}{4} \times 10^{-6}}{3 \times 10^8} = \frac{1}{6} \times 10^{-14} \rightarrow \Delta t = 8T = \frac{8}{6} \times 10^{-14} \text{ s} = \frac{4}{3} \times 10^{-14} \text{ s}$$

۱۹۷- گزینه ۱ پاسخ است.

در مدل اتمی بور شعاع مدار مانای n با مجذور شماره ی آن متناسب است $(r_n = n^2 r_1)$ ، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} n = 1 \rightarrow r_1 \\ n' \rightarrow 16r_1 \end{cases} \rightarrow 16r_1 = n'^2 r_1 \Rightarrow n' = 4$$

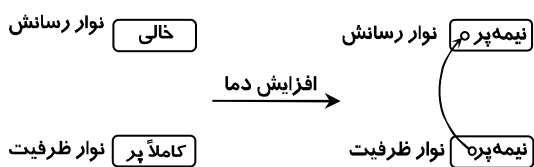
همچنین می دانیم در اثر گذار الکترون از هر مدار مانا به مدار $n = 1$ ، فوتونی گسیل می شود که در محدوده ی رشته ی لیمان قرار می گیرد، بنابراین گزینه ی ۱ صحیح است.

۱۹۸- گزینه ۴ پاسخ است.

تابع کار یک فلز حداقل انرژی مورد نیاز جهت جدا کردن سس ترین الکترون از سطح آن است و بسامد قطع حداقل بسامدی است که یک فوتون می تواند با آن بسامد سست ترین الکترون را از سطح فلز جدا کند. بنابراین داریم:

$$f_0 = \frac{W_0}{h} \Rightarrow W_0 = hf_0 = (4 \times 10^{-15}) \times (1/2 \times 10^{15}) = 4 / \text{eV}$$

۱۹۹- گزینه ۲ پاسخ است.



در نیم رساناها با افزایش دما و برانگیختگی گرمایی، الکترون ها از نوار ظرفیت به نوار رسانش منتقل می شوند. در نتیجه تعدادی تراز خالی در نوار ظرفیت ایجاد می شود. از طرفی می دانیم نوارهای نیمه پر نقش اساسی در رسانش دارند و تحت برانگیختگی گرمایی، هر دو نوار (رسانش و ظرفیت) نیمه پر شده و سهم آن ها در رسانش افزایش می یابد بنابراین گزینه ی ۲ صحیح است.

۲۰۰- گزینه ۱ پاسخ است.

می دانیم انرژی بستگی هسته از رابطه ی $B = \Delta mc^2$ به دست می آید که در آن Δm برابر تفاوت جرم هسته و جرم نوکلئون های تشکیل دهنده ی آن است، بنابراین داریم:

$$\Delta m = 0.0021 \text{ u} = 0.0021 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg} = 3.476 \times 10^{-30} \text{ kg}, \quad c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$B = \Delta mc^2 = 3.476 \times 10^{-30} \times (3 \times 10^8)^2 = (3.476 \times 9) \times 10^{-14} = 3.1284 \times 10^{-13} \text{ J}$$

شیمی

۲۰۱- گزینه ۲ پاسخ است.

در طیف نشری خطی عنصرها، فقط برخی از خطها (طول موجها) در ناحیه ی مرئی قرار می گیرند. برای مثال در طیف نشری اتم هیدروژن، فقط طول موج های مربوط به انتقال از $n = 3, 4, 5, 6$ به $n = 2$ در ناحیه ی مرئی هستند و سایر خطوط در ناحیه ی مرئی قرار نمی گیرند.

۲۰۲- گزینه ۴ پاسخ است.

مواد با خاصیت فسفرسانس همانند مواد با خاصیت فلوئورسانس، نور با طول موج معینی را جذب و به جای آن نور با طول موج بلندتری را تابش می کنند. در مواد با خاصیت فسفرسانس، این تابش تا مدت کوتاهی پس از قطع شدن منبع نور ادامه می یابد.

۲۰۳- گزینه ۲ پاسخ است.

