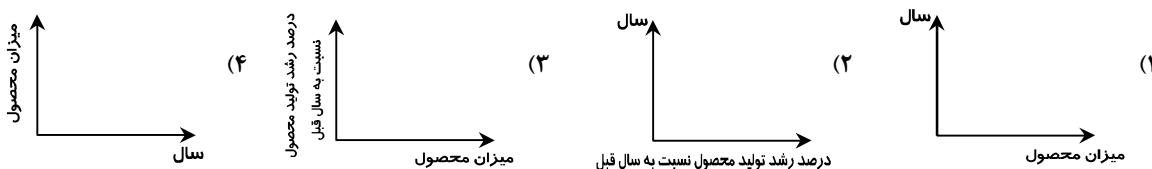


وقت پیشنهادی: ۷۵ دقیقه

فصل‌های ۲ و ۳: تابع خاص - نامعادله و تعیین علامت

۱- اگر نمودار میزان تولید یک محصول کشاورزی را در طی چند سال رسم کنیم، کدام‌یک از نمودارهای زیر حتماً معرف یک تابع خواهد بود؟

۲- اگر رابطه‌ی  $\{R(x) = \{x, y\} | y = mx + b, m > 0\}$  یک تابع باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۴) هیچ مقداری برای  $m$  وجود ندارد.  
 (۳)  $\frac{1}{3}$  یا  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $\frac{1}{3}$   
 (۱)  $\frac{1}{2}$

۳- کدام‌یک از روابط زیر یک تابع را مشخص می‌کند؟

- (۱)  $x$  مقسوم‌علیه  $y$  باشد |  
 $f = \{(x, y) | y = kx, k \neq 0\}$   
 (۲)  $x$  مضرب  $y$  باشد |  
 $f = \{(x, y) | y = kx^m, k \neq 0\}$   
 (۳)  $x$  ریشه‌ی  $k$  ام  $y$  باشد |  
 $f = \{(x, y) | y = kx^{\frac{1}{m}}, k \neq 0\}$

۴- کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد دامنه و برد یک تابع حتماً درست است؟

- (۱) تعداد اعضای دامنه > تعداد اعضای برد  
 (۲) تعداد اعضای دامنه < تعداد اعضای برد  
 (۳) تعداد اعضای دامنه < تعداد اعضای برد  
 (۴) تعداد اعضای دامنه  $\leq$  تعداد اعضای برد

۵- کدام‌یک از نمودارهای زیر نمودار تابعی از  $\mathbb{R}$  به  $\mathbb{R}$  است؟۶- اگر تابع هزینه‌ی یک کارخانه به صورت  $R(x) = 50x - 200$  باشد (که در آن  $x$  تعداد کالای تولیدی یا به فروش رفته،  $C(x)$  هزینه‌ی تولید  $x$  کالا بر حسب هزار تومان و  $R(x)$  درآمد حاصل از فروش  $x$  کالا بر حسب هزار تومان است)، حداقل کالا باید در این کارخانه تولید شود تا سود حاصل از فروش آن‌ها بیشتر از ۱۵۰ هزار تومان شود؟

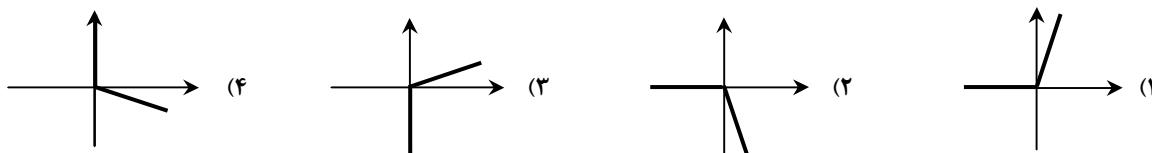
- (۱) ۳۷  
 (۲) ۲۸  
 (۳) ۴۷  
 (۴) ۴۸

۷- اگر در تابع خطی  $f$  داشته باشیم  $-1 = f(-1) + f(1)$  و  $3 = f(2) - f(-1)$  کدام است؟

- (۱) ۵  
 (۲) -۱  
 (۳) -۵  
 (۴) -۹

۸- اگر دامنه‌ی تابع خطی  $y = -3 - \frac{2x}{5}$  باشد، برد آن شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۱۱  
 (۲) ۲۰  
 (۳) ۳۰  
 (۴) ۴۰

۹- نمودار وارون تابع دو ضابطه‌ای  $f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 2x & x \geq 0 \end{cases}$  کدام است؟۱۰- اگر طول قطر یک مربع  $x$  باشد، تابع محیط مربع بر حسب طول قطر آن کدام است؟

- (۱)  $P(x) = 4x$   
 (۲)  $P(x) = 2x$   
 (۳)  $P(x) = 4\sqrt{2}x$   
 (۴)  $P(x) = 2\sqrt{2}x$

۱۱- اگر رابطه‌ی  $f = \{(2m^2 + m, 2), (-1, 1), (1, 2), (2m + 1, \frac{1}{2})\}$  تابعی وارون پذیر باشد،  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m = -1$   
 (۲)  $m = \frac{1}{2}$   
 (۳)  $m = -\frac{1}{2}$  یا  $\frac{1}{2}$   
 (۴)  $m = 1$

۱۲- کدام یک از روابط زیر تابعی یک به یک می‌باشد؟

$$y = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2} & x < 2 \\ 4 - 2x & x \geq 2 \end{cases} \quad (4)$$

$$y = \begin{cases} 2x - 1 & x < 2 \\ x - 1 & x \geq 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$y^2 = x + 1 \quad (2)$$

$$y = x^2 + 1 \quad (1)$$

۱۳- اگر در تابع خطی  $f$  داشته باشیم  $f(-1) = 11$ ,  $f(3) = -1$ , در این صورت  $(f^{-1})$  کدام است؟

-۷ (۴)

۷ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۱۴- اگر  $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2$ , مقدار  $f(3 + 2\sqrt{2})$  کدام است؟

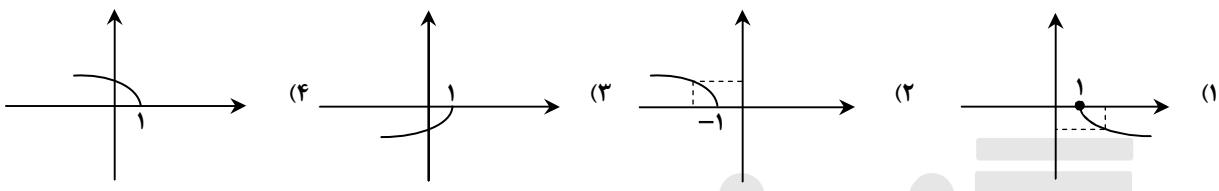
۶ (۴)

۴ (۳)

$4\sqrt{2} - 2$  (۲)

$4\sqrt{2}$  (۱)

۱۵- نمودار تابع  $y = -\sqrt{1-x}$  کدام است؟



۱۶- اگر برد تابع  $y = f(x)$  برابر  $(-2, 5)$  باشد، برد تابع  $y = -2f(x-1) + 1$  کدام است؟

