گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری
خارج از کشور سال ۹۶

- گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

معنی درست واژه‌ها در سایر گزینه‌ها:

۱) سحاب: ابر

۲) بنان: انگشت/ سوفار: دهانهٔ تیر، جایی از تیر که چلهٔ کمان را در آن بند کنند.

۳) کومه: خانه‌ای از نی و علف که کشاورزان در آن می نشینند؛ آلونک، کَپَر، کلبه (زاغه: آغل)

۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

معنی درست واژه‌ها:

رغم: به خاک آلودن بینی، خلاف میل کسی عمل کردن، برخلاف میل، کراهت

تقریر: بیان کردن، روشن ساختن

شرارت: بدی کردن، بدخواهی، فتنه‌انگیزی

ردا: جامه‌ای که روی جامهٔ دیگر پوشند.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

معنی درست واژه‌ها:

حمیّت: غیرت، مروّت، جوانمردی

بیغوله: کنج، گوشه، ویرانه

ثمین: پربها، گران‌بها، گران‌قیمت

آخته: بیرون کشیده، برآورده، کشیده، برافراشته

۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

املای درست واژه‌ها در سایر گزینه‌ها:

۲) مغلوب: شکست‌خورده

۳) انزجار: نفرت/ مغازی: جنگ‌ها

۴) رذالت: پستی/ تهجّد: شب‌بیداری، شب‌زنده‌داری برای عبادت

۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

املای درست واژه‌ها: برائت: پاکی، بیزاری (براعت: برتری)/ ثقت: اعتماد (سقط: دشنام)

۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

عباس خلیلی، رمان «انتقام» را با نثری احساساتی و آکنده از لغات عربی دربارهٔ تیره‌روزی زنان نوشت.

۷- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابله: داستایوسکی/ داستان دو شهر: چارلز دیکنز/ رستاخیز: لئون تولستوی/ انقلاب آفریقا: فرانتس فانون

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) خوشه‌های خشم: جان اشتاین‌بک

۳) مادام کاملیا: الکساندر دوما

۴) کنت مونت کریستو: الکساندر دوما

۸- پاسخ: گزینهٔ ۳

آثاری مانند قصه‌های «چهارمقاله» احمد عروضی سمرقندی و «قابوس‌نامه» اثر عنصرالمعالی کیکاووس‌بن اسکندر قابوس‌بن وشمگیر، نمونهٔ قصه‌هایی در زمینه تعلیم و تربیت‌اند. همچنین حکایت‌های سیاست‌نامه (سیرالملوک) خواجه نظام‌الملک توسی، نمونهٔ قصه‌هایی در فنون و رسوم کشورداری و آیین فرمانروایی، مملکت‌داری، لشکرکشی، بازرگانی، علوم رایج زمان، عدل و سیرت نیکوی پادشاهان و وزیران و امیران است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) «عقل سرخ» سهروردی: نمونهٔ قصه‌هایی در توضیح و شرح مفاهیم عرفانی، فلسفی و دینی به وجه تمثیلی یا نمادین (سمبلیک).

۲) هزار و یک شب: نمونهٔ قصه‌هایی عامیانه که حاوی سرگذشت‌ها و ماجراهای شاهان، بازرگانان، مردان و زنانی گمنام است که برحسب تصادف با وقایعی عبرت‌انگیز و حکمت‌آموز و حوادثی شگفت روبه‌رو شده‌اند.

۴) جامع‌التّمثیل حبله‌رودی: نمونهٔ قصه‌هایی که براساس امثال و حکم فارسی و عربی تنظیم شده‌اند.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

ب) تشبیه: یار به آفتاب

استعاره: جان‌بخشی به روح و فلک

د) تشبیه: زلف به دام

استعاره: جان‌بخشی به باد صبا

بررسی سایر بیت‌ها:

الف) تشبیه: شب وصال به باد

استعاره: .....

ج) تشبیه: .....

استعاره: جان‌بخشی به باد

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

استعاره: جان‌بخشی به نیشکر

حس‌آمیزی: نطق شکرین

نغمهٔ حروف: تکرار صامت «ش» (۶ بار)

کنایه: لب گشودن کنایه از اقدام به سخن‌گویی/ انگشت خاییدن در این جا کنایه از حسرت خوردن

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

ایهام تناسب (بیت «ج»): پرده (دوم): ۱- پوشیدن (معنی درست) ۲- پردهٔ موسیقی (معنی نادرست/ تناسب با مطرب)

استعاره (بیت «الف»): نسبت دادن دمیدن به بو

کنایه: (بیت «ب»): دامن گل بردن کنایه از بهره‌مند و کامیاب شدن

حس‌آمیزی (بیت «د»): تلخ گفتن/ لطیف و لذیذ گفتن

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ؟

دقت کنیم: سؤال قطعاً بی پاسخ است. هر طور هم تکواژها تفکیک و شمرده شوند، باز هم پاسخ درستی وجود ندارد. اشتباه در شمارش تکواژ و واژه در کنکور بارها و بارها اتفاق افتاده است.

۱) سر/ سپرد/ ه/ (گ) ی/ ـِـ/ مزد/ ور/ ان/ ـِـ/ بیگانه (۱۰ تکواژ) (تقطیع «مزدور» طبق نظر احتمالی طراح انجام‌شده، وگرنه این واژه پیشینهٔ تاریخی دارد و بهتر است به دو تکواژ تفکیک نشود.)

۲) بر/ رس/ ی/ ـِـ/ روز/ نامه/ ها/ (ی) ـِـ/ خبر/ ساز (۱۰ تکواژ)

۳) ارز/ ـِـ ش/ یاب/ ی/ ـِـ / دان / ـِـ ش / نامه / ها / (ی) ـِـ / ادب / ی (۱۲ تکواژ)

۴) فرمان/ رو/ ا/ (یـ) ان/ ـِـ/ عدالت/ پیشه/ (ی) ـِـ/ تاریخ (۹ تکواژ)

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

فرستاده بود: ماضی بعید

کنی: مضارع التزامی

نداشت: ماضی ساده

می‌داد: ماضی استمراری

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

هنوزت اجل دست خواهش نبست: هنوز اجل دست خواهشت نبست.

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

مرغ دل صاحب‌نظران: مرکب (صاحب + نظر)

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) صبای روضه رضوان: ساده/ نسیم وعدهٔ جانان: مشتق

۳) کمان‌خانهٔ ابروی تو: ساده

۴) .....

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

مور، چه می‌داند که بر دیوارهٔ اهرام می‌گذرد: دو جزئی (با توجه به سابقهٔ کنکور)

یا بر خشتی خام (می‌گذرد): دو جزئی

تو، بلندترین هرمی: سه‌جزئی گذرا به مسند

که فرعون تخیّل می‌تواند ساخت: سه‌جزئی گذرا به با مفعول

چگونه این چنین که بلند بر زَبَر ماسوا ایستاده‌ای: دوجزئی

در کنار تنور پیرزنی جای می‌گیری: سه‌جزئی گذرا به متمم

دقت کنیم! در منظومهٔ مورد سؤال جملهٔ چهارجزئی گذرا به مفعول و متمم وجود ندارد و همین برای رد گزینه و پاسخ به سؤال کافی است، هرچند، ممکن است طراح «گذشتن» را سه‌جزئی یا «جای گرفتن» را دوجزئی در نظر گرفته باشد.

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲
مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینهٔ (۲): ناپایداری قدرت دنیوی
مفهوم سایر گزینه‌ها:
۱) بی‌نصیبی ۳) سلطهٔ معشوق ۴) بی‌نصیبی

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۱
مفهوم گزینهٔ (۱): والامرتبگی معشوق/ پیام‌رسانی باد صبا
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها : ناپایداری قدرت دنیوی

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱
بازگردانی گزینهٔ (۱): وقتی نوک تیر، سرانگشت رستم را لمس کرد، تیر آن‌چنان سریع رها شد که از مهرهٔ پشت اشکبوس نیز گذشت.
در سایر گزینه‌ها:
۲) رستم کمان را در چنگ گرفت و با شست، تیر خدنگ را آمادهٔ پرتاب کرد.
۳) همین که انتهای تیر به گوش رستم نزدیک شد، از کمان فریادی برخاست.
۴) رستم به پهلو و سینهٔ اشکبوس تیر زد و آسمان به نشانهٔ قدردانی و تشکّر، دست او را بوسید.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۳
بازگردانی و مفهوم ابیات:
ج) بازگردانی: به این دلیل از مرگ می‌ترسی که توشه‌ای مناسب و شایسته برای آخرت خود فراهم نکرده‌ای./ مفهوم: بی‌زاد و توشه بودن
الف) بازگردانی: به روزی و داشته‌های اندکت قناعت کن و طمع را کنار بگذار، انسان نباید برای رسیدن به نعمات دنیوی خون دل بخورد./ مفهوم: نکوهش آزمندی
ب) بازگردانی: اگر دهانت پاک باشد و سخنی بر زبان نیاوری، ابر بهار همان‌طور که صدف را صاحب مروارید می‌کند به تو نیز جایزه خواهد داد./ مفهوم: پرورده‌گویی
د) هنگامی که بخت برگردد و اوضاع پریشان و نامساعد شود، حتی مورچه‌ای می‌تواند بر شیر غلبه یابد؛ همان‌طور که خطی از موی روییده بر صورت می‌تواند قهرمان زیبایی را گرفتار کند و از زیبایی بیندازد./ مفهوم: اوضاع نابسامان

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۴
مفهوم گزینهٔ (۴): رهایی از عشق غیرممکن است.
مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: بی خبری معشوق از حال عاشق/ فقط عاشق حال عاشق را درک می‌کند.

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۲
مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ (۲): متفاوت بودن پدیده‌ها
مفهوم سایر گزینه‌ها:
۱) پریشانی عاشق ۳) بی‌همتایی معشوق ۴) طلب عنایت از معشوق

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳
مفهوم گزینهٔ (۳): ناتوانی عقل/ غلبهٔ عشق بر عقل
مفهوم سایر گزینه‌ها:
۱) بی‌تأثیر بودن روزگار و چرخ در سرنوشت انسان‌ها و اتفاقات جهان
۲) رسوایی عاشقانه
۴) ارزشمندی خرد/ خرد لازمهٔ سعادت است.

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۴
مفهوم مشترک منظومهٔ سؤال و گزینهٔ (۴): ناامیدی از آگاه شدن و بیداری مردم/ ترسیم خفقان و ناآگاهی در جامعه
مفهوم سایر گزینه‌ها:
۱) دعوت به دستگیری بدون توقّع
۲) احتیاط در عین الگو بودن
۳) اتمام حجّت با معشوق و طلب عنایت از او

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۱
مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ (۱): بسنده کردن به کم‌ترین بهره از معشوق
مفهوم سایر گزینه‌ها:
۲) فراموش‌نشدنی بودن داغ عشق
۳) تغییر شرایط نامطلوب به مطلوب/ بی‌نیازی از معشوق
۴) اغراق در زیبایی معشوق

مؤسسه آموزشی فرهنگی

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

کلمات کلیدی: يَرِثُها/ عبادي الصّالحون

يَرِثُ: به ارث می‌برند، فعل مضارع اخباری است. (رد سایر گزینه‌ها)

عبادي الصالحون: بندگان صالح من؛ ترکیب وصفی اضافی است. ضمیر «ي» باید بعد از ترجمهٔ «الصالحون» بیاید. (رد گزینه‌های «۲» و«۴»)

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۱

کلمات کلیدی: المؤمنُ إذا يَعد: مؤمن هر وقت وعده می‌دهد؛ دقت کنید، «إذا» در جای مناسب خود قرار بگیرد؛ یعنی بعد از «مؤمن» ترجمه شود و نیز فعل «يَعِدُ» فعل مضارع است. (رد سایر گزینه‌ها)

يعتَبِرُ: به‌شمار می‌آورد (رد سایر گزینه‌ها)

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

کلمات کلیدی: هذا أمرٌ طبيعي/ تُلجِئُهُم

هذا أمرٌ طبيعيٌّ: این امری طبیعی است؛ دقت کنید بعد از اسم اشاره اسم «ال» دار وجود ندارد. پس نمی‌توانیم به‌صورت «این امر» ترجمه کنیم و نیز «طبيعيّ» صفت برای «أمرٌ» و ترکیب وصفی نکره است پس ترجمهٔ آن همراه «ی» نکره یا وحدت می‌باشد. (رد گزینه‌های «۱» و «۳»)

تُلجِئهم: (آن‌ها را) وادار می‌کند، فعل مضارع معلوم است. (رد گزینه های «۱» و «۴»)

دقت کنید گاهی می‌توان در ترجمه مرجَعِ ضمیر را به‌جای ضمیر به‌کار برد، مانند: الناس تُلجئهُم الضرورةُ: مردم را ضرورت وادار می‌کند.

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

کلمات کلیدی: إذا لم يكن لک مالٌ/ تعطيه/ أعطِهم/ بِحُسنِ خلقک

إذا لم يكن لَک مالٌ: هرگاه مالی نداری؛ هرگاه «لِ + اسم» خبر مقدم باشد معنای «دارد» می‌دهد و نیز چون فعل شرط است به‌صورت «مضارع التزامی» ترجمه می‌شود. (رد گزینه‌های «۱» و «۳»)

تُطيعهِ: (آن را) ببخشی؛ فعل مضارعی است که جملهٔ وصفیه واقع شده است و چون قبل از آن نیز فعل مضارع است، به‌صورت «مضارع التزامی» ترجمه می‌شود. (رد گزینه‌های «۱» و «۳») و نیز این فعل مضارع مثبت است. (رد گزینهٔ «۴»)

أعطهم: به آن‌ها عطا کن؛ فعل امر است. (رد گزینه‌های «۳» و «۴»)

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) بعد از اسم اشاره، اسم «ال» دار است، پس اسم اشاره به‌صورت «مفرد» ترجمه می‌شود.

ترجمهٔ صحیح: این دانش‌آموزان، نتیجهٔ سعی خود را خواهند دید.

۳) مانند گزینهٔ (۲) «اولئک» مفرد ترجمه شود.

ترجمهٔ صحیح: آن پیامبران، برای هدایت مردم، سختی بسیاری را تحمل کردند.

۴) معادل: «کسانی که» در عبارت عربی نیست و نیز «ابيهنَّ الحَنون» ترکیب وصفی و اضافی است. همچنین «رسائل» جمع و نکره است.

ترجمهٔ صحیح: این دختران برای پدر مهربان‌شان هنگامی که در جبهه بود، نامه‌هایی را نوشتند.

۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمهٔ عبارت: صدقه‌هایتان را با آزار رساندن و اذیت باطل نکنید.

ترجمهٔ گزینه‌های (۱) و (۳):

۱) آفت جوانمردی منت نهادن است.

۳) منت، ساختمان‌ها را از بین می‌برد.

توضیح: عبارت سؤال دقیقاً با گزینهٔ (۴) نزدیک‌ترین مفهوم را دارد. زیرا هر دو به صدقه و احسان بدون منت گذاشتن اشاره دارند.

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

ضربان قلب انسان: دقّات قلب الإنسان؛ ترکیب اضافی است. (رد گزینه‌های «۱» و «۲»)

زیباترین: أجمل (رد گزینه‌های «۱» و «۲»)

نغمات موسیقی: نغمات الموسيقى؛ ترکیب اضافی است. (رد سایر گزینه‌ها)

آفرینش هستی: خلقة العالم؛ ترکیب اضافی است. (رد گزینه‌های «۱» و «۳»)

۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

شتاب کن: اِبتَدِرْ؛ «بادر» به معنای «اقدام کن» و «اسْتَبقِ» به معنای «سبقت بگیر» هستند. (رد سایر گزینه‌ها)

عمر تو: عمرک؛ ضمیر «تو» باید در تعریب بیاید. (در گزینه‌های «۳» و «۴»)

■ ترجمهٔ درک مطلب:

أَتَعْلَمُ أنّ لِلتمساحِ صديقاً مخلصاً مِن الطيور، (آیا می‌دانی که تمساح دوست بااخلاصی از پرندگان دارد،) حیث نَری بینهما تعاملاً عجیباً! (به‌طوری‌که میان آن دو تعامل عجیبی می‌بینیم!) فَکثیراً ما نُشاهد التمساح (پس بسیار تمساح را می‌بینیم) قد فتَح فکیّه الواسعینَ (که دو فک بزرگش را باز کرده است) و أقبلَ الطائر و دَخَلَ فِي فمه بکلّ طمأنینةٍ (و پرنده جلو آمده و با آرامش تمام وارد دهانش شده است) لیَجمعَ مِنقاره کلّ ما علق بین أسنان ذلک الحیوان مِن الطعام! (تا با منقارش هر چه میان دندان‌های آن حیوان از غذا آویزان شده را جمع کند) لذا فقد أنس کلّ منهما الآخر (بنابراین هر یک از آن‌ها به دیگری انس گرفته است) و استحکمت بینهما أسباب الصداقة (و میان آن دو اسباب دوستی استحکام یافته است) حتی أنّک تری الطائر (به گونه‌ای که تو پرنده را می‌بینی) یدخلُ فم التمساح و کأنّهُ یدخُلُ بیته! (که وارد دهان للتمساح می‌شود درحالی‌که گویا او وارد خانه‌اش شده است!) هناک خدمةٌ أُخری (خدمت دیگری وجود دارد) یُقَدمها هذا الطائر للتماسح، (که این پرنده به تمساح تقدیم می‌کند) فهو یتبع التّماسیح فی رحلاتها لِطلب القوت، (آن است که او به‌دنبال تمساح در سفرهایشان برای طلب غذا می‌رود) فإذا شاهَدَ صیّاداً أو خَطَراً ، (پس هنگامی که شکاری یا خطری را ببیند،) أسرع إلی إنذار التمساح بایجاد صوت (به هشدار دادن تمساح با ایجاد صدایی می‌شتابد) یدرک الحیوان معناه، (حیوان (نیز) معنایش را می‌فهمد) فَیُسرعُ إلی الإبتعادِ أو إلی اتخاذ الحیلة المناسبة لاصطیاد (= صید) طعمته! (پس به‌سوی دور شدن یا گرفتن حیلهٔ مناسب برای شکار طعمه‌اش می‌شتابد.)

معنای کلمات متن:

فکّیه	دو فک آن	أقبَلَ	جلو آمد	بکل الطمأنینة	با کمال آرامش
عُلِّق	آویزان شد	أسنان	دندان‌ها (مفرد: سِنّ)	فَم	دهان
أَنِسَ	انس گرفت	الصداقة	دوستی	القوت	غذا
یُقَدِّمُ	تقدیم می‌کند	تَبِعَه	به‌دنبال او رفت	أسرع	شتافت
إنذار	هشدار	اصطیاد	شکار		

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) پرنده از تمساح می‌ترسد و هیچ‌گاه به او نزدیک نمی‌شود!

۲) از علت‌های دوستی، احساس نیاز یک (نفر) به دیگری است!

۳) تمساح با صدایی هنگام احساس خطر آواز می‌دهد، پس پرنده از خطر فرار می‌کند!

۴) فایدهٔ مهم پرنده از بین بردن میکروب‌ها از دهان تمساح بعد از وارد شدن به آن است!

توضیح: تمساح و پرنده هر دو برای هم سودمند هستند پس به‌خاطر همین سودمندی به هم نیاز دارند.

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمهٔ عبارت: «پرنده در سفرها به‌خاطر ..... هم‌نشین تمساح می‌شود.»

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) هشدار دادن به تمساح!

۲) اینکه او دوست و رفیقش است!

۳) به‌دست آوردن غذا!

۴) تمیز کردن دهان تمساح!

توضیح: اگر تمساح غذایی به‌دست بیاورد، پس پرنده هم به غذا می‌رسد، پس به‌خاطر همین او را همراهی می‌کند.

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمهٔ عبارت سؤال: چه زمانی پرنده وارد دهان تمساح می‌شود؟

۱) قبل از خوردن طعمه!

۲) هنگامی که تمساح احساس خطر می‌کند!

۳) بعد از صید طعمه!

۴) هنگامی که تمساح غذایش را خورد!

۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمهٔ عبارت سؤال: صحیح‌ترین گزینه در توصیف (پرندهٔ) متن را مشخص کنید:

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) پاکیزه و هشداردهنده ۲) همدم و شاهد ۳) هشداردهنده و پاک‌کننده ۴) دوست و خورده شده

توضیح: پرنده خودش پاکیزه نیست، بلکه پاک‌کنندهٔ دندان‌های تمساح است. (رد گزینهٔ «۱»)

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۴

حرکت‌گذاری کامل عبارت:

قَدْ أَنِسَ کُلٌّ مِنْهُما الآخَرَ وَ استَحکَمَتْ بینهما أَسبابُ الصَّداقةِ

فاعل و مرفوع | مفعول‌به و منصوب | فاعل و مرفوع مضاف‌الیه و مجرور

اشتباه گزینهٔ (۴):

أسبابَ ← أسبابُ (فاعل و مرفوع است.)

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

حرکت‌گذاری کامل عبارت:

بِإیجادِ صَوتٍ یُدْرِکُ الحَیوانُ مَعناهُ فَیُسْرِعُ إلی الإبتعادِ

جار و مجرور مضاف‌الیه فاعل و مرفوع جار و مجرور

اشتباه گزینهٔ (۲):

الحَیوانَ ← الحیوانُ (فاعل و مرفوع است.)

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

۱) متعدٍّ ← لازم/ فاعلُهُ ضمیر «هو» المستتر ← فاعله «الطائر» ۲) معتل و مثال ← صحیح و سالم

۴) مجرد ثلاثی ← مزید ثلاثی (من باب إفعال)

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

۱) معتل و اجوف ← صحیح و سالم/ فاعلُهُ الاسم الظاهر «الطائر» ← فاعله «هذا»

۲) مزید ثلاثي (من باب «تَفَعُّل») ← مزید مِن باب «تفعیل»

۳) فاعله ضمیر «الهاء» ← فاعله «هذا»

۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

دلایل رد سایر گزینه‌ها:

۱) مقصور ← صحیح الآخر

۳) و هو مفعول مطلق ← و هو مفعول‌به

۴) حال و منصوب و صاحب الحال «تعاملاً » ← نعت و منصوب

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

در این عبارت «ن» در فعل «انتشرت» از حروف اصلی فعل یعنی «نَشَر» است.

ترجمه: برگ‌های درختان بر روی زمین به‌خاطر باد پاییزی پخش می‌شد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اِندفعت ← از باب «انفعال» و ریشهٔ آن «دَفَعَ» است.

ترجمه: اسب‌ها به‌سوی رودخانه رهسپار شدند تا از آن آب گوارایی را بنوشند.

۲) ینبسطُ ← از باب «انفعال» و ریشهٔ آن «بَسَطَ» است.

ترجمه: چهرهٔ تماشاگران هنگام دیدن بازی کودکان گشوده شد.

۳) ینزعج ← از باب «انفعال» و ریشهٔ آن «زعج» است.

ترجمه: بیچارگان از سختی‌ها به‌خصوص هنگام رویارویی با ستم نگران می‌شوند.

۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

ترجمهٔ عبارت سؤال: فعلی که علامت اعراب انتهای آن ظاهر نشده است را مشخص کن. (منظور از این عبارت مشخص کردن مضارع ناقص فقط در حالت مرفوعی و در صیغه‌های ضمیر بارز است.)

بررسی گزینه‌ها:

۱) یَرجو ← فعل مضارع و معتل و ناقص است و حرکت ضمه (ـُ) روی آن ظاهر نمی‌شود.