عدد کوانتومی $l = 1$ نشان دهنده ی زیرلایه ی p است و در اتم ^{33}As ، ۱۵ الکترون در زیرلایه ی p حضور دارند. با توجه به مقدار عددی $(l = 1, 0, \dots, 0, \dots, 0, \dots, 0)$ ، در هر زیرلایه یک اوربیتال با $m_l = 0$ وجود دارد. بنابراین در اتم ^{33}As ، ۱۵ الکترون دارای $m_l = 0$ هستند.

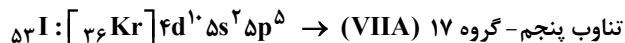
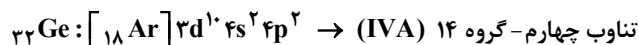


$l = 1$ تعداد الکترون های با $l = 1$: $3 = 1 + 0 + 1$

$m_l = 0$ تعداد الکترون های با $m_l = 0$: $1 = 1 + 0 + 0$

۲۰۴- گزینه ۳ پاسخ است.

در بین عنصرهای داده شده، آرایش الکترونی ^{53}I و ^{76}Ge نادرست است:



۲۰۵- گزینه ۴ پاسخ است.

در آزمایشگاه فلزهای قلیایی را به علت واکنش پذیری زیاد، در زیر نفت نگهداری می کنند.

بررسی گزینه های نادرست:

گزینه ی ۱: در فلزهایی مانند ^{13}Al ، زیر لایه ی p در لایه ی ظرفیت دارای الکترون است.

گزینه ی ۲: عنصر ^{52}Te در گروه ۱۶ جدول تناوبی عنصر شبه فلزی است.

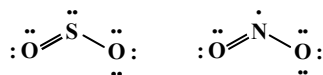
گزینه ی ۳: به دلیل وجود عنصر نیتروژن (^{7}N) در گروه ۱۵ که یک عنصر گازی است این عبارت نادرست است.

۲۰۶- گزینه ۳ پاسخ است.

شمار نزدیک ترین یون های ناهم نام پیرامون هر یون در شبکه ی بلور را عدد کوئوردیناسیون آن می گویند. تجربه نشان می دهد که به علت گستردگی نیروهای جاذبه در همه ی جهت ها، در شبکه ی بلور NaCl ، نیروی جاذبه ی میان یک جفت یون، $1/76$ برابر جاذبه ی میان یک جفت

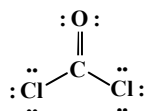
$\text{Na}^+ \text{Cl}^-$ تنها است. هم چنین، انرژی شبکه ی هالیدهای فلزهای قلیایی از بالا به پایین با افزایش شعاع اتمی، کاهش می یابد.

۲۰۷- گزینه ۱ پاسخ است.



در میان گزینه های داده شده، CS_2 و CO_2 ، همچنین SiBr_4 و SiF_4 ، به دلیل یکسان بودن اتم مرکزی و هم گروه بودن اتم های کناری، علاوه بر یکسان بودن ساختار هندسی، دارای تعداد جفت الکترون های ناپیوندی برابر در لایه ی ظرفیت اتم هایشان هستند. SO_3 و NCl_3 دارای ساختار هندسی متفاوت هستند و در نتیجه گزینه ی ۱ درست است. NO_2 و SO_2 هر دو دارای ساختار (شکل هندسی) خمیده هستند ولی تعداد الکترون های ناپیوندی در لایه ی ظرفیت اتم های آنها متفاوت است.

۲۰۸- گزینه ۴ پاسخ است.



مولکول COCl_2 دارای ساختار سه ضلعی مسطح است و به دلیل متفاوت بودن اتم های متصل به اتم مرکزی، ساختاری قطبی دارد. ضمن آن که شمار جفت الکترون های ناپیوندی در لایه ی ظرفیت اتم های آن (۸ جفت) دو برابر شمار جفت الکترون های پیوندی آن (۴ جفت) است.

۲۰۹- گزینه ۱ پاسخ است.

بررسی چهار گزینه:

گزینه ی ۱: بالاتر بودن نقطه ی جوش H_2O نسبت به NH_3 به دلیل قوی تر بودن و بیشتر بودن پیوندهای هیدروژنی میان مولکول های H_2O است. گزینه های ۲ و ۴: ترکیب های HF ، H_2O و NH_3 تشکیل پیوند هیدروژنی می دهند. ولی CH_4 قادر به تشکیل این پیوند نیست و دمای جوش پایین تری نسبت به سه ترکیب اول دارد. از سویی با توجه به این که بیش ترین اختلاف الکترونگاتیوی میان اتم ها در HF وجود دارد، این ترکیب قوی ترین پیوند هیدروژنی را تشکیل می دهد.

