

## پیوستگی توابع:

تابع  $f$  را در  $x = a$  پیوسته گویند هرگاه  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

به عبارتی:

(۱)  $f$  در  $a$  تعریف شده باشد.

(۲)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  موجود باشد.

(۳)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  با مقدار تابع  $f$  در  $a$  یعنی  $f(a)$  برابر باشد.

**مثال:** تابع  $y = [\text{Sin } 2x]$  داده شده است. پیوستگی آن را در  $x = \frac{\pi}{4}$  و  $x = \frac{3\pi}{4}$

$$y = [\text{Sin } 2x]$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} [\text{Sin } 2x] = 1$$

$$y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} [\text{Sin } 2x] = -1$$

**بررسی کنید.**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+a} & x \geq -1 \\ x^2 + ax & x < -1 \end{cases}$$

مثال: مقدار  $a$  کدام باشد که

پیوسته باشد.

$$f(-1) = \frac{1}{a-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \frac{1}{a-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1-a \Rightarrow 1-a = \frac{1}{a-1} \Rightarrow (a-1)^2 = -1$$

هیچ مقداری برای  $a$  به دست نمی آید.

**مثال:**  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x + 1} & |x| > 1 \\ 2x & |x| \leq 1 \end{cases}$  مفروض است. پیوستگی آن را در  $x = 1$  و

$x = -1$  بررسی کنید.

$$f(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$$

$$f(-1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -2$$