

مثال: اگر $f(x) = \frac{|x| - [x]}{2|x| + [x]}$ مقدار زیر را بیابید.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x - (-1)}{-2x - 1} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 0}{2x + 0} = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{حاصل} = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 \quad \text{و} \quad f(x) = \begin{cases} ax - 1 & x < 1 \\ 2a + x^2 & x > 1 \end{cases} \quad \text{مثال: هرگاه}$$

مقدار a چه عددی است؟

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2a + 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = a - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2a + 1) - (a - 1) = -1 \Rightarrow a + 2 = -1 \Rightarrow a = -3$$

تذکره:

$$(1) \quad x \in \mathbb{R}, f(x) = c \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$$

$$(2) \quad \text{چند جمله‌ای باشد } f(x) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$