$\text{H}_2\text{O} > \text{HF} > \text{NH}_3 > \text{CH}_4$: مقایسه ی دمای جوش
 $\text{HF} > \text{H}_2\text{O} > \text{NH}_3$: مقایسه ی قدرت پیوند هیدروژنی
 (دمای جوش H_2O به دلیل تعداد بیش تر پیوندهای هیدروژنی از HF بالاتر است.)

گزینه ی ۳: با توجه به افزایش الکترونگاتیوی در یک دوره از چپ به راست، مقایسه ی اختلاف الکترونگاتیوی و میزان قطبی بودن پیوندها در چهار ترکیب داده شده به صورت زیر است:

$\text{H}-\text{F} > \text{H}-\text{O} > \text{N}-\text{H} > \text{C}-\text{H}$: قطبیت پیوند

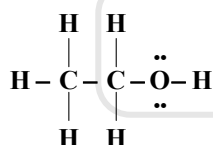
۲۱۰- گزینه ۲ پاسخ است.

در الماس، هر اتم کربن با چهار پیوند کووالانسی و با آرایش چهاروجهی به چهار اتم کربن دیگر متصل است و دارای چهار قلمرو الکترونی پیوندی است. در حالی که در گرافیت، هر اتم کربن با آرایش سه ضلعی مسطح به سه اتم کربن دیگر اتصال دارد و دارای سه قلمرو الکترونی پیوندی است.

۲۱۱- گزینه ۳ پاسخ است.

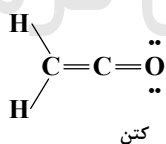
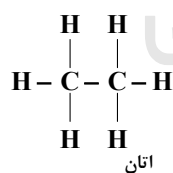
بررسی چهار گزینه:

گزینه ی ۱: بنزن (C_6H_6) و اتین (C_2H_2) که ساده ترین آلکین است، هر دو دارای فرمول تجربی CH هستند.



گزینه ی ۲: در ساختار اتانول، هشت پیوند کووالانسی وجود دارد:

گزینه ی ۳: در ساختار مولکول اتان هفت جفت الکترون پیوندی ولی در ساختار مولکول کتن، شش جفت الکترون پیوندی وجود دارد:



گزینه ی ۴: گروه های عاملی کربونیل و استری، برخلاف گروه عاملی اتری، دارای پیوند دوگانه ی کربن-اکسیژن هستند.



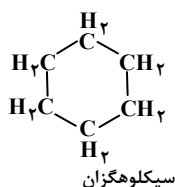
۲۱۲- گزینه ۳ پاسخ است.

هیدروکربنی با فرمول C_6H_{12} می تواند یک آلکن زنجیری (سیر نشده) یا یک آلکان حلقوی (سیر شده) باشد که دارای سه ایزومر ساختاری با نام هگزن است:

۱- هگزن $\text{CH}_3 = \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$

۲- هگزن $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$

۳- هگزن (ترکیب متقارن) $\text{CH}_3 - \text{CH}_2 - \text{CH} = \text{CH} - \text{CH}_2 - \text{CH}_3$



در حالت حلقوی نیز می‌تواند ساختار زیر را داشته باشد:
با توجه به فرمول مولکولی C_6H_{12} ، این ترکیب در حالت زنجیری (حالتی که حلقوی نباشد) الزاماً دارای پیوند دوگانه است و یک ترکیب سیر نشده به‌شمار می‌رود.

۲۱۳- گزینه ۴ پاسخ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: گاز N_3 به تنهایی نمی‌تواند سبب پر شدن ناگهانی کیسه‌های هوا شود و نیاز به گرما و دمای بالا دارد.

گزینه ۲: آهن و $NaHCO_3$ به‌عنوان فرآورده، هنگام عملکرد کیسه‌های هوا تولید می‌شوند.

