

قضیهی افسردگی (ساندویچی)

اگر تابعی مانند $f(x)$ در یک همسایگی محذوف a بین دو تابع $g(x)$ و $k(x)$

قرار گیرد، (مثلاً $K(x) \leq f(x) \leq g(x)$) و g و K در نقطه‌ی $x = a$ دارای

حد یکسان L باشند، آن‌گاه نتیجه می‌شود که $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ است.

مثال: $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$ را به دست آورید.

می دانیم $-1 \leq \sin \frac{1}{x} \leq 1$ ، بنابراین $-|x| \leq x \sin \frac{1}{x} \leq |x|$ ، با توجه به

قضیهی فشردگی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0} -|x| = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$$

نکته:

با استفاده از قضیهی فشردگی می‌توان ثابت کرد $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{1}{x} \right] = 1$ است.