$[-2, \frac{3}{2}]$  (۴)

$(-\frac{3}{2}, -2]$  (۳)

$(-9, 5)$  (۲)

$(-9, 5)$  (۱)

۱۷- اگر در تابع خطی  $f$  داشته باشیم  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ , در این تابع  $f(5)$  مساوی کدام گزینه است؟

$5f(1)$  (۴)

$\frac{f(1)}{5}$  (۳)

$f(1) + 5$  (۲)

$f(1) - 5$  (۱)

۱۸- خطی که از نقطه‌ی  $(2, 2)$  بگذرد و جهت مثبت محورهای مختصات را در نقاط  $(0, y)$  و  $(x, 0)$  قطع کند، یک مثلث قائم‌الزاویه در ناحیه‌ی اول تشکیل می‌دهد. مساحت این مثلث کدام است؟

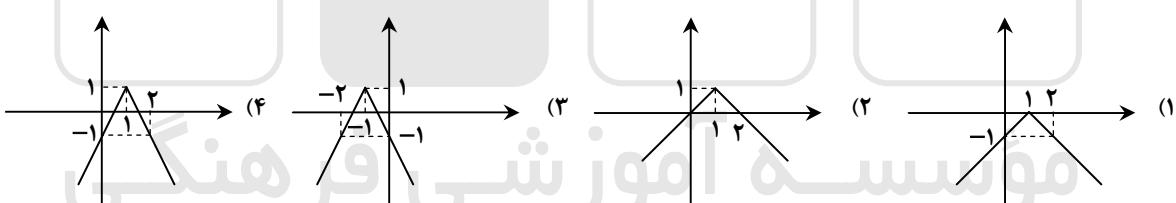
$$\frac{x^2}{x-2} \quad (4)$$

$$\frac{2x^2}{x-2} \quad (3)$$

$$\frac{x^2}{2(x-2)} \quad (2)$$

$$\frac{x^2}{4(x-2)} \quad (1)$$

۱۹- نمودار تابع  $y = -2|x-1| + 1$  کدام است؟



۲۰- اگر نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = \frac{x^2}{2} + ax + b$  در نقطه‌ی  $A(2, 0)$  بر محور  $x$  هما مماس باشد،  $a+b$  کدام است؟

۴ (۴) صفر

-۲ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۲۱- هزینه‌ی پاک‌سازی  $x$  درصد از آلدگی‌های صنعتی رودخانه‌ای به وسیله‌ی تابع  $f(x) = \frac{255x}{100-x}$  محاسبه می‌شود که در آن  $f(x)$  هزینه‌ی پاک‌سازی بر حسب میلیون تومان است. اگر ۴۵ میلیون تومان صرف پاک‌سازی این رودخانه شود، چند درصد از آلدگی‌های آن باقی می‌ماند؟

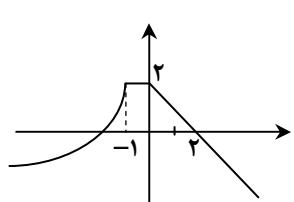
۱۵ (۴)

%۲۵ (۳)

%۸۵ (۲)

%۷۵ (۱)

۲۲- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت زیر باشد، دامنه‌ی تابع  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{4-2f(x)}}$  کدام است؟



$(-\infty, 2)$  (۱)

$(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$  (۲)

$\mathbb{R} - [-1, 0]$  (۳)

$\mathbb{R}$  (۴)

۲۳- اگر دامنهٔ تعریف تابع  $f(x) = \frac{2x-1}{(m+2)x^2 - 2mx + 1}$  تنها شامل یک عدد حقیقی نباشد ( $D_f = \mathbb{R} - \{a\}$ ،  $m \in \mathbb{R}$ ) چند مقدار را

می‌تواند اختیار کند؟

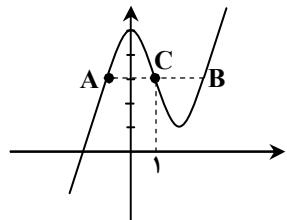
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۴- اگر نمودار تابع درجهٔ سوم  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$  به صورت زیر باشد،  $x_A \cdot x_B$  کدام است؟



۱ (۱)

-۱ (۲)

۲ (۳)

-۲ (۴)

۲۵- اگر ضابطهٔ تابع خطی  $f$  در رابطهٔ  $f(x) = 3 - 5x - 2f(-x)$  صدق کند،  $f(-3)$  کدام است؟

۶ (۶)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۸ (۱)

۲۶- اگر تابع  $f = \{(1, a^2 - 1), (2, 2), (8, a^2 + a)\}$  یک به یک نباشد، چند مقدار متمایز برای  $a$  وجود دارد؟

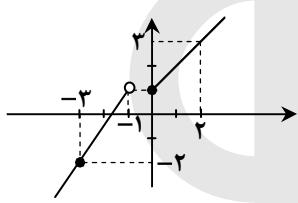
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۲۷- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، حاصل  $(-2)^{-1} - f^{-1}(1)$  کدام است؟



۳ (۱)

-۳ (۲)

۲ (۳)

-۲ (۴)

۲۸- برد تابع  $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$  کدام است؟

$[2, +\infty)$  (۴)

$[1, 2]$  (۳)

$(0, +\infty)$  (۲)

$[1, +\infty)$  (۱)

۲۹- اگر در تابع  $f$  داشته باشیم  $f(x+y) = f(x)f(y)$ ، در این صورت  $f(-x)$  برابر کدام گزینه است؟ ( $\neq 0$ )

$\frac{-1}{f(x)}$  (۴)

$\frac{1}{f(x)}$  (۳)

$-f(x)$  (۲)

$f(x)$  (۱)

۳۰- چند تابع یک به یک از مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  به مجموعه  $B = \{4, 5, 6\}$  می‌توان نوشت؟

۴ (۴) صفر

۶ (۳)

۴ (۲)

۱ (۱)

۳۱- اگر تابع خطی و وارون پذیر  $f(x) = ax + b$  از نقطهٔ  $A(-1, 2a)$  و وارون آن از نقطهٔ  $B(-b, a)$  بگذرد، ضابطهٔ وارون آن کدام است؟

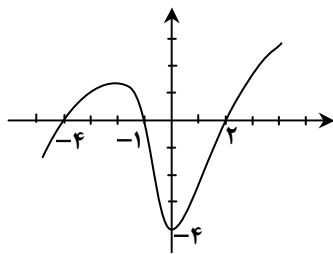
$$y = \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{-1}{6}x - 3$$

$$y = 6x + 2$$

$$y = -6x - 18$$

۳۲- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت زیر باشد، دامنهٔ تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{-f(2x)}}$  کدام است؟



$(-4, -1) \cup (2, +\infty)$  (۱)

$(-2, \frac{-1}{2}) \cup (1, +\infty)$  (۲)

$(-\infty, -4) \cup (-1, 2)$  (۳)

$(-\infty, -2) \cup (\frac{-1}{2}, 1)$  (۴)

۳۳- تابعی معکوس پذیر است و  $B = \{x : f(x) = x\}$  کدام گزینه درست است؟

$A \cap B = \emptyset$  (۴)