گزینه ۳: برای حذف سدیم، از آهن (III) اکسید (Fe_2O_3) استفاده می‌شود.

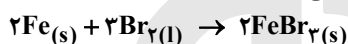
۲۱۴- گزینه ۱ پاسخ است.

ابتدا جرم واکنش‌دهنده‌ها را تبدیل به مول می‌نماییم.

$$? \text{ mol Fe} = 3 / 56 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} = 0.06 \text{ mol Fe}$$

$$? \text{ mol Br}_2 = 9 / 160 \text{ g Br}_2 \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{160 \text{ g Br}_2} = 0.06 \text{ mol Br}_2$$

تعداد مول‌های به‌دست آمده را بر ضرایب استوکیومتری آن‌ها تقسیم می‌کنیم. موردی که مقدار عددی بزرگتری برای آن به‌دست آید، واکنش‌دهنده اضافی است. مطابق صورت تست، آهن در واکنش با برم، با حالت اکسایش +۳ شرکت می‌کند.



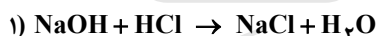
$$\left. \begin{array}{l} Fe : \frac{0.06}{2} = 0.03 \\ Br_2 : \frac{0.06}{3} = 0.02 \end{array} \right\} 0.03 > 0.02 \rightarrow \text{آهن واکنش‌دهنده اضافی است.}$$

اکنون به کمک واکنش‌دهنده محدودکننده، جرم فرآورده را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g FeBr}_3 = 0.06 \text{ mol Br}_2 \times \frac{2 \text{ mol FeBr}_3}{3 \text{ mol Br}_2} \times \frac{296 \text{ g FeBr}_3}{1 \text{ mol FeBr}_3} = 11.84 \text{ g FeBr}_3$$

۲۱۵- گزینه ۲ پاسخ است.

به‌جای حجم HCl ، برای سادگی کار می‌توان مول HCl مورد نیاز را محاسبه کرد. چون غلظت HCl در هر چهار واکنش ثابت است، نمونه‌ای که برای خنثی شدن، مول بیش‌تری از HCl لازم داشته باشد، حجم بیش‌تری از HCl نیز لازم دارد.
بررسی چهار گزینه:



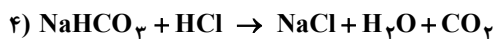
$$? \text{ mol HCl} = 0.01 \text{ mol NaOH} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaOH}} = 0.01 \text{ mol HCl}$$



$$? \text{ mol HCl} = 0.005 \text{ mol Al(OH)}_3 \times \frac{3 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Al(OH)}_3} = 0.015 \text{ mol HCl}$$



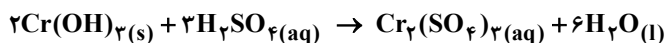
$$? \text{ mol HCl} = 0.007 \text{ mol Ba(OH)}_2 \times \frac{2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} = 0.014 \text{ mol HCl}$$



$$? \text{ mol HCl} = 0.012 \text{ mol NaHCO}_3 \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHCO}_3} = 0.012 \text{ mol HCl}$$

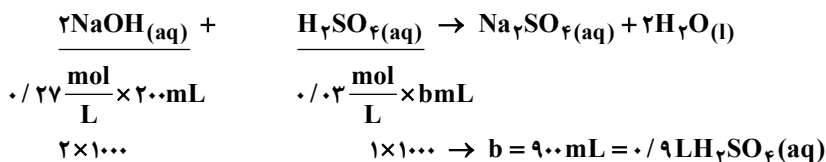
۲۱۶- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا مقدار a را از روش تناسب‌های هم‌ارز به‌دست می‌آوریم.



$$\begin{array}{ccc} 0.04 \text{ mol} & 0.03 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times a \text{ mL} & \\ 2 & 3 \times 1000 \rightarrow a = 2000 \text{ mL} = 2L & H_2SO_4(aq) \end{array}$$

سپس مقدار b را محاسبه می‌کنیم.



۲۱۷- گزینه ۲ پاسخ است.

ابتدا ΔH واکنش را پیدا می‌کنیم.