ترجمه: انسان همیشه به خدا در زندگی‌اش امید دارد.

۲) یُعینُ ← فعل مضارع مرفوع و أجوف است و اعراب آخر را می‌پذیرد.

ترجمه: انجام واجبات به شخص بر این‌که موفق شود، کمک می‌کند.

۳) أنْ یَهدیَ ← فعل مضارع معتل ناقص است و فعل‌های معتل ناقص در حالت نصب حرکت (ـَ) را می‌گیرند.

ترجمه: انسان صالح باید مردم را به راه حق هدایت کند!

۴) أن یدعُوَ ← فعل مضارع معتل ناقص است و فعل‌های معتل ناقص در حالت نصب حرکت (ـَ) را می‌پذیرند.

ترجمه: معلم می‌خواهد که یازده تا از اولیای دانش‌آموزان را به مدرسه فرا خواند.

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

بررسی گزینه‌ها:

۱) لاتُجالِسُ ← فعل مضارع معلوم (حرکت ضمه ابتدای آن به‌خاطر باب «مفاعله» است.)

ترجمه: همانا مؤمن با انسان‌های متکبر در همهٔ احوال هم‌نشینی نمی‌کند.

۲) لااستسلِمُ، أُطیعُ ← فعل مضارع معلوم

ترجمه: در مقابل ستمگران تسلیم نمی‌شوم و فقط از خدا و پیامبرش اطاعت می‌کنم.

۳) لایُسمَعُ ← فعل مضارع منفی و مجهول

ترجمه: به‌خاطر دوری‌ات از من، صدایت هرگز شنیده نمی‌شود!

۴) یُحاولُ ← فعل مضارع مجزوم و معلوم

ترجمه: مسلمان باید به تهذیب نفس خود قبل از دیگران تلاش کند.

۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمهٔ عبارت سؤال: خبر مفردی را انتخاب کن که نه مضاف است نه منعوت (موصوف):

بررسی گزینه‌ها:

۱) یبتعدونَ ← خبر (از نوع جمله است.)

ترجمه: آن عاقلان از باطل دور می‌شوند!

۲) زمیلات ← خبر مفرد و مضاف

ترجمه: اینان هم‌شاگردی‌های ما در مدرسه هستند!

۳) موفقونَ ← خبر مفرد است، اما مضاف و موصوف نیست.

ترجمه: آن افراد کوشا بسیار موفق هستند.

۴) أُمّهات ← خبر مفرد و منعوت (موصوف)

ترجمه: اینان مادرانی بزرگوار هستند.

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

لعلّ هاتانِ الطالبتانِ ← لعلَّ هاتین الطالبتینِ. «لعلّ» از حروف مشبهة بالفعل است. اسم آن باید منصوب باشد و چون مثنی است با اعراب فرعی «یاء» می‌آید و «الطالبتین» نیز به تبعیت آن باید با اعراب فرعی «یاء» بیاید.

ترجمه: شاید این دو دانش‌آموز بتوانند به هم‌شاگردی‌های خود در درس کمک کنند.

۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

بررسی گزینه‌ها:

۱) اجتنِبْ: جملهٔ فعلیه/ لا تنجو: جملهٔ خبر «لأنّ»

ترجمه: ترس ننگ است پس از آن دوری کن، چرا که تو از خطرهای بزرگش نجات نمی‌یابی!

۲) یبنی: جملهٔ وصفیه

ترجمه: همانا گنجشک پرندهٔ فعالی است که لانه‌اش را بالای درختان می‌سازد!

۳) لا تتغیّر، أن یُغیروا: جملهٔ فعلیه

ترجمه: حالت (هیچ) قومی تغییر نمی‌کند، مگر این‌که عادت‌های زشتشان را تغییر دهند.

۴) فُقِدت: فعل شرط/ ذُکِرت: جواب شرط

ترجمه: سلامتی هدیه‌ای مخفی است، پس هرگاه گم شود، به یاد آورده می‌شود.

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

در این عبارت مفعول‌فیه وجود ندارد.

ترجمه: آیا از هوای گرم در فصل تابستان رنج می‌بری؟

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) عِندَ ← مفعول‌فیه

ترجمه: هر که به هنگام قدرت ببخشد، پس او بخشنده است.

۲) دائماً ← مفعول‌فیه

ترجمه: همیشه کسالت خوبی‌ها را از تنبل دور می‌کند.

۴) مَتی ← مفعول‌فیه

ترجمه: وقتی تو را می‌بینم که مشغول کمک کردن هستی، من احساس شادی می‌کنم.

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

نشیطتانِ ← نشیطتینِ (حال باید منصوب باشد و چون در اینجا اسم مثنی است با اعراب فرعی «یاء» می‌آید.)
ترجمه: همانا دو کشاورز در مزرعه کار می‌کنند، در حالی که در کارهایشان فعالند.

دین و زندگی

۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

با توجه به این‌که در این آیه آمده که همانا در آفرینش آسمان‌ها و زمین و آمد و شد شب و روز نشانه‌هایی برای خردمندان است، کسی می‌تواند حقیقت جهان را به‌درستی دریابد که عقلانیت و خردمندی بر او حاکم باشد.

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

انسجام و پیوستگی میان مخلوقات جهان از دو کلمهٔ کلیدی «تفاوت: بی‌نظمی» و «فطور: شکاف» برداشت می‌شود. آیهٔ ﴿ما تری فی خلق الرحمن من تفاوت فارجع البصر هل تری من فطور﴾ پاسخ درست است.

۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

عبارت ﴿ثمّ انشأناهُ خلقاً آخر﴾ «سپس او را به آفرینشی دیگر باز آفریدیم.» اشاره به بعد روحانی انسان دارد. آیهٔ ﴿و نفخت فیه من روحی﴾ پاسخ درست است.

با توجه به این‌که در قسمت دوم سؤال، استدلال وجود بعد روحانی که همهٔ انسان‌ها می‌پذیرند خواسته شده است، باید استدلالی را انتخاب کنیم که مربوط به همگان (همهٔ انسان‌ها) باشد. یکی از دلایل وجود بعد روحانی، ثابت بودن خود است. در این مورد می‌گوییم: هر کس درک روشنی از خود دارد و در اثبات آن به هیچ‌گونه استدلالی احتیاج ندارد.

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

این‌که خداوند حکیم و کارهایش هدفمند است و به تعبیر صورت سؤال، تدبیر حساب شده‌ای در جهان حاکم است، ضرورت معاد را ایجاب (واجب) می‌کند که آیهٔ ﴿ لَیَجْمَعَنَّکُمْ الی یوم القیامة﴾: «حتماً شما را در روز قیامت جمع می‌کند.» حاکی از آن است.

بی‌اعتقادی به معاد، موجب افتادن در آتش جهنم می‌شود، زیرا کسی که به معاد اعتقادی ندارد، برای کار نیک تلاش نمی‌کند و در نتیجه، سرانجامش آتش است که آیهٔ ﴿فویل للذین کفروا من النّار﴾: «پس وای بر کافران از آتش جهنم» حاکی از آن است.

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

آن کسی که تصمیم می‌گیرد و مرتکب گناه می‌شود و کرامت خدادادی خود را لکه‌دار می‌کند، خود انسان است. مصادیق آیهٔ شریفهٔ ﴿و الّذین کسبوا السّیّئات﴾ که همان گناهکاران هستند، در حقیقت کرامتی را که خدا به انسان بخشیده، نادیده گرفته‌اند.

آیهٔ ﴿للذین احسنوا الحسنی و زیادة ...﴾ مربوط به انسانی است که از گناه دوری نموده و در نتیجه، خداوند نیز نتیجهٔ این عمل را دوری از گرد ذلت و برخورداری از پاداشی بیشتر بیان کرده است. در حقیقت به نیکوکاران بیان می‌کند که نتیجهٔ عمل خودشان است.

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

آیهٔ ۴۰ سورهٔ یس برخی از قانون‌مندی‌های جهان را بیان می‌کند که عبارتند از: عدم برخورد ماه و خورشید به یکدیگر و گردش آن‌ها در مدار خود. این تقدیر و قانون‌مندی سبب شده است که انسان ایام را تنظیم نموده و با اعتماد و اطمینان از دقت و نظم آن، برنامه‌ریزی و عمل کند. البته این مفهوم در کتاب درسی قدیم طرح و در کتاب درسی جدید حذف شده است.

آیهٔ ﴿لَا الشَّمْسُ یَنْبَغِی لَهَا ...﴾: بیان‌گر تقدیر الهی است.

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۱

توکل، جانشین تنبلی و ندانم‌کاری افراد نیست، بلکه کمک‌کننده و امیددهنده به کسی است که اهل همت، تعقل و پشتکار است.

آیه‌ای که بر توکل بر خدا اشاره دارد، آیهٔ ﴿او ارادنی برحمة هل هنّ ممسکات رحمته﴾: «اگر خدا برای من رحمتی خواهد آیا آنان بازدارندهٔ رحمت او هستند؟» است.

۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به مفاهیم مطرح در این آیه:

﴿قل الله خالق کل شئ﴾: «بگو خدا آفرینندهٔ همه چیز است»: خالقیت خداوند

﴿و هو الواحد القهّار﴾: و او یکتای قهار است: وحدانیت و نیرومندی و توانایی خداوند

با گزینهٔ (۳) ارتباط مفهومی دارد:

۳) ﴿إن یشأ یذهبکم و یأت بخلق جدید﴾: اگر بخواهد شما را می‌برد و آفرینش جدیدی می‌آورد: قدرت خالقیت خداوند

﴿و ما ذلک علی الله بعزیز﴾: و این کار بر خدا دشوار نیست: توانایی خداوند

گزینهٔ (۱) فقط به عبث نبودن خلقت انسان اشاره نموده است و مفهوم اول را به‌طور کامل ندارد. از طرف دیگر مفهوم دوم، یعنی قدرت خداوند نیز در آن آیه نیامده و در نتیجه، پاسخ درست نیست.

* البته سازمان سنجش، کلید این سؤال را (۴) زده است و با هیچ توجیهی این گزینه نمی‌تواند پاسخ درست باشد.

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

طبق سنت امداد، رحمت الهی به همهٔ افراد جامعه، چه نیکوکار و چه بدکار می‌رساند. آیهٔ ﴿کلا نمد هولاء و هولاء من عطاء ربک﴾: پاسخ درست است.

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

این سؤال را باید با توجه به ترجمهٔ آیه پاسخ داد:

﴿و لا تَتّبع أهواءهم﴾: از هوس‌های آنان پیروی نکن: پیروی نکردن از هوس‌های مردم

﴿و قل ءامنت بما انزل الله من کتاب﴾: و بگو به هر کتابی که خدا نازل کرده است، ایمان آوردم: واحد بودن دین خدا

۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

برخی از آن‌ها در مساجد می‌نشستند و داستان‌های خرافی دربارهٔ پیامبران برای مردم نقل می‌کردند.

حاکمان بنی‌امیه و بنی‌عباس اغلب به اندیشه‌هایی میدان می‌دادند که به قدرت آنان کمک می‌کرد و مردم را مطیع آنان می‌گرداند.

از طرف دیگر رواج عقیدهٔ جبری‌گری از اقدامات بنی‌امیه بوده است. با توجه به همهٔ این موارد، گزینهٔ (۴) پاسخ درست است.

«ترویج دنیادوستی» که در گزینه‌های (۱) و (۲) آمده، نادرست است.

۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

پیرامون «تقویت معرفت، ایمان و محبت به امام» آمده: عصر غیبت، عصر دودلی‌ها، شک و تردیدهاست.

پیامبر اکرم ﷺ به حضرت علی ﷺ در این خصوص می‌فرمایند: «بزرگ‌ترین مردمان در ایمان و یقین، کسانی هستند که در روزگاران آینده زندگی می‌کنند، پیامبرشان را ندیده‌اند، امام آن‌ها در غیبت است و فقط به سبب خواندن قرآن کریم و احادیث معصومین ﷺ و تفکر در آن‌ها ایمان می‌آورند.» گزینهٔ ۳ پاسخ درست است.

۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

امیرالمؤمنین مسلمانان را چنین راهنمایی می‌کند: «آگاه باشید که وقتی می‌توانید در آن شرایط راه رستگاری را تشخیص دهید که ابتدا رهاکنندگان و پشت کنندگان به صراط مستقیم را شناسایی نمایید.»

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به آیهٔ ﴿و ما کان المؤمنون لینفروا کافة فلو لا نفر من کل فرقة منهم طائفة لیتفقهوا فی الدین و لینذروا قومهم اذا رجعوا الیهم لعلهم یحذرون﴾، ثمرهٔ هجرت گروهی از مؤمنان با هدف تفقه برای مردم، مواظبت و توجه مردم در احکام الهی است.

۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

گرایشی که منکرین معاد را بی‌توجهی به مرگ یا ترس و اضطراب از مرگ می‌کشاند، میل به جاودانگی است.

با توجه به آیات ۱۰۳ و ۱۰۴ سورهٔ کهف که می‌فرماید: ﴿قُلْ هَلْ نُنَبِّئُكُمْ بِالْأَخْسَرِينَ أَعْمَالًا﴾، ﴿الَّذِينَ ضَلَّ سَعْيُهُمْ فِي الْحَيَاةِ الدُّنْيَا وَهُمْ يَحْسَبُونَ أَنَّهُمْ يُحْسِنُونَ صُنْعًا﴾: «بگو آیا به شما خبر دهیم که زیان‌کارترین در کارها چه‌کسانی هستند. کسانی که کوشش شان در زندگی دنیا گم شده و خود می‌پندارند که بهترین عملکرد را دارند.» پاسخ درست گزینهٔ (۳) است.

۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

طبق آیات ۵۱ و ۵۲ سورهٔ یس می‌فرماید: ﴿وَ نُفِخَ فِي الصُّورِ فَإِذَا هُمْ مِنَ الْأَجْدَاثِ إِلَى رَبِّهِمْ يَنْسِلُونَ قَالُوا يَا وَيْلَنَا مَنْ بَعَثَنَا مِنْ مَرْقَدِنَا هَذَا مَا وَعَدَ الرَّحْمَنُ وَ صَدَقَ الْمُرْسَلُونَ﴾: «هنگامی که نفخ صور دوم اتفاق می‌افتد و کافران از قبرها بیرون می‌آیند، می‌گویند ای وای بر ما چه‌کسی ما را از قبرهایمان بیرون آورد و این وعدهٔ خدای رحمان است و پیامبران راست گفتند.»

۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به آیهٔ ۳۲ سورهٔ اعراف می‌فرماید: ﴿قُلْ مَنْ حَرَّمَ زِينَةَ اللَّهِ الَّتِي أَخْرَجَ لِعِبَادِهِ وَ الطَّيِّبَاتِ مِنَ الرِّزْقِ قُلْ هِيَ لِلَّذِينَ آمَنُوا فِي الْحَيَاةِ الدُّنْيَا خَالِصَةً يَوْمَ الْقِيَامَةِ﴾: «بگو چه‌کسی زیورهایی را که خدا برای بندگانش پدید آورده حرام کرده و روزی‌های پاکیزه را. بگو این‌ها برای کسانی است که ایمان دارند در زندگی دنیا و در روز قیامت، خاص آنان است.»

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

با توجه به ترجمهٔ آیات ۲۳ و ۲۴ سورهٔ بقره داریم:

﴿وَإِنْ كُنْتُمْ فِي رَيْبٍ مِمَّا نَزَّلْنَا عَلَى عَبْدِنَا فَأْتُوا بِسُورَةٍ مِنْ مِثْلِهِ وَ ادْعُوا شُهَدَاءَكُمْ مِنْ دُونِ اللَّهِ إِنْ كُنْتُمْ صَادِقِينَ﴾: و اگر شک دارید در آن‌چه بر بندهٔ خود نازل کردیم پس یک سوره مانند آن بیاورید و شاهدانتان را غیر از خدا فراخوانید اگر راست می‌گویید: شک دربارهٔ وحیانی بودن قرآن کریم

﴿فَإِنْ لَمْ تَفْعَلُوا وَ لَنْ تَفْعَلُوا﴾: پس اگر انجام ندادید و هرگز انجام نخواهید داد: بازنگشتن از این شک

﴿اتَّقُوا النَّارَ الَّتِي وَقُودُهَا النَّاسُ وَ الْحِجَارَةُ أُعِدَّتْ لِلْكَافِرِينَ﴾: پس از آتشی که هیزمش مردم و سنگ‌ها، که برای کافران آماده شده است بترسید، هیزم آتش کافران از مردم و سنگ‌هاست.

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

ریشهٔ شرک و بت‌پرستی جدید آن است که برخی از انسان‌ها در عین قبول داشتن خداوند، دین و دستورات آن را در متن زندگی خود وارد نمی‌کنند و تمایلات دنیایی و نفسانی خود را اصل قرار می‌دهند. نتیجهٔ اصل قرار دادن تمایلات دنیایی و نفسانی در زندگی مسلمانان، گرفتاری در شرک پیچیده‌تر و خطرناک‌تری از عصر جاهلیت است.

۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

پیرامون «پیروی از خداوند» آمده: برخی می‌گویند: قلب انسان با خدا باشد، کافی است و عمل به احکام دینی ضرورتی ندارد، اعمال ظاهری و ظاهر انسان مهم نیست، آن‌چه اهمیت دارد، درون و باطن انسان است.

امام صادق علیه‌السلام فرمودند: «ما احب الله من عصاه»: «کسی که از فرمان خدا سرپیچی می‌کند او را دوست ندارد.» روایت امام صادق علیه‌السلام نفی و پاسخ به دیدگاهی را بیان می‌کند که پیروی ازخداوند و اعمال ظاهری انسان را بی‌اهمیت می‌داند.

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به آیهٔ ﴿ادع الی سبیل ربک بالحکمة و الموعظة الحسنة و جادلهم بالتی هی احسن﴾ کاربرد اندرز (الموعظة الحسنة) و دانش (الحکمة) در زمینهٔ دعوت مردم به راه الهی (ادع الی سبیل ربک) به پیامبر گرامی اسلام صلی‌الله‌علیه‌وآله دستور داده شده است.

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به آیهٔ ۱۱۰ سورهٔ آل عمران: ﴿کُنْتُمْ خَیْرَ أُمَّةٍ أُخْرِجَتْ لِلنَّاسِ تَأْمُرُونَ بِالْمَعْرُوفِ وَ تَنْهَوْنَ عَنِ الْمُنْکَرِ وَ تُؤْمِنُونَ بِاللَّهِ﴾: دلیل برتری یک قوم بر دیگر اقوام را وجود امر به معروف و نهی از منکر و ایمان به خدا در آنان می‌داند.

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

پیشوایان ما زنانی را که فقط با تعیین مهریه‌هایی زیاد و شرایط مالی سنگین حاضر به ازدواج می‌شوند، بی‌برکت دانسته‌اند.

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

اگر بچه‌ای سرمایه‌ای داشته باشد و از آن منافعی به‌دست آید، بنابر احتیاط واجب بعد از آن‌که بالغ شد، باید خمس آن را بدهد.

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

مسافری که پیش از ظهر به محلی برسد که قصد کرده ده روز در آن‌جا بماند، باید نمازهای پس از آن را تمام بخواند، چون ده روز در آن‌جا می‌ماند.

در خصوص روزه نیز، چون پیش از ظهر رسیده اگر چیزی نخورده یا نیاشامیده باشد (مبطل روزه انجام نداده)، باید روزه‌اش را کامل کند و اگر چیزی خورده یا آشامیده باشد، باید بعداً قضای آن روز را به‌جا آورد.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

در حال حاضر، یک برنامهٔ تلویزیونی جدید که توسط شبکهٔ ایست وست تولید شده، وجود دارد که توجه میلیون‌ها بیننده را از سرتاسر جهان جلب کرده است.

توضیح: با توجه به مفهوم جمله در این تست، جمله‌وارهٔ وصفی مورد سؤال است. در جمله‌وارهٔ وصفی کوتاه شده (عبارت وصفی) معمولاً یکی از دو گزینهٔ زیر می‌تواند درست باشد:

۱- فعل **ing** دار (**ing** + شکل سادهٔ فعل) ۲- **p.p.** (قسمت سوم فعل)

با توجه به این‌که عبارت ذکر شده در گزینه‌ها (**a new TV program**) مفعول فعل عبارت وصفی (**produce**) است، قسمت سوم فعل درست می‌باشد.

بیشتر بدانید: در واقع جمله‌وارهٔ وصفی ساختار مجهول داشته که قبل از کوتاه شدن و تبدیل به عبارت وصفی به‌صورت زیر بوده است:

There is now a TV program <u>which/ that is produced by East-West Network</u> ...

جمله‌وارهٔ وصفی

→There is now a TV program produced <u>by East-West Network</u> ...

عبارت وصفی

۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

ما همگی باید در تمام مواقع مراقب باشیم تا احساسات سایر افراد را خدشه‌دار نکنیم.

توضیح: با توجه به این‌که این جمله بیانگر هدف و مقصود است و بعد از جای خالی، ضمیر فاعلی (**we**) را داریم، **so that** پاسخ درست می‌باشد.

۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

مادرم زمانی می‌گفت که خیلی ناراحت بود که آشپزی آن‌قدر از وقتش را گرفت.

توضیح: بعد از **unhappy** (ناراحت)، و با استفاده از **that-clause**، در مورد آن اطلاعات بیشتر ارائه می‌شود. دقت کنید که بعد از **that-clause** به جملهٔ کامل نیاز داریم و بنابراین **cook** باید در جایگاه فاعل قرار گیرد. توجه کنید که اگر بخواهیم فعل را در جایگاه فاعل قرار دهیم باید آن را **ing** دار کنیم.

۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

این‌که آیا اعضای تیم دیگر موافقت کنند که به من کمک کنند یا نه، قرار نیست نظرم را در مورد این‌که قصد دارم در ادامه چه‌کار کنم، تغییر دهد.

توضیح: حرف ربط **whether** (به معنی آیا، که آیا) پرسشی غیرمستقیم یا شک در انتخاب بین دو امکان را بیان می دارد.

۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

یا او ساعات معقولی را کار می‌کند یا سلامتی‌اش آسیب می‌بیند.

۱) فعالانه ۲) مؤثر/ کارآمد ۳) منطقی/ معقول ۴) راحت/ آسوده

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

وقتی که رئیس‌جمهور از این واقعیت که افراد زیادی در این کشور در فقر زندگی می‌کردند، مطلع شد، (وجود) او از شرمساری پُر شد.

۱) فشار ۲) حالت اضطراری، اورژانس ۳) تصور/ تخیل ۴) خجالت/ شرمندگی/ شرمساری

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

متأسفانه ما الان در جامعه‌ای زندگی می‌کنیم که موفقیت را عمدتاً با توجه به چیزهای مادی که داریم، در نظر می‌گیرد.

۱) به‌شدت/ خیلی ۲) اساساً/ عمدتاً ۳) به لحاظ جسمانی ۴) سابقاً/ پیش از این

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

آن دختر جوان، امکان یافتن یک شغل مناسب را برای خودش در یک شرکت خارجی با درآمد مناسب، ارزیابی می‌کند.

۱) پیشنهاد کردن/ اشاره کردن ۲) مقایسه کردن/ سنجیدن ۳) وزن کردن/ ارزیابی کردن ۴) آماده کردن/ مهیا کردن

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

بچه‌ها نجات یافتند، اما آتش خانه‌شان را ویران کرد.