$A = B$  (۳)

$A \subset B$  (۲)

$B \subset A$  (۱)

-۲ (۴)

-۳ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

-۳۴- اگر  $\{f^{-1}(2), f^{-1}(3), f^{-1}(4)\}$  کدام است؟  
 $f(x) = x + \frac{1}{x}$  و  $g(x) = \log^{-1}(x)$  حاصل

 $f^{-1}(2) = 2$  (۴) $f^{-1}(2) = 6$  (۳) $f^{-1}(6) = 2$  (۲) $f^{-1}(2) = 3$  (۱)

-۳۵- هرگاه  $f$  تابعی معکوس پذیر باشد به طوری که  $g(x) = \frac{2}{3-f(x)}$  اگر  $f^{-1}(2) = 3$  کدام گزینه همواره درست است؟  
 $f^{-1}(2) = 1$  (۴)       $f^{-1}(2) = 6$  (۳)       $f^{-1}(6) = 2$  (۲)       $f^{-1}(2) = 3$  (۱)

-۳۶- به فرض آن که  $-1$  مقدار  $f^{-1}(x) = \frac{1}{x+1}$  و  $g(x) = 2x - 1$  کدام است؟  
 $\frac{4}{7}$  (۴)       $-\frac{5}{2}$  (۳)       $-\frac{7}{2}$  (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

-۳۷- اگر  $f(x) = x + 2\sqrt{x}$  و  $g(x) = \{\log^{-1}(x), (1,0), (2,3), (3,-1), (4,-2)\}$  کدام است؟  
 $\{(1,0), (2,1), (3,1)\}$  (۴)       $\{(1,0), (2,1)\}$  (۳)       $\{(1,0), (2,3+2\sqrt{3})\}$  (۲)       $\{(1,0), (2,2)\}$  (۱)

-۳۸- اگر  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  و  $g(x) = \log^{-1}(\frac{2}{3})$  چه عددی است؟  
 $1$  (۴)       $2$  (۳)       $3$  (۲)      ۰ صفر (۱)

-۳۹- برد تابع  $f(x) = \frac{[x]}{x}$  در کدام گزینه آمده است؟  
 $\mathbb{R} - (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  (۴)       $(\frac{1}{2}, +\infty) \cup (-1, 0)$  (۳)       $(\frac{1}{2}, +\infty) \cup \{0\}$  (۲)       $(0, +\infty)$  (۱)

-۴۰- اگر  $f(x) = 2x + |3 - ax|$  تابعی معکوس پذیر باشد، حدود تغییرات  $a$  کدام است؟  
 $|a| < 2$  (۴)       $|a| > 2$  (۳)       $|a| \leq 2$  (۲)       $|a| \geq 2$  (۱)

-۴۱- نمودار تابع  $f(x) = \frac{-2x+1}{x^2+2}$  فقط در بازه‌ی  $(a, +\infty)$  بالای نیمساز ناحیه‌ی دوم و چهارم می‌باشد مقدار  $a$  چه عددی است؟  
 $4$  (۴)       $3$  (۳)       $2$  (۲)      ۱ (۱)

-۴۲- مجموعه جواب نامعادله‌ی  $7 > |3x - 2|$  در کدام گزینه آمده است؟

$x > \frac{7}{3}$  (۴)       $\frac{7}{3} < x < \frac{5}{2}$  (۳)       $x > \frac{5}{2}$  (۲)       $2 < x < \frac{5}{2}$  (۱)

-۴۳- مساحت ناحیه‌ی محصور بین نمودارهای دو تابع  $y = 2 - |2x|$  و  $y = -3$  کدام است؟  
 $10$  (۴)       $20$  (۳)       $12/5$  (۲)       $25$  (۱)

-۴۴- اگر دامنه‌ی تعریف تابع  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{mx^2 - 2(m+1)x + 2m+2}}$  برابر مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد، محدوده‌ی  $m$  کدام است؟  
 $(0, 1)$  (۴)       $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  (۳)       $(-\infty, -1)$  (۲)       $(1, +\infty)$  (۱)

-۴۵- برد تابع  $f(x) = \sqrt{4 - |x|}$  کدام است؟  
 $[2, +\infty)$  (۴)       $[0, 2]$  (۳)       $[0, +\infty)$  (۲)       $(-\infty, 2]$  (۱)

-۴۶- چند عدد صحیح در دامنه‌ی تعریف تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{9 - x^2}}$  وجود دارد؟  
 $6$  (۴)       $4$  (۳)       $3$  (۲)       $2$  (۱)

-۴۷- در کدام بازه نمودار تابع  $g(x) = \frac{27x}{8x+16}$  با الاتر از نمودار تابع  $f(x) = \frac{3x-12}{8x-16}$  قرار دارد؟  
 $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$  (۴)       $\mathbb{R} - [-2, 2]$  (۳)       $(-2, 2) - \{1\}$  (۲)       $(-2, 2)$  (۱)

## پاسخ‌های تشریحی فصل‌های ۲ و ۳

- ۱- گزینه ۴ پاسخ است.  
 گزینه‌ی ۱: ممکن است تابع نباشد (ممکن است در دو سال مختلف به یک میزان محصول تولید شده باشد).  
 گزینه‌ی ۲: ممکن است تابع نباشد (ممکن است درصد رشد تولید نسبت به سال قبل در دو سال مختلف یکسان باشد).  
 گزینه‌ی ۳: ممکن است تابع نباشد (مثلًاً اگر میزان محصول در چهار سال پیاپی به ترتیب ۱۰۰۰ و ۱۲۰۰ و ۸۰۰ و ۱۲۰۰ تن باشد، در سال دوم و چهارم میزان محصول یکسان است ولی درصد رشد تولید نسبت به سال قبل در سال دوم ۲۰٪ و در سال چهارم ۵۰٪ می‌باشد و نمودار گزینه‌ی ۳ تابع نخواهد بود).  
 گزینه‌ی ۴: حتماً تابع است (چون هر سال مشخص نمی‌تواند بیش از یک میزان محصول تولید شده داشته باشد).
- ۲- گزینه ۱ پاسخ است.  
 صفحات ۲۹ و ۳۰ کتاب

$$\cdot = \cdot \Rightarrow 3m^2 = 4m - 1 \Rightarrow 3m^2 - 4m + 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \text{ یا } m = \frac{1}{3}$$

$$m = \frac{1}{3} \Rightarrow R = \{(0, \frac{1}{3}), (1, -4), (0, 4)\} \Rightarrow (1, -4), (1, 4) \in R \Rightarrow \text{پس } R \text{ تابع نیست}$$

$$m = 1 \Rightarrow R = \{(0, 2), (1, -4), (0, 2), (2, 4)\} = \{(0, 2), (1, -4), (2, 4)\} \Rightarrow R \text{ تابع است}$$

پس  $m$  فقط می‌تواند ۱ باشد.

- صفحات ۲۹ و ۳۰ کتاب  
 ۳- گزینه ۳ پاسخ است.