[مجموع انرژی پیوند فرآورده‌ها] - [مجموع انرژی پیوند واکنش‌دهنده‌ها] = ΔH واکنش

$$\Delta H \text{ واکنش} = [435 + 243] - [2(431)] = -184 \text{ kJ}$$

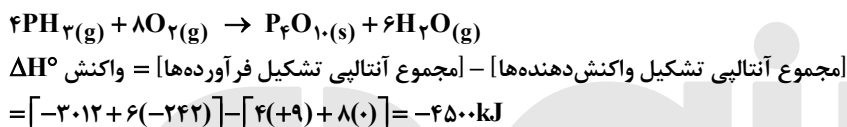
اکنون می‌توان مقدار ΔS واکنش را به‌دست آورد.

$$T = 27^\circ\text{C} = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S \rightarrow -190 \text{ kJ} = -184 \text{ kJ} - 300 \text{ K}(\Delta S) \rightarrow \Delta S = 0.02 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 20 \text{ J.K}^{-1}$$

۲۱۸- گزینه ۲ پاسخ است.

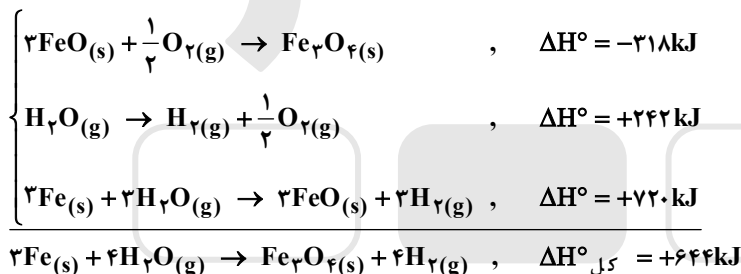
معادله‌ی واکنش موازنه شده‌ی سوختن گاز PH_3 به‌صورت زیر است:



$$\Delta H^\circ \text{ سوختن گاز PH}_3 = \frac{\Delta H^\circ \text{ واکنش}}{4 \text{ mol PH}_3} = \frac{-4500 \text{ kJ}}{4 \text{ mol}} = -1125 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

۲۱۹- گزینه ۴ پاسخ است.

معادله‌ی واکنش اول را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. معادله‌ی واکنش دوم را معکوس کرده و بر ۲ تقسیم می‌نماییم. معادله‌ی واکنش سوم را معکوس کرده و در ۳ ضرب می‌کنیم. سپس هر سه معادله را با هم جمع می‌نماییم.



۲۲۰- گزینه ۳ پاسخ است.

$$(آب) \quad q_1 = m_1 \cdot c_1 \Delta T = 100 \times 4 / 2 \times 4 = 1680 \text{ J}$$

$$(پتاسیم نیترات) \quad q_2 = m_2 \cdot c_2 \Delta T = 50 \times 0.21 \times 4 = 42 \text{ J}$$

$$q_{\text{کل}} = q_1 + q_2 = 1680 \text{ J} + 42 \text{ J} = 1722 \text{ J} = 1.722 \text{ kJ}$$

دمای آب از 35°C به 31°C کاهش یافته است. این موضوع نشان می‌دهد، انحلال پتاسیم نیترات در آب مانند انحلال اغلب نمک‌ها در آب گرماگیر است. پس ΔH انحلال باید با علامت مثبت گزارش شود.

$$\Delta H_{\text{انحلال}} = 1 \text{ mol KNO}_3 \times \frac{101 \text{ g KNO}_3}{1 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{1.722 \text{ kJ}}{101 \text{ g KNO}_3} = +34 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

۲۲۱- گزینه ۴ پاسخ است.

محلول ۳ مولار پتاسیم هیدروکسید، محلولی است که در هر لیتر محلول، ۳ مول KOH حل شده است.

$$\text{جرم حل‌شونده} = 3 \text{ mol KOH} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} = 168 \text{ g KOH}$$

$$\text{جرم محلول} = 1 \text{ L محلول} \times \frac{1000 \text{ mL محلول}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1.2 \text{ g محلول}}{1 \text{ mL محلول}} = 1200 \text{ g}$$

$$\text{جرم حلال} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = 1200 - 168 = 1032 \text{ g} = 1.032 \text{ kg H}_2\text{O}$$

$$\text{مولالیته محلول} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{کیلوگرم حلال}} = \frac{3 \text{ mol}}{1.032 \text{ kg}} \approx 2.9 \text{ mol.kg}^{-1}$$

