

قوانین احتمال:

۱) $P(S) = 1$ (پیشامد حتمی (مطمئن))

$P(\emptyset) = 0$ (پیشامد ناممکن (نشدنی))

$0 < P(A) \leq 1$ و برای تمام پیشامدها:

۲) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند: $P(A \cap B) = 0$

و لذا: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$۳) P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$۴) P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$۵) P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap \bar{B})$$

اگر $B \subseteq A$ باشد، آن گاه: $P(A - B) = P(A) - P(B)$ و $P(A) \geq P(B)$

$$۶) P(A \Delta B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \\ = 2P(A \cup B) - P(A) - P(B)$$

$$۷) P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

مثال: احتمال این که شخصی در امتحان ریاضی قبول شود برابر $\frac{2}{3}$ و احتمال این که در امتحان فیزیک قبول شود برابر $\frac{1}{4}$ و احتمال این که در هر دو درس قبول شود برابر $\frac{1}{6}$ است. احتمال این که در هیچ یک از دو امتحان قبول نشود، چقدر است؟

حل:

$$P(\bar{r} \cap \bar{f}) = 1 - P(r) - P(f) + P(r \cap f)$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

مثال: اگر $P(A - B) = \frac{2}{17}$ و $P(B - A) = \frac{10}{17}$ و $P(B) = 3P(A)$ باشد،

آنگاه $P(A \cup B)$ چقدر است؟

$$\left. \begin{aligned} P(A - B) &= P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{17} \\ P(B - A) &= P(B) - P(A \cap B) = \frac{10}{17} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} P(A) - P(A \cap B) &= \frac{2}{17} \\ 3P(A) - P(A \cap B) &= \frac{10}{17} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2P(A) = \frac{8}{17} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{17} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{17}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{17} + \frac{12}{17} - \frac{2}{17} = \frac{14}{17}$$