۱) گرفتن/ رسیدن به ۲) رنج بردن/ درد کشیدن ۳) تخریب کردن/ ویران کردن ۴) تکان دادن/ تکان خوردن

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

اقدام آن خانم برای کسب تحصیلات کالج، بخشی از تلاش او برای حمایت مالی بهتر از بچه‌هایش است.

۱) درآمد ۲) تقلا/ کشمکش/ تلاش ۳) کار/ نیروی کار ۴) اعتماد/ اعتماد به نفس

۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

از دست تو خسته شده‌ام، لطفاً در مورد چیزهایی که مایل نیستی سخت کار کنی تا (آن‌ها را) تغییر دهی، گلایه نکن.

۱) مایل/ مشتاق ۲) اجتماعی ۳) خاص/ ویژه ۴) مسئول

۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

بلافاصله بعد از این‌که به پاریس رسیدیم، هتل را ترک کردیم تا گشتن در شهر را شروع کنیم.

۱) وارد شدن/ وارد کردن ۲) تشخیص دادن/ فهمیدن

۳) انجام دادن/ اجرا کردن ۴) کاوش کردن/ اکتشاف کردن/ گشتن

■■ ترجمهٔ **Cloze Test**

گالیله در ۱۵ فوریه سال ۱۵۶۴، در پیزا (در) توسکانی متولد شد. پدرش، وینچنزو گالیله، موسیقی دانی بود که به پیشرفت تئوری و عملی موسیقی کمک کرد. خانواده در اوایل دههٔ ۱۵۷۰ به فلورانس نقل مکان کردند، جایی که خانوادهٔ گالیله قبلاً برای سال‌ها زندگی کرده بودند. گالیله در اوسط دوران جوانی‌اش در والومبروسا، نزدیک فلورانس، حضور یافت و سپس در سال ۱۵۸۱ به دانشگاه پیزا رفت، دانشگاهی که قرار بود در آن پزشکی بخواند. با وجود این، او به ریاضیات علاقه‌مند شد و تصمیم گرفت مباحث ریاضی و فلسفه را به حرفه‌اش تبدیل کند، هرچند پدرش از او می‌خواست که این کار را نکند. گالیله سپس شروع به آماده کردن خودش برای تدریس فلسفهٔ ارسطویی و ریاضیات نمود و چندین (مورد) از سخنرانی‌های کلاسی او تا امروز دوام آورده‌اند. گالیله در سال ۱۵۸۵، دانشگاه را بدون کسب مدرک ترک کرد و به مدت چند سال، در فلورانس و سینا، در مباحث ریاضی، (به‌صورت) خصوصی درس می‌داد.

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

توضیح: در صورتی که دو عمل در گذشته با فاصلهٔ زمانی از یکدیگر انجام شده باشند، برای اشاره به عملی که قبل‌تر انجام شده، از زمان گذشتهٔ کامل (**had + p.p.**) استفاده می‌شود.

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

توضیح: با توجه به‌وجود ضمیر موصولی **where** بعد از جالی خالی و همین‌طور با در نظر گرفتن مفهوم جمله، در اینجا گزینهٔ ۱ کامل‌کنندهٔ جمله خواهد بود.

۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

۱) بر مبنای ۲) علاقه‌مند به ۳) مطمئن در مورد ۴) پریشان توسط/ سردرگم توسط

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۱

توضیح: حروف ربط **although**، **though** و **even though** (به معنی اگرچه، گرچه) برای نشان دادن تضاد غیرمنتظره بین دو جمله به‌کار می‌روند.

۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

۱) کشیدن/ کش دادن ۲) اطلاع دادن به/ مطلع کردن

۳) زنده ماندن/ جان سالم به دربردن/ دوام آوردن ۴) تعمیم دادن/ عمومیت بخشیدن

■■ ترجمهٔ درک مطلب ۱

پروتیئن نقش بسیار مهمی را در برنامهٔ سلامت، زیبایی و ضدپیری موفق ایفا می‌کند. آن مادهٔ ابتدایی حیات است. در واقع، کلمهٔ پروتئین از یک لغت یونانی باستانی به معنی «دارای اهمیت اولیه» ریشه می‌گیرد.

بدن بدون آن نمی‌توانست رشد یا کار کند. وقتی که پروتئین هضم می‌شود، به اسیدهای آمینه تجزیه می‌شود که سپس توسط سلول‌ها برای ترمیم خودشان استفاده می‌گردد. از آن جایی که بدن انسان، تنها می‌تواند ۱۱ تا از ۲۰ اسید آمینه‌ای را که برای حیات ضروری هستند، تولید کند، ۹ مورد باقی‌مانده باید از طریق مصرف پروتئین خوراکی تأمین شود.

بدن‌های ما، بدون پروتئین وارد حالت پیری زودرس می‌شود. عضله‌ها، اندام‌ها، استخوان‌ها، غضروف، پوست و آنتی‌بادی‌هایی که از ما در برابر بیماری‌ها محافظت می‌کنند، همگی از پروتئین تشکیل می‌شوند. حتی آنزیم‌هایی که در واکنش شیمیایی ضروری در بدن- از هضم غذا گرفته تا ساخت سلول‌ها- شرکت می‌کنند، از پروتئین درست می‌شوند. اگر سلول‌های شما، دسترسی کامل به تمام اسیدهای آمینهٔ ضروری را نداشته باشند، ترمیم سلولی ناقص و همچنین بسیار کندتر خواهد بود.

توجه به این نکتهٔ ضروری است که پروتئین قابل ذخیره‌شدن در بدن‌های ما نیست؛ از این رو ما برای سلامت مطلوب و ترمیم سلولی باید در هر وعدهٔ غذایی، منبع خوبی از پروتئین با کیفیت داشته باشیم.

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

متن عمدتاً در مورد چه جنبه‌ای از پروتئین بحث می‌کند؟

۱) کاری که انجام می‌دهد
۲) آن چیزی که از آن تشکیل شده است
۳) (این‌که) آن چه‌طور تولید می‌شود
۴) (این‌که) آن را کجا می‌توان یافت

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

کدام‌یک از موارد زیر در مورد ریشهٔ کلمهٔ «پروتئین» درست است؟

۱) آن با کلمه‌هایی که به معنی سلامت، زیبایی و ضد پیری هستند، مرتبط است.
۲) کلمهٔ واقعی که در اصل، آن (پروتئین) از آن نشأت می‌گیرد، به معنی چیزی است که با اهمیت پروتئین برای بدن انسان منطبق است.
۳) آن از کلمه‌ای در زبان انگلیسی نشأت می‌گیرد که معنای مشابهی با یک کلمهٔ یونانی دارد، به معنی «دارای اهمیت اولیه».
۴) آن به کلمه‌ای که در زبان یونانی بر می‌گردد که وقتی نقش پروتئین در حفاظت از سلامت ما در ابتدا کشف شد، ابداع گردید.

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

طبق متن، کدام‌یک از موارد زیر دربارهٔ پروتئین درست نیست؟

۱) آن منبع اسیدهای آمینه‌ای است که سلول‌های انسان برای ترمیم خودشان نیاز دارند.
۲) آن چیزی که بدن انسان برای محافظت از خودش در برابر بیماری‌ها استفاده می‌کند، از پروتئین تشکیل می‌شود.
۳) منبع تمام اسیدهای آمینه‌ای که بدن انسان برای کارکرد مناسب نیاز دارد، پروتئینی است که ما مصرف می‌کنیم.
۴) سلول‌های ما برای ترمیم خودشان به چند اسید آمینه نیاز دارند که تعداد زیادی از آن‌ها از طریق مصرف پروتئین خوراکی تأمین می‌شود.

۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

می‌توان از متن متوجه شد که آنزیم‌ها ..... .

۱) در فرایند تولید سلول نقش دارند.
۲) برای تولید پروتئین در بدن مورد نیاز است.
۳) دسترسی داشتن به اسیدهای آمینه ضروری را برای سلول‌های ما امکان‌پذیر می‌کنند.
۴) محصول تعدادی واکنش شیمیایی ضروری بدن انسان هستند.

توضیح: با توجه به‌صورت سؤال، انتظار می‌رود که پاسخ این تست، در متن به‌صورت صریح ذکر نشده باشد و قابل استنباط از متن باشد، چرا که **understood** در تست نشان می‌دهد در این جا سؤال استنباطی مدنظر است. بنابراین، با توجه به این‌که گزینهٔ (۳)، طبق پاراگراف‌های دوم و سوم متن، قابل استنباط از متن است اما گزینهٔ (۱) در متن به‌طور صریح ذکر شده است. پاسخ مناسب‌تر گزینهٔ (۳) می‌باشد، اما در کلید نهایی سازمان سنجش، گزینهٔ (۱) به‌عنوان پاسخ درست ذکر شده است.

■■ ترجمهٔ درک مطلب ۲

دلفین‌ها حیواناتی بسیار اجتماعی هستند که اغلب در دسته‌هایی دارای تا دوازده عضو زندگی می‌کنند، هر چند اندازه و ساختار دسته‌ها بین گونه‌ها و مکان‌ها (ی مختلف) بسیار متفاوت است. در محل‌های دارای فراوانی غذا، دسته‌ها می‌توانند به‌صورت موقتی با هم ادغام شوند و ابردسته‌ای را تشکیل دهند؛ این‌گونه گروه‌ها ممکن است به بیش از ۱۰۰۰ دلفین برسند. عضویت در دسته‌ها سخت گیرانه نیست؛ (و) تبادل (بین دسته‌ها) متداول است. با وجود این، دلفین‌ها می‌توانند روابط اجتماعی مستحکمی داشته باشند؛ آن‌ها با اعضای مجروح یا بیمار خواهند ماند، (و) حتی اگر نیاز باشد با آوردن آن‌ها به سطح (آب) به تنفس آن‌ها کمک خواهند کرد. به‌نظر نمی‌رسد که این نوع دوستی به گونهٔ خودشان محدود باشد.

مشاهده شده است که دلفین موکو در نیوزلند، چندین بار، نهنگ‌عنبر ماده‌ای را به‌همراه بچه‌اش، از آب کم‌عمقی که در آن گیر افتاده بودند، به بیرون هدایت کرد. همچنین دیده شده است که آن‌ها با شنا کردن مدور به دور شناگران یا (با) حمله به کوسه‌ها برای دور کردن آن‌ها، از شناگران در برابر کوسه‌ها محافظت کرده‌اند.

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

بهترین عنوان برای این متن چیست؟

۱) دلفین‌ها: بسیار باهوش ۲) انسان‌ها و دلفین‌ها ۳) بازیگوش‌ترین حیوان ۴) رفتار اجتماعی دلفین‌ها

۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

طبق متن، یک ابرگروه ..... .

۱) به ندرت شکل می‌گیرد. ۲) شامل صدها دلفین است.

۳) وقتی شکل می‌گیرد/ به همان شکل می‌ماند. ۴) جایی که غذای وجود دارد/ قابل مشاهده است.

توضیح: گزینهٔ مورد نظر سازمان سنجش در کلید نهایی این تست گزینهٔ (۲) است. هرچند گزینهٔ (۲) نیز درست است و اشکال خاصی ندارد، اما گزینهٔ (۴) نیز کاملاً درست می‌باشد و آن را به هیچ دلیلی نمی‌توان نادرست در نظر گرفت.

۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

عبارت «**this altruism**» (این نوع دوستی) در پاراگراف ۱ به چه معنی است؟

۱) برای نفس کشیدن به سطح (آب) آمدن ۲) تشکیل دادن روابط اجتماعی مستحکم

۳) مجروح یا بیمار شدن دلفین‌ها ۴) کمک کردن دلفین‌ها به یکدیگر

۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

متن، دلفین موکو را در نیوزلند نام می‌برد تا ..... .

۱) یک جملهٔ قبل‌تر را تقویت کند. ۲) از زندگی خانوادگی دلفین‌ها مثالی ارائه کند.

۳) نشان دهد که گونه‌ای متفاوت دلفین‌ها وجود دارد. ۴) ثابت کند که دلفین‌ها از سایر حیوانات دریایی باهوش‌تر هستند.

مؤسسه آموزشی فرهنگی

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

ابتدا ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به‌دست می‌آوریم. داریم:

$$f(x)=۴-e^{۲x} \Rightarrow y=۴-e^{۲x} \Rightarrow e^{۲x}=۴-y \xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از طرفین Ln}} Ln\,e^{۲x}=Ln(۴-y) \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}Ln(۴-y)$$

$$\Rightarrow y=f^{-۱}(x)=\frac{۱}{۲}Ln(۴-x)$$

لذا ضابطهٔ تابع $g(x)$ به‌صورت زیر خواهد بود:

$$g(x)=\sqrt{xf^{-۱}(x)}=\sqrt{\frac{x}{۲}Ln(۴-x)}$$

حال به محاسبهٔ دامنهٔ تابع $g(x)$ می‌پردازیم:

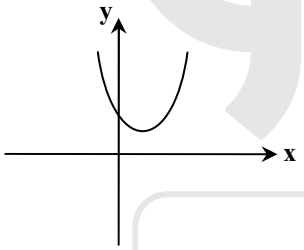
$$\frac{x}{۲}Ln(۴-x)\geq ۰ \Rightarrow \begin{cases}\begin{cases}x\geq ۰\\ Ln(۴-x)\geq ۰ \Rightarrow ۴-x\geq e^{۰}=۱ \Rightarrow x\leq ۳\end{cases} \xrightarrow{\cap} [۰,۳]\\ \begin{cases}x<۰\\ Ln(۴-x)\leq ۰ \Rightarrow ۴-x\leq e^{۰}=۱ \Rightarrow x\geq ۳\end{cases} \xrightarrow{\cap} \varnothing\end{cases}$$

در نتیجه از اجتماع دو جواب فوق، دامنهٔ تابع y به‌صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$D_g=[۰,۳]$$

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته: برای آنکه نمودار تابع درجه دوم $y=ax^{۲}+bx+c$، همواره بالای محور xها باشد، باید $\Delta<۰$ و $a>۰$ باشد، بنابراین این دو شرط را در معادلهٔ $y=(۱-a)x^{۲}+۲\sqrt{۶}x-a$ اعمال می‌کنیم، داریم:



$$\begin{cases}۱)\ ۱-a>۰ \Rightarrow a<۱ \quad (۱)\\ ۲)\ \Delta<۰ \Rightarrow ۲۴+۴a(۱-a)<۰ \Rightarrow ۴a-۴a^{۲}+۲۴<۰ \xrightarrow{\div(-۴)} a^{۲}-a-۶>۰\\ \Rightarrow (a-۳)(a+۲)>۰\end{cases}$$

تعیین علامت

a		-۲		۳	
Δ	+	۰	−	۰	+

$$\Rightarrow a<-۲ \text{ یا } a>۳ \quad (۲)$$

لذا از اشتراک جواب‌های (۱) و (۲) داریم: $a<-۲$

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

$$f(x)=a+\log_{۲}(۳x+b)^{۲}$$

اولاً: نمودار تابع باید از نقطهٔ $A(۵,۱۱)$ بگذرد، لذا:

$$f(۵)=۱۱ \Rightarrow a+\log_{۲}(۱۵+b)^{۲}=۱۱ \quad (۱)$$

ثانیاً: نمودار تابع باید از نقطهٔ $B(۲۱,۱۵)$ بگذرد، لذا:

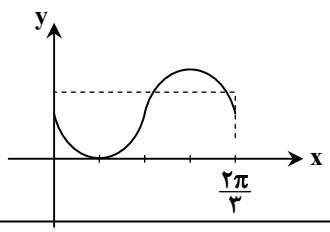
$$f(۲۱)=۱۵ \Rightarrow a+\log_{۲}(۶۳+b)^{۲}=۱۵ \quad (۲)$$

$$(۲)-(۱)=\log_{۲}(۶۳+b)^{۲}-\log_{۲}(۱۵+b)^{۲}=۴ \Rightarrow \log_{۲}(\frac{۶۳+b}{۱۵+b})^{۲}=۴ \Rightarrow (\frac{۶۳+b}{۱۵+b})^{۲}=۲^{۴}=۱۶$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\frac{۶۳+b}{۱۵+b}=۴ \Rightarrow ۶۳+b=۶۰+۴b \Rightarrow b=۱\\ \frac{۶۳+b}{۱۵+b}=-۴ \Rightarrow ۶۳+b=-۶۰-۴b \Rightarrow b=-\frac{۱۲۳}{۵}\end{cases} \xrightarrow{(۱)} a+\log_{۲}(۱۵+۱)^{۲}=۱۱ \Rightarrow a+۸=۱۱ \Rightarrow a=۳$$

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

مطابق شکل، دورهٔ تناوب اصلی تابع $T=\frac{۲\pi}{۳}$ است. از طرفی دورهٔ تناوب اصلی تابع $y=۱-\sin mx$ برابر $T=\frac{۲\pi}{|m|}$ است. همچنین طبق نمودار تابع ابتدا min و سپس max دارد،



بنابراین:

$$\frac{2\pi}{3}=\frac{2\pi}{|m|}\Rightarrow |m|=3 \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} m=3$$

در نتیجه مقدار تابع در $x=\frac{7\pi}{6}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$f(x)=1-\sin 3x \Rightarrow f(\frac{7\pi}{6})=1-\sin(\frac{7\pi}{2})=1-(-1)=2$$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا باید مختصات نقطهٔ A، یعنی محل تلاقی دو منحنی را به‌دست آوریم:

$$f(x)=g(x)\Rightarrow 4^x=(\frac{1}{2})^{2x}+\frac{3}{2}\Rightarrow 2^{2x}=2^{-2x}+\frac{3}{2}\xrightarrow{2^{2x}=t} t=\frac{1}{t}+\frac{3}{2}\xrightarrow{\times 2t\neq 0} 2t^2-3t-2=0$$

$$\xrightarrow{\Delta=25} t=\frac{3\pm 5}{4}\Rightarrow \begin{cases} t=2 & \checkmark \\ t=-\frac{1}{2} & \times \end{cases}$$

$$t=2^{2x}=2^1\Rightarrow 2x=1\Rightarrow x=\frac{1}{2}\Rightarrow f(\frac{1}{2})=4^{\frac{1}{2}}=2$$

در نتیجه مختصات نقطهٔ A به‌صورت $A(\frac{1}{2},2)$ می‌باشد و فاصله‌اش تا نقطهٔ $B(-\frac{1}{2},1)$ برابر است با:

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2+(2-1)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$$

۱۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

اگر ریشه‌های معادلهٔ درجه دوم (قدیم) $2x^2-x-2=0$ برابر α و β باشند، آن‌گاه ریشه‌های معادلهٔ (جدید) $8x^2-mx-8=0$ برابر α^3 و β^3 خواهند بود، لذا می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow S_{\text{جدید}}=\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)\xrightarrow[P_{\text{قدیم}}=\alpha\beta]{S_{\text{قدیم}}=\alpha+\beta} S_{\text{جدید}}=S^3_{\text{قدیم}}-3P_{\text{قدیم}}S_{\text{قدیم}}$$

$$\xrightarrow[P_{\text{قدیم}}=-1]{S_{\text{قدیم}}=\frac{1}{2}} S_{\text{جدید}}=(\frac{1}{2})^3-3(\frac{1}{2})(-1)=\frac{1}{8}+\frac{3}{2}=\frac{13}{8}$$

از طرفی در مقایسه با معادلهٔ $8x^2-mx-8=0$ داریم:

$$S_{\text{جدید}}=\frac{-b}{a}=\frac{-(-m)}{8}=\frac{m}{8}=\frac{13}{8}\Rightarrow m=13$$

۱۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$f(x)=\frac{1-x^2}{1+x^2}\Rightarrow 1+x^2=0\Rightarrow x^2=-1\ \times\Rightarrow D_f=\mathbb{R}$$

$$g(x)=\sqrt{x-x^2}\ ,\ x-x^2\geq 0\Rightarrow 0\leq x\leq 1\Rightarrow D_g=[0,1]$$

لذا برای محاسبهٔ دامنهٔ تابع gof می‌توان نوشت:

$$D_{gof}=\{x\in D_f\,|\,f(x)\in D_g\}=\left\{x\in\mathbb{R}\,\middle|\,\frac{1-x^2}{1+x^2}\in[0,1]\right\}$$

$$\begin{cases} 0\leq\frac{1-x^2}{1+x^2}\xrightarrow{1+x^2>0} 1-x^2\geq 0\Rightarrow -1\leq x\leq 1 \\ \frac{1-x^2}{1+x^2}\leq 1\Rightarrow\frac{1-x^2}{1+x^2}-1\leq 0\Rightarrow\frac{1-x^2-1-x^2}{1+x^2}\leq 0\xrightarrow{1+x^2>0}-2x^2\leq 0 \text{ همواره برقرار است.} \end{cases}$$

بنابراین دامنهٔ تابع gof برابر است با $[-1,1]$.

۱۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

در ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\text{Cos}(\frac{\pi}{۲}-\theta)=\text{Sin}\theta$، عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$A=\text{Cos}(\frac{\pi}{۲}-\underbrace{۲\tan^{-۱}(-\frac{۱}{۲})}_{\theta})=\text{Sin}(۲\tan^{-۱}(-\frac{۱}{۲}))$$

حال اگر $\tan^{-۱}(-\frac{۱}{۲})=\alpha$ در نظر بگیریم، در واقع در جستجوی مقدار عددی عبارت $\text{Sin}(۲\alpha)$ هستیم. بنابراین:

$$\tan^{-۱}(-\frac{۱}{۲})=\alpha \Rightarrow \tan\alpha=-\frac{۱}{۲}$$

اکنون از رابطهٔ $\text{Sin}۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^{۲}\alpha}$ استفاده می‌کنیم و می‌نویسیم:

$$\text{Sin}۲\alpha=\frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^{۲}\alpha}=\frac{۲(-\frac{۱}{۲})}{۱+(-\frac{۱}{۲})^{۲}}=\frac{-۱}{۱+\frac{۱}{۴}}=\frac{-۱}{\frac{۵}{۴}}=-\frac{۴}{۵}$$

۱۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

نکته: $\text{Cos}a\text{Cos}b=\frac{۱}{۲}\big[\text{Cos}(a+b)+\text{Cos}(a-b)\big]$

$$A=۴\text{Cos}۴۰^\circ-\frac{۱}{\text{Cos}۲۰^\circ}=\frac{۴\text{Cos}۴۰^\circ\text{Cos}۲۰^\circ-۱}{\text{Cos}۲۰^\circ}=\frac{۲[\text{Cos}(۴۰^\circ+۲۰^\circ)+\text{Cos}(۴۰^\circ-۲۰^\circ)]-۱}{\text{Cos}۲۰^\circ}=\frac{۲[\text{Cos}۶۰^\circ+\text{Cos}۲۰^\circ]-۱}{\text{Cos}۲۰^\circ}$$

$$=\frac{۲[\frac{۱}{۲}+\text{Cos}۲۰^\circ]-۱}{\text{Cos}۲۰^\circ}=\frac{۱+۲\text{Cos}۲۰^\circ-۱}{\text{Cos}۲۰^\circ}=\frac{۲\text{Cos}۲۰^\circ}{\text{Cos}۲۰^\circ}=۲$$

۱۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$\underbrace{\boxed{\text{Sin}x}+\text{Sin}۲x+\boxed{\text{Sin}۳x}}_{۲\text{Sin}۲x\text{Cos}x}=۰ \Rightarrow ۲\text{Sin}۲x\text{Cos}x+\text{Sin}۲x=۰ \Rightarrow \text{Sin}۲x(۲\text{Cos}x+۱)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}۲x=۰ \Rightarrow ۲x=k\pi \Rightarrow x=\frac{k\pi}{۲} & \text{(I)} \\ ۲\text{Cos}x+۱=۰ \Rightarrow \text{Cos}x=\frac{-۱}{۲}=\text{Cos}\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{۲\pi}{۳} & \text{(II)} \end{cases}$$

با توجه به شرط تست که گفته شده $x\neq\frac{k\pi}{۲}$ است، لذا پاسخ (II) قبول است که در گزینهٔ ۴ داده شده است.