۲۲۲- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا تعداد مول های H_2SO_4 موجود در محلول آخر که تا حجم ۲۰ لیتر رقیق شده است را به دست می آوریم.

$$M \times V = n \quad \text{مول} \quad H_2SO_4 \text{ محلول آخر} = 3 \frac{\text{mol}}{L} \times 20 L = 60 \text{ mol}$$

با مخلوط کردن دو محلول مختلف از سولفوریک اسید و رقیق کردن آن، تعداد مول های H_2SO_4 موجود در محلول تغییری نمی کند. پس باید مجموع مول های H_2SO_4 موجود در محلول های اول و دوم نیز برابر ۶۰ باشد.

مول H_2SO_4 محلول آخر = مول H_2SO_4 محلول دوم + مول H_2SO_4 محلول اول

$$(M_1 V_1) + (M_2 V_2) = 60 \rightarrow (6 \times V_1) + (1 \times 10) = 60 \rightarrow V_1 = 8/3 L$$

۲۲۳- گزینه ۲ پاسخ است.

سدیم دودسیل بنزن سولفونات نمونه ای از پاک کننده های غیرصابونی بدون شاخه ای فرعی است.

۲۲۴- گزینه ۱ پاسخ است.

منیزیم سولفات ($MgSO_4$) از دسته ی مواد محلول ولی کلسیم سولفات ($CaSO_4$) جزو مواد کم محلول است.

۲۲۵- گزینه ۴ پاسخ است.

بررسی چهار گزینه:

گزینه ۱: نمودار نشان می دهد که این واکنش همراه با کاهش انرژی است و یک واکنش گرماده می باشد. ضمناً به دلیل تولید گاز اکسیژن، همراه با افزایش آنتروپی است.

گزینه ۲: افزودن کاتالیزگر، ΔH واکنش را تغییر نمی دهد.

گزینه ۳: کاتالیزگر با کاهش دادن انرژی فعال سازی، سرعت واکنش را افزایش می دهد.

گزینه ۴: این واکنش به دلیل تولید گاز اکسیژن، با افزایش حجم همراه است ($\Delta V > 0$). در این شرایط، علامت کار منفی است ($w < 0$) و البته $\Delta E \neq \Delta H$ می باشد.

$$\Delta H = \Delta E - w \xrightarrow{w < 0} \Delta H > \Delta E$$

۲۲۶- گزینه ۴ پاسخ است.

ابتدا غلظت اولیه ی A و B را پیدا می کنیم.

$$[A]_{\text{اولیه}} = \frac{0.2 \text{ mol}}{3 L} = \frac{0.2}{3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[B]_{\text{اولیه}} = \frac{0.6 \text{ mol}}{3 L} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$R = k[A][B] = 3 \times 10^{-3} \times \frac{0.2}{3} \times 0.2 = 4 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{سرعت آغاز واکنش})$$

منظور از مقدار آغازی $\frac{\Delta[B]}{\Delta t}$ ، سرعت آغازی مصرف شدن B است. به کمک سرعت آغازی واکنش، سرعت آغازی مصرف شدن B را پیدا می کنیم.

$$R = \frac{R_B}{\text{ضریب B}} \rightarrow 4 \times 10^{-5} = \frac{R_B}{2} \rightarrow R_B = 8 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{سرعت آغازی مصرف شدن B})$$

۲۲۷- گزینه ۲ پاسخ است.

معادله ی تعادلی واکنش موردنظر به صورت $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ نوشته می شود. تعداد مول های گازی دو طرف معادله برابر است. در این شرایط می توان از مول به جای غلظت در رابطه ی ثابت تعادل استفاده کرد.

ماده	$H_2(g)$	$+I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$	
مول اولیه	۱	۱	۰
تغییر مول	-x	-x	+2x
مول تعادلی	۱-x	۱-x	2x

$$K = \frac{[HI]^2}{[H_2][I_2]} \rightarrow 64 = \frac{(2x)^2}{(1-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} 8 = \frac{2x}{1-x} \rightarrow x = 0.8$$

$$HI \text{ تعادلی} = 2x = 2(0.8) = 1.6 \text{ mol}$$

$$HI \text{ تعادلی} = 1.6 \text{ mol} \times \frac{128 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 204.8 \text{ g}$$

۲۲۸- گزینه ۱ پاسخ است.