گزینه‌ی ۱: تابع نیست، چون مثلاً دو زوج مرتب  $(1, 4)$ ,  $(1, 2)$  متعلق به آن هستند.

گزینه‌ی ۲: تابع نیست، چون مثلاً دو زوج مرتب  $(4, 2)$ ,  $(4, 1)$  متعلق به آن هستند.

گزینه‌ی ۴: تابع نیست، چون مثلاً دو زوج مرتب  $(2, -2)$ ,  $(4, 2)$  متعلق به آن هستند.

گزینه‌ی ۳: تابع است چون هر عدد ریشه‌ی  $k$  ام فقط یک عدد می‌تواند باشد (امکان ندارد یک عدد  $(x)$  ریشه‌ی  $k$  ام دو عدد  $(y)$  باشد!).

- صفحات ۳۰, ۳۴ و ۳۵ کتاب  
 ۴- گزینه ۴ پاسخ است.

چون در مفهوم تابع در کتاب آمده است که به هر

عضو دامنه دقیقاً یک عضو برد نظیر می‌شود

(صفحه‌ی ۳۰) ولی لزومی ندارد که به هر عضو برد

دقیقاً یک عضو دامنه نظیر شده باشد، لذا تعداد

عضوهای دامنه همواره بزرگ‌تر یا مساوی تعداد

عضوهای برد خواهد بود. به توابع زیر که به کمک

نمودار و نمایش داده شده‌اند، توجه کنید:

- صفحات ۲۹ الی ۳۴ کتاب  
 ۵- گزینه ۱ پاسخ است.

گزینه‌ی ۱: تابعی با دامنه  $\mathbb{R}$  است و صحیح می‌باشد (برد آن نیز  $\mathbb{R}$  است).

گزینه‌ی ۲: تابع است ولی دامنه‌ی آن  $\mathbb{R}$  نیست بلکه  $\{0\}$  است.

گزینه‌ی ۳: تابع است ولی دامنه‌ی آن  $\mathbb{R}$  نیست بلکه  $[0, +\infty)$  است.

گزینه‌ی ۴: تابع نیست چون یک خط قائم پیدا می‌شود که آن را در بیش از یک نقطه قطع کند.

- صفحات ۳۷ الی ۴۰ کتاب  
 ۶- گزینه ۴ پاسخ است.

$$P(x) = R(x) - C(x) = 50x - 200 - (30x + 600)$$

$$P(x) = 20x - 800 > 150 \Rightarrow 20x > 950 \Rightarrow x > \frac{950}{20} \Rightarrow x \geq 48$$

- صفحات ۳۷ و ۳۸ و ۴۱ الی ۴۹ و ۴۳ الی ۵۱ کتاب  
 ۷- گزینه ۳ پاسخ است.

$$f(x) = ax + b \Rightarrow -1 = 2a + b$$

$$1 = 3a + b \quad \left| \begin{array}{l} \text{روی } f^{-1} \text{ باشد، نقطه‌ی } \\ \text{روی } f \text{ خواهد بود} \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} 1 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 1 = -2a - b \\ 1 = 2a + b \end{cases}$$

$$a = 2, b = -5 \Rightarrow y = f(x) = 2x - 5$$

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 - 5 = -7 \\ y = -1 \Rightarrow -1 = 2x - 5 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}(-1) = 2 \Rightarrow f(-1) + f^{-1}(-1) = -7 + 2 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 - 5 = -7 \\ y = -1 \Rightarrow -1 = 2x - 5 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f^{-1}(-1) = 2 \Rightarrow f(-1) + f^{-1}(-1) = -7 + 2 = -5 \end{cases}$$

صفحات ۳۴ الی ۳۶ کتاب

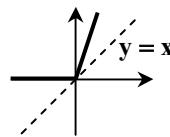
- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\begin{aligned} \frac{-4}{3} < x \leq 8 &\xrightarrow{x(-\frac{2}{5})} \frac{8}{15} > -\frac{2}{5} x \geq -\frac{16}{5} \xrightarrow{+3} \frac{53}{15} > 3 - \frac{2}{5} x \geq \frac{-1}{5} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq y < \frac{3}{53} \\ \xrightarrow{y \in \mathbb{N}} y = 1, 2, 3 &\rightarrow \text{سه عدد طبیعی} \end{aligned}$$

صفحات ۴۱ الی ۴۳ کتاب

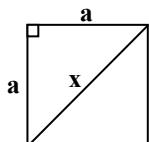
- گزینه ۳ پاسخ است.

نمودار خود تابع  $f$  با توجه به ضابطه آن به صورت  $y = x$  می‌باشد که اگر آن را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم ( $y = x$ ) قرینه کنیم، به گزینه ۳ می‌رسیم.



صفحات ۵۱ الی ۵۳ کتاب

- گزینه ۴ پاسخ است.



$$\begin{aligned} a^2 + a^2 &= x^2 \Rightarrow 2a^2 = x^2 \Rightarrow a = \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{x\sqrt{2}}{2} \\ P(x) = 4a &\Rightarrow P(x) = 4 \times \frac{x\sqrt{2}}{2} = 2x\sqrt{2} \end{aligned}$$

صفحات ۴۳ الی ۴۵ کتاب

- گزینه ۲ پاسخ است.

$$2 = 2 \xrightarrow{\text{تابعی } 1-1 \text{ است}} 2m^2 + m = 1 \Rightarrow 2m^2 + m - 1 = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

$m = -1 \rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 1), (1, 2), (-1, \frac{1}{2})\}$  تابع نیست (پس  $m = -1$  قابل قبول نیست)

$m = \frac{1}{2} \rightarrow f = \{(1, 2), (-1, 1), (1, 2), (2, \frac{1}{2})\}$  تابعی یک‌به‌یک است.

پس  $m = \frac{1}{2}$  قابل قبول است (گزینه ۲)

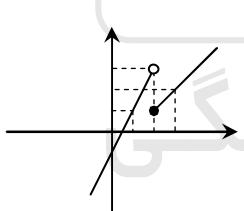
صفحات ۴۳ الی ۴۶ کتاب

- گزینه ۴ پاسخ است.

گزینه ۱: تابع است ولی یک به یک نمی‌باشد چون مثلاً به ازای  $x = 1$  و  $x = -1$ ،  $y = 2$ ،  $y = -1$  داشت (یعنی  $y = 2$  حاصل می‌شود).

گزینه ۲: تابع نیست چون مثلاً به ازای  $x = 0$  دو مقدار برای  $y$  حاصل می‌شود ( $-1$  یا  $1$ ).

گزینه ۳: تابع است ولی با توجه به شکل (نمودار) متوجه می‌شویم که آن را در دو نقطه قطع کند.



لذا گزینه ۴ تنها تابع یک‌به‌یک است و اگر نمودار آن را رسم کنیم این مطلب تأیید می‌شود.

صفحات ۳۷ تا ۴۱ کتاب

- گزینه ۱ پاسخ است.