۱۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته: هر گاه $u\to۰$ می‌توان از هم‌ارزی $۱-\text{Cos}u\sim\frac{u^{۲}}{۲}$ استفاده نمود.

با توجه به نکته داریم:

$$\lim_{x\to۰}\frac{۱-\text{Cos}\sqrt{x}}{x}=\lim_{x\to۰}\frac{\frac{(\sqrt{x})^{۲}}{۲}}{x}=\lim_{x\to۰}\frac{\frac{x}{۲}}{x}=\frac{۱}{۲}$$

۱۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

با استفاده از دو رابطهٔ مقابل داریم:

$$(\tan u)'=u'(۱+\tan^{۲}u) \quad , \quad (\text{Sin}^{-۱}u)'=\frac{u'}{\sqrt{۱-u^{۲}}}$$

$$f(x)=\tan(\frac{\pi}{۶}+\text{Sin}^{-۱}\sqrt{x}) \Rightarrow f'(x)=(\frac{\pi}{۶}+\text{Sin}^{-۱}\sqrt{x})'(۱+\tan^{۲}(\frac{\pi}{۶}+\text{Sin}^{-۱}\sqrt{x}))=\frac{\frac{۱}{۲\sqrt{x}}}{\sqrt{۱-x}}(۱+\tan^{۲}(\frac{\pi}{۶}+\text{Sin}^{-۱}\sqrt{x}))$$

$$\Rightarrow f'(\frac{۱}{۴})=\frac{۱}{۲\sqrt{\frac{۱}{۴}}\sqrt{۱-\frac{۱}{۴}}}(۱+\tan^{۲}(\frac{\pi}{۶}+\underbrace{\text{Sin}^{-۱}\frac{۱}{۲}}_{\frac{\pi}{۶}}))=\frac{۱}{۲\times\frac{۱}{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}(۱+\tan^{۲}(\frac{\pi}{۳}))=\frac{۲}{\sqrt{۳}}\times(۱+۳)=\frac{۸}{\sqrt{۳}}$$

۱۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته: می‌دانیم $\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = e$ است.

ابتدا جملهٔ عمومی دنبالهٔ $\{b_n - a_n\}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix} a_n = n\,Ln(n) \\ b_n = n\,Ln(n+1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow b_n - a_n = n\,Ln(n+1) - n\,Ln(n)$$

$$b_n - a_n = n(Ln(n+1) - Ln(n)) = n\,Ln(\frac{n+1}{n}) = Ln(\frac{n+1}{n})^n = Ln(1+\frac{1}{n})^n$$

حال همگرائی دنبالهٔ $\{b_n - a_n\}$ را بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{n\to\infty}(b_n - a_n) = \lim_{n\to\infty} Ln(1+\frac{1}{n})^n = Ln\,e = 1$$

۱۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$f(x) = \begin{cases} \left[\frac{\sin x}{x}\right]\cos 4x & ; \ |x| \le \frac{\pi}{2} \\ a & ; \ x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left(\left[\frac{\sin x}{x}\right]\cos 4x\right) = \left[1^-\right]\times(1) = 0\times 1 = 0$$

لذا باید $f(0) = a = 0$ باشد، تا داشته باشیم $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) = 0$ و در نتیجه تابع f به‌ازای $a = 0$ در $x = 0$ پیوسته است. دقت داشته باشید که در دامنهٔ ضابطهٔ اول عدد صفر هست؛ ولی چون مخرج کسر را صفر می‌کند، قابل‌قبول نیست و جز دامنهٔ ضابطهٔ اول نیست.

۱۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا معادلهٔ مجانب مایل منحنی تابع $y = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$ را تعیین می‌کنیم:

معادلهٔ مجانب مایل: $y = \sqrt[3]{1}(x - \frac{1}{3\times 1}) \Rightarrow y = x - \frac{1}{3}$

حال طول محل تلاقی منحنی و مجانب مایل‌اش را به‌دست می‌آوریم:

$$\sqrt[3]{x^3 - x^2} = x - \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{توان } 3} x^3 - x^2 = (x - \frac{1}{3})^3 \Rightarrow x^3 - x^2 = x^3 - 3(\frac{1}{3})x^2 + 3x(\frac{1}{3})^2 - (\frac{1}{3})^3$$

$$\Rightarrow \cancel{x^3} - \cancel{x^2} = \cancel{x^3} - \cancel{x^2} + \frac{x}{3} - \frac{1}{27} \Rightarrow x = \frac{1}{9}$$

۱۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

از آنجا که تابع درجه سوم $f(x) = 3x^3 + ax - 1$ روی $\mathbb{R}$ و در نتیجه روی بازهٔ $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ پیوسته است، لذا مطابق قضیهٔ بولزانو باید $f(\frac{1}{3})f(\frac{1}{2}) < 0$ باشد، تا معادلهٔ $f(x) = 0$ در این بازه حداقل یک ریشه داشته باشد. بنابراین:

$$\left.\begin{matrix} f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{9} + \frac{a}{3} - 1 = \frac{a}{3} - \frac{8}{9} \\ f(\frac{1}{2}) = \frac{3}{8} + \frac{a}{2} - 1 = \frac{a}{2} - \frac{5}{8} \end{matrix}\right\} \Rightarrow f(\frac{1}{3})f(\frac{1}{2}) < 0 \Rightarrow (\frac{a}{3} - \frac{8}{9})(\frac{a}{2} - \frac{5}{8}) < 0 \Rightarrow \frac{5}{4} < a < \frac{8}{3}$$

توجه داشته باشید از آنجا که $f'(x) = 9x^2 + a$ همواره مثبت است (چون $a \in (\frac{5}{4}, \frac{8}{3})$ همواره مثبت است)، لذا تابع f اکیداً صعودی بوده و در نتیجه معادلهٔ $f(x) = 0$ در بازهٔ $(\frac{5}{4}, \frac{8}{3})$ دقیقاً یک ریشه دارد.

۱۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

از آنجا که نقطهٔ گوشه (زاویه‌دار) تابع $y = \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+3}}$ دارای طول $x = 1$ (ریشهٔ سادهٔ داخل قدرمطلق) می‌باشد، لذا برای محاسبهٔ تانژانت زاویهٔ بین دو مماس، ابتدا به محاسبهٔ شیب مماس‌های چپ و راست تابع در این نقطه می‌پردازیم:

$$x>1 \Rightarrow y=\frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{\text{مشتق عامل صفرکننده}} y'_+(1)=1\times\frac{1}{\sqrt{1+3}}=\frac{1}{2}=m$$

$$x<1 \Rightarrow y=\frac{1-x}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow{\text{مشتق عامل صفرکننده}} y'_-(1)=(-1)\times\frac{1}{\sqrt{1+3}}=\frac{-1}{2}=m'$$

توجه داشته باشید که به‌دلیل وجود عامل صفر کنندهٔ $(x-1)$، هر دو مورد فوق، از روش مشتق عامل صفرکننده استفاده کرده‌ایم. حال تانژانت زاویهٔ بین دو مماس راست و چپ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan\theta=\left|\frac{m-m'}{1+mm'}\right| \Rightarrow \tan\theta=\left|\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}\right|=\frac{4}{3}$$

۱۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۴

اولاً از آنجا که حد داده شده باید از نوع مبهم $\frac{0}{0}$ باشد (چون حد مخرج صفر است)، لذا حد صورت نیز باید صفر باشد، در نتیجه:

$$\lim_{h\to 0}(f(-2+h)+3)=0 \Rightarrow f(-2)+3=0 \Rightarrow f(-2)=-3$$

در نتیجه داریم:

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)+3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=f'(-2)=\frac{1}{2}$$

ثانیاً مشتق تابع $y=x^2f(x)$ را در $x=-2$ محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$y'=2xf(x)+x^2f'(x) \xrightarrow{x=-2} y'(-2)=-4f(-2)+4f'(-2) \xrightarrow[f'(-2)=\frac{1}{2}]{f(-2)=-3} y'(-2)=-4(-3)+4(\frac{1}{2})=12+2=14$$

۱۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا مختصات نقطهٔ مورد نظر را پیدا می‌کنیم و در ادامه با استفاده از قضیهٔ مشتق تابع معکوس خواهیم داشت:

$$A'\begin{vmatrix}1\\?\end{vmatrix}\in f^{-1} \Leftrightarrow A\begin{vmatrix}?\\1\end{vmatrix}\in f \Rightarrow 1=x+e^{2x} \Rightarrow x=0$$

$$A\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix}\in f \Leftrightarrow A'\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}\in f^{-1} \Rightarrow (f^{-1})'(1)=\frac{1}{f'(0)}$$

$$f(x)=x+e^{2x} \Rightarrow f'(x)=1+2e^{2x} \Rightarrow f'(0)=1+2e^0=1+2=3 \Rightarrow f'(0)=3$$

در نهایت داریم:

$$(f^{-1})'(1)=\frac{1}{f'(0)}=\frac{1}{3}$$

حال معادلهٔ خط مماس بر نمودار f^{-1} را در نقطهٔ $A'\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}$ می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l}\text{نقطهٔ تماس } A'\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix}\\ \text{شیب مماس بر } f^{-1} \text{ در } A'=\frac{1}{3}\end{array}\right\} \Rightarrow y-y_0=m(x-x_0) \Rightarrow y-0=\frac{1}{3}(x-1) \Rightarrow y=\frac{x}{3}-\frac{1}{3} \Rightarrow 3y-x=-1$$

۱۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$x^2y-Ln(2x-y)-12=0 \Rightarrow y'_x=-\frac{f'_x}{f'_y}=-\frac{2xy-\frac{2}{2x-y}}{x^2-(\frac{-1}{2x-y})} \xrightarrow[y=3]{x=2} \text{شیب خط مماس}=-\frac{12-2}{4+1}=-2$$

در نتیجه شیب خط قائم بر منحنی برابر با $\frac{1}{2}$ خواهد بود و لذا معادلهٔ خط قائم بر منحنی در نقطهٔ $(3,2)$ برابر است با:

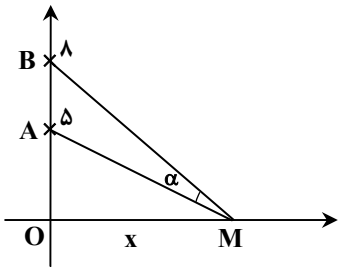
$$y-y_0=m(x-x_0) \Rightarrow y-3=\frac{1}{2}(x-2)$$

و محل تلاقی این خط با محور xها (طول از مبدأ خط) به‌ازای $y=0$ به‌دست می‌آید.

$$y-3=\frac{x}{2}-1 \xrightarrow{y=0} 0-3=\frac{x}{2}-1 \Rightarrow x=-4$$

۱۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

راه حل اول:



$$OA=۵ \Rightarrow A\begin{vmatrix}۰\\۵\end{vmatrix}, OB=۸ \rightarrow B\begin{vmatrix}۰\\۸\end{vmatrix}, OM=x \rightarrow M\begin{vmatrix}x\\۰\end{vmatrix}$$

تانژانت زاویهٔ بین دو پاره‌خط MA و MB را به‌ترتیب زیر محاسبه می‌کنیم.

$$\text{شیب پاره‌خط } MA \Rightarrow m_{MA}=\frac{-۵}{x} \quad , \quad \text{شیب پاره‌خط } MB \Rightarrow m_{MB}=\frac{-۸}{x}$$

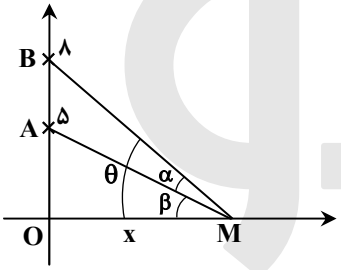
$$\tan A\hat{M}B=\tan\alpha=\left|\left(\frac{m_{MA}-m_{MB}}{۱+m_{MA}\cdot m_{MB}}\right)\right|=\left|\left(\frac{\frac{-۵}{x}+\frac{۸}{x}}{۱+\frac{۴۰}{x^۲}}\right)\right| \Rightarrow \tan\alpha=\left|\frac{\frac{۳}{x}}{\frac{x^۲+۴۰}{x^۲}}\right|=\left|\frac{۳x}{x^۲+۴۰}\right| \overset{x>۰}{=\!=} \frac{۳x}{x^۲+۴۰}$$

حال با استفاده از مشتق، طول ماکزیمم تابع فوق را تعیین می‌کنیم:

$$(\tan\alpha)'=\frac{۳(x^۲+۴۰)-۳x(۲x)}{(x^۲+۴۰)^۲}=\frac{۳x^۲+۱۲۰-۶x^۲}{(x^۲+۴۰)^۲} \Rightarrow (\tan\alpha)'=\frac{۱۲۰-۳x^۲}{(x^۲+۴۰)^۲}=۰ \Rightarrow ۱۲۰-۳x^۲=۰ \Rightarrow x^۲=۴۰ \Rightarrow x=۲\sqrt{۱۰}$$

راه حل دوم:

توجه داشته باید که تانژانت زاویهٔ $A\hat{M}B$ را می‌توان از روش زیر نیز محاسبه نمود:



$$\theta=\alpha+\beta$$

$$\tan\theta=\frac{OB}{OM}=\frac{۸}{x}$$

$$\tan\beta=\frac{OA}{OM}=\frac{۵}{x}$$

$$\tan\alpha=\tan(\theta-\beta)=\frac{\tan\theta-\tan\beta}{۱+\tan\theta\tan\beta} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{\frac{۸}{x}-\frac{۵}{x}}{۱+\frac{۴۰}{x^۲}}=\frac{\frac{۳}{x}}{\frac{x^۲+۴۰}{x^۲}} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{۳x}{x^۲+۴۰}$$

بقیهٔ عملیات جهت تعیین طول نقطهٔ ماکزیمم تابع فوق عیناً مانند روش قبل است.

۱۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

برای آنکه تابع فوق در بازهٔ داده شده، صعودی و تقعر آن رو به پایین باشد، باید به‌ترتیب داشته باشیم: $f'(x)>۰$, $f''(x)<۰$

بنابراین، برای آنکه تابع صعودی باشد، باید داشته باشیم:

$$f'(x)=۲\cos x\sin x-۲\cos x>۰ \Rightarrow ۲\cos x\underbrace{(\sin x-۱)}_{\text{نامثبت}}>۰ \xrightarrow{\sin x-۱\leq ۰} ۲\cos x<۰ \Rightarrow \frac{\pi}{۲}<x<\frac{۳\pi}{۲} \quad (۱)$$

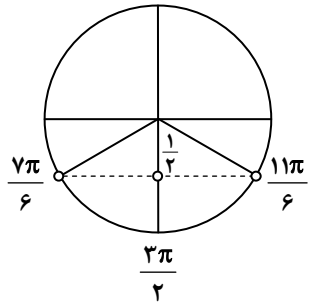
برای آنکه تقعر منحنی رو به پایین باشد، باید:

$$f'(x)=\sin ۲x-۲\cos x \Rightarrow f''(x)=۲\cos ۲x+۲\sin x=۲(۱-۲\sin^۲x)+۲\sin x$$

$$\xrightarrow{f''(x)<۰} -۴\sin^۲x+۲\sin x+۲<۰ \xrightarrow{\div(-۲)} ۲\sin^۲x-\sin x-۱>۰ \Rightarrow (۲\sin x+۱)(\sin x-۱)>۰$$

$$\xrightarrow{\sin x-۱\leq ۰} ۲\sin x+۱<۰ \Rightarrow \sin x<-\frac{۱}{۲}$$

با توجه به دایرهٔ مثلثاتی داریم:



$$\frac{۷\pi}{۶}<x<\frac{۱۱\pi}{۶} \quad (۲)$$

حال برای آنکه بازه‌ای را انتخاب کنیم که به‌ازای تمام xهای آن محدوده داشته باشیم: $f'(x)>۰$, $f''(x)<۰$، باید اشتراک بازه‌های (۱) و (۲) را تعیین کنیم که برابر است با:

$$(۱)\cap(۲)=\left(\frac{۷\pi}{۶},\frac{۳\pi}{۲}\right)$$

۱۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

این تست به قضیهٔ مقدار میانگین در انتگرال اشاره دارد. لذا باید داشته باشیم:

$$\int_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a) \Rightarrow \int_1^9 \frac{dx}{x} = f(C)(9-1) = \frac{8}{C} \Rightarrow \ln(9)-\ln(1) = \frac{8}{C}$$

$$\Rightarrow \ln(9) = \frac{8}{C} \Rightarrow C = \frac{8}{\ln 9} = \frac{8}{\ln 3^2} = \frac{8}{2\ln 3} \Rightarrow C = \frac{4}{\text{Ln}\,3}$$

۱۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

$$A = \int_0^4 \sqrt{(x^2-2x)^2}\,dx = \int_0^4 |x^2-2x|\,dx$$

ابتدا به جدول تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق توجه می‌کنیم:

$$x^2-2x = x(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$$

x		0		2	
x^2-2x	$+$	0	$-$	0	$+$

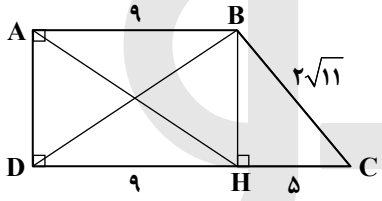
در نتیجه انتگرال داده شده را به‌صورت زیر تفکیک می‌کنیم:

$$A = \int_0^2 (2x-x^2)dx + \int_2^4 (x^2-2x)\,dx \Rightarrow A = (x^2-\frac{x^3}{3})\Big|_0^2 + (\frac{x^3}{3}-x^2)\Big|_2^4$$

$$\Rightarrow A = ((4-\frac{8}{3})-(0-0)) + ((\frac{64}{3}-16)-(\frac{8}{3}-4)) \Rightarrow A = 4-16+4-\frac{8}{3}-\frac{8}{3}+\frac{64}{3} \Rightarrow A = \frac{64-16}{3}-8 \Rightarrow A = 16-8 = 8$$

۱۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

از B بر قاعدهٔ CD عمود می‌کنیم. اندازه‌ها مطابق شکل مقابل می‌باشند. در مثلث قائم‌الزاویه BHC داریم:

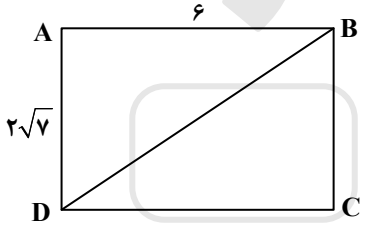


$$BC^2 = BH^2 + HC^2 \Rightarrow 44 = BH^2 + 25 \Rightarrow BH^2 = 19$$
$$\Rightarrow BH = \sqrt{19}$$

حال در مثلث قائم‌الزاویهٔ BHD داریم:

$$BD^2 = BH^2 + HD^2 \Rightarrow BD^2 = 19+81 \Rightarrow BD^2 = 100 \Rightarrow BD = 10$$

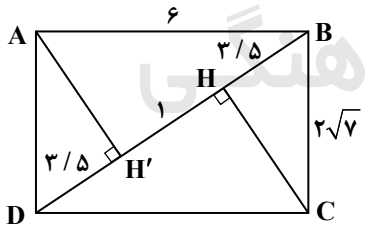
۱۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۱



ابتدا طول قطر مستطیل را به‌دست می‌آوریم:

$$BD^2 = 6^2 + (2\sqrt{7})^2 \Rightarrow BD^2 = 64 \Rightarrow BD = 8$$

به‌کمک رابطهٔ طولی در مثلث قائم‌الزاویه BCD داریم:

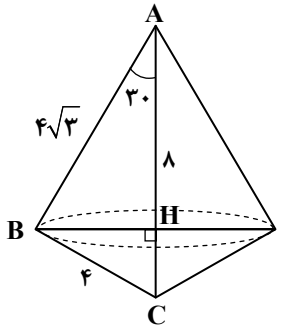


$$CB^2 = BH \times BD \Rightarrow 28 = BH \times 8 \Rightarrow BH = \frac{28}{8} = \frac{7}{2} = 3/5$$

همین اتفاق برای عمود رسم شده از رأس A نیز می‌افتد، پس فاصلهٔ دو عمود برابر است با:

$$8-3/5-3/5 = 1$$

۱۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲



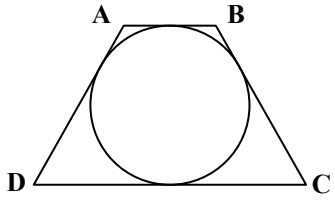
می‌دانیم ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۳۰ درجه نصف وتر است و همچنین ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۶۰ درجه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر می‌باشد، پس اضلاع مثلث به‌صورت مقابل می‌باشد و از دوران مثلث حول وتر دو مخروط پدید می‌آید که ارتفاع وارد بر وتر یعنی BH شعاع قاعدهٔ آن‌هاست. پس داریم:

$$BC^2 = CH \times AC \Rightarrow 16 = CH \times 8 \Rightarrow CH = 2 \Rightarrow AH = 8-2 = 6$$
$$BH^2 = AH \times CH = 2 \times 6 = 12$$

حال مجموع حجم دو مخروط با معلوم بودن شعاع قاعده و ارتفاع‌های آن مشخص می‌شود.

$$V = \frac{1}{3}\pi(BH)^2 \times AH + \frac{1}{3}\pi(BH)^2 \times CH \Rightarrow V = \frac{\pi}{3}\times 12 \times 6 + \frac{\pi}{3}\times 12 \times 2 = 24\pi + 8\pi = 32\pi$$

۱۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۴



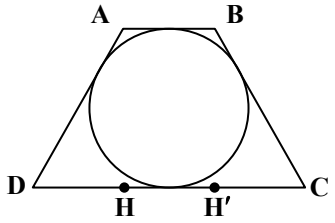
چون ABCD یک چهارضلعی محیطی است، پس داریم:

$$AD+BC=AB+CD \xrightarrow[AB=x]{CD=3AB} AD+BC=x+3x$$

$$\xrightarrow{AD=BC} AD=BC=2x$$

از طرفی ارتفاع ذوزنقه دو برابر شعاع دایره است، پس $AH=BH'=2\sqrt{3}$ می‌باشد.