در این تعادل $C(s)$ در فاز جامد است، بنابراین جدول تعادل را به جای غلظت بر حسب مول کامل می‌کنیم. زیرا غلظت جامد ثابت است و تغییر نمی‌کند.

ماده	$CO(g)$	$+C(s) \rightleftharpoons H_2(g) +$		$H_2O(g)$
مول اولیه	n	۰/۴	۰	۰
تغییر مول	-x	-x	+x	+x
مول تعادلی	n-x	۰/۴-x	x	۰/۲

$$CO \text{ ستون } \rightarrow 0+x=0/2 \rightarrow =0/2$$

$$H_2O \text{ مول تعادلی } = n-x = (n-0/2) \text{ mol}$$

$$H_2 \text{ مول تعادلی } = x = 0/2 \text{ mol}$$

حتماً باید مول‌های تعادلی گازهای H_2O ، H_2 و CO را به حجم ظرف (۲L) تقسیم نماییم و سپس در رابطه‌ی ثابت تعادل قرار دهیم.

$$[H_2O]_{\text{تعادلی}} = \frac{n-0/2}{2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$[H_2O]_{\text{تعادلی}} = [CO]_{\text{تعادلی}} = \frac{0/2 \text{ mol}}{2L} = 0/1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[H_2(g)][CO(g)]}{[H_2O(g)]} \rightarrow 10 = \frac{(0/1)(0/1)}{n-0/2} \rightarrow n = 0/202 \text{ mol } H_2O(g) \text{ (مول اولیه ی بخار آب)}$$

$$\text{جرم اولیه ی بخار آب} = 0/202 \text{ mol } H_2O \times \frac{18 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 3/64 \text{ g } H_2O(g)$$

۲۲۹- گزینه ۲ پاسخ است.

نمک آبی رنگ کبالت (II) کلرید ($CoCl_2$) در هوای مرطوب بر اثر جذب ۶ مولکول آب، به نمک متبلور و صورتی رنگ $CoCl_2 \cdot 6H_2O$ تبدیل می‌شود. افزایش وزن این نمک خشک بر اثر جذب رطوبت به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$CoCl_2 \text{ درصد افزایش وزن} = \frac{H_2O \text{ جرم ۶ مولکول}}{\text{جرم } CoCl_2 \text{ خشک}} \times 100 = \frac{6 \times 18}{130} \times 100 = 83\%$$

۲۳۰- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا مقادیر b و x را پیدا می‌کنیم.

$$HA \text{ اسید ضعیف } C_M.n.\alpha = 10^{-pH} \rightarrow b \times 1 \times \frac{7/2}{100} = 10^{-a} \rightarrow b = \frac{10^{-a}}{0.072}$$

$$HB \text{ اسید ضعیف } C_M.n.\alpha = 10^{-pH} \rightarrow x \times 1 \times \frac{1/8}{100} = 10^{-(a+1)} \rightarrow x = \frac{10^{-a-1}}{0.018}$$

اکنون نسبت $\frac{x}{b}$ پیدا می‌شود.

$$\frac{x}{b} = \frac{\frac{10^{-a-1}}{0.018}}{\frac{10^{-a}}{0.072}} = 0/4$$

۲۳۱- گزینه ۱ پاسخ است.

بررسی نمک a: سدیم استات (CH_3COONa) از واکنش اسید ضعیف CH_3COOH و باز قوی $NaOH$ به دست می‌آید و نمک بازی است.
بررسی نمک b: آلومینیم کلرید ($AlCl_3$) از واکنش اسید قوی HCl و باز ضعیف $Al(OH)_3$ به دست می‌آید و نمک اسیدی است.
بررسی نمک c: پتاسیم نیترات (KNO_3) از واکنش اسید قوی HNO_3 و باز قوی KOH به دست می‌آید و نمک خنثی است.
بنابراین در غلظت برابر، pH محلول $b < c < a$ می‌باشد.

