

خواص ترکیب :

۱- داریم :

$$\text{الف) } \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \Rightarrow \text{اگر } \binom{n}{x} = \binom{n}{y} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x + y = n \end{cases}$$

$$\text{ب) } \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r} = \binom{n}{r} \quad \text{قاعده پاسکال}$$

بسط دو جمله ای غیاث الدین جمشید کاشانی:

$$(x + y)^n = \binom{n}{0} x^n y^0 + \binom{n}{1} x^{n-1} y^1 + \dots + \binom{n}{n} x^0 y^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} x^{n-i} y^i$$

$$(x + y)^n = (x + y)(x + y) \cdots (x + y)$$

## نتایج:

$$۱) \quad x = y = 1 \Rightarrow \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

$$۲) \quad x = -y = 1 \Rightarrow \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \dots = 0$$

$$\Rightarrow \binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots = \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \dots = \frac{2^n}{2} = 2^{n-1}$$

یعنی تعداد زیر مجموعه های زوج عضوی و فرد عضوی یک مجموعه با هم برابر است.

مثال: اگر  $\binom{n}{11} = \binom{n}{10}$ ، حاصل  $\binom{n}{19}$  کدام است؟

حل:

$$\Rightarrow n = 10 + 11 \rightarrow \binom{21}{19} = \frac{21 \times 20}{2} = 210$$