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = -1 \\ -a + b = 11 \end{cases}$$

$$4a = -12 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -3x + 8$$

$$f^{-1}(5) = y \Rightarrow \begin{cases} 5 \in f^{-1} \\ y \in f \end{cases} \Rightarrow -3y + 8 = 5 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow f^{-1}(5) = 1$$

صفحات ۴۹ الی ۵۳ کتاب

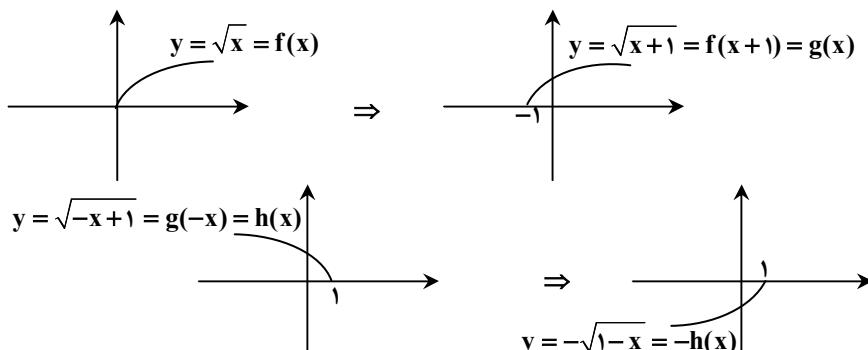
- گزینه ۳ پاسخ است.

$$f(3 + 2\sqrt{2}) = 3 + 2\sqrt{2} + \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} - 2 = 3 + 2\sqrt{2} + \left(\frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} \times \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}}\right) - 2$$

$$f(3 + 2\sqrt{2}) = 3 + 2\sqrt{2} + \frac{3 - 2\sqrt{2}}{1} - 2 = 6 - 2 = 4$$

صفحات ۶۶ الی ۶۹ کتاب

۱۵- گزینه ۳ پاسخ است.



راه حل دوم: (امتحان گزینه‌ها):

$$f(x) = -\sqrt{1-x} \Rightarrow \begin{cases} f(\cdot) = -\sqrt{1-\cdot} = -1 \\ f(1) = -\sqrt{1-1} = 0 \end{cases}$$

و تنها گزینه ۳ در این شرایط صدق می‌کند.

صفحات ۶۰ الی ۶۳ کتاب

۱۶- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\begin{aligned} -2 \leq f(x) < 5 &\Rightarrow -2 \leq f(x-1) < 5 \Rightarrow -1 < -2f(x-1) \leq 4 \\ &\stackrel{x(-2)}{\Rightarrow} -9 < -2f(x-1)+1 \leq 5 \Rightarrow y \in (-9, 5] \end{aligned}$$

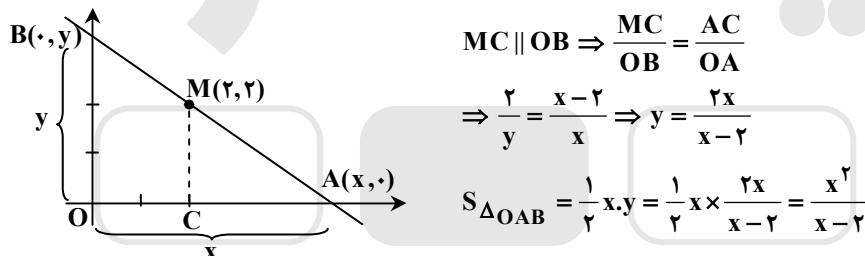
صفحات ۳۷ و ۳۸ و ۴۹ الی ۵۲ و ۷۱ کتاب

۱۷- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{aligned} f(x) = ax + b &\Rightarrow \begin{cases} f(x+y) = a(x+y) + b = ax + ay + b \\ f(x) + f(y) = ax + b + ay + b = ax + ay + 2b \end{cases} \Rightarrow ax + ay + b = ax + ay + 2b \\ &\Rightarrow b = 0 \Rightarrow f(x) = ax \Rightarrow \begin{cases} f(1) = a \\ f(5) = 5a \end{cases} \Rightarrow f(5) = 5f(1) \end{aligned}$$

صفحات ۶۴ و ۶۵ و ۷۲ کتاب

۱۸- گزینه ۴ پاسخ است.



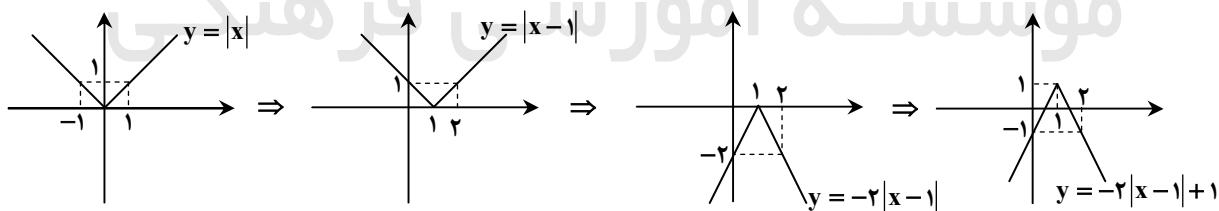
$$MC \parallel OB \Rightarrow \frac{MC}{OB} = \frac{AC}{OA}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{y} = \frac{x-2}{x} \Rightarrow y = \frac{2x}{x-2}$$

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} x \cdot y = \frac{1}{2} x \times \frac{2x}{x-2} = \frac{x^2}{x-2}$$

صفحات ۵۹ الی ۶۱ کتاب

۱۹- گزینه ۴ پاسخ است.



صفحات ۶۲ و ۶۳ کتاب

۲۰- گزینه ۴ پاسخ است.

$$y = \frac{x^2}{2} + ax + b \text{ در آن بر محور } x \text{ ها مماس است، لذا } x = 2 \text{ باید ریشه‌ی مضاعف} \\ \text{چون نقطه‌ای است که نمودار } A \left| \begin{array}{l} x=2 \\ y=0 \end{array} \right. \text{ باشد. یعنی:}$$

$$\frac{x^2}{2} + ax + b = 0$$

$$\begin{aligned} \Delta = 0 &\Rightarrow a^2 - 4\left(\frac{1}{2}\right)(b) = 0 \Rightarrow a^2 = 2b \\ x = 2 &\Rightarrow \frac{4}{2} + 2a + b = 0 \Rightarrow b = -2a - 2 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \Rightarrow a^2 = -4a - 4 \Rightarrow a^2 + 4a + 4 = 0 \\ \Rightarrow (a+2)^2 = 0 \Rightarrow a = -2, b = 2 \Rightarrow a+b = 0 \end{array} \right\}$$

صفحه ۶۴ و ۶۵ کتاب

- گزینه ۲ پاسخ است.

$$f(x) = 45 \Rightarrow 45 = \frac{255x}{100-x} \Rightarrow 4500 - 45x = 255x$$

$$4500 = 300x$$

$$x = \frac{4500}{300} = 15$$

يعني با اين هزينه ۱۵ درصد از آلودگی‌ها رفع می‌شود و  $\% 85 = (100 - 15)$  از آلودگی‌ها باقی می‌ماند.

