

مثال: اگر $f(x) = \begin{cases} 2x + a & x \in \mathbb{Q} \\ x + 3 & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$ ، اولاً a را چنان بیابید که تابع

$y = f(x)$ در $x = 1$ دارای حد باشد. ثانياً a را چنان بیابید که تابع $y = f \circ f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = l \Rightarrow 2 + a = 4 \Rightarrow a = 2$$

در $x = 1$ دارای حد باشد.

$$f \circ f(x) = \begin{cases} 2(2x + a) + a & x \in \mathbb{Q} \\ x + 3 + 3 & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$$

$$f \circ f(x) = \begin{cases} 4x + 3a & x \in \mathbb{Q} \\ x + 6 & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases} \Rightarrow 4 + 3a = 7 \Rightarrow a = 1$$

برای $a = 1$ تابع $y = f \circ f(x)$ در $x = 1$ پیوسته است اما $y = f(x)$ در این نقطه فاقد حد است.

برای $a = 2$ تابع $y = f(x)$ در $x = 1$ پیوسته است اما $y = f \circ f(x)$ در این نقطه فاقد حد است.

مثال: اگر $f(x) = 2^{\frac{1}{x}}$ و $g(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ ، مقدار $\lim_{x \rightarrow 0^-} \text{gof}(x)$ چه عددی است؟

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{\frac{1}{x}} = 2^{-\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \text{gof}(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -3$$