مثلث‌های AHD' و $BH'C$ همنهشت می‌باشند، پس:



$$CD=3x \Rightarrow DH=HH'=H'C=x$$

بنابراین به‌کمک قضیهٔ فیثاغورس در مثلث AHD داریم:

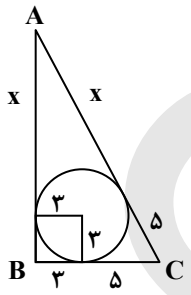
$$AD^2=AH^2+HD^2 \Rightarrow 4x^2=12+x^2 \Rightarrow 3x^2=12 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=2$$

بنابراین مساحت ذوزنقهٔ ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(AB+CD)\times AH=\frac{1}{2}(2+6)\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$$

۱۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به اینکه طول مماس‌های رسم‌شده از یک نقطه بر دایره با هم برابرند، همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، داریم:



$$AC^2=AB^2+BC^2 \Rightarrow (5+x)^2=(3+x)^2+8^2$$

$$\Rightarrow 25+x^2+10x=9+x^2+6x+64 \Rightarrow 4x=48 \Rightarrow x=12$$

$$\Rightarrow AC=5+x=5+12=17$$

۱۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

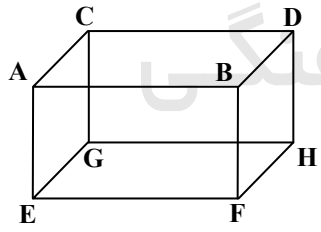
دوران یک تبدیل ایزومتری است، پس شعاع دایره تغییری نمی‌کند و برابر $R'=\frac{5}{2}$ است. از طرفی ضابطهٔ دوران $\frac{3\pi}{2}$ حول مبدأ به‌صورت $R(x,y)=(y,-x)$ است، پس مرکز دایرهٔ C' را به‌دست می‌آوریم:

$$T(O)=O' \Rightarrow T(-2,3)=(3,2)$$

حال طول مماس مشترک داخلی برابر است با:

$$d=OO'=\sqrt{25+1}=\sqrt{26} \Rightarrow \text{طول مماس مشترک داخلی}=\sqrt{d^2-(r+R')^2}=\sqrt{26-(\frac{5}{2}+\frac{5}{2})^2}=1$$

۱۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۳



وضعیت یال AB با سایر یال‌ها را بررسی می‌کنیم:

- یال AB با سه یال CD، EF و GH موازی است.
- یال AB با چهار یال AC، BD، BF و AE متقاطع است.
- یال AB با چهار یال CG، EG، FH و HD متنافر است.

۱۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

از نقطهٔ A خط d را می‌توان به موازات فصل مشترک دو صفحهٔ P و Q رسم کرد. هر صفحهٔ گذرا از d، هم از A می‌گذرد و هم با فصل مشترک دو صفحهٔ P و Q موازی است و در ضمن این صفحه فصل مشترک را قطع نمی‌کند، بنابراین بی‌شمار صفحه با این شرایط وجود دارد.

۱۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

چون بردار $a=(-3,10,m)$ را می‌توان بر حسب یک ترکیب خطی دو بردار $b=(3,1,2)$ و $c=(1,4,-2)$ نوشت، پس سه بردار هم‌صفحه می‌باشند، لذا ضرب مختلط آن‌ها یعنی $a\cdot(b\times c)=0$ است:

$$\begin{vmatrix}-3 & 10 & m\\ 3 & 1 & 2\\ 1 & 4 & -2\end{vmatrix}=0 \Rightarrow 30+80+11m=0 \Rightarrow 11m=-110 \Rightarrow m=-10$$

۱۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا فقط مشترک دو صفحه را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{cases} x+y=۴ \Rightarrow x=-y+۴ \\ x-۲z=۳ \Rightarrow x=۲z+۳ \end{cases} \Rightarrow x=-y+۴=۲z+۳$$

حال بردار هادی فصل مشترک و یک نقطهٔ دلخواه روی فصل مشترک می‌یابیم تا بتوانیم فاصلهٔ نقطهٔ $A(۳,۲,-۱)$ را از فصل مشترک به‌دست آوریم.

$$L=(۱,-۱,\frac{۱}{۲})\sim(۲,-۲,۱)\ ,\ B(۱,۳,-۱)$$

$$AH=\frac{|\overrightarrow{AB}\times L|}{|L|}=\frac{|(-۲,۱,۰)\times(۲,-۲,۱)|}{\sqrt{۴+۴+۱}}=\frac{|(۱,۲,۲)|}{۳}=\frac{\sqrt{۱+۴+۴}}{۳}=\frac{۳}{۳}=۱$$

۱۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

می‌دانیم تمام خطوط قائم بر دایره از مرکز دایره می‌گذرند، پس نقطه $O'(۸,۷)$ مرکز دایرهٔ C است. حال کافی است مرکز و شعاع دایرهٔ $x^۲+y^۲-۴x+۲y=۴$ را بیابیم:

$$O(۲,-۱)\ ,\ R=\sqrt{۴+۱+۴}=۳$$

چون دو دایره مماس خارج می‌باشند، پس $OO'=R+R'$ است، لذا داریم:

$$OO'=\sqrt{۳۶+۶۴}=\sqrt{۱۰۰}=۱۰ \Rightarrow ۱۰=۳+R' \Rightarrow R'=۷$$

۱۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

چون مقطع $x^۲+۳xy+y^۲=۵$ جملهٔ درجه ۱ ندارد، داریم:

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & \frac{۳}{۲} \\ \frac{۳}{۲} & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow m^۲-۲m-\frac{۵}{۴}=۰ \Rightarrow m_۱=\frac{۵}{۲}\ ,\ m_۲=-\frac{۱}{۲}$$

$$\frac{۵}{۲}x^۲-\frac{۱}{۲}y^۲=۵ \Rightarrow \frac{x^۲}{۲}-\frac{y^۲}{۱۰}=۱ \Rightarrow c=\sqrt{۱۰+۲}=\sqrt{۱۲}=۲\sqrt{۳} \Rightarrow \text{فاصلهٔ دو کانون}=۲c=۴\sqrt{۳}$$

۱۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا ماتریس A را با درایه‌هایش معلوم می‌کنیم:

$$A=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow A^۲-۴A=\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}-۴\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۱ & ۲ \\ ۲ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۹ & ۸ & ۸ \\ ۸ & ۹ & ۸ \\ ۸ & ۸ & ۹ \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} ۴ & ۸ & ۸ \\ ۸ & ۴ & ۸ \\ ۸ & ۸ & ۴ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۵ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۵ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۵ \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌ها برابر ۱۵ می‌باشد.

۱۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۴

کافی است فرض کنیم $a=۰$، $b=۰$ و $c=۵$ باشند، در این صورت دترمینان مثلثی نیز می‌شود:

$$\begin{vmatrix} ۴ & ۰ & ۵ \\ ۰ & ۴ & ۵ \\ ۰ & ۰ & ۹ \end{vmatrix}=۴\times۴\times۹=۱۴۴$$

۱۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

کافی است به‌جای A^*، $|A|A^{-۱}$ را قرار دهیم:

$$|A^*|=\left||A|A^{-۱}\right|=|A|^۳\left|A^{-۱}\right|=|A|^۳\times\frac{۱}{|A|}=|A|^۲$$

$$|A|=۶(۰-۱۶)-۳(۵-۱۲)+۴(۲۰-۰)=۵ \Rightarrow |A^*|=|A|^۲=۵^۲=۲۵$$

۱۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

کافی است دستگاه سه معادله و سه مجهول را نوشته و آن را به یک دستگاه دو معادله و دو مجهول تبدیل کنیم:

برای این منظور سطر آخر را در (-۲) ضرب کرده و با سطر اول جمع می‌کنیم (۱).

همچنین سطر آخر را در (-۵) ضرب کرده و با سطر سوم جمع می‌کنیم (۲).

$$\begin{cases} ۲x+۳y-z=۵ \\ ۵x-y+۲z=۱۱ \\ x-۷y+۴z=۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (۱) \\ (۲) \end{matrix}\begin{cases} ۱۷y-۹z=۳ \\ ۳۴y-۱۸z=۶ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱۷}{۳۴}=\frac{-۹}{-۱۸}=\frac{۳}{۶} \Rightarrow \text{بی‌شمار جواب}$$

بنابراین فصل مشترک دوبه‌دوی صفحات برهم منطبق است تا دستگاه سه معادله و سه مجهول نیز بی‌شمار جواب داشته باشد.

۱۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

با توجه به نمودار ساقه و برگ داده شده درمی‌یابیم مُد داده‌ها برابر ۳۲ است، از طرفی تعداد داده‌ها نیز برابر تعداد برگ‌ها می باشد که برابر ۱۶ است، داریم:

$$\text{میانگین تفاضل مد از تمام داده‌ها} = \frac{(۲۳-۳۲)+(۲۵-۳۲)+\cdots+(۴۵-۳۲)}{۱۶} = \frac{(۲۳+۲۵+\cdots+۴۵)-(۱۶\times ۳۲)}{۱۶}$$

$$= \frac{۵۲۸}{۱۶} - ۳۲ = ۳۳ - ۳۲ = ۱$$

۱۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

در صورت سؤال صحبت از مجموع مربعات داده شده است، بنابراین باید از فرمول دوم واریانس استفاده کنیم. در ابتدا کافی است میانگین داده‌ها را محاسبه کنیم، داریم:

$$\bar{x} = \frac{۲۷۵}{۲۵} = ۱۱$$

$$\sigma^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + \cdots + x_n^۲}{n} - (\bar{x})^۲ = \frac{\sum x_i^۲}{n} - (\bar{x})^۲ = \frac{۳۲۵۰}{۲۵} - (۱۱)^۲ = ۱۳۰ - (۱۱)^۲ = ۱۳۰ - ۱۲۱ = ۹ \Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sigma = ۳$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۱۱} = ۰/۲۷۲۷$$

۱۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

می‌دانیم قانون حذف فقط در Δ برقرار است، پس از $A \cap C = B \cap C$ نمی‌توان نتیجه گرفت که $A = B$ است.

۱۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

اگر ۲ مهرهٔ سفید، ۲ مهرهٔ قرمز، ۲ مهرهٔ آبی و تنها مهرهٔ زرد را خارج کنیم، اتفاق مدنظر سؤال رخ نمی‌دهد (تا اینجا ۷ مهره خارج کرده‌ایم)، حال اگر مهرهٔ هشتم را خارج کنیم، حداقل از یک رنگ سه مهره یا بیشتر داریم.

۱۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

کافی است بیشترین مقدار $-\frac{۲}{n}$ را به‌ازای $۴ \le n \le ۸$ و کمترین مقدار $\frac{n-۲}{n}$ را به‌ازای $۴ \le n \le ۸$ پیدا کنیم:

$$\bigcap_{i=۴}^{۸} A_i = (\underbrace{-\frac{۱}{۴}}_{n=۸} , \underbrace{\frac{۱}{۲}}_{n=۴})$$

۱۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

ابتدا متغیر y را حذف می‌کنیم و داریم:

$$x^۲ \le y \le ۲x+۳ \Rightarrow x^۲ \le ۲x+۳ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۳ \le ۰ \Rightarrow -۱ \le x \le ۳$$

$$\left.\begin{array}{l} x=-۱ \Rightarrow ۱ \le y \le ۱ \text{ یک نقطه} \\ x=۰ \Rightarrow ۰ \le y \le ۳ \text{ چهار نقطه} \\ x=۱ \Rightarrow ۱ \le y \le ۵ \text{ پنج نقطه} \\ x=۲ \Rightarrow ۴ \le y \le ۷ \text{ چهار نقطه} \\ x=۳ \Rightarrow ۹ \le y \le ۹ \text{ یک نقطه} \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۵ \text{ نقطه}$$

۱۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

مجموع دو تاس بیشتر از ۴ باشد، یعنی مجموع ۲، ۳ و ۴ نشود، پس:

$$n(A) = ۳۶ - \{(۱,۱), (۱,۲), (۲,۱), (۱,۳), (۳,۱), (۲,۲)\} = ۳۰ \Rightarrow P(A) = \frac{۳۰}{۳۶} = \frac{۵}{۶}$$

از طرفی احتمال رو آمدن در پرتاب یک سکه برابر $P(B) = \frac{۱}{۲}$ است. حال داریم:

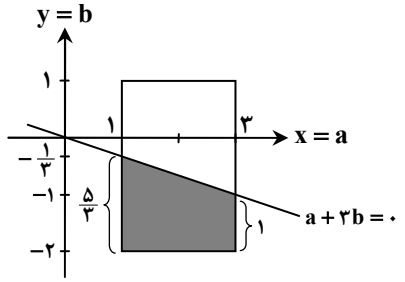
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

چون A و B مستقل‌اند. پس $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ می‌باشد. لذا داریم:

$$P(A \cup B) = \frac{۵}{۶} + \frac{۱}{۲} - \frac{۵}{۶} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱۱}{۱۲}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۲



$$ax+b=0 \Rightarrow x=-\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a}>\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow P(A)=\frac{\frac{1}{2}\times(\frac{5}{3}+1)\times 2}{2\times 3}=\frac{\frac{8}{3}}{6}=\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$$

۱۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

کافی است مسیرهای به طول ۳ بین دو رأس a و b را پیدا کنیم تا دورهای گذرا از یال ab معلوم شود.

تعداد مسیرهای به طول ۳ بین دو رأس a و b: $\binom{3}{2}\times 2!=3\times 2=6$

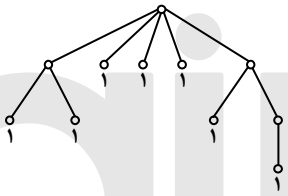
حال اگر یال ab وجود داشت، به تعداد $\binom{5}{4}\times\frac{(4-1)!}{2}=15$ دور به طول ۴ داشتیم. پس تعداد دورهای باقیمانده برابر است با:

$$15-6=9$$

۱۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

حاصل ضرب درایه‌های قطری A^2 همان حاصل‌ضرب درجات رئوس گراف است، پس:

۷ رأس درجه ۱ داریم. $\Rightarrow$



درجه‌ها: $5,3,3,2,1,\dots,1$ $\Rightarrow 2\times 3\times 3\times 5=90$

۱۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا دو عدد را به مبنای ۱۰ می‌بریم:

$$(abc)_6=(cba)_5 \Rightarrow c+6b+36a=a+5b+25c \Rightarrow b=24c-35a$$

با توجه به اینکه در مبنای ۵ حداکثر رقم ۴ است، پس با جایگذاری ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ در معادلهٔ فوق مقدار $c=3$، $a=2$ و در نتیجه $b=2$ به‌دست می‌آید، پس $a+b+c=7$ می‌باشد.

۱۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

ابتدا باقیماندهٔ n بر ۵ را به‌دست می‌آوریم:

$$2n+1\overset{5}{\equiv}0 \Rightarrow 2n\overset{5}{\equiv}-1 \Rightarrow 2n\overset{5}{\equiv}4 \Rightarrow n\overset{5}{\equiv}2$$

از طرفی $(2n+1)(7n+6)=14n^2+19n+6$ می‌باشد، پس باقیماندهٔ $7n+6$ را نیز بر ۵ به‌دست می‌آوریم:

$$n\overset{5}{\equiv}2 \Rightarrow 7n\overset{5}{\equiv}14 \Rightarrow 7n+6\overset{5}{\equiv}-1+6\overset{5}{\equiv}0 \Rightarrow 7n+6\overset{5}{\equiv}0$$

بنابراین داریم:

$$14n^2+19n+6=\underbrace{(2n+1)}_{5x}\underbrace{(7n+6)}_{5x'}=25xx' \Rightarrow 14n^2+19n+6\overset{25}{\equiv}0$$

۱۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا باقیماندهٔ 5^{2n} بر ۲۳ را به‌دست می‌آوریم:

$$5^2\overset{23}{\equiv}2 \Rightarrow 5^{2n}\overset{23}{\equiv}2^n$$

حال با جایگذاری در رابطهٔ داده شده داریم:

$$5^{2n+1}+2^{n+4}+2^{n+1}\overset{23}{\equiv}2^n\times 5+2^n\times 16+2^n\times 2\overset{23}{\equiv}23\times 2^n\overset{23}{\equiv}0$$

یعنی به‌ازای تمام مقادیر n، عبارت موردنظر بر ۲۳ بخش‌پذیر است.

۱۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

تعداد حالات قرار گرفتن ۵ مهرهٔ یکسان در ۳ ظرف متمایز برابر است با:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=5\\ x_i\geq 0\end{cases} \Rightarrow n(S)=\binom{7}{2}=21$$

چون گفته شده لااقل در یکی از ظرف‌ها درست ۲ مهره باشد، پس با یکی از حالات زیر مواجهیم:

$$\boxed{\bullet\bullet}\ \boxed{\bullet\bullet}\ \boxed{\bullet} \Rightarrow \frac{3!}{2!}=3 \qquad \boxed{\bullet\bullet}\ \boxed{\bullet\bullet\bullet}\ \boxed{\ \ } \Rightarrow 3!=6 \Rightarrow n(A)=3+6=9$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر $P(A)=\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$

۱۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

چون دو مهرهٔ خارج شده فضای نمونه‌ای را لو نداده است، اصلاً فرض می‌کنیم از ظرف خارج نشده‌اند، پس احتمال اینکه مهرهٔ خارج شده سفید باشد، برابر $P(A)=\frac{4}{7}$ می‌باشد.

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به بردار مکان داده‌شده، می‌توان نوشت:

$$\vec{r}=(2t-2)\vec{i}+(4t^2-4t+2)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} x=2t-2 \Rightarrow t=\frac{x+2}{2} \\ y=4t^2-4t+2 \end{cases} \Rightarrow y=4(\frac{x+2}{2})^2-4(\frac{x+2}{2})+2=(x^2+4x+4)-2x-4+2$$

$$\Rightarrow y=x^2+2x+2$$

۱۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

سرعت جسم در لحظهٔ برخورد به زمین $60\frac{m}{s}$ است. بنابراین با توجه به مفهوم شتاب، ۱/۵ ثانیه قبل از برخورد به زمین، سرعت گلوله $15\frac{m}{s}$ کمتر و برابر $45\frac{m}{s}$ است. (سرعت در مسیر برگشت در هر ثانیه $10\frac{m}{s}$ افزایش می‌یابد.)

با توجه به ثابت بودن شتاب حرکت گلوله، برای محاسبهٔ سرعت متوسط آن می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد:

$$\bar{V}=\frac{V_1+V_2}{2}=\frac{45+60}{2}=52/5\frac{m}{s}$$

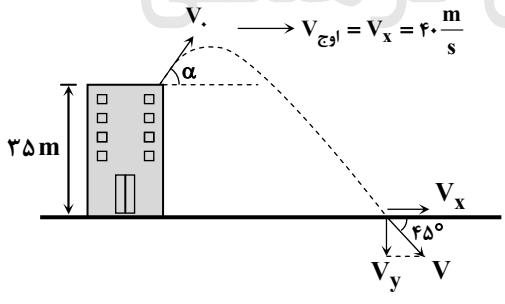
۱۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

با کمک بررسی معادلهٔ سرعت زمان دو متحرک، به‌راحتی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} V_1=at=10 \\ V_2=(a+1/5)t=22 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم کردن طرفین}} 1/5t=12 \Rightarrow t=8s$$

۱۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

مؤلفهٔ افقی سرعت گلوله ثابت و برابر $V_x=V_{\text{اوج}}=40\frac{m}{s}$ است. با توجه به اینکه گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین، با افق زاویهٔ ۴۵° می‌سازد، بنابراین در این لحظه $V_x=|V_y|=40\frac{m}{s}$ است.



$$\tan\theta=\frac{|V_y|}{V_x} \Rightarrow \overbrace{\tan 45^\circ}^{1}=\frac{|V_y|}{V_x}$$

$$\Rightarrow \text{در لحظهٔ برخورد به زمین}: |V_y|=V_x=40\frac{m}{s}$$

سرعت $V_{.y}$ برابر است با:

$$V_y^2-V_{.y}^2=-2g\Delta y \Rightarrow 40^2-V_{.y}^2=-2\times10\times(-35) \Rightarrow V_{.y}^2=900 \Rightarrow V_{.y}=30\frac{m}{s}$$

بنابراین مدت‌زمان لازم برای برخورد گلوله تا سطح زمین برابر است با:

$$V_y=-gt+V_{.y} \Rightarrow -40=-10t+30 \Rightarrow t=7s$$

۱۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

نیروی مرکزگرای وارد بر ماهواره، برابر نیروی گرانشی وارد بر آن از طرف کرهٔ زمین است. بنابراین سرعت حرکت ماهواره برابر است با:

$$\begin{cases} \text{نیروی مرکزگرا}: \dfrac{mV^2}{r} = \dfrac{GM_e m}{r^2} \\ g = \dfrac{GM_e}{R_e^2} \Rightarrow GM_e = gR_e^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{mV^2}{r} = \frac{(gR_e^2)m}{r^2} \Rightarrow V^2 = \frac{gR_e^2}{r}$$

با توجه به سرعت ماهواره، انرژی جنبشی ماهواره برابر است با:

$$K = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}m\frac{gR_e^2}{r} = \frac{1}{2}\times 2500 \times \frac{10\times(6400\times10^3)^2}{(6400+1600)\times10^3} \Rightarrow K = 64\times10^8\,J = 6/4\,GJ$$

۱۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

محاسبهٔ سرعت گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین:

$$V^2 - V_0^2 = 2gh \Rightarrow V^2 = 2\times10\times45 = 900 \Rightarrow V = 30\frac{m}{s}$$

با توجه به رابطهٔ $\bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m\Delta V}{\Delta t}$ داریم:

$$\bar{F} = \frac{m(0-30)}{0/3} \Rightarrow |\bar{F}| = 100m \Rightarrow \text{خواستهٔ سؤال} = \frac{|\bar{F}|}{mg} = \frac{100m}{10m} = 10$$

۱۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

برای اینکه جعبه بر روی کف کامیون نلغزد، باید نیروی واردشده بر جعبه، کمتر از بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی باشد ($f_{s_{max}}$). بنابراین زمانی که جعبه در آستانهٔ لغزش بر روی سطح قرار می‌گیرد، می‌توان نوشت:

$$0 - f_{s_{max}} = m_{\text{جعبه}}\times a \Rightarrow -\mu_s m_{\text{جعبه}} g = m_{\text{جعبه}} a \Rightarrow a = -\mu_s g = -0/5\times10 = -5\frac{m}{s^2}$$

با به‌دست آوردن شتاب حرکت کامیون، مسافت لازم برای توقف آن برابر است با:

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - (20)^2 = 2(-5)\Delta x \Rightarrow \Delta x_{\text{توقف}} = 40m$$

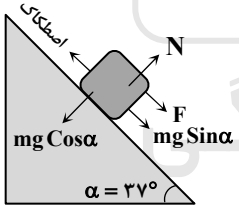
۱۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

حداقل نیروی F برای به حرکت درآوردن جسم، زمانی است که مجموع نیروهای F و $mg\sin\alpha$ برابر $f_{s_{max}}$ شود.