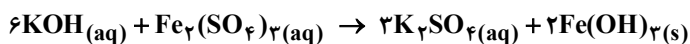
۲۳۲- گزینه ۱ پاسخ است.

ابتدا جرم KOH موجود در ۱۰۰ گرم از محلول آن را محاسبه می‌کنیم.

$$ppm = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \rightarrow 840 = \frac{\text{جرم } KOH}{100 \text{ g}} \times 10^6 \rightarrow \text{جرم } KOH = 0/084 \text{ g}$$

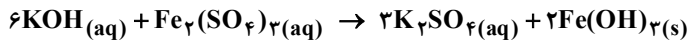
اکنون با دو روش می توان مقدار رسوب تشکیل شده را به دست آورد.

راه حل اول: روابط استوکیومتری



$$? \text{ mol Fe}(\text{OH})_3 = 0.084 \text{ g KOH} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{56 \text{ g KOH}} \times \frac{2 \text{ mol Fe}(\text{OH})_3}{6 \text{ mol KOH}} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$$

راه حل دوم: تناسب هم ارز



$$0.084 \text{ g}$$

$$x \text{ mol}$$

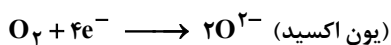
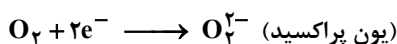
$$6 \times 56$$

$$2 \rightarrow x = 5 \times 10^{-4} \text{ mol Fe}(\text{OH})_3(\text{s})$$

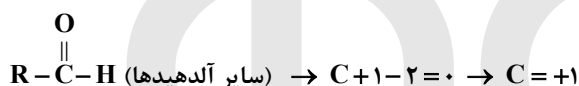
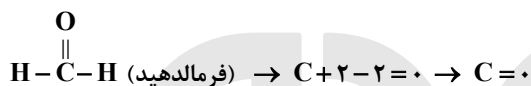
۲۳۳- گزینه ۱ پاسخ است.

بررسی چهار گزینه:

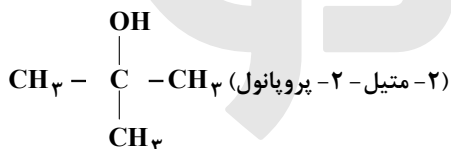
گزینه ۱: هر مولکول اکسیژن می تواند با جذب دو الکترون به یون پراکسید و با جذب چهار الکترون به یون اکسید تبدیل شود و کاهش یابد.



گزینه ۲: عدد اکسایش کربن در فرمالدهید از همه ی آلدهیدها کم تر و برابر صفر است.



گزینه ۳: ۲- متیل - ۲- پروپانول جزو الکل های نوع سوم است و اکسید نمی شود.



گزینه ۴: پتانسیل الکترونی SHE در هر دمایی برابر صفر است.

۲۳۴- گزینه ۳ پاسخ است.

با توجه به واکنش های ارائه شده، فلزهای Fe، Sn، Ni و گاز H_۲ همگی می توانند به کاتیون فلز M الکترون دهی کنند. پس باید در جدول E^o، جایگاه فلز M از Fe، Sn، Ni و H_۲ پایین تر باشد. در میان گزینه ها، فقط Cu چنین ویژگی را دارد.

۲۳۵- گزینه ۴ پاسخ است.

بررسی چهار گزینه:

گزینه ۱: در سلول I هر دو الکتروود در یک سلول قرار دارند، پس نمایش یک سلول الکترولیتی است ولی در سلول II هر الکتروود درون سلول جداگانه ای قرار دارد، پس نمایش یک سلول گالوانی است.

گزینه ۲: شکل I آبکاری تیغی مس توسط تیغی روی را نشان می دهد، یعنی در آن ذرات روی بر سطح تیغی مس می نشینند که در آن تیغی روی، آند و محل اکسایش، و تیغی مس، کاتد و محل کاهش است.

گزینه ۳: واکنش های انجام شده در سلول های گالوانی (شکل II) خودبه خودی و در سلول های الکترولیتی (شکل I) غیر خودبه خودی است.

گزینه ۴: در هر دو سلول، جریان الکترون ها در مدار بیرونی از آند (تیغی روی) به سمت کاتد (تیغی مس) می باشد.