

مثال: تابع $f(x) = \begin{cases} x[-x] & |x| < 1 \\ ax - b & |x| \geq 1 \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته است. حاصل $f(2)$ کدام است؟

کافی است در $x = \pm 1$ پیوستگی را بررسی کنیم.

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a - b \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 \end{array} \right. \Rightarrow b - a = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \diamond \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -a - b \end{array} \right. \Rightarrow a = -b$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{2}, a = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x[-x] & |x| < 1 \\ -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} & |x| \geq 1 \end{cases}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{4}$$