آستانهٔ حرکت: $\sum F_x = 0 \Rightarrow F + mg\sin\alpha = f_{s_{max}} = \mu_s mg\cos\alpha$

$$\Rightarrow F + 10\times10\times\sin37^\circ = \frac{9}{10}\times10\times10\times\cos37^\circ$$

$$\Rightarrow F = 12\,N$$

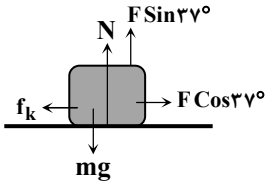


پس از به حرکت درآمدن جسم، اصطکاک از نوع جنبشی می‌باشد. بنابراین در این حالت با توجه به اینکه ($\mu_k < \mu_s$) است، اصطکاک کمتر شده و حرکت به‌صورت شتابدار انجام می‌شود.

$$\sum F_x = ma \Rightarrow (F + mg\sin\alpha) - \underbrace{f_k}_{\mu_k mg\cos\alpha} = ma \Rightarrow 12 + 10\times10\times\sin37^\circ - \frac{6}{10}\times10\times10\cos37^\circ = 10a \Rightarrow a = 2/4\frac{m}{s^2}$$

۱۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

از طرف سطح بر جسم دو نیروی N و f_k وارد می‌شود که کار نیروی N برابر صفر است (چرا؟). بنابراین کار نیروی f_k که برابر کل کار انجام‌شده از طرف سطح بر جسم است، برابر است با:



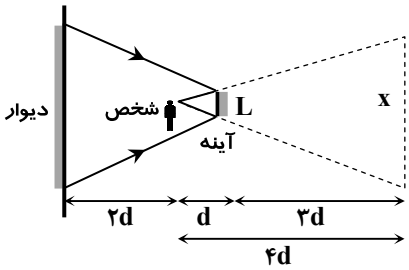
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N + F\sin37^\circ = mg \Rightarrow N + 50\sin37^\circ = 5\times10 \Rightarrow N = 20\,N$$

$$f_k = \mu_k N = \frac{5}{10}\times20 = 10\,N$$

$$W_{f_k} = f_k d\cos180^\circ = 10\times5\times(-1) = -50\,J$$

۱۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

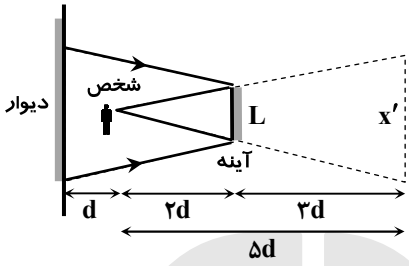
حالت اول: با توجه به نوشتن تشابه بین دو مثلث کوچک و بزرگ داریم:



$$\frac{\text{طول تصویر دیوار در حالت اول}}{\text{طول آینه}} = \frac{۴d}{d} \Rightarrow \frac{x}{L} = ۴ \Rightarrow x = ۴L$$

حالت دوم: در حالت دوم فاصلهٔ شخص از دیوار از $۲d$ به d رسیده و فاصلهٔ او از آینه از d به $۲d$ می‌رسد. در این حالت نیز داریم.

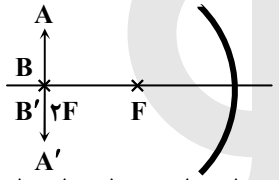
$$\frac{\text{طول تصویر دیوار در حالت دوم}}{\text{طول آینه}} = \frac{۵d}{۲d} \Rightarrow \frac{x'}{L} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x' = ۲/۵L$$



$$\text{درصد کاهش تصویر دیوار} = \frac{۲/۵L - ۴L}{۴L} \times ۱۰۰ = ٪ -۳۷/۵$$

۱۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

حالت اول: در آینهٔ مقعر زمانی طول تصویر و جسم برابر است که جسم بر روی مرکز آینه قرار گیرد.



حالت دوم: در این حالت $p = ۲۰ - ۲ = ۱۸\,cm$ شده و می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{p} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{۱۸} + \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \frac{۱}{q} = \frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۱۸} = \frac{۹-۵}{۹۰} = \frac{۴}{۹۰} \Rightarrow q = ۲۲/۵\,cm$$

بنابرن این فاصلهٔ بین جسم و تصویر در این حالت برابر $d = |p - q| = ۲۲/۵ - ۱۸ = ۴/۵\,cm$ است.

۱۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

زمانی که جسم در فاصلهٔ $P_۱ = f$ از عدسی واگرا قرار دارد، تصویر آن در فاصلهٔ $\frac{f}{۲}$ از عدسی تشکیل می‌شود و زمانی که جسم در فاصلهٔ $P_۲ = \frac{f}{۲}$ از عدسی قرار دارد، تصویر آن در فاصلهٔ $\frac{f}{۳}$ از عدسی تشکیل می‌شود.

حالت اول: $\frac{۱}{p_۱} - \frac{۱}{q_۱} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{f} - \frac{۱}{q_۱} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow q_۱ = \frac{f}{۲}$

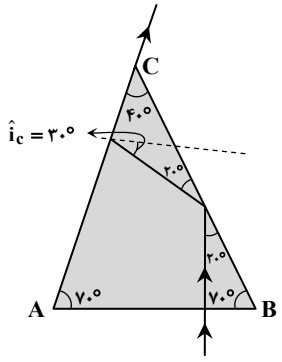
حالت دوم: $\frac{۱}{p_۲} - \frac{۱}{q_۲} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow \frac{۱}{\frac{f}{۲}} - \frac{۱}{q_۲} = -\frac{۱}{f} \Rightarrow q_۲ = \frac{f}{۳}$

بنابراین سرعت متوسط جسم به تصویر برابر است با:

$$\frac{\bar{V}_{\text{جسم}}}{\bar{V}_{\text{تصویر}}} = \frac{\frac{\Delta p}{\Delta t}}{\frac{\Delta q}{\Delta t}} = \frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{p_۲ - p_۱}{q_۲ - q_۱} = \frac{\frac{f}{۲} - f}{\frac{f}{۳} - \frac{f}{۲}} = \frac{-\frac{f}{۲}}{-\frac{f}{۶}} = ۳$$

۱۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۳

ابتدا مسیر حرکت پرتو در داخل منشور را رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه پرتو مماس بر وجه AC از منشور خارج شده است، زاویهٔ حد منشور برابر $\hat{i}_c = ۳۰^\circ$ (زاویهٔ تابش در وجه AC) است.



$$Sini_c = \frac{۱}{n} \Rightarrow \overbrace{Sin۳۰^\circ}^{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{n} \Rightarrow n = ۲$$

بنابراین سرعت نور در منشور برابر است با:

$$V = \frac{c}{n} = \frac{۳\times۱۰^۸}{۲} = ۱/۵\times۱۰^۸\,\frac{m}{s}$$

۱۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

آمپرسنج تا $۰/۰۰۱\text{mA}$ را اندازه‌گیری کرده است. بنابراین دقت اندازه‌گیری آن برحسب میکروآمپر برابر است با:

$$\text{دقت اندازه‌گیری} : ۰/۰۰۱\text{mA} = ۰/۰۰۱\times۱۰^{۳}\,\mu\text{A} = ۱\mu\text{A}$$

تذکر: دقت شود هر میلی‌آمپر برابر $۱۰^{۳}$ میکروآمپر است.

$$۱\text{mA} = ۱۰^{-۳}\,\text{A} = ۱۰^{-۳}\times۱۰^{۶}\,\mu\text{A} = ۱۰^{۳}\,\mu\text{A} \Rightarrow ۱\text{mA} = ۱۰^{۳}\,\mu\text{A}$$

۱۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

با توجه به نمودار داده‌شده، ۸kJ گرما لازم است تا دمای جسم $\Delta\theta = ۷-(-۳) = ۱۰^{\circ}\text{C}$ افزایش یابد. بنابراین برای اینکه دمای جسم $\Delta T = \Delta\theta = ۳^{\circ}\text{C}$ افزایش یابد، می‌توان نوشت:

$$Q = \overset{\text{ثابت}}{\boxed{mc}}\Delta\theta \Rightarrow \frac{Q_۲}{Q_۱} = \frac{\Delta\theta_۲}{\Delta\theta_۱} \Rightarrow \frac{Q_۲}{۸} = \frac{۳}{۱۰} \Rightarrow Q_۲ = ۲/۴\text{kJ}$$

۱۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا مقدار گرمایی که گلولهٔ فلزی از دست می‌دهد تا به دمای صفر درجهٔ سلسیوس برسد را به‌دست می‌آوریم:

$$Q_۱ = mc\Delta\theta = ۰/۳\times۴۲۰\times(۰-۸۰)$$

حال این گرما توسط مقداری از یخ (m') جذب شده و باعث ذوب آهن می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

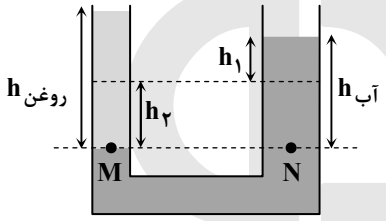
$$Q_۱ + Q_۲ = ۰ \Rightarrow ۰/۳\times۴۲۰\times(-۸۰) + m'\times۳۳۶\times۱۰^{۳} = ۰ \Rightarrow \text{جرم یخ ذوب‌شده} : m' = ۳۰\text{gr}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

گام اول: حجم جابه‌جاشده در سمت چپ و راست لوله باید با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow A_۱h_۱ = A_۲h_۲ \Rightarrow ۵\times۴ = ۲\times h_۲ \Rightarrow h_۲ = ۱۰\text{cm}$$

گام دوم: با توجه به یکسان بودن فشار در نقاط هم‌تراز M و N می‌توان نوشت:



$$\rho_{\text{روغن}}h_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}}h_{\text{آب}} \Rightarrow ۰/۸h_{\text{روغن}} = ۱\times۱۴ \Rightarrow h_{\text{روغن}} = \frac{۱۴}{۰/۸}\text{cm}$$

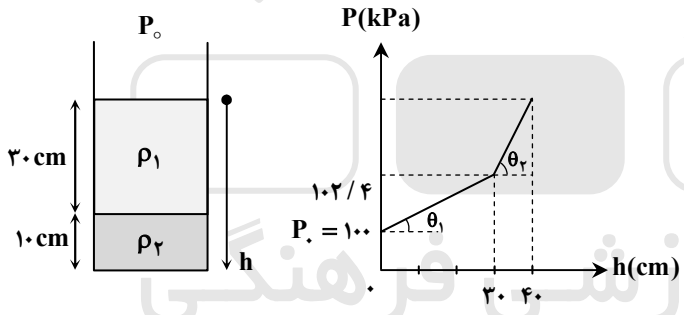
گام سوم: بنابراین جرم روغن برابر است با:

$$\text{روغن} : m = \rho V = \rho(Ah) = ۰/۸\times۲\times\frac{۱۴}{۰/۸} = ۲۸\text{g}$$

۱۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

نکته: در مایعات، در نمودار فشار برحسب عمق مایع، شیب نمودار برابر است با:

$$\text{شیب نمودار} \sim \tan\theta = \frac{\Delta P}{\Delta h} = \frac{\rho g\Delta h}{\Delta h} = \rho g$$



با توجه به نکتهٔ فوق، در این نمودار می‌توان نوشت:

$$\tan\theta_۲ = ۱۷\tan\theta_۱ \Rightarrow \rho_۲g = ۱۷\rho_۱g \Rightarrow \rho_۲ = ۱۷\rho_۱$$

از طرفی چگالی $\rho_۱$ با توجه به اطلاعات سؤال برابر است با:

$$\Delta P = \rho g\Delta h \Rightarrow (۱۰۲/۴-۱۰۰)\times۱۰^{۳} = \rho_۱\times۱۰\times(۳۰\times۱۰^{-۲}) \Rightarrow \rho_۱ = ۸۰۰\frac{\text{kg}}{\text{m}^{۳}} \xrightarrow{\rho_۲=۱۷\rho_۱} \rho_۲ = ۱۷\times۸۰۰ = ۱۳۶۰۰\frac{\text{kg}}{\text{m}^{۳}}$$

۱۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

با توجه به معادلهٔ حالت گاز کامل می‌توان نوشت:

$$PV = nRT \Rightarrow ۷/۵\times۱۰^{۵}\times۸۰\times۱۰^{-۳} = n_{\text{کل}}\times۸\times(۲۷۳+۲۷) \Rightarrow n_{\text{کل}} = ۲۵\,\text{mol} \Rightarrow n_{H_۲} + n_{He} = ۲۵$$

از طرفی $n = \frac{m}{M}$ بوده و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\frac{m_{H_۲}}{۲} + \frac{m_{He}}{۴} = ۲۵ \Rightarrow ۲m_{H۲} + m_{He} = ۱۰۰\text{g} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} m_{H_۲} = ۲۰\text{gr} \;,\; m_{H_e} = ۶۰\text{gr} \\ \text{طبق صورت سؤال} : m_{H_۲} + m_{H_e} = ۸۰\text{g}\end{cases}$$

بنابراین درصد جرم هلیوم برابر است با:

$$\text{درصد جرم هلیوم} : \frac{۶۰}{۸۰}\times۱۰۰ = ٪۷۵$$

۱۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

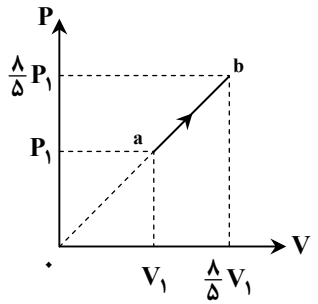
گام اول: در حجم ثابت اگر فشار گاز کاملی ۲۵ درصد افزایش یابد. دمای آن نیز ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

درصد حجم ثابت : $\frac{\Delta T}{T}=\frac{\Delta P}{P} \Rightarrow \frac{\Delta T}{۳۰۰}=\frac{۰/۲۵P_۱}{P_۱} \Rightarrow \Delta T=۷۵K \Rightarrow \Delta\theta=۷۵^\circ C$

گام دوم: گرمای گرفته‌شده توسط گاز دو اتمی در این فرایند برابر است با:

$$Q_{\text{حجم ثابت}}=\frac{۵}{۲}nR\Delta\theta=\frac{۵}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times۸\times۷۵=۷۵۰J$$

۱۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۱



گام اول: ابتدا دمای گاز کامل را در نقطهٔ b به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{P_aV_a}{T_a}=\frac{P_bV_b}{T_b} \Rightarrow \frac{P_۱V_۱}{۳۰۰}=\frac{\frac{۸}{۵}P_۱\times\frac{۸}{۵}V_۱}{T_b} \Rightarrow T_b=۷۶۸K$$

گام دوم: بنابراین تغییر انرژی درونی گاز دواتمی برابر است با:

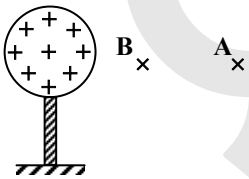
$$\Delta U=\frac{۵}{۲}nR\Delta T=\frac{۵}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times۸\times(۷۶۸-۳۰۰)=۴۶۸۰J$$

۱۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

همان طور که می‌دانیم، اگر در جهت خطوط میدان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد و بالعکس، بنابراین $V_B>V_A$ بوده و $\Delta V=V_A-V_B<۰$ است.

از طرفی حرکت خودبه‌خودی بار مثبت، در جهت خطوط میدان می‌باشد و در آن U کاهش می‌یابد چون در این سؤال بار مثبت در جهت خودبه‌خودی‌اش جابه‌جا شده است، بنابراین $\Delta U<۰$ بوده و کار میدان مثبت ($W'=-\Delta U>۰$) بوده و کار شخص منفی است ($W<۰$).

دید دیگر: کار میدان برابر است با:



$$W'=F_E\times d\times Cos\underbrace{\theta}_{\text{زاویهٔ بین نیروی واردشده از طرف میدان و جابه‌جایی}}$$ کار میدان

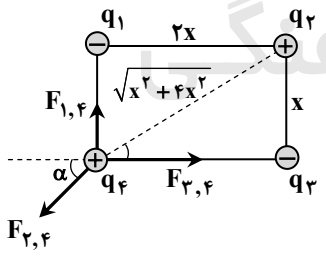
$\theta=۰ \Rightarrow$ جهت حرکت بار و نیرو هم‌جهت است. $\Rightarrow W'>۰$

$$\xrightarrow{\theta=۰} W'=-W>۰ \Rightarrow \begin{cases}W'>۰\\W<۰\end{cases}$$

۱۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

اگر بارهای $q_۲$ و $q_۴$ را مثبت فرض کنیم، نیروی بین آن‌ها مطابق شکل زیر است. در ادامه برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار $q_۴$، بارهای $q_۱$ و $q_۳$ باید با $q_۴$ مختلف‌العلامت باشند.

شرط تعادل : $\sum F_y=۰ \Rightarrow F_{۱,۴}=F_{۲,۴}Sin\alpha$



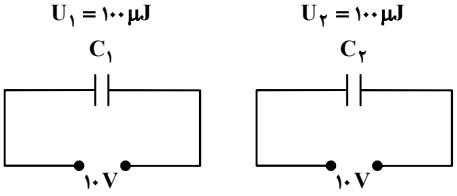
$$Sin\alpha=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{x}{\sqrt{x^۲+۴x^۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\frac{kq_۱q_۴}{x^۲}=\frac{kq_۲q_۴}{(\sqrt{x^۲+۴x^۲})^۲}\times\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\left|\frac{q_۲}{q_۱}\right|=۵\sqrt{۵} \Rightarrow \frac{q_۲}{q_۱}=-۵\sqrt{۵}$$

۱۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

در حالت اتصال موازی، ظرفیت معادل دو خازن بیشترین مقدار و در حالت اتصال سری، کمترین مقدار است. با توجه به این موضوع، عدد ۴۰۰μJ (بیشترین انرژی) مربوط به حالت موازی و عدد ۷۵μJ (کمترین انرژی) مربوط به حالت سری می‌باشد. از سوی دیگر از اعداد ۱۰۰μJ و ۳۰۰μJ می‌توان فهمید نسبت ظرفیت دو خازن برابر ۳ است و داریم:



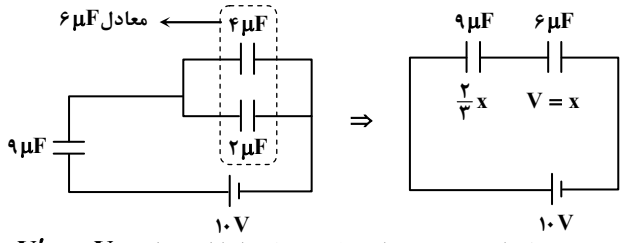
$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲ \xrightarrow[U_۱<U_۲]{\text{یکسان V}} C_۱<C_۲$$

$$U_۱=\frac{۱}{۲}C_۱V^۲ \Rightarrow ۱۰۰=\frac{۱}{۲}\times C_۱\times۱۰^۲ \Rightarrow C_۱=۲\mu F$$

۱۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

برای حل این سؤال، هر دو حالت را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: (قبل از بستن کلید):



$$x+\frac{۲}{۳}x=۱۰V \Rightarrow x=۶V$$

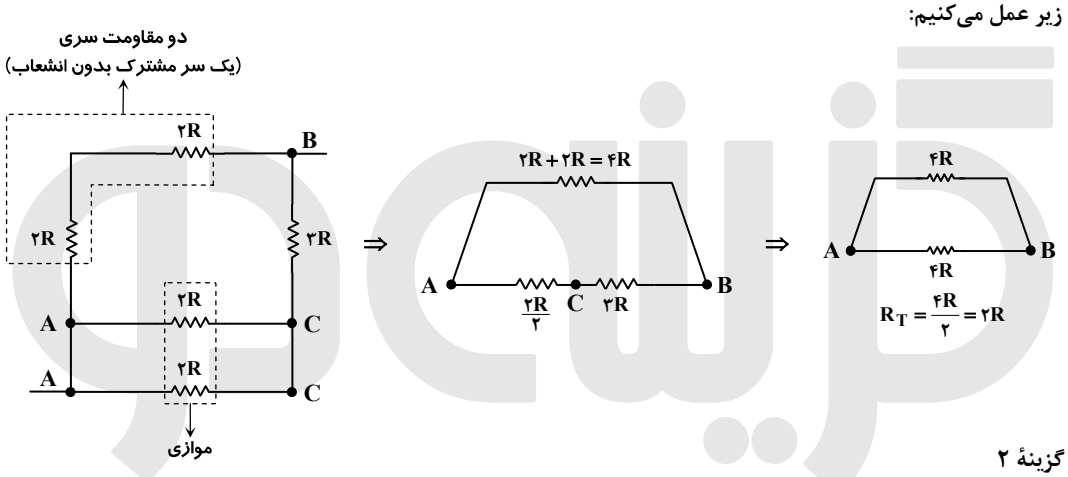
حالت دوم: (بعد از بستن کلید): با بستن کلید، خازن $۹\mu F$ اتصال کوتاه می‌شود و ولتاژ دو سر خازن ۲ و ۴ میکروفارادی برابر $V'=۱۰V$ می‌شود.

بنابراین در مقایسهٔ دو حالت داریم:

$$\text{مقایسهٔ انرژی خازن } ۲\mu F \text{ در دو حالت} \Rightarrow \frac{U'}{U}=(\frac{V'}{V})^۲=(\frac{۱۰}{۶})^۲=\frac{۲۵}{۹}$$

۱۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:



۱۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

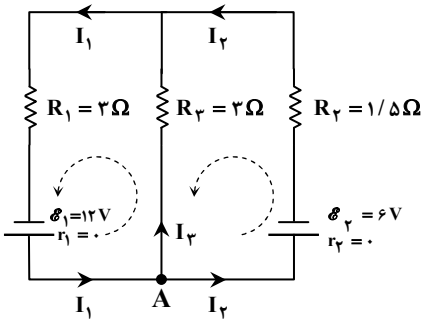
$$V=RI \Rightarrow ۳=R\times ۱/۲ \Rightarrow R=\frac{۳}{۱/۲}=۲/۵\Omega$$

$$R=\overset{\text{مقاومت ویژه}}{\overset{\uparrow}{\rho'}}\frac{L}{A} \Rightarrow ۲/۵=۱/۸\times ۱۰^{-۸}\times\frac{۲۵}{A} \Rightarrow A=۱/۸\times ۱۰^{-۷}\,m^۲$$

$$\rho=\frac{m}{V} \Rightarrow m=\rho V=\rho AL=۸۰۰۰\times ۱/۸\times ۱۰^{-۷}\times ۲۵=۳۶\times ۱۰^{-۳}\,kg=۳۶g$$

۱۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

ابتدا سه معادلهٔ زیر را با کمک شکل رسم‌شده به‌دست می‌آوریم:



(۱) قانون جریان در A: $I_۱=I_۳+I_۲$

(۲) چرخیدن در حلقهٔ سمت چپ: $V_A-R_۳I_۳-R_۱I_۱+\mathscr{E}_۱=V_A \Rightarrow ۳I_۳+۳I_۱=۱۲$

(۳) چرخیدن در حلقهٔ سمت راست: $V_A-\mathscr{E}_۲-R_۲I_۲+R_۳I_۳=V_A \Rightarrow ۳I_۳-۱/۵I_۲=۶$

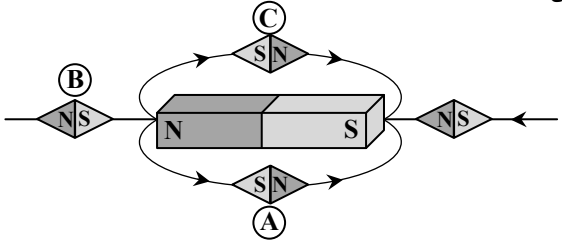
$$\xrightarrow[(۱)\text{ در }(۲)]{\text{جایگذاری}} ۶I_۳+۳I_۲=۱۲$$

$$\xrightarrow[\text{ضرب می‌کنیم}]{\text{طرفین (۳) را در عدد ۲}} ۶I_۳-۳I_۲=۱۲$$

$$\xrightarrow{\text{جمع طرفین}} ۱۲I_۳=۲۴ \Rightarrow I_۳=۲A$$

۱۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

قطب‌های X و Y، به‌ترتیب N و S هستند و وضعیت سه عقربهٔ دیگر به‌صورت نشان داده‌شده است:



A : →

B : ←

C : →

۱۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

روش اول: (پیدا کردن زاویهٔ بین بردارهای $\vec{V}$ و $\vec{B}$ و محاسبهٔ مقدار $\vec{F}$): با توجه به بردارهای داده‌شده برای $\vec{V}$ و $\vec{B}$ می‌توان نوشت:

$$\vec{V}=10^5\vec{i}+\sqrt{3}\times10^5\vec{j}\Rightarrow\tan\alpha_1=\frac{\sqrt{3}\times10^5}{10^5}=\sqrt{3}\quad,\quad|\vec{V}|=\sqrt{V_x^2+V_y^2}=2\times10^5\,\frac{m}{s}$$

$$\vec{B}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i}-\frac{1}{2}\vec{j}\Rightarrow\tan\alpha_2=\frac{(-\frac{1}{2})}{(\frac{\sqrt{3}}{2})}=-\frac{1}{\sqrt{3}}\quad,\quad|\vec{B}|=\sqrt{B_x^2+B_y^2}=1T$$

خواص ریاضی: $\tan\alpha_1\times\tan\alpha_2=-1\Rightarrow$ دو بردار بر هم عمودند. $\Rightarrow\alpha=90^\circ$

$$F=qVB\,Sin\alpha=1/6\times10^{-19}\times2\times10^5\times1\times Sin90^\circ=3/2\times10^{-14}\,N$$

روش دوم: (استفاده از مفهوم ضرب خارجی دو بردار در هندسه): اگر بردارهای $\vec{V}$ و $\vec{B}$ به‌صورت زیر باشند، مقدار F برابر است با:

$$\begin{cases}\vec{V}=V_x\vec{i}+V_y\vec{j}\\ \vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}\end{cases}\Rightarrow\text{ضرب خارجی: }VB\,Sin\alpha=|V_xB_y-V_yB_x|$$

$$F=qVB\,Sin\alpha=a(V_xB_y-V_yB_x)$$

حال در این سؤال می‌توان نوشت:

$$F=\left|1/6\times10^{-19}\times(10^5\times(-\frac{1}{2})-\sqrt{3}\times10^5\times(\frac{\sqrt{3}}{2}))\right|=3/2\times10^{-14}\,N$$

۱۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

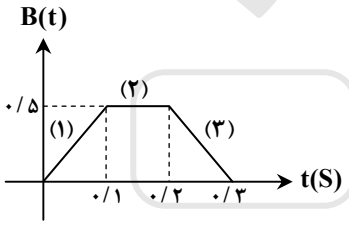
حداکثر انرژی ذخیره‌شده در سیملوله، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I=5Sin50\pi t\Rightarrow I_{max}=5\,A$$

$$U_{max}=\frac{1}{2}LI_{max}^2=\frac{1}{2}\times0/04\times25=0/5\,J=500\,mJ$$

۱۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا با کمک شیب نمودار، مقدار $\frac{dB}{dt}$ را به‌دست می‌آوریم:

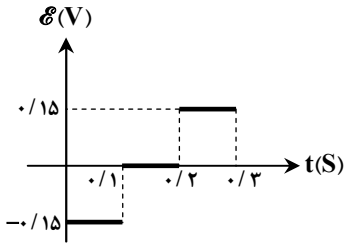


$$\begin{cases}\text{مرحلهٔ (۱): }\frac{dB}{dt}=\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{0/5-0}{0/1}=+5\\ \text{مرحلهٔ (۲): }\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{0/5-0/5}{0/2-0/1}=0\\ \text{مرحلهٔ (۳): }\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{0-0/5}{0/3-0/2}=-5\end{cases}$$

در ادامه، مقدار $\mathscr{E}$ را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

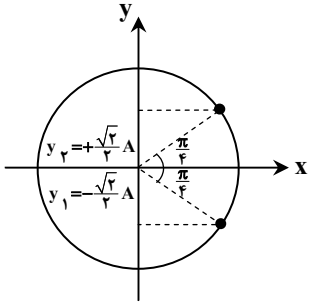
$$\mathscr{E}=-N\frac{d\Phi}{dt}=-NA\,Cos\theta\frac{dB}{dt}$$

و در آخر نمودار $\mathscr{E}-t$ به‌صورت مقابل است:



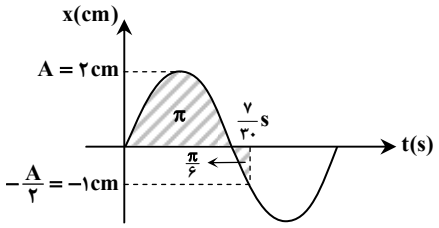
۱۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

در مدت‌زمان $\frac{1}{4}$ دوره $(\frac{T}{4})$، تغییر فاز نوسانگر برابر $\frac{\pi}{2}$ است و بیشترین سرعت متوسط هنگامی رخ می‌دهد که متحرک به‌صورت زیر جابه‌جا شود (جابه‌جایی در اطراف مرکز رخ دهد):



$$\bar{V}_{max}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}A-(-\frac{\sqrt{2}}{2}A)}{\frac{T}{4}}=4\sqrt{2}\,\frac{A}{T}$$

با توجه به نمودار داده‌شده در صورت سؤال، مقادیر A و T برابر است با:



$$A = ۲cm = ۲\times۱۰^{-۲}\,m$$

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{۷\pi}{۶} = \frac{۲\pi}{T}\times\frac{۷}{۳۰} \Rightarrow T = \frac{۲}{۵}s$$

$$\overline{V}_{max} = ۴\sqrt{۲}\times\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{(\frac{۲}{۵})} = ۰/۲\sqrt{۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۵}\frac{m}{s}$$

۱۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به داده‌های سؤال، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$E = ۲۰mJ \;,\; m = ۱۰۰g \;,\; U = ۱۵mJ \;,\; V = ?$$

گام اول (محاسبهٔ انرژی جنبشی): $E = K + U \Rightarrow ۲۰ = K + ۱۵ \Rightarrow K = ۵mJ = ۵\times۱۰^{-۳}\,J$

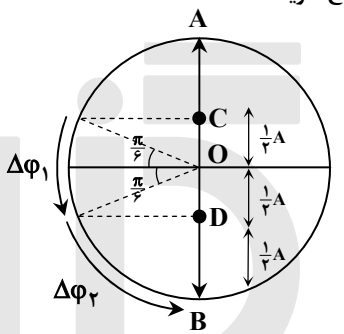
گام دوم (محاسبهٔ سرعت): $K = \frac{۱}{۲}mV^{۲} \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times۱۰۰\times۱۰^{-۳}\times V^{۲} \Rightarrow V = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\frac{m}{s} = ۱۰\sqrt{۱۰}\frac{cm}{s}$

۱۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۱



$\Delta\varphi_۱ = \frac{\pi}{۶} + \frac{\pi}{۶} = \frac{\pi}{۳}rad$ (جابه‌جایی از C تا D)

$\Delta\varphi_۲ = \frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۶} = \frac{\pi}{۳}rad$ (جابه‌جایی از D تا B)



۱۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

گام اول: $V = ۴\frac{m}{s} \Rightarrow f = \frac{V}{\lambda} = \frac{۴}{۰/۴} = ۱۰Hz$ ، حداقل فاصلهٔ دو نقطه در فاز مخالف $= \frac{\lambda}{۲} = ۰/۲m \Rightarrow \lambda = ۰/۴m$

گام دوم: $a_{max} = A\omega^{۲} \Rightarrow ۳۲۰ = A\times(۲\pi\times۱۰)^{۲} \Rightarrow ۳۲۰ = ۴\underbrace{\pi^{۲}}_{=۱۰}\times۱۰۰\times A \Rightarrow A = ۰/۰۸m$

گام سوم: $u_y = A\,Sin(۲\pi ft - \frac{۲\pi}{\lambda}x) \Rightarrow u_y = ۰/۰۸Sin(۲\pi\times۱۰\times t - \frac{۲\pi}{۰/۴}x)$

گام چهارم: $\xrightarrow[x=۰/۱m]{t=۰/۰۵s} u_y = ۰/۰۸Sin(۲\pi\times۱۰\times۰/۰۵) - \frac{۲\pi}{۰/۴}\times۰/۱) = ۰/۰۸m = ۸cm$

۱۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

همان طور که می‌دانید، در یک تار دو سر بسته، سه شکم یعنی هماهنگ سوم و پنجم شکم یعنی هماهنگ پنجم. از سوی دیگر به‌دلیل ثابت بودن منبع نوسان‌ساز، بسامد در دو حالت برابر است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{n_۱V_۱}{۲L} = \frac{n_۲V_۲}{۲L} \Rightarrow \frac{۳V_۱}{۲L} = \frac{۵V_۲}{۲L} \Rightarrow \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۳}{۵}$$

$$\xrightarrow{V=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{mg}{\mu}}} \frac{V_۲}{V_۱} = \sqrt{\frac{m_۲}{m_۱}} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow m_۲ = \frac{۹}{۲۵}m_۱ = \frac{۳۶}{۱۰۰}m_۱ \Rightarrow$$ ۶۴٪ کاهش

۱۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

شدت صوتی که به شنونده رسیده است، برابر است با:

$$\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_۰} \Rightarrow ۸۰ = ۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow I = ۱۰^{-۴}\frac{W}{m^{۲}}$$

در ادامه توان متناظر با این شدت صوت برابر است با:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{۴\pi R^{۲}} \Rightarrow \frac{P}{۴\times۳\times۲۰^{۲}} = ۱۰^{-۴} \Rightarrow P = ۴۸\times۱۰^{-۲}\,W = ۴۸۰mW$$

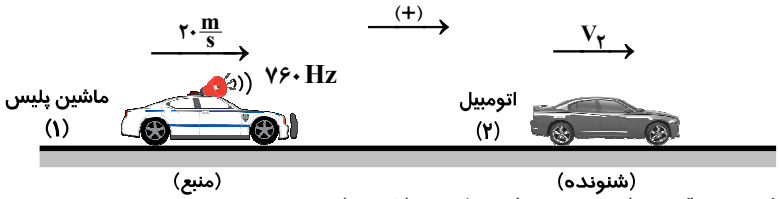
این موضوع یعنی ۲۰mW از توان ۵۰۰mW جذب محیط شده است و درصد توان جذب‌شده برابر است با:

درصد میزان توان جذب‌شده توسط محیط $= \frac{۲۰}{۵۰۰}\times۱۰۰ =$ ٪۴

۱۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

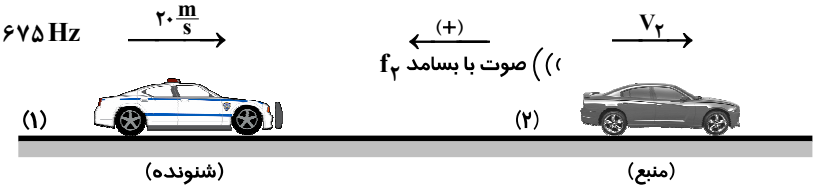
برای حل این سؤال دو مرحلهٔ زیر را طی می‌کنیم:

مرحلهٔ ۱: بسامد دریافتی توسط اتومبیل را به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow f_۲ = \frac{V - V_۲}{V - ۲۰} f_s = \frac{۳۴۰ - V_۲}{۳۴۰ - ۲۰} \times ۷۶۰$$

مرحلهٔ ۲: در این مرحله اتومبیل مانند یک منبع عمل می‌کند و پژواک صدای رسیده به اتومبیل، به ماشین پلیس می‌رسد:



$$f' = \frac{V - (-۲۰)}{V - (-V_۲)} f_۲ \Rightarrow ۶۷۵ = \frac{۳۴۰ + ۲۰}{۳۴۰ + V_۲} \times \frac{۳۴۰ - V_۲}{۳۲۰} \times ۷۶۰ \Rightarrow \frac{۶۷۵ \times ۳۲۰}{۷۶۰ \times ۳۶۰} = \frac{۳۴۰ - V_۲}{۳۴۰ + V_۲} \Rightarrow \frac{۱۳۵}{۱۷۱} = \frac{۳۴۰ - V_۲}{۳۴۰ + V_۲}$$

$$\Rightarrow ۱۳۵ \times ۳۴۰ + ۱۳۵ V_۲ = ۱۷۱ \times ۳۴۰ - ۱۷۱ V_۲ \Rightarrow ۳۰۶ V_۲ = ۳۶ \times ۳۴۰ \Rightarrow V_۲ = ۴۰ \frac{m}{s}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

همان طور که می‌دانید، بسامد پرتو از ویژگی‌های منبع بوده و از محیط انتشار مستقل است. با توجه به این موضوع داریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{۳ \times ۱۰^۸}{۰/۶ \times ۱۰^{-۶}} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۱۵} \text{ Hz} = ۵ \times ۱۰^{۱۴} \text{ Hz}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

محل نقطهٔ P در دو حالت یکسان است. اگر فرض کنیم در حالت دوم در نقطهٔ P نوار روشن $n_۲$ تشکیل می‌شود، می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow ۲n_۲ e_۲ = (۲n' - ۱)e_۱ \xrightarrow{D_۱ = ۲۰۰ cm \ , \ D_۲ = ۱۸۰ cm} ۲n_۲ \times \frac{۱۸۰\lambda}{۲a} = (۲ \times ۵ - ۱) \times \frac{۲۰۰\lambda}{۲a} \Rightarrow n_۲ = ۵$$

همان طور که مشاهده کردید، با فرض فوق، $n_۲$ عددی صحیح به‌دست آمد. بنابراین در حالت دوم، روشن پنجم در نقطهٔ P تشکیل می‌شود.

۱۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

با توجه به رابطهٔ مربوط به ولتاژ متوقف‌کننده، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} K_{max_۲} = hf_۲ - W_۰ \\ K_{max_۱} = hf_۱ - W_۰ \end{cases} \Rightarrow K_{max_۲} - K_{max_۱} = hf_۲ - hf_۱ = h\left(\frac{c}{\lambda_۲} - \frac{c}{\lambda_۱}\right)$$

$$۱/۵ - ۰/۵ = ۴ \times ۱۰^{-۱۵} \left(\frac{۳ \times ۱۰^۸}{\lambda_۲} - \frac{۳ \times ۱۰^۸}{\lambda_۱}\right) \Rightarrow ۱ = ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \left(\frac{۱}{\lambda_۲} - \frac{۱}{۳۰۰ \times ۱۰^{-۹}}\right)$$

$$\frac{۱}{\lambda_۲} = \frac{۱۰^۷}{۱۲} + \frac{۱۰^۷}{۳} \Rightarrow \lambda_۲ = \frac{۱۲}{۵} \times ۱۰^{-۷} m = ۲۴۰ nm \Rightarrow \Delta\lambda = ۶۰ nm$$

بنابراین طول موج باید ۶۰ nm کاهش یابد.

۱۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

شمارهٔ مدار n به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E_n = \frac{E_R}{n^۲} \Rightarrow -\frac{۱}{۱۶} E_R = -\frac{E_R}{n^۲} \Rightarrow n = ۴$$

در ادامه با توجه به طول موج فوتون تابیده‌شده، به‌کمک رابطهٔ ریدبرگ می‌توان نوشت:

$$\frac{۱}{\lambda} = R_H \left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) \Rightarrow \frac{۱۵}{۱۶۰۰} = \frac{۱}{۱۰۰} \left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{۱۶}\right) \Rightarrow \frac{۱}{n'^۲} = \frac{۱۶}{۱۶} \Rightarrow n' = ۱$$

۱۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

واپاشیده شدن ۸۷/۵ درصد از هسته‌ها، یعنی ۱۲/۵ درصد (معادل $\frac{۱}{۸}$ از آن‌ها هنوز باقی مانده‌اند). بنابراین به‌راحتی می‌توان نوشت:

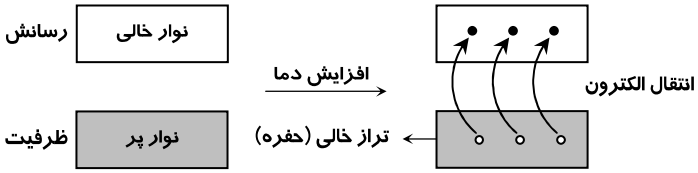
$$m_۰ \xrightarrow{T} \frac{m_۰}{۲} \xrightarrow{T} \frac{m_۰}{۴} \xrightarrow{T} \frac{m_۰}{۸}$$

$$۳T = ۲۴ \Rightarrow T = ۸h$$

۲۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

در نیم‌رساناهای ذاتی، با افزایش دما، الکترون‌ها از نوار ظرفیت به نوار رسانش منتقل می‌شوند و اتفاقات زیر رخ می‌دهد:

۱) در نوار ظرفیت موقعیت‌های خالی از الکترون (حفره) بیشتر می‌شود.



۲) در نوار رسانش، تعداد الکترون‌ها افزایش می‌یابد.

۳) هر دو اتفاق بیان شده رسانایی را افزایش می‌دهد.

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

آرایش الکترونی اتم $_{28}Ni$ و یون $_{28}Ni^{2+}$ به‌صورت زیر است:

$_{28}Ni : [Ar]3d^8 4s^2$ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑ ↑ ↑↓

$_{28}Ni^{2+} : [Ar]3d^8$ ↑↓ ↑↓ ↑↓ ↑ ↑

همان‌طور که مشاهده می‌شود، اتم Ni همانند یون Ni^{2+} دارای ۲ اوربیتال نیمه‌پُر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) با تبدیل اتم به کاتیون، شمار الکترون‌های آن کاهش می‌یابد و بار هستهٔ آن (شمار پروتون‌های آن) تغییری نمی‌کند.

۲) کاتیون $_{28}Ni^{2+}$ دارای ۱۲ اوربیتال پر شده است. در واقع کاتیون $_{28}Ni^{2+}$ دارای ۲۶ الکترون بوده که از این تعداد، ۲ الکترون در ۲ اوربیتال نیمه‌پُر و ۲۴ الکترون در ۱۲ اوربیتال پر شده قرار دارند.

۴) کاتیون Ni^{2+} فاقد الکترونی با عدد کوانتومی $n = 4$ است. حداکثر n در این کاتیون برابر با ۳ است.

۲۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

رادرفورد با استفاده از آزمایش بمباران ورقهٔ نازک طلا به‌وسیلهٔ پرتوهای آلفا، وجود هسته در اتم را اثبات کرد.

۲۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

جدول تناوبی عنصرها دارای ۷ دوره و ۱۸ گروه است.

۲۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

اگر شمار الکترون‌های یونی با عدد اتمی یک گاز نجیب (به‌جز هلیم) برابر باشد، در بالاترین لایه اشغال شدهٔ آن، ۸ الکترون وجود دارد.

شمار الکترون‌های یون $_{34}Se^{2-}$ همانند $_{36}Kr$، برابر با ۳۶ است.

با توجه به آرایش الکترونی یون‌های $_{33}As^{+}$، $_{22}Ti^{2+}$ و $_{30}Zn^{2+}$، در بالاترین لایهٔ اشغال شدهٔ آن‌ها به‌ترتیب ۴، ۱۰ و ۱۸ الکترون وجود دارد.

$_{33}As = [Ar]3d^{10}4s^2 4p^3 \Rightarrow As^{+} : [Ar]3d^{10}4s^2 4p^2$

$_{22}Ti = [Ar]3d^2 4s^2 \Rightarrow Ti^{2+} : [Ar]3d^2$ یا $[Ne]3s^2 3p^6 3d^2$

$_{30}Zn = [Ar]3d^{10}4s^2 \Rightarrow Zn^{2+} : [Ar]3d^{10}$ یا $[Ne]3s^2 3p^6 3d^{10}$

۲۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

انرژی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی با اندازهٔ بار یون رابطهٔ مستقیم و با شعاع یون‌ها رابطهٔ وارونه دارد.

انرژی شبکهٔ بلور AlF_3 بیشتر از MgO است، زیرا:

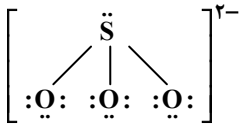
هم شعاع Al^{3+} کوچک‌تر از Mg^{2+} و هم شعاع F^- کوچک‌تر از O^{2-} است و از طرفی حاصل $n|q_1q_2|$ برای AlF_3 بزرگ‌تر از MgO است.

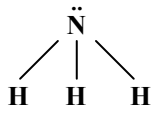
ترتیب انرژی شبکهٔ بلور ترکیب‌های داده شده به صورت زیر است:

انرژی شبکهٔ بلور = Al_2O_3 (f) > AlF_3 (e) > MgO (d) > MgF_2 (c) > Na_2O (b) > NaF (a)

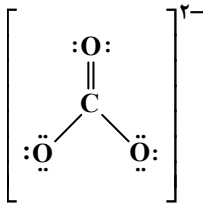
۲۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

ساختار لوویس یون سولفیت (SO_3^{2-})، همانند آمونیاک (NH_3)، به‌صورت هرمی است:

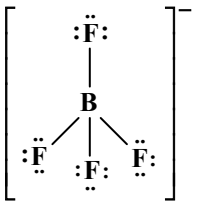




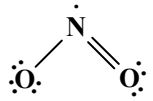
بررسی سایر گزینه‌ها:



(سه ضلعی مسطح)



(چهار وجهی منتظم)

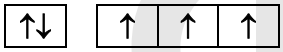


(خمیده)

۲۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

اتم عنصری که در گروه ۱۵ جدول جای دارد به ns^2np^3 ختم می‌شود و در صورتی که با عنصری که بیرونی‌ترین زیر لایهٔ اتم آن $4p^5$ است، هم دوره باشد، آرایش الکترونی آن به‌صورت زیر است:

$$X = [_{18}Ar]3d^{10}4s^24p^3$$



آ) عدد اتمی آن برابر است با:

$$18+10+2+3=33$$

ب) بیرونی‌ترین لایهٔ اتم آن $5=3+2$ الکترون دارد.

پ) ۳ الکترون زیر لایهٔ $4p^3$، هرکدام، یک اوربیتال و در مجموع ۳ اوربیتال را اشغال کرده‌اند. ۳۰ الکترون باقی‌مانده نیز ۱۵ اوربیتال پر شده را اشغال کرده‌اند. بنابراین شمار اوربیتال های دارای الکترون آن برابر با $18=15+3$ است.

ت) تفاوت شمار الکترون‌های دارای عدد کوانتومی اسپینی $+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ برابر با شمار اوربیتال‌های نیمه‌پر بوده که برابر با ۳ اوربیتال است.

۲۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

معادلهٔ نمادی واکنش مورد نظر به‌صورت زیر است:

$$C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2C_2H_5OH + 2CO_2$$

از آنجا که عدد اکسایش اتم‌های H و O در این واکنش ثابت (به‌ترتیب برابر ۱+ و ۲-) است، می‌توان نتیجه گرفت جمع جبری عددهای اکسایش اتم‌های کربن در این واکنش برابر با صفر است، به این معنی که اگر عدد اکسایش تعدادی از اتم‌های کربن افزایش یابد، عدد اکسایش سایر اتم‌های کربن به همان میزان کاهش می‌یابد.

۲۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

به‌جز مورد دوم، سایر موارد درست هستند.

مورد اول: در پیوند کووالانسی ناقطبی، الکترون‌های پیوندی به‌طور یکنواخت روی اتم‌ها پخش شده‌اند.

مورد دوم: تعداد کمی از ترکیب‌های شیمیایی هستند که پیوندهای کاملاً یونی یا کاملاً کووالانسی دارند.

مورد سوم: اگر اختلاف الکترونگاتیوی اتم‌های درگیر در پیوند بیشتر از ۱/۷ باشد، آن پیوند را جزء پیوندهای یونی طبقه‌بندی می‌کنند. اختلاف الکترونگاتیوی اتم A و اتم B برابر با $3-1/2=1/8$ است.