صفحات ۶۶ الی ۷۰ کتاب

- گزینه ۳ پاسخ است.

$$4 - 2f(x) > 0 \Rightarrow f(x) < 2$$

$f(x)$  معروف  $y$  های نقاط روی نمودار تابع  $f$  می‌باشد که با توجه به نمودار  $f$  در می‌باییم که  $y$  های نقاط روی نمودار  $f$  درباره  $f$  مساوی ۲ می‌باشند ( $f(x) = 2$ ) و در بقیه جاها همواره  $f(x) < 2$ ؛ پس دامنه تعریف تابع  $f(x)$  برابر خواهد بود با:

$$D_f = \mathbb{R} - [-1, 0]$$

صفحات ۶۴ الی ۶۶ کتاب

- گزینه ۳ پاسخ است.

در سه حالت ممکن است این اتفاق رخ دهد:

(۱) عبارت درجه‌ی دوم مخرج ریشه‌ی مضاعف داشته باشد:

$$\Delta' = 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = -1 \text{ یا } 2$$

(۲) عبارت درجه‌ی دوم مخرج به درجه‌ی اول (که یک ریشه دارد) تبدیل شود:

$$m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$$

(۳) ریشه‌ی صورت هم‌zman یکی از ریشه‌های مخرج نیز باشد:

$$2x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \rightarrow (m + 2) \times \frac{1}{4} - 2m \times \frac{1}{2} + 1 = 0 \rightarrow m = 2$$

پس ۳ مقدار می‌توانیم برای این منظور به  $m$  اختصاص دهیم.

صفحات ۴۹ الی ۵۳ و ۷۹ کتاب

- گزینه ۴ پاسخ است.

$$x_c = 1 \Rightarrow y_c = 1^3 - 3(1^2) + 5 = 3$$

نقاط  $A$  و  $B$  با نقطه‌ی  $C$  هم‌عرض هستند ( $y_A = y_B = 3$ )، لذا برای تعیین  $x_A$  و  $x_B$  کافی است معادله‌ی زیر را که یکی از ریشه‌های آن ۱ است حل کنیم (دو ریشه‌ی دیگر معادله  $x_A$  و  $x_B$  خواهد بود):

$$x^3 - 3x^2 + 5 = 3 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \quad \xrightarrow{\text{به روش تقسیم یا تجزیه}} (x-1)(x^2 - 2x - 2) = 0$$

يعني  $x_A$  و  $x_B$  ریشه‌های معادله  $x^2 - 2x - 2 = 0$  هستند. پس:

$$25x_A \cdot x_B = \frac{c}{a} = -2$$

صفحات ۳۷ الی ۳۹ و ۴۹ الی ۵۳ کتاب

- گزینه ۳ پاسخ است.

$$f(x) = ax + b \Rightarrow f(-x) = -ax + b$$

$$\Rightarrow ax + b - 2(-ax + b) = 3 - 5x \Rightarrow 3ax - b = -5x + 3 \Rightarrow \begin{cases} 3a = -5 \Rightarrow a = \frac{-5}{3} \\ -b = 3 \Rightarrow b = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{-5}{3}x - 3 \Rightarrow f(-3) = \frac{-5}{3}(-3) - 3 = 5 - 3 = 2$$

راه حل دیگر: در طرفین رابطه به جای  $x$  را قرار می‌دهیم تا رابطه‌ی جدیدی بر حسب  $f(x)$  و  $f(-x)$  تشکیل شود و سپس بین این رابطه و رابطه‌ی مسئله  $f(-x)$  را حذف می‌کنیم:

$$\times 2 \begin{cases} f(-x) - 2f(x) = 3 + 5x \\ -2f(-x) + f(x) = 3 - 5x \end{cases}$$

$$-3f(x) = 6 + 10x \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{3}x - 2 \Rightarrow f(-3) = 2$$

-۲۶- گزینه ۴ پاسخ است. صفحات ۴۳ الی ۴۶ کتاب

شرط یک به یک نبودن تابع  $f$  این است که دو یا چند زوج مرتب آن  $y$  های برابر داشته باشند:

$$a^2 - 1 = 2 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3}$$

$$a^2 - 1 = a^2 + a \Rightarrow a = -1$$

$$a^2 + a = 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a-1)(a+2) = 0 \Rightarrow a = -2 \text{ یا } 1$$

یعنی ۵ مقدار متمایز برای  $a$  می‌توان در نظر گرفت.

-۲۷- گزینه ۱ پاسخ است. صفحات ۴۱ الی ۴۳ و ۴۹ الی ۵۱ کتاب

$$\left. \begin{array}{l} f^{-1}(1) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = 1 \\ f^{-1}(-2) = \beta \Rightarrow f(\beta) = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow f^{-1}(1) - f^{-1}(-2) = 1 - (-2) = 3$$

-۲۸- گزینه ۴ پاسخ است. صفحات ۶۴، ۶۵ و ۸۳ کتاب

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

در این تابع  $x \neq 0$  پس  $x^2$  عددی مثبت است و می‌دانیم که مجموع یک عدد مثبت با معکوس خودش همواره بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۲ می‌باشد:

$$x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2 \Rightarrow [R_f = [2, +\infty]]$$

-۲۹- گزینه ۳ پاسخ است. صفحات ۹۴ الی ۹۷ کتاب

روش اول: ابتدا به جای  $y$  در رابطه مسئله  $x - y$  قرار می‌دهیم:

$$f(x-y) = f(x).f(-y) \Rightarrow f(\cdot) = f(x).f(-x)$$

حال به جای  $x$  و  $y$  در رابطه مسئله صفر قرار می‌دهیم:

$$f(\cdot + \cdot) = f(\cdot) \times f(\cdot) \Rightarrow f(\cdot)(1-f(\cdot)) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} f(\cdot) = 0 \\ f(\cdot) = 1 \end{array} \right.$$

پس:

$$1 = f(x).f(-x) \Rightarrow f(-x) = \frac{1}{f(x)}$$

روش دوم: رابطه مسئله بیان می‌کند که در تابع  $f$  با افزایش مقدار ثابتی به  $x$  ها،  $y$  ها در عدد ثابتی ضرب می‌شوند که این بیان‌گر رفتار تابع

نمایی است ( $f(x) = a^x$ ) که این مسئله به صورت زیر تأیید می‌شود:

$$f(x+y) = a^{x+y} = a^x \cdot a^y = f(x).f(y) \Rightarrow f(-x) = a^{-x} = \frac{1}{a^x} = \frac{1}{f(x)}$$

-۳۰- گزینه ۴ پاسخ است. صفحات ۳۰، ۴۳ الی ۴۵ کتاب

شرط تابع بودن این است که از هر یک از عضوهای مجموعه‌های  $A$  دقیقاً یک پیکان خارج شود (یعنی چهار پیکان خروجی از مجموعه‌ی  $A$  داریم) و شرط یک‌به‌یک بودن این است که به هر یک از عضوهای مجموعه‌ی  $B$  نیز حداکثر یک پیکان وارد شده باشد (پس حداکثر سه پیکان وارد مجموعه‌ی  $B$  می‌شود و در نتیجه یکی از عضوهای مجموعه‌ی  $A$  عضو نظیری در مجموعه‌ی  $B$  نخواهد داشت، لذا تابع یک‌به‌یک تشکیل نمی‌شود).

تذکر: در تابع یک‌به‌یک، تعداد عضوهای دامنه و برد تابع یکسان است.

-۳۱- گزینه ۳ پاسخ است. صفحات ۳۷ الی ۴۸ و ۵۲ کتاب

$$A \left| \begin{array}{l} -1 \\ 2a \end{array} \right. \in f \Rightarrow 2a = -a + b \Rightarrow b = 3a$$

$$B \left| \begin{array}{l} -b \\ a \end{array} \right. \in f^{-1} \Rightarrow B' \left| \begin{array}{l} a \\ -b \end{array} \right. \in f \Rightarrow -b = a^2 + b \Rightarrow a^2 + 2b = 0 \xrightarrow{b=3a} a^2 + 6a = 0$$

غیرقابل قبول است چون خط افقی می‌شود و وارون پذیر نیست.

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -6 \Rightarrow b = -18 \Rightarrow f(x) = -6x - 18 \end{cases}$$

$$\frac{y+18}{-6} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-1}{6}x - 3$$

صفحات ۶۰ الی ۶۸ و ۸۴ کتاب

-۳۲- گزینه ۴ پاسخ است.

$$\begin{aligned} -f(2x) > 0 \Rightarrow f(2x) < 0 \Rightarrow 2x < -4 &\quad \text{یا} \quad -1 < 2x < 2 \\ \Rightarrow x < -2 &\quad \text{یا} \quad \frac{-1}{2} < x < 1 \\ \Rightarrow x \in (-\infty, -2) \cup (\frac{-1}{2}, 1) \end{aligned}$$

دقت کنید برای تعیین دامنه‌ی  $f(g(x))$  باید  $g(x)$  کاملاً در دامنه‌ی  $f(x)$  قرار گیرد.

-۳۳- گزینه ۱ پاسخ است.

مجموعه‌ی  $A$  طول نقاط تلاقی  $f$  با  $f^{-1}$  را نشان می‌دهد و مجموعه‌ی  $B$  طول نقاط تلاقی  $f$  با نیمساز ناحیه‌ی اول را نشان می‌دهد. می‌دانیم اگر تابعی معکوس پذیر نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم را در نقطه‌ی  $A$  قطع کند  $f^{-1}$  هم از نقطه‌ی  $A$  عبور می‌کند ولی ممکن است  $f$  و  $f^{-1}$  در نقاط دیگری هم غیر واقع بر نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم یکدیگر را قطع کنند پس  $B \subseteq A$  خواهد بود و مثلاً اگر  $x = -x$  آن‌گاه  $A = \mathbb{R}$  اما  $B = \{0\}$ .

-۳۴- گزینه ۲ پاسخ است.

راه حل اول:

$$\begin{aligned} f : 1 \rightarrow 3 \quad g : 3 \rightarrow \frac{1}{3} \Rightarrow \text{gof}(1) &= \frac{1}{3} & f : 2 \rightarrow -1 \quad g : -1 \rightarrow -2 \Rightarrow \text{gof}(2) &= -2 \\ f : 3 \rightarrow 1 \quad g : 1 \rightarrow 2 \Rightarrow \text{gof}(3) &= 2 & & \\ \text{gof} = \left\{ (1, \frac{1}{3}), (2, -2), (3, 2) \right\} \Rightarrow (\text{gof})^{-1} &= \left\{ \left(\frac{1}{3}, 1\right), (-2, 2), (2, 3) \right\} \\ g^{-1}(2) = ? \rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow x = 1 \rightarrow g^{-1}(2) &= 1 \rightarrow f^{-1} \circ g^{-1}(2) = f^{-1}(1) = 2 \\ \text{راه حل سوم} \rightarrow f^{-1} \circ g^{-1}(2) = (\text{gof})^{-1}(2) &= 3 \end{aligned}$$

-۳۵- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\begin{aligned} g(x) = \frac{2}{3-f(x)} \Rightarrow y = \frac{2}{3-f(x)} \Rightarrow 3-f(x) = \frac{2}{y} \Rightarrow f(x) = 3 - \frac{2}{y} \Rightarrow x = f^{-1}\left(\frac{3y-2}{y}\right) \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{3x-2}{x}\right) \\ g^{-1}(2) = f^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \Rightarrow f^{-1}(2) = g^{-1}(2) = 3 \end{aligned}$$

راه حل دیگر:

$$g^{-1}(2) = 3 \rightarrow g(3) = 2 = \frac{2}{3-f(3)} \rightarrow f(3) = 2 \rightarrow f^{-1}(2) = 3$$

-۳۶- گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول:

$$\begin{aligned} \text{fog}(x) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow f(2x-1) &= \frac{1}{x+1} \quad 2x-1=t \Rightarrow x = \frac{t+1}{2} \\ f(t) = \frac{1}{\frac{t+1}{2}+1} = \frac{2}{t+3} \Rightarrow f(x) &= \frac{2}{x+3} \\ f^{-1}(t) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = t &\Rightarrow \frac{2}{\alpha+3} = t \Rightarrow 2\alpha + 6 = 2 \Rightarrow \alpha = -\frac{4}{2} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\begin{aligned} \text{fog}(x) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow g^{-1} \circ f^{-1} = \left( \frac{1}{x+1} \right)^{-1} \\ y = \frac{1}{x+1} \Rightarrow x+1 = \frac{1}{y} \Rightarrow x = \frac{1}{y} - 1 \end{aligned} \left\{ \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{x+1}{2} \Rightarrow \frac{f^{-1}(x)+1}{2} = \frac{1}{x} - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{x} - 3 \Rightarrow f^{-1}(t) = -\frac{4}{2} \right.$$

- گزینه ۳ پاسخ است.

راه حل اول:

$$\sqrt{x} \geq 0 \rightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1 \rightarrow (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \geq 0 \rightarrow y \geq 0.$$

$$y = f(x) = x + 2\sqrt{x} = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \Rightarrow \sqrt{y+1} = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y+1} - 1 \Rightarrow x = (\sqrt{y+1} - 1)^2 \Rightarrow f^{-1}(y) = (\sqrt{y+1} - 1)^2$$

$$\begin{aligned} x &\geq 0 \\ \Rightarrow f^{-1}(x) &= (\sqrt{x+1} - 1)^2 \Rightarrow f^{-1}\text{og} = \{(1, 0), (2, 1)\} \end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$x + 2\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 0 \rightarrow f^{-1}\text{og}(0) = 0.$$

$$x + 2\sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f^{-1}(2) = 1 \rightarrow f^{-1}\text{og}(2) = 1$$

$$x + 2\sqrt{x} = -1 \Rightarrow \text{غیر قابل}.$$

$$x + 2\sqrt{x} = -2 \Rightarrow \text{غیر قابل}.$$

$$f^{-1}\text{og} = \{(0, 0), (1, 1)\}$$

- گزینه ۴ پاسخ است.

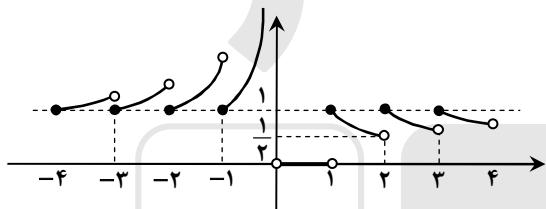
می‌دانیم اگر  $f$  و  $g$  معکوس پذیر باشند، آن‌گاه:

$$(f^{-1}\text{og}^{-1})(x) = (\text{gof})^{-1}(x)$$

$$(\text{gof})^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) = \alpha \Rightarrow \text{gof}(\alpha) = \frac{2}{3} \Rightarrow g(f(\alpha)) = \frac{2}{3}$$

$$g(x) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(\alpha) = 2 \Rightarrow \alpha = 1$$

- گزینه ۲ پاسخ است.



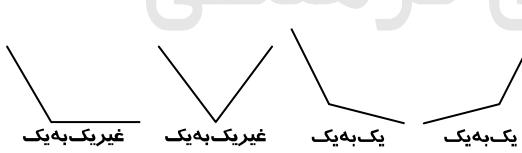
$$y = \frac{[x]}{x}$$

$$x < 0 \Rightarrow y = 1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_f &= \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \cup \{1\} & x \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{x} < 1 \Rightarrow 1 < y \leq 1 \\ x < 0 & \Rightarrow 1 \leq y < \infty \end{aligned}$$

- گزینه ۴ پاسخ است.

شرط معکوس پذیری  $f$  یکنواز اکید بودن تابع پیوسته‌ی  $f$  است. لذا با توجه به قدر مطلق تابع به دو ضابطه تبدیل می‌شود.



$$f(x) = 2x + |ax - 3|$$

$$\begin{cases} f(x) = (2+a)x - 3 \\ f(x) = (2-a)x + 3 \end{cases} \Rightarrow (2+a)(2-a) > 0 \Rightarrow 4 - a^2 > 0.$$

$$\Rightarrow |a| < 2$$

برای آن‌که تابع، یک به یک باشد، باید شیب خط‌های به دست آمده در طرفین  $x = \frac{3}{a}$  هم علامت باشند و صفر هم نشوند.

- گزینه ۱ پاسخ است.

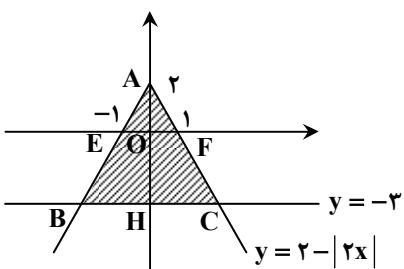
$$\frac{-2x+1}{x^2+2} > -x \Rightarrow -2x+1 > -x^2 - 2x \Rightarrow -x^2 < 1 \Rightarrow x^2 > -1 \Rightarrow x > -1 \Rightarrow x \in (-1, +\infty) \Rightarrow a = -1 \Rightarrow f(-1) = \frac{2+1}{3} = 1$$

- گزینه ۲ پاسخ است.

$$|x - 2| < 3x - 7$$

$$x - 2 < 3x - 7 \Rightarrow 2x > 5 \Rightarrow x > \frac{5}{2}$$

اولاً باید  $3x - 7 > 0$  لذا  $x - 2 > 0$  خواهد بود، پس:



صفحات ۵۸ الی ۶۱ کتاب ۴۳- گزینه ۲ پاسخ است.

ناحیه‌ی مورد نظر مثلث ABC می‌باشد که ارتفاع آن (AH) برابر است با:  $AH = 2 + 3 = 5$  و برای محاسبه‌ی قاعده‌ی آن می‌توان از قضیه‌ی تالس استفاده کرد:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AO}{AH} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{2}{BC} \Rightarrow BC = 5$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{5 \times 5}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$$

یا در معادله‌ی خط  $y = -3$   $y = -3$  گذاشت که  $x = \pm \frac{5}{2}$  است، پس:  $BC = 5$ .

صفحات ۷۹ الی ۸۳ کتاب ۴۴- گزینه ۱ پاسخ است.

باید عبارت  $m^2 - 2(m+1)x + 2m + 2$  به‌ازای همه‌ی مقادیر  $x$  علامت مثبت داشته باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta' < 0 \Rightarrow m^2 + 2m + 1 - 2m^2 - 2m < 0 \Rightarrow 1 - m^2 < 0 \\ m > 0 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{c} m \\ 1-m^2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} -1 \\ - \\ 0 \\ + \\ 0 \\ - \end{array} \right| \Rightarrow \boxed{m < -1 \text{ یا } m > 1} \quad (\text{I})$$

$$\text{I} \cap \text{II} : \boxed{m \in (1, +\infty)}$$

صفحات ۵۹ الی ۶۱ و ۶۶ الی ۷۰ کتاب ۴۵- گزینه ۳ پاسخ است.

ابتدا برد تابع  $y = 4 - |x|$  را به‌دست می‌آوریم:

$$|x| \geq 0 \Rightarrow -|x| \leq 0 \Rightarrow 4 - |x| \leq 4$$

حال اگر از طرفین عبارت فوق جذر بگیریم، با توجه به این‌که اعداد منفی جذر ندارند، خواهیم داشت:

$$0 \leq 4 - |x| \leq 4 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{4 - |x|} \leq 2 \Rightarrow R_f = [0, 2]$$

صفحات ۶۴ الی ۷۰ کتاب ۴۶- گزینه ۳ پاسخ است.

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{x^2 - 1} \left| \begin{array}{c} -1 \\ + \\ 0 \\ - \\ 0 \\ + \end{array} \right| \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 \\ , \\ 9 - x^2 > 0 \Rightarrow \frac{x}{9 - x^2} \left| \begin{array}{c} -3 \\ - \\ 0 \\ + \\ 0 \\ - \end{array} \right| \Rightarrow -3 < x < 3 \end{array} \right\} \cap \boxed{D_f = (-3, -1] \cup [1, 3)}$$

اعداد صحیحی که در  $D_f$  وجود دارند، عبارتند از  $-2, -1, 1, 2$  (یعنی چهار عدد صحیح)

صفحات ۷۹ الی ۸۴ کتاب ۴۷- گزینه ۲ پاسخ است.

$$\frac{3x-12}{8x-16} - \frac{27x}{8x+16} = \frac{3x-12}{8(x-2)} - \frac{27x}{8(x+2)} > 0 \Rightarrow \frac{3x^2 - 6x - 24 - 27x^2 + 54x}{8(x-2)(x+2)} > 0.$$

$$\Rightarrow \frac{-24x^2 + 48x - 24}{8(x-2)(x+2)} > 0 \Rightarrow \frac{-24(x-1)^2}{8(x^2-4)} > 0 \Rightarrow \frac{-3(x-1)^2}{x^2-4} > 0.$$

$$\left| \begin{array}{c} x \\ -2 \\ 1 \\ 2 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{c} - \\ + \\ 0 \\ + \\ - \end{array} \right| \quad \Rightarrow x \in (-2, 2) - \{1\}$$

تعییف نشده      تعییف نشده