مورد چهارم: در بسیاری از ترکیب‌های کووالانسی، جفت الکترون پیوندی به اتم الکترونگاتیوتر نزدیک‌تر است.

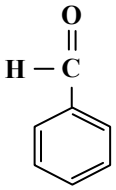
۲۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

هر کدام از مولکول‌های بنزآلدهید (C_6H_5CHO) و تولوئن $(C_6H_5CH_3)$ دارای یک حلقهٔ بنزنی هستند:

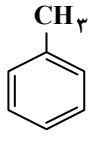
مولکول بنزآلدهید در مقایسه با مولکول تولوئن، یک اتم O بیشتر و دو اتم H کمتر دارد.

بنابراین تفاوت جرم مولی آن‌ها برابر $16-2(1)=14$ گرم است.

تولوئن بر خلاف بنزآلدهید، با نقره اکسید واکنش نمی‌دهد.



(بنزآلدهید)

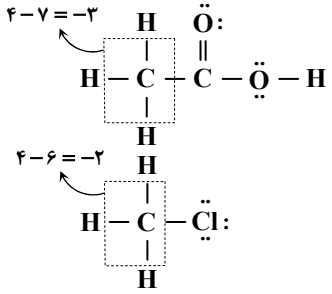


(تولوئن)

۲۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

به‌جز مورد چهارم، بقیهٔ موارد درست هستند.

فرمول کلرومتان به‌صورت CH_3Cl است. اگر به‌جای اتم کلر آن، گروه عاملی کربوکسیل بنشیند، ترکیب CH_3COOH (استیک اسید) به‌دست می‌آید.



مورد اول: فرمول مولکولی استیک اسید به‌صورت $C_2H_4O_2$ و فرمول تجربی آن به‌صورت CH_2O است.

مورد دوم: کلرومتان دارای ۶ الکترون ناپیوندی و استیک اسید دارای ۸ الکترون ناپیوندی است.

مورد سوم: عدد اکسایش اتم کربن مربوط به متیل $(-CH_3)$ در کلرومتان برابر با ۲- و در استیک اسید برابر با ۳- است.

مورد چهارم: در کربوکسیلیک اسیدها با افزایش شمار اتم‌های کربن، قدرت اسیدی کاهش می‌یابد، بنابراین قدرت اسیدی استیک اسید (CH_3COOH)، کمتر از متانوییک اسید $(HCOOH)$ است.

۲۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش آلومینیم هیدروکسید با سولفوریک اسید که از نوع جابه‌جایی دوگانه می‌باشد، در زیر آمده است:

$$2Al(OH)_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 6H_2O$$

$$\text{مجموع ضرایب} = 2+3+1+6 = 12$$

۲۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

ابتدا درصد اکسیژن را به‌دست می‌آوریم:

$$\%O = 100 - (\%H + \%C) = 100 - (2/2 + 26/7) = \%71/1$$

$$?\,mol\,C = 26/7g \times \frac{1mol}{12g} = 2/2\,mol\,C$$

$$?\,mol\,H = 2/2g \times \frac{1mol}{1g} = 2/2\,mol\,H$$

$$?\,mol\,O = 71/7g \times \frac{1mol}{16g} = 4/4\,mol\,O$$

اگر هر کدام از اعداد به‌دست آمده را بر ۲/۲ تقسیم کنیم، همگی به اعداد صحیح تبدیل می‌شوند.

$$\text{فرمول تجربی}: CHO_2$$

$$\text{جرم مولی فرمول تجربی} = 12+1+2(16) = 45\,g.mol^{-1}$$

$$\frac{\text{جرم فرمول مولکولی}}{\text{جرم فرمول تجربی}} = \frac{90}{45} = 2$$

بنابراین فرمول مولکولی این ترکیب به‌صورت $C_2H_2O_4$ بوده و هر مولکول آن شامل ۴ اتم اکسیژن است.

۲۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش تجزیهٔ سدیم هیدروژن کربنات، با فرض بازگشت به شرایط STP، به‌صورت زیر است:

$$2NaHCO_3(s) \xrightarrow{\Delta} Na_2CO_3(s) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

دقت کنید که در شرایط STP، به‌جای بخار آب، آب مایع خواهیم داشت:

$$\frac{\text{گرم سدیم هیدروژن کربنات} \times \frac{R}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم سدیم کربنات}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{لیتر گاز } CO_2}{22/4 \times \text{ضریب}}$$

$$\frac{21g\ NaHCO_3 \times \frac{R}{100}}{2 \times 84} = \frac{10/6g\ Na_2CO_3}{1 \times 106} = \frac{x\ L\ CO_2}{1 \times 22/4} \Rightarrow \begin{cases} R = \%80 \\ x = 2/24L\ CO_2 \end{cases}$$

۲۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

معادلهٔ موازنه‌شده واکنش سوختن ۱- بوتانول و واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید به‌صورت زیر است:

$$1)\ C_4H_9OH(l) + 6O_2(g) \rightarrow 4CO_2(g) + 5H_2O(g)$$

$$2)\ CaCO_3(s) + 2HCl(aq) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

اگر ضرایب واکنش (۲) را در عدد ۴ ضرب کنیم، ضریب مادهٔ مشترک در هر دو واکنش (CO_2) با هم برابر خواهد شد و می‌توان نوشت:

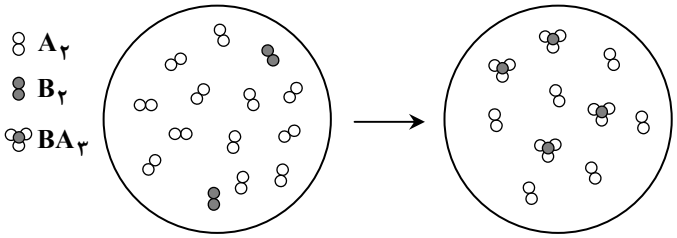
$$C_4H_9OH \sim 4CO_2 \sim 4CaCO_3$$

$$\frac{\text{مول (۱- بوتانول)}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{گرم کلسیم کربنات}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0/5mol\,C_4H_9OH}{1} = \frac{x\,g\,CaCO_3}{4 \times 100} \Rightarrow x = 200\,g\,CaCO_3$$

۲۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

همان‌طور که مشاهده می‌کنید پس از انجام واکنش، واکنش دهندهٔ A_2 در ظرف باقی‌مانده است. با حذف این ۶ مولکول از دو سوی واکنش، شمار مولکول‌های واکنش‌دهنده‌های A_2 و B_2 به‌ترتیب برابر با ۶ و ۲ و شمار مولکول‌های فراورده برابر با ۴ مولکول است.

اگر این اعداد را بر ۲ تقسیم کنیم، کوچکترین نسبت صحیح میان آن‌ها به‌دست می‌آید و معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش مورد نظر به‌صورت زیر خواهد بود:



$$3A_2(g) + B_2(g) \rightarrow 2BA_3(g)$$

$$\text{مجموع ضریب‌ها} = 3 + 1 + 2 = 6$$

از آنجایی که این واکنش با کاهش شمار مول‌های گازی همراه است، ΔS در آن کوچک‌تر از صفر (منفی) بوده و واکنش با کاهش آنتروپی همراه است.

۲۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش سوختن استاندارد بنزن به‌صورت زیر است:

$$C_6H_6(l) + \frac{15}{2}O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 3H_2O(l)\ ;\ \Delta H = -3267\,kJ$$

$$\Delta H = \text{(مجموع آنتالپی تشکیل واکنش‌دهنده‌ها)} - \text{(مجموع آنتالپی تشکیل فرآورده‌ها)}$$

$$-3267\,kJ = [6(-394) + 3(-285)] - [\Delta H_{C_6H_6} + \frac{15}{2}(0)] \Rightarrow \Delta H_{C_6H_6} = +48\,kJ.mol^{-1}$$

۲۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

معادلهٔ واکنش تولید آهک (کلسیم اکسید) از کلسیم کربنات به‌صورت زیر است:

$$CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$$

$$\Delta H = \text{(مجموع } \Delta H^\circ \text{ تشکیل فرآورده‌ها)} - \text{(مجموع } \Delta H^\circ \text{ تشکیل واکنش‌دهنده)}$$

$$\Delta H = [(-635) + (-394)] - [(-1207)] = +178\,kJ$$

ΔH به‌دست آمده مربوط به تولید یک مول آهک است. در صورتی که ۵۶ کیسهٔ ۲۰kg از آن تولید شود، خواهیم داشت:

$$?\,MJ = 56\,pack \times \frac{20\,kg}{1\,pack} \times \frac{1000\,g}{1\,kg} \times \frac{1\,mol\,CaO}{56\,g\,CaO} \times \frac{178\,kJ}{1\,mol\,CaO} \times \frac{1\,MJ}{1000\,kJ} = 3560\,MJ$$

۲۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش داده شده به‌صورت زیر است:

$$N_2O_3(g) + 3H_2(g) \rightarrow N_2(g) + 3H_2O(l)$$

عبارت اول: مطابق معادلهٔ فوق، ΔH واکنش که به‌ازای مصرف ۳ مول H_2 است، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$?\,kJ = 3\,mol\,H_2 \times \frac{2\,g\,H_2}{1\,mol\,H_2} \times \frac{275/5\,kJ}{1\,g\,H_2} = 153\,kJ$$

عبارت دوم: واکنش با کاهش شمار مول‌های گازی و در نتیجه کاهش آنتروپی همراه است.کاهش شمار مول‌های گازی معادل کاهش حجم بوده و در نتیجه محیط بر روی سامانه کار انجام می‌دهد $(w > 0)$.

عبارت سوم: مطابق محاسبات بالا، با مصرف هر مول گاز N_2O_3، 153 kJ گرما آزاد می‌شود.

عبارت چهارم: مجموع ضریب‌های استوکیومتری مواد در معادلهٔ موازنه‌شده برابر با $8 = 3 + 1 + 3 + 1$ است.

۲۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به این‌که واکنش $A(aq) \rightarrow B(aq) + C(g)$ از نوع مرتبهٔ اول است، قانون سرعت آن به‌صورت $R = k[A]$ خواهد بود.

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$5 \times 10^{-4}\ mol.L^{-1}.s^{-1} = k[0/8\,mol.L^{-1}] \Rightarrow k = 6/25 \times 10^{-4}\,s^{-1}$$

۲۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۱

مطابق نمودار داده شده، در صورتی که واکنش به‌طور کامل انجام شود، $60\,cm^3$ گاز تولید می‌شود. برای انجام نیمی از واکنش که طی آن $30\,cm^3$ گاز تولید می‌شود، ۱۰ دقیقه یا ۶۰۰ ثانیه زمان نیاز است.

پیستون به شکل یک استوانه است که حجم آن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$V = \pi r^2 h \Rightarrow ۳۰cm^3 = ۳ \times (\frac{۲}{۲}cm)^2 \times h \Rightarrow h = ۱۰cm$$

بنابراین پیستون به‌اندازهٔ $۱۰cm$، نسبت به محل اولیهٔ خود جابه‌جا می‌شود.

۲۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

امولسیون مانند سایر کلوییدها، یک مخلوط ناهمگن است و از ۲ فاز تشکیل شده است. واضح است که بعد از لخته شدن یک کلوییـد، شمار فازهای آن تغییر نمی‌کند، بلکه فقط فازها به‌طور کامل از هم جدا می‌شوند.

۲۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

انحلال‌پذیری گاز قطبی HCl در آب، بسیار بیشتر از گازهای ناقطبی Cl_2 و CO_2 است و از طرفی جرم مولی گاز نـاقطبی Cl_2 بیشتر از گـاز ناقطبی CO_2 است و در شرایط یکسان میزان بیشتری از آن در آب حل می‌شود.

۲۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

ابتدا درصد جرمی محلول سیرشدهٔ آمونیاک در آب را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times ۱۰۰ = \frac{۴۷g}{(۱۰۰+۴۷)g} \times ۱۰۰ \simeq ٪۳۲$$

اکنون از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{مولاریته} = \frac{\text{(چگالی محلول)(درصد جرمی)}۱۰}{\text{جرم مولی حل شونده}} = \frac{۱۰ \times ۳۲ \times ۰/۹}{۱۷} \simeq ۱۶/۹۳ mol.L^{-1} NH_3$$

۲۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

مطابق نمودار داده‌شده، انحلال‌پذیری $NaCl$ در دمای $۲۵^\circ C$ برابر با $۳۵g$ در $۱۰۰g$ آب است.

$$?\,ton\,NaCl = ۷ \times ۱۰^۶ m^3 H_2O \times \frac{۱۰۰۰ L H_2O}{۱ m^3 H_2O} \times \frac{۱۰۰۰ ml\, H_2O}{۱ L H_2O} \times \frac{۱ g H_2O}{۱ ml H_2O} \times \frac{۳۵g\, NaCl}{۱۰۰ g\, H_2O} \times \frac{۱ ton\, NaCl}{۱۰۶ g\, NaCl} = ۲/۴۵ \times ۱۰^۶ ton$$

برای محاسبهٔ غلظت مولال،کافی است جرم حلال (آب) را برابر $۱kg$ یا $۱۰۰۰g$ در نظر گرفته و سپس تعداد مول حل‌شونده $(NaCl)$ را بـه‌دسـت آوریم:

$$?\,mol\,NaCl = ۱۰۰۰ g H_2O \times \frac{۳۵g\, NaCl}{۱۰۰ g H_2O} \times \frac{۱ mol\, NaCl}{۵۸/۵g\, NaCl} = ۵/۹۸ mol\, NaCl$$

۲۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

فقط عبارت اول درست است.

$$۴HCl(g) + O_2(g) \rightleftharpoons ۲Cl_2(g) + ۲H_2O(g)\ ;\ K = ۹۰۰ L.mol^{-1}$$

عبارت اول: مجموع ضرایب مولی واکنش دهنده ها بیشتر از مجموع ضرایب مولی فرآورده‌هاست. بر همین اساس، افزایش هر کدام از اجزای واکـنش به مقدار ۰/۰۲ مول، باعث می‌شود که مخرج عبارت Q بیشتر از صورت آن افزایش یابد. در نتیجه، عبارت Q کوچک‌تـر از Kخواهـد بـود و واکـنش برای رسیدن به تعادل جدید در جهت رفت پیشرفت می‌کند.

عبارت دوم: ثابت تعادل فقط به دما وابسته است و در دمای ثابت، مقدار آن تغییری نمی‌کند.

عبارت سوم: با توجه به ضرایب O_2 و HCl در معادلهٔ واکنش، تغییر مقدار اکسیژن، $\frac{۱}{۴}$ برابر تغییر مقدار هیدروژن کلرید است.

عبارت چهارم: در مجموع ۰/۰۸ مول بر مقدار اجزای تعادل افزوده شده است. هر چند واکنش در جهت رفت پیشرفت می‌کند تا تعادل جدیـد برقـرار شود، اما اثر تغییر وارد شده به‌طور کامل جبران نمی‌شود و در نتیجه بر مقدار کل فرآورده‌ها، کمتر از ۰/۰۸ مول افزوده می‌شود.

۲۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

مقدار K را در ظرف ۲ لیتری به‌دست می‌آوریم:

$$A(g) \rightleftharpoons X(g) + D(g)$$

$$K = \frac{[X][D]}{[A]} = \frac{(\frac{۰/۴}{۲})(\frac{۰/۴}{۲})}{(\frac{۰/۴}{۲})} = ۰/۲ mol.L^{-1}$$

از آنجایی که دما ثابت است، مقدار K تغییر نمی‌کند و در ظرف ۴ لیتری نیز برابر با ۰/۲ است. با انتقال مخلوط تعادلی به ظرف بزرگ‌تر، فشار مخلـوط گازی کاهش یافته و در نتیجه طبق اصل لوشاتلیه واکنش در جهت افزایش فشار (تعداد مول گازی بیشتر) ، یعنی در جهت رفت جابه‌جـا شـده تـا تعادل جدید برقرار شود.

$$A(g) \rightleftharpoons X(g) + D(g)$$

مول مواد در تعادل جدید: $۰/۴-x \quad ۰/۴+x \quad ۰/۴+x$

$$K=\frac{[X][D]}{[A]}=\frac{(\frac{۰/۴+x}{۴})(\frac{۰/۴+x}{۴})}{(\frac{۰/۴-x}{۴})} \Rightarrow ۰/۲=\frac{(۰/۱+m)^۲}{(۰/۱-m)} : m=\frac{x}{۴}$$

$$\Rightarrow m^۲+۰/۰۱+۰/۲m=۰/۰۲-۰/۲m \Rightarrow m^۲+۰/۴m-۰/۰۱=۰$$

$$m=\frac{-۰/۴\pm\sqrt{(۰/۴)^۲-۴(۱)(-۰/۰۱)}}{۲} \begin{cases} \rightarrow m=-۰/۴۲۵ \text{ غ‌ق‌ق} \\ \rightarrow m=+۰/۰۲۵ \text{ ق‌ق} \Rightarrow x=۰/۱ \end{cases}$$

مول $X = ۰/۴+x=۰/۴+۰/۱=۰/۵$

۲۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$N_۲(g)+۳H_۲(g) \rightleftharpoons ۲NH_۳(g)$$

مول اولیه:	۱	۳/۷۵	۰
مول تعادلی:	$۱-x$	$۳/۷۵-۳x$	$۲x$

مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$x=\frac{۲۵}{۱۰۰}\times۱=۰/۲۵$$

حجم سامانه برابر با یک لیتر است و شمار مول‌های تعادلی مواد از نظر عددی با غلظت تعادلی برابر است.

$$K=\frac{[NH_۳]^۲}{[N_۲][H_۲]^۳}=\frac{(۲x)^۲}{(۱-x)(۳/۷۵-۳x)^۳}=\frac{(۰/۵)^۲}{۰/۷۵\times(۳)^۳}=۱/۲۳\times۱۰^{-۲}L^۲.mol^{-۲}$$

۲۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

فرمول کربوکسیلیک اسیدی که در آن گروه R شامل ۱۴ اتم کربن است به‌صورت $C_{۱۴}H_{۲۹}COOH$ و فرمول صابون جامد به‌دست آمده از آن به‌صورت $C_{۱۴}H_{۲۹}COONa$ خواهد بود که جرم مولی صابون برابر است با:

$$۱۴(۱۲)+۲۹+۱۲+۲(۱۶)+۲۳=۲۶۴g.mol^{-۱}$$

۲۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

هر مول سدیم کربنات ($Na_۲CO_۳$) با دو مول اسید قوی HA واکنش می‌دهد:

$$Na_۲CO_۳+۲HA \rightarrow ۲NaA+H_۲O+CO_۲$$

$$HA: pH=۵ \Rightarrow [H^+]=۱۰^{-pH}=۱۰^{-۵}mol.L^{-۱}$$

$$\frac{\text{میلی‌گرم سدیم کربنات}}{\text{۱۰۰۰} \times \text{جرم مولی} \times \text{ضریب}}=\frac{\text{حجم (L)} \times \text{غلظت مولی اسید}}{\text{ضریب}}$$

$$\Rightarrow \frac{x\ mg\ Na_۲CO_۳}{۱\times۱۰۶\times۱۰۰۰}=\frac{۱۰^{-۵}mol.L^{-۱}\times۵L\ HA}{۲} \Rightarrow x=۲/۶۵mg\ Na_۲CO_۳$$

۲۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

به‌جز عبارت دوم، بقیهٔ عبارت‌ها درست هستند.

عبارت اول: مقدار pH به دما بستگی دارد و در دماهای مختلف، متفاوت است.

عبارت دوم: کلرواتانوییک اسید قوی‌تر از پروپانوییک اسید است، زیرا هم اتم الکترونگاتیو هالوژن (کلر) دارد و هم این‌که شمار اتم‌های کربن آن کمتر از پروپانوییک اسید است.

عبارت سوم: نمک‌های حاصل از سدیم هیدروکسید و پتاسیم هیدروکسید با اسیدهای آلی، بازی هستند، زیرا NaOH و KOH جزء بازهای قوی ولی اسیدهای آلی جزء اسیدهای ضعیف به‌شمار می‌آیند. نمک‌هایی که کاتیون آن‌ها فلزهای قلیایی هستند در آب محلول‌اند.

عبارت چهارم: از آنجا که الکترونگاتیوی Cl بیشتر از Br است، کلرواتانوییک اسید قوی‌تر از برمواتانوییک اسید بوده و در غلظت‌های یکسان، غلظت H^+ حاصل از یونش آن بیشتر و در نتیجه pH آن کوچک‌تر است.

۲۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

۱) سدیم نیترات ($NaNO_۳$) از اسید قوی $HNO_۳$ و باز قوی NaOH تشکیل شده و یک نمک خنثی است.
فنول فتالئین در محلول این نمک، بی‌رنگ است.

۲) محلول آب صابون خاصیت قلیایی داشته و با افزودن متیل سرخ به آن، رنگ زرد مشاهده می‌شود.

۳) از آنجا که نقطهٔ ذوب بوتیل آمین بسیار کمتر از نقطهٔ ذوب پروپانوییک اسید است، می‌توان نتیجه گرفت نیروی جاذبهٔ بین مولکولی در بوتیل آمین ضعیف‌تر از پروپانوییک اسید است.

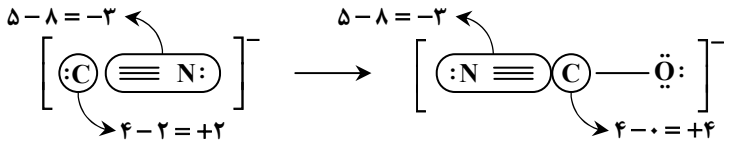
۴) هنگامی که تنها آنیون یک نمک آبکافت شود، یون OH^- تولید شده و با افزایش غلظت این یون، محلول خاصیت قلیایی پیدا کرده و pH آن بالاتر از ۷ خواهد بود.

۲۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

شواهد باستانی نشان می‌دهد که ایرانیان باستان با استفاده از ظرف‌های سفالی، قطعه‌هایی از فلزهای آهن و مس همراه با محلول نمک خوراکی یا سرکه (به‌عنوان الکترولیت)، دستگاهی برای تبدیل انرژی شیمیایی به الکتریکی ساخته بودند.

۲۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

مشاهده می‌کنید که در این تبدیل، عدد اکسایش N تغییر نمی‌کند و عدد اکسایش C از ۲+ به ۴+ رسیده و دو واحد افزایش می‌یابد.



۲۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

در برقکافت محلول غلیظ نمک خوراکی، گاز کلر در آند و محلول سدیم هیدروکسید و گاز هیدروژن در کاتد تولید می‌شود.

کاتد : $2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow H_2(g) + 2OH^-(aq)$

آند : $2Cl^-(aq) \rightarrow Cl_2(g) + 2e^-$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، به‌ازای مصرف ۲ مول الکترون، ۲ مول OH^- یا در واقع ۲ مول $NaOH$ تولید می‌شود. واضح است که اگر ۰/۲ مول الکترون مصرف شود، مقدار $NaOH$ تولید شده برابر با ۰/۲ مول خواهد بود.

$$NaOH(aq) + HCl(aq) \rightarrow NaCl(aq) + H_2O(l)$$

$$\frac{\text{مول سدیم هیدروکسید}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{حجم (mL)} \times \text{غلظت مولی HCl}}{\text{ضریب} \times 1000} \Rightarrow \frac{0/2\,mol\ NaOH}{1} = \frac{0/1\,mol.L^- \times x\ mL\ HCl}{1 \times 1000} \Rightarrow x = 2000\,mL\ HCl$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی