گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۹

گروه آزمایشی علوم ریاضی

(خارج کشور)

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

معنی صحیح واژه‌هایی که معنی آن‌ها نادرست است:

شراع: سایه‌بان، خیمه/ عارضه: حادثه، بیماری/ تشرّع: شریعت، دین

۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

معنی کلان نادرست است و معنی آن «دارای سن بیشتر» است.

۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

در متن املای مطابع و صورت نادرست است و شکل درست آن‌ها متابع (پیرو و تابع) و سورت (شدت و حدّت و تندی) است.

۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

موارد نادرست املایی:

حظّار ← حضّار/ ذره ← زره/ برخواستن ← برخاستن/ شفغت ← شفقت/ ذل‌زدن ← زل‌زدن/ فرومایه‌گی ← فرومایگی

۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

در گزینهٔ ۴، «هواس» نادرست است و شکل درست آن «حواس» است.

۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

موارد نادرست سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: «تمهیدات» منثور است.

گزینهٔ ۲: «روزها» منثور است.

گزینهٔ ۳: «قصّهٔ شیرین فرهاد» و «اسرارالتوحید» هر دو منثور هستند.

۸- پاسخ: گزینهٔ ۳

نوا به دو معنی «نغمه، آهنگ، آواز» و «ساز و برگ زندگی» قابل‌قبول است و ایهام دارد. مخالف نیز در دو معنی «گوشه‌ای در موسیقی سنتی» و «ناموافق و خلاف» قابل‌قبول است.

۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

بررسی آرایه‌های گزینهٔ ۲:

کنایه: خندهٔ خونین خود را نهان کردن کنایه از شرمساری است./ استعاره: غنچه استعاره از دهان یار است./ تشخیص: خجل شدن پسته و خندیدن آن تشخیص و استعاره است./ حسن تعلیل: علت وجود داشتن پوست نرم پسته، پنهان کردن خندهٔ پسته و خجالت کشیدن آن دانسته شده است.

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

بررسی تشبیه در گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: باغ رخ (اضافهٔ تشبیهی)/ بهار خط (اضافهٔ تشبیهی): ۲ تشبیه

گزینهٔ ۲: آیینهٔ جان (اضافهٔ تشبیهی)/ تختهٔ تن (اضافهٔ تشبیهی): ۲ تشبیه

گزینهٔ ۳: میوهٔ عیش (اضافهٔ تشبیهی)/ نخل مراد (اضافهٔ تشبیهی)/ باغ محبت (اضافهٔ تشبیهی): ۳ تشبیه

گزینهٔ ۴: دام نجات (اضافهٔ تشبیهی)/ خم طرّهٔ دوست مانند حلقهٔ دام است: ۲ تشبیه

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

بررسی هرکدام از گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: اغراق: شاعر غم عشق خود را به‌اندازهٔ کوه می‌داند و در میزان غم عشق اغراق کرده‌است./ جناس: ما و را

گزینهٔ ۲: ایهام تناسب: «هزار»: ۱) عدد ۱۰۰۰ (معنی قابل‌قبول) ۲) بلبل (معنی غیرقابل‌قبول و متناسب با گل و بلبل و بهار و چمن)/ استعاره: خطاب قراردادن دل تشخیص و استعاره است.

گزینهٔ ۳: واج‌آرایی: تکرار مصوت/آ/ (۹ بار) و صامت/د/ (۶ بار)/ استعاره: خاطر داشتن خورشید و گره داشتن خاطر آن تشخیص و استعاره است.

گزینهٔ ۴: اسلوب معادله: تمام شرایط اسلوب معادله در بیت وجود دارد./ ایهام: ندارد.

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: طمع روی دل/ صفت مضاف‌الیه: دشمن آیینهٔ بی‌زنگار

گزینهٔ ۲: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: تماشاگهِ اهلِ نظر/ صفت مضاف‌الیه: ندارد.

گزینهٔ ۳: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: عرقِ غیرت پیشانی خورشید/ نفس صبح قیامت/ صفت مضاف‌الیه: ندارد.

گزینهٔ ۴: مضاف‌الیه مضاف‌الیه: ندارد./ صفت مضاف‌الیه: قسمت یوسف بی‌جرم

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

برای مشخص کردن نقش کلمات ابتدا بیت را مرتب می‌کنیم:

برای آبله‌پایانِ (متمم) شوق، آرام (نهاد) نیست (= وجود ندارد)، حباب (نهاد) مانع از حرکتِ آب (مضاف‌الیه) نگردد.

«را» در مصراع اول «حرف اضافه» و در مصراع دوم «فکّ اضافه» است.

۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

صفت‌های پیشین: یک قرن/ این کشور/ این فاصله: ۳ صفت پیشین

ترکیب‌های وصفی: یک قرن/ اختلافات داخلی/ جنگ‌های داخلی/ این کشور/ این فاصله/ قدم‌های بزرگ/ کارگاه‌های متعدّد/ کارگاه‌های صنعتی: ۸ ترکیب وصفی

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

گزینه‌های ۱ و ۴، به‌دلیل داشتن منادا («صائب» در هر دو بیت منادا است) حذف می‌شود. در گزینهٔ ۳، نیز فعل اسنادی وجود ندارد و حذف می‌شود.

بررسی گزینهٔ ۲:

همیشه فکرت صائب (نهاد) شکار دل (مفعول) می‌کرد (فعل): نهاد + مفعول + فعل

امروز، کمند نالهٔ او (نهاد) دل‌شکار (مسند) نیست (فعل): نهاد + مسند + فعل

■ «همیشه» و «امروز» قید هستند و در ساختمان جمله حساب نمی‌شوند.

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

بررسی هرکدام از گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: می‌دانی که «بی‌تو چون افتاده‌است»: این جمله مفعول «می‌دانی» است.

گزینهٔ ۲: ترکیب‌های اضافی: دام غم/ غمت/ دلم/ دلم: ۴ ترکیب اضافی وجود دارد و این گزینه نادرست است.

گزینهٔ ۴: [تو] (نهاد) دلم (مفعول) را، شاد (مسند) کنی (فعل): نهاد+ مفعول+ مسند + فعل

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ مفهوم اصلی «برتر دانستن گرفتاری بر رهایی است» ولی در گزینهٔ ۳ شاعر به‌دنبال رهایی از کمند عشق است، ولی ناتوان از این کار است.

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

در گزینهٔ ۱، سخن از این است که هرکسی شایستهٔ اسرار عشق نیست.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲: به اسکندر آب حیات را نمی‌بخشند و او را بی‌نصیب می‌گذارند، پس یعنی بدون عنایت معشوق از زور و زر کاری برنمی‌آید.

گزینهٔ ۳: از اسرار الهی که هیچ‌کس محرم شنیدن آن نیست، باده‌فروش آگاهی یافته‌است، پس می‌توان نتیجه گرفت: اسرار الهی به قلب اهل معرفت الهام می‌شود.

گزینهٔ ۴: عاشق گرفتار فراق به همان سرنوشتی مبتلا می‌شود که کاه درآتش‌سوخته بدان گرفتار می‌شود: فنا و نیست شدن عاشق

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

در گزینهٔ ۲، همانند بیت سؤال سخن از این است که روزی بدون تلاش به‌دست نمی‌آید.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: دل از دنیا کندن سخت است، نه چشم‌پوشی ظاهری از تماشای ظاهری.

گزینهٔ ۳: هرکس هرقدر فرمانبری کند به فرمانروایی می‌رسد.

گزینهٔ ۴: سعی و تلاش بدون خواست تقدیر به جایی نمی‌رسد.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

مفهوم گزینهٔ ۴، همانند بیت سؤال این است که رنج کشیدن و سختی دیدن مقدمهٔ کمال و ارزشمندی است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: از خامی خود سوختن و آسیب دیدن (از ماست که بر ماست)/ عاشق سبب حُسن یار می‌شود.

گزینهٔ ۲: سختی فراق آرزوهای عاشق را از بین نمی‌برد.

گزینهٔ ۳: عاشق سوخته‌جان از اسرار عشق آگاه است.

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۱

در گزینهٔ ۱، همانند بیت سؤال سخن از این است که آنچه در جست‌وجوی آنیم در درون خودمان است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۲: اندک بودن کسانی که قدر و منزلت هنر را می‌شناسند (اندک بودن گوهرشناسان).

گزینهٔ ۳: بی‌کسی و بی‌رونقی بالاترین منزلت و مقام است.

گزینهٔ ۴: گله از خودبینی و غرور دیگران/ فراگیری غرور و خودبینی

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ ۳، تکیه کردن به خود و توانایی‌های خود است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: در اوج نیاز تلاشی برای مقصود خود نمی‌کنیم.

گزینهٔ ۲: بدون زر و ثروت کاری انجام نمی‌شود.

گزینهٔ ۴: بی‌نیازی سبب غرور است.

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ ۳ این است که کسی نمی‌تواند از سرنوشت مقدّر بگریزد.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: غم‌های شاعر همه را غمگین می‌سازد.

گزینهٔ ۲: شکایت‌کردن از بخت و اقبال خود

گزینهٔ ۴: بدون می عیش تباه می‌شود.

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینهٔ ۴، از خودبی‌خود شدن و بی‌خبری عارفانه است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: دین و مذهب عاشق، عاشقی است.

گزینهٔ ۲: جاه و مقام مستان و بی‌خبران عالم معنا

گزینهٔ ۳: از خودبی‌خود شدن عاشق با دیدن جلوهٔ معشوق

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

در گزینهٔ ۲ همانند بیت سؤال سخن از این است که عاشق به امید وصال سختی‌های راه را تحمّل می‌کند.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: توصیف شادی و پای‌کوبی عارف و عامی

گزینهٔ ۳: فراموش شدن عشق و مستی

گزینهٔ ۴: خوش‌داشتن شهادت و آزادی از وحشت‌سرای دنیا

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

وليّ الّذين: ولی کسانی است که (رد سایر گزینه‌ها)/ آمنوا: ایمان آوردند (رد سایر گزینه‌های ۱ و ۴)/ يخرجهم: آن‌ها را خارج می‌سازد (رد گزینه‌های ۱ و ۳)/ الظّلمات: تاریکی‌ها (رد سایر گزینه‌ها)

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

الجمال: زیبایی (رد گزینه‌های ۱ و ۳)/ تزرع: بکاری (رد گزینه‌های ۱ و ۳)/ بستان: بوستانی، یک بوستان (رد گزینه‌های ۱ و ۳)/ منه: از آن (رد گزینهٔ ۲)/ أن تغرس: که بکاری (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

هؤلاء الأصدقاء: این دوستان (رد گزینه‌های ۳ و ۴)/ عوّدوا: عادت داده‌اند (رد گزینه‌های ۲ و ۳)/ الصّراحة في الكلام: صراحت در سخن (رد سایر گزینه‌ها)

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

يُقبل... إقبالاً: قطعاً روی می‌آورند (رد سایر گزینه‌ها)/ أفكار: افکاری (رد گزینه‌های ۱ و ۲)/ يرغبون... رغبة كثيرة: بسیاری علاقه‌مند می‌شوند (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

هناك: وجود دارد (رد سایر گزینه‌ها)/ تبنی: می‌سازند (رد گزینهٔ ۲)/ أعشاشها: آشیانه‌های خود را (رد گزینهٔ ۲)/ إرتفاعها أكثر من: ارتفاع آن‌ها بیش از... است (رد سایر گزینه‌ها)/ تتعلّم: یاد بگیرند (رد گزینهٔ ۳)

۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

هو أقرب شخص لي: او نزدیک‌ترین فرد به من است (رد سایر گزینه‌ها)/ و إن كان: اگرچه، هرچند... باشد (رد سایر گزینه‌ها)

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

قررت: قرار گذاشتم (رد گزینه‌های ۲ و ۳)/ الصّغير: کوچک (رد گزینه‌های ۲ و ۳)/ آثار المتحف التّاريخيّة: آثار تاریخی موزه (رد سایر گزینه‌ها)

۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

سبيل كسب رضاك: راه کسب رضایتت

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

کلّمهم: با آن‌ها سخن بگو/ علی ذلک القدر: به آن اندازه

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

شناخته شوید: تُعرَفوا، تُعرَفنَ (رد گزینه‌های ۱ و ۳)/ شخص: المرء (رد گزینه‌های ۳ و ۴)/ زیر: تحت (رد سایر گزینه‌ها)

■■ ترجمهٔ متن:

«بسیاری از افراد در این زندگی به‌شکلی بی‌نظم زندگی می‌کنند! پس آن‌ها به زمان بیکاری که آن را بسیار بی‌فایده در زندگی خود می‌گذرانند، اهمیت نمی‌دهند! و این، نتیجهٔ نادانی‌شان در چگونگی ادارهٔ زندگی و سامان دادن به آن است! به‌عنوان مثال این‌ها خود را در موقعیّت‌هایی قرار می‌دهند که اوقات زیادی از آن‌ها را تباه می‌کند و آن‌ها نمی‌توانند با آن‌ها مواجه نشوند و این باعث رنج جسمی و روحی آنان می‌شود، همچنین تباه ساختن اوقات آنان به هنگام مواجهه با نزدیکان و خانواده و دوستان برایشان مشکلات زیادی ایجاد می‌کند در حالی که نحوهٔ حل آن را نمی‌دانند! هرکسی باید سامان معیّنی برای زندگی‌اش قرار دهد، به‌طوری که بداند در روزش یا تعطیلاتش یا پایان هفته‌اش می‌خواهد چه کار کند، همچنین هدفی که در پایان سال می‌خواهد به آن برسد چیست؟ و این مسئله می‌طلبد که جدولی طراحی کند که بر اساس آن حرکت کند تا بتواند نظم را در زندگی‌اش تثبیت نماید!»

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

صورت سؤال: «از مهم‌ترین کارها در تنظیم زندگی ..... »

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) تعیین هدف‌ها به‌خاطر دوری کردن از نظم در ادارهٔ زندگی است!

۲) ثبت کردن اوقات بیکاری و تعریف آن‌هاست تا آن‌ها را فراموش نکنیم!

۳) این است که انسان اقدام به تهیه برنامه‌ها یا جدول‌ها برای کارهای روزانه و هفتگی یا سالیانهٔ خود نماید! ✓

۴) زیاد کردن علاقه در اهمیت دادن به کیفیّت گذران اوقات بیکاری است که در زندگی زیاد است می‌باشد!

۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۱

صورت سؤال: «کسی که طبق سامان معیّنی در زندگی حرکت می‌کند ..... »

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) مشکلات و رنجش در پایان کارش کم می‌شود! ✓

۲) به جدول منظّمی برای تقسیم اوقات تباه‌شده نیازی ندارد!

۳) از هرچیزی که می‌خواهد در روزهای آینده انجام دهد دور می‌شود!

۴) به آن در وقت بیکاری که از دستش می‌رود و آن را ثبت نمی‌کند، اعتنا نمی‌کند!

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

صورت سؤال: «نتایج نبود نظم در زندگی چیست؟» خطا را مشخّص کن:

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) از دست دادن احساس راحتی!

۲) زیان ندیدن در ادارهٔ امور زندگی! ✗

۳) اقدام به کارهایی که سودمند نیست و نیازی را برطرف نمی‌کند!

۴) افزایش تباه کردن اوقات در مواجهه با دیگران!

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

آنچه برای عنوان متن مناسب نیست را انتخاب کن:

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) فرصت‌ها زود از دست می‌روند!

۲) زندگی دقیقه‌ها و ثانیه‌هاست!

۳) هرکس بدی بکارد، بدی درو می‌کند! ✓

۴) هرکس از هوس خود پیروی کند، اوقات بی‌کاری‌اش در زندگی زیاد می‌شود!

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) الحرفان زائدان «ت ی» ← حرف زائد واحد «ی»

۲) المذکّر المخاطب ← المؤنّث الغائب

۳) له حرفان زائدان ← له حرف زائد واحد

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مجهول ← معلوم

۳) الماضي النّقلي ← المضارع التزامي

۴) فاعله «النّظم» ← مفعوله «النّظم»

۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) جمع مؤنّث سالم ← جمع تکسیر

۳) جمع سالم للمؤنّث ← جمع تکسیر

۴) مؤنّث ← مذکّر

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

«لَکثیر» باید «لِکثیر» باشد؛ زیرا «لِ» حرف جر می‌باشد.

«مُلَمِّعات» باید «مُلَمَّعات» باشد؛ زیرا اسم مفعول مزید است.

۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

ترجمهٔ گزینه‌ها:

۱) کتاب: بوستان دانا است که از آن نتیجه‌های گوناگونی می‌گیرد!

۲) حاجی: حاجیان در هر سال برای عبادت خدا آهنگ آن می‌کنند! (حجّ)

۳) روزنامه‌نگار: کسی است که روزنامه را هر صبح و شام می‌خواند!

۴) ملافه: نوعی از پارچه که آن را برای خشک کردن صورت بعد از شستن استفاده می‌کنیم!

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

وارد اتاق شدم و آن را خالی یافتم، پس به ..... چراغ‌ها اقدام کردم!

۱) حفظ ۲) خاموش کردن ۳) شکستن ۴) خریدن

۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

کلمهٔ «شرّ» هرگاه مضاف واقع شود یا قبل از حرف جر «من» بیاید و یا معنی «بدتر، بدترین» داشته باشد، اسم تفضیل است.

در این گزینه «شر» بر سر حرف «إلّا» آمده و معنای «بدی» دارد.

در سایر گزینه‌ها به‌ترتیب «أعدائنا»، «الأشیاء» و «الأعمال» مضاف‌الیه «شرّ» می‌باشد.

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

«الزُّوّار» جمع «زائر» (اسم فاعل) می‌باشد.

در سایر گزینه‌ها به‌ترتیب «الکذّاب»، «العلّامة» و «اللّوّامة» اسم مبالغه می‌باشند.

۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

۱) ضرّنی: حروف اصلی آن «ض ر ر» می‌باشد، پس نون وقایه داریم.

۲) یتمنّی: حروف اصلی آن «م ن ی» می‌باشد و نون دوّم (تشدید) مربوط به باب «تفعُّل» می‌باشد، پس نون وقایه نداریم.

۳) تُعینی: حروف اصلی آن «ع و ن» می‌باشد، پس نون وقایه نداریم.

۴) یبنی: حروف اصلی آن «ب ن ی» می‌باشد، پس نون وقایه نداریم.

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۲

۱) من: کسی که (پس اسم شرط نمی‌باشد)

۲) «ضحک» فعل شرط و «فإنّه...» جواب شرط می‌باشد.

۳) اول جمله ادات شرط نداریم.

۴) من + فعل مضارعی که آخرش تغییر نکرده، «من» شرط نمی‌باشد.

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

صورت سؤال «لا» نفی جنس را می‌خواهد.

نکته: «لا» نفی جنس بر سر اسم مفردی می‌آید که «ال» و «تنوین» نداشته باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) «لا» اوّل بر سر هیچ اسم یا فعلی نیامده/ «لا» دوّم بر سر فعل آمده است.

۳) «لا» بر سر اسمی آمده است که تنوین دارد.

۴) «لا» بر سر اسمی آمده است که «ال» دارد.

فرهنگ و معارف اسلامی

۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

این عبارت زمانی ارزیابی می‌شود که فرد از دستورات خدا نیز پیروی کرده و تولی و تبری نیز داشته باشد ﴿...فاتبعونی یحببکم الله﴾.

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

این نیاز مقبولیت در دوران نوجوانی و جوانی نمود بیشتری دارد. (رد گزینه‌های ۱ و ۳) و سبب می‌شود که نوجوان و جوان بیشتر به خود بپردازد و توانایی‌ها و استعدادهای خود را کشف و شکوفا کند. (رد گزینهٔ ۲)

۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

با دقت و توجه به آیهٔ ﴿... استجیبوا لله و للرّسول اذا دعاکم لما یحییکم﴾، می‌توان به اکسیر حیات که عامل حیات روح است، دست پیدا کرد.

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

امیرالمؤمنین علیه‌السلام مردم را از آمدن چنین روزی بیم می‌داد که: «به خدا سوگند بنی‌امیه چنان به ستمگری ادامه دهند که حرامی باقی نماند، مگر آنکه حلال شمارند... تا آنکه در حکومت‌شان دو دسته بگریند، دسته‌ای بر دین خود که آن را از دست داده‌اند و دسته‌ای بر دنیای خود که به آن نرسیده‌اند.»

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

- دعوت نفس لوامه: از ما می‌خواهد در حد نیاز به تمایلات فروتر پاسخ دهیم. (رد گزینه‌های ۱ و ۲)
- خواستهٔ نفس اماره: از ما می‌خواهد از تمایلات عالی و برتر غافل بمانیم. (رد گزینهٔ ۴)

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

- حدیث صورت سؤال با ابیات زیر قرابت دارد:
- دلی کز معرفت نور و صفا دید.../ به صحرا بنگرم... / به هرجا بنگرم کوه و در و دشت... (رد گزینه‌های ۳ و ۴)

این هدف (دیدن خدا در هرچیز) قابل‌دسترس است، به‌خصوص برای جوانان و نوجوانان چون پاکی و صفای قلب دارند. (رد گزینهٔ ۱)

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

این سؤال از منابع کنکور ۱۴۰۰ حذف شده است.

۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

این سؤال از منابع کنکور ۱۴۰۰ حذف شده است.

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

در روایات مردم را در این جهان خواب‌آلود توصیف کرده است «النّاس نیام...». (رد گزینه‌های ۱ و ۲ به‌دلیل آیهٔ قرآن)

و وجود نعمت حقیقی و حیات طیبه در آخرت در آیهٔ ﴿دار الاخرة لهی الحیوان﴾ توصیف شده (رد گزینهٔ ۴)

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

تمایلات و گرایش‌ها و استعدادهای مختلف انسان و پاسخ‌گویی به این نیازها مربوط به ضرورت معاد در پرتو حکمت الهی است که آیهٔ هم‌مفهوم با آن در گزینهٔ ۱ یافت می‌شود.

۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

آثار ماتأخر انسان از اعمال انسان است و طبق حدیث نبوی عمل انسان تا روز قیامت با انسان باقی می‌ماند و آیهٔ گزینهٔ ۳ مربوط به فضای قیامت و فضای آن است.

۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: مجازات و کیفر مربوط به اعمال قراردادی انسان است، ولی هماهنگی ویژگی اعمال طبیعی انسان است.

گزینهٔ ۲: اتفاقاً خداوند بر اساس سنت املاء و استدراج، بدکاران را مجازات می‌کند.

گزینهٔ ۳: اعمال انسان در قیامت به‌صورت گزارش نیست، بلکه عین عمل در آنجا مشاهده می‌شود.

گزینهٔ ۴: جمله‌ای کاملاً درست

۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

انسان باتقوا می‌کوشد روزبه‌روز بر توانمندی خود بیفزاید تا اگر در شرایط گناه قرار گرفت، آن قوت و نیرو او را حفظ کرده و از آلودگی نگه دارد.

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

زنان ایرانی قبل از اسلام که عموماً پیرو آیین زرتشت بودند، با پوشش کامل در محل‌های عمومی رفت‌وآمد می‌کردند، طوری که برخی مورخان غربی ایران‌باستان را منشأ اصلی حجاب در جهان می‌دانستند.

۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

«انّا معاشر الانبیا امرنا ان نکلمّ النّاس علی قدر عقولهم»: رشد تدریجی سطح فکر مردم از عوامل تعدد انبیا

۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

آیهٔ صورت سؤال مربوط به‌عنوان «ضرورت پذیرش ولایت الهی و نفی طاغوت» می‌شود و براین اساس، کسانی که حکم و دستورشان نشأت گرفته از فرمان خدا نباشد، طاغوت نامیده شده و اطاعت از آنان حرام است.

۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

﴿لقد کان لکم فی رسول الله اسوة لمن ۱) کان یرجوا الله ۲) والیوم الآخر ۳) و ذکر الله کثیرا﴾

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۳

با روی کار آمدن بنی‌عباس و بنی‌امیه، شراب و قمار بار دیگر رواج پیدا کرد و مردم به دوران جاهلیت بازگشتند. ← ﴿انقلبتم علی اعقابکم و من ینقلب عل عقبیه...﴾ (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

در حالی که شراب و قمار از گناهان کبیره شناخته شده بود ﴿قل فیهما اثم کبیر و...﴾. (رد گزینهٔ ۴)

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

حدیث قدسی بیان شده در صورت سؤال مربوط است به‌عنوان «شناخت ارزش‌های خود و نفروختن خویش به بهای اندک» از راه‌های تقویت عزت نفس می‌باشد و روایت هم‌مفهوم با آن از امیرالمؤمنین علیه‌السلام است که فرمودند:

«همانا بهایی برای جان شما جز بهشت نیست، پس خود را به کمتر از آن نفروشید»

۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

کسانی که هوای نفس خویش را بپرستند، زینت دنیا و لذات و شهوات در دلشان فزونی می‌یابد و در نتیجه از درک معنویت و نیایش با خدا (خلوت انس با خدا) محروم می‌مانند و غافل می‌شوند.

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۱

اگر فردی تنها برای سلامت جسم روزه بگیرد، چون نیت روزه‌اش برای رضای خدا و انجام احکام شرعی نیست (حسن فاعلی) روزه او باطل است.

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

این سؤال از منابع کنکور ۱۴۰۰ حذف شده است.

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

﴿۱) ﴿فَأَمَّا الَّذِینَ آمَنُوا بِاللَّـهِ﴾ و ۲)﴿وَاعْتَصَمُوا بِهِ﴾ (در نتیجه) ﴿فَسَیُدْخِلُهُمْ فِی رَحْمَةٍ مِنْهُ وَفَضْلٍ وَیَهْدِیهِمْ إِلَیْهِ صِرَاطًا مُسْتَقِیمًا﴾، خداوند آنان را در رحمت و فضلش وارد کرده و آنان را به راه راست هدایت می‌کند)﴾.

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

با توجه به این آیه و آیهٔ ﴿قد جاءکم بصائر من ربّکم...﴾، متوجه می‌شویم که شواهدهایی وجود اختیار ما را به این نتیجه می‌رساند که خداوند قدرت اختیار و اراده را به ما عطا کرده و از ما خواسته است که با استفاده از آن برنامه‌ریزی کنیم و به قله‌های کمال برسیم.

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

اشرافی‌گری، تجمل‌گرایی برخی مسئولین و فساد اداری و مالی یکی از مهم‌ترین عوامل عقب‌ماندگی اقتصادی و فاصلهٔ طبقاتی است که علاوه بر آثار منفی اقتصادی، باعث بی‌اعتمادی عمومی و رواج تجمل‌گرایی و مصرف‌گرایی مردم می‌شود.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

ترجمه: کارلوس با بیرون پریدن از پشت بوته‌ها، به خواهرش که ترسیده بود، داد زد و خندید.

نکته: در این تست نیاز به صفت مفعولی داریم، زیرا خواهر کارلوس بر اثر داد زدن ترسیده، لذا قسمت سوم فعل نیاز است و صفت قبل از اسم می‌آید.

۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمه: از وقتی او را در آخرین فیلمش دیدم، او تاکنون بازیگر موردعلاقهٔ من بوده است، من اعتقاد دارم او بهترین است.

نکته: به‌دلیل کلمهٔ **since** نیاز به حال کامل یا ماضی نقلی داریم، لذا گزینهٔ ۳ جواب است.

۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

ترجمه: هرساله تقریباً ۱۰۰ میلیون تُن، ماهی از اقیانوس گرفته می‌شود.

نکته: کلمهٔ **million** به‌دلیل اینکه صفت برای **ton** واقع شده است، نباید«s» بگیرد، پس گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند و مشکل گزینهٔ ۴ این است که عدد ۱۰۰ میلیون را با حرف اضافه به اسم متصل کرده است.

۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمه: برای فیلم‌برداری مستقیم از صفحهٔ نمایش رایانه، از یک دوربین می‌تواند استفاده شود، ولی برای تصاویری با بالاترین کیفیت ممکن، از دستگاه‌های گران‌قیمت ضبط فیلم استفاده می‌شود.

نکته: گزینهٔ ۱ موصول اضافی دارد. گزینهٔ ۲ بی‌معنی است. گزینهٔ ۳ جمله به یک فاعل جمع نیاز دارد.

۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمه: آیا شما جدی بودید یا فقط شوخی می‌کردید؛ وقتی گفتید که قصد دارید شغل فعلی خود را ترک کنید؟

۱) طبیعی ۲) سرگرم‌کننده ۳) هیجان‌زده ۴) جدی

۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

ترجمه: رابرت هینلینِ نویسنده، یک زمانی گفت که عشق آن حالتی است که شادی یک نفر دیگر برای شاد بودن شما ضروری می‌شود.

۱) مهمان‌نواز ۲) ضروری، حیاتی ۳) جذاب ۴) خلاق

۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمه: آیا شما قصد دارید که تمام شب به کار کردن ادامه دهید؟ من فکر می‌کنم که شما نیاز دارید به خودتان یک استراحت بدهید.

۱) ترک کردن ۲) افتادن، زمین خوردن ۳) ادامه دادن ۴) وابسته بودن

۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمه: روزی شخصی به شوخی گفت که کامپیوترها هرگز کاملاً جای انسان‌ها را نخواهند گرفت تا وقتی یاد نگیرند به لطیفه‌های رئیس‌شان بخندند.

۱) مقایسه کردن ۲) بازنشسته کردن، بازنشسته شدن

۳) احترام گذاشتن ۴) جایگزین کردن

۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

ترجمه: مردم به‌طور مداوم در حال خریدن محصولات بیشتر و ساختن خانه‌های بیشتر هستند. آب شیرین، نفت و گاز طبیعی فقط بعضی از منابعی هستند که موردنیاز می‌باشند.

۱) تقاضا، درخواست ۲) تنوع ۳) تخفیف ۴) اختلال، بیماری، بی‌نظمی

نکته: ترکیب **in demand** (موردنیاز) بسیار معروف است.

۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمه: غذا بخشی از هویت شماست، بنابراین وقتی هله‌هوله‌ای می‌خورید که نه‌تنها برای بدن، بلکه برای ذهنتان نیز بسیار مضر است، (این کار) چه‌چیزی دربارهٔ شخصیت شما بیان می‌کند؟

۱) عملکرد، تابع ۲) اصل، قاعده ۳) هویت ۴) میراث

۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمه: اگر شما کشور من را ملاقات می‌کنید، من پیشنهاد می‌کنم حتماً یادتان باشد که مناطق شمالی را ملاقات کنید، همه‌چیز آنجا فوق‌العاده است.

۱) بار خود را تحویل دادن (فرودگاه، هتل)، اتاق گرفتن ۲) مطلع کردن

۳) وقف کردن، اختصاص دادن ۴) مطمئن شدن، (در خطاب) یادت باشد.

۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

ترجمه: وقتی که آن پسر در کلاس نتوانست نفس بکشد، نیاز بود یکی از افراد کلاس برای نجات جان او فوراً اقدام به **CPR** (تنفس مصنوعی) کند. (احیای قلبی تنفّس)

۱) اولیه، ابتدایی ۲) فوری، نزدیک ۳) در دسترس ۴) متوسط، میانی

■■ ترجمهٔ **Cloze Test**:

بعضی از مردم بیشتر از بقیه به خرید می‌روند تا به محصولات مغازه‌ها نگاه کنند، حتی وقتی که پول کافی ندارند. این به‌عنوان ویترین‌گردی نامیده می‌شود و اجازه می‌دهد که افراد برای آینده برنامه‌ریزی کنند و برای چیزهایی که می‌خواهند در آینده بخرند، پس‌انداز کنند یا صبر کنند تا اقلام و اجناس کاهش قیمت پیدا کنند. بعضی از مردم وقت زیادی را صرف چانه زدن می‌کنند، در حالی که بقیه به قیمت فکر نمی‌کنند و خوشحال هستند که زیاد پول خرج می‌کنند. بعضی از مردم اعتقاد دارند که هرچقدر اقلام و اجناس گران‌تر باشند، کیفیت نیز بهتر است، اما این همیشه درست نیست. این معقولانه است که اجناسی خریده شود که قابل‌خرید هستند (مقرون‌به‌صرفه هستند)، اما بعضی از مردم از کارت اعتباری استفاده می‌کنند یا از بانک پول قرض می‌گیرند تا اینکه آن اقلام و اجناس را بتوانند بخرند، به‌جای اینکه صبر کنند.

۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

۱) اجازه دادن ۲) پیشرفت کردن، ارتقا دادن ۳) تلاش کردن، اقدام کردن ۴) فراهم کردن

۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

نکته: جمله باید با فاعل و فعل شروع شود و قید زمان باید به انتهای جمله برود. به‌جز گزینهٔ ۳ هیچ‌کدام از گزینه‌ها این ترتیب را رعایت نکرده‌اند، فقط دقت کنید که در این تست یک ضمیر موصولی به‌نام **which** یا **that** بعد از **things** وجود داشته که حذف شده است.

۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

۱) فهمیدن، متوجه شدن ۲) همراهی کردن، کنار آمدن با

۳) مراقبت کردن ۴) فکر کردن

۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

۱) اقتصاد ۲) کیفیت ۳) عکس ۴) مبدأ، منشأ

۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

۱) کالای مقرون‌به‌صرفه‌ای که هستند ۲) کالاهایی که مقرون‌به‌صرفه هستند

۳) کالاهای مقرون‌به‌صرفه که آن‌ها هستند ۴) کدام کالاها مقرون‌به‌صرفه هستند

■■ ترجمهٔ درک مطلب ۱:

تلاش برای توضیح اینکه پتروسورها چگونه می‌توانستند پرواز کنند به این نظرات منجر شده است که آن‌ها با پریدن از صخره‌ها، پایین انداختن خود از درختان یا حتی با خیز گرفتن در بادهای ملایم برآمده از تاج امواج به پرواز درمی‌آمدند. هرکدام از این توضیحات اِشکالات خود را دارد.

اولی به اشتباه فرض می‌کند که پاهای عقبی پتروسورها شبیه پاهای خفاش بوده است و می‌توانسته مانند قلاب عمل کند تا حیوان هنگام آماده شدن برای پرواز از آن آویزان شود.

دومین توضیح نیز غیرمحتمل به‌نظر می‌رسد، چون پتروسورهای بزرگ نمی‌توانستند بدون آسیب دیدن بال‌هایشان بین درختان فرود بیایند. سومین توضیح نیز مستلزم وجود امواج بلندی است که پرواز را امکان‌پذیر کند، ولی احتمالاً بادی که چنین امواجی را تولید می‌کرده است، قوی‌تر از آن بوده که پتروسورها بتوانند روی هوا پروازشان را کنترل کنند.

۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمه: به کدام سؤال عمدهٔ متن مربوط می‌شود؟

۱) اولین پرنده چه بود؟ ۲) آیا پتروسورها اصلاً وجود داشتند؟

۳) چه‌چیزی باعث می‌شد تا پتروسورها بتوانند پرواز کنند؟ ۴) چرا دانش ما از گذشته خیلی نامشخص است؟

۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

ترجمه: لغت **those** در متن به پاها برمی‌گردد.

۱) پاها ۲) سختی‌ها ۳) توضیحات ۴) پتروسورها

۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمه: کدام‌یک از گزینه‌های زیر بهترین توصیف از طرز فکر نویسنده در مورد سه توضیح ارائه‌شده در متن است؟

۱) هیجان زده ۲) شوک‌زده ۳) گیج، سردرگم ۴) نامطمئن

۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

ترجمه: کدام‌یک از جمله‌های زیر در صورت درستی، قدرت استدلال عرضه‌شده در مخالفت با توضیح دوم را کاهش می‌دهد؟

۱) پتروسورها همیشه روی زمین فرود می‌آمدند.

۲) پتروسورها بزرگ‌تر از آن بودند که اصلاً قادر به فرود آمدن باشند.

۳) پتروسورها در مناطق دورافتاده و دور از جنگل‌های متراکم تخم می‌گذاشتند.

۴) کالبدشناسی پتروسورها آن‌قدری که باید، موردبررسی قرار نگرفته است.

■■ ترجمهٔ درک مطلب ۲:

مردمی که به زبان سواحیلی صحبت می‌کنند و می‌خواهند با استفاده از **compyuta** که معادل کامپیوتر در زبان سواحیلی است، ارتباط برقرار کنند، قادر نیستند که با زبان خودشان این کار را انجام دهند و فرقی ندارد که کامپیوترها هارد دیسک‌های عظیم و نرم‌افزارهای پیشرفته داشته باشند. آن‌ها نمی‌توانند به زبان سواحیلی یا سایر زبان‌های آفریقایی که صدها مورد از آن‌ها وجود دارد، کار کنند.

به‌زودی با این وجود، ممکن است قادر به این کار شوند. زبان‌شناسان در آفریقا در حال کار کردن با متخصصین تکنولوژی اطلاعات هستند تا کامپیوترها را برای آفریقایی‌هایی که هیچ‌کدام از زبان‌هایی که در حال حاضر در اینترنت استفاده می‌شوند را بلد نیستند، قابل کار کردن کنند. اقتصاد در حال پدید آوردن این تغییر است.

مایکروسافت احساس می‌کند بازاری برای نرم‌افزارش در میان سواحیلی‌زبانان شرق آفریقا وجود دارد. گوگل الان یک موتور جست‌وجوگر برای سواحیلی‌زبان در کنیا دارد. سایر شرکت‌های نرم‌افزاری به‌زودی احتمالاً محصولاتی را برای مصرف‌کنندگان آفریقایی توسعه می‌دهند. علاوه بر اقتصاد، دلیل دیگری نیز برای در دسترس قرار دادن کامپیوتر برای آفریقایی‌ها وجود دارد. صدها زبان آفریقایی در حال انقراض هستند و زبان‌شناسان کامپیوتر را به‌عنوان راهی برای نجات این زبان‌ها می‌بینند. طبق تخمین‌های یونسکو، ۹۰٪ از ۶۰۰۰ زبان دنیا در اینترنت نیستند و یک زبان هر روز در یک جای دنیا منقرض می‌شود. امید است که کامپیوترها بتوانند برای نجات آن‌ها کمک کنند.

۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

ترجمه: طبق متن کدام گزینه راجع به مردم سواحیلی درست است؟

۱) آن‌ها مهارت‌های کامپیوتری برای اینکه بتوانند از کامپیوتر استفاده کنند، کم دارند.

۲) آن‌ها مایل نیستند که در زندگی‌هایشان از کامپیوتر استفاده کنند.

۳) آن‌ها با زبانی صحبت می‌کنند که از طریق آن نمی‌توانند با کامپیوتر ارتباط برقرار کنند.

۴) آن‌ها هارد درایو و نرم‌افزار لازم را ندارند تا استفاده از کامپیوتر را به یک واقعیت تبدیل کنند.

۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

ترجمه: متن نشان می‌دهد که تعداد زبان‌هایی که در آن مردم نمی‌توانند از طریق کامپیوتر کار کنند، .....

۱) به‌طور روزانه در حال افزایش است.
۲) بیشتر از یک عدد است.
۳) محدود فقط به کشورهای آفریقایی است.
۴) هنوز نامشخص است.

۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

ترجمه: از متن نتیجه گرفته می‌شود که آفریقایی‌هایی وجود دارند که .....

۱) به زبان‌هایی صحبت می‌کنند که اصلاً قالب نوشتاری ندارد.
۲) زبان‌هایی اختراع می‌کنند که مطمئناً منقرض خواهد شد.
۳) به نیات واقعی شرکت‌های خارجی اعتماد چندانی ندارند.
۴) با هیچ زبانی غیر از زبان مادریشان آشنا نیستند.

۱۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

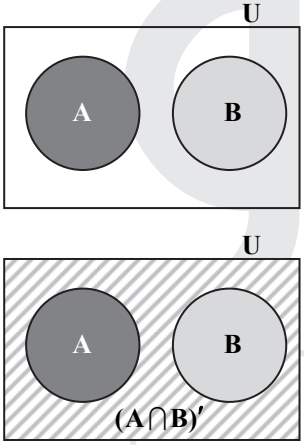
ترجمه: نویسنده به یونسکو اشاره کرده است عمدتاً برای اینکه .....

۱) جملهٔ قبلی را حمایت کند.
۲) تعداد زبان‌های اینترنت را نشان دهد.
۳) ثابت کند که این زبان‌های آفریقایی هستند که بیشتر نادیده گرفته می‌شود.
۴) تأکید کند که نجات زبان‌ها از انقراض یک وظیفهٔ جهانی است.

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

با توجه به نمودار وِن دو مجموعهٔ غیرتهی و جدا از هم A و B، به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:



گزینهٔ ۱: $A \subseteq B'$ ✓

گزینهٔ ۲: $A - B' = A \cap B = \varnothing$ ✓

گزینهٔ ۳: $A \cap B' = A - B = A$ ✓

گزینهٔ ۴: $(A \cup B)' = \varnothing$ ✗

گزینهٔ ۴ نادرست است؛ زیرا نمودار وِن آن به‌صورت زیر خواهد بود و تهی نیست:

۱۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۲

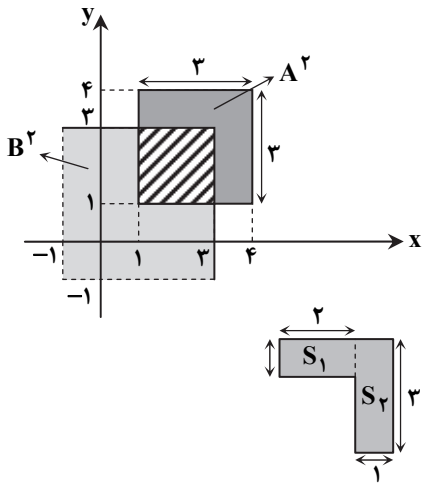
به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\big[A \cap (A \cap B')'\big] \cup \big[B \cap (A' \cup B')\big] = \big[A \cap (A' \cup B)\big] \cup \big[(B \cap A') \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\varnothing}\big]$$

$$= \big[\underbrace{(A \cap A')}_{\varnothing} \cup (A \cap B)\big] \cup (A' \cap B) = (A \cap B) \cup (A' \cap B) = \underbrace{(A \cup A')}_{U} \cap B = B$$

۱۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

نمودارهای دکارتی A^2 و B^2 را در یک دستگاه مختصات رسم کرده و مساحت مربوط به ناحیهٔ حاصل از تفاضل آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$A \times A = A^2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \le x \le 4 \,,\, 1 \le y \le 4\}$$

$$B \times B = B^2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 < x \le 3 \,,\, -1 < y \le 3\}$$

نمودار $A^2 - B^2$ از دو مستطیل تشکیل شده است یکی به‌طول ۳ و عرض ۱ و دیگری به‌طول ۲ و عرض ۱؛ پس مساحت آن مطابق شکل برابر است با:

$$S = S_1 + S_2 = (1 \times 2) + (1 \times 3) = 5$$

۱۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

با استفاده از قوانین هم‌ارزی گزاره‌ها داریم:

$$(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv (p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p \vee (\sim q \wedge q) \equiv p \vee F \equiv p$$

۱۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

باقیماندهٔ $P(x)$ بر $ax+b$ برابر $P(-\frac{b}{a})$ است و چون $P(x)$ بر $2x-1$ بخش‌پذیر است، بنابراین باقیماندهٔ $P(x)$ بر $2x-1$، صفر است؛ پس:

$$P(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow 2(\frac{1}{2})^4 + a(\frac{1}{2})^3 + 2(\frac{1}{2})^2 - 3(\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{8}a + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{8}a - \frac{7}{8} = 0 \Rightarrow a = 7$$

حال باقیماندهٔ $P(x) = 2x^4 + 7x^3 + 2x^2 - 3x$ بر $x+2$ برابر است با $P(-2)$ و داریم:

$$P(-2) = 2(16) + 7(-8) + 2(4) - 3(-2) = -10$$

۱۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

ابتدا تابع $y = |x-2| + |x+1|$ را به‌صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$y = |x-2| + |x+1| = \begin{cases} x-2+x+1 & x > 2 \\ -x+2+x+1 & -1 \le x \le 2 \\ -x+2-x-1 & x < -1 \end{cases} = \begin{cases} 2x-1 & x > 2 \\ 3 & -1 \le x \le 2 \\ -2x+1 & x < -1 \end{cases}$$

حال محل تلاقی نمودار را با خط $y = x+7$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x > 2 : 2x-1 = x+7 \Rightarrow x = 8 \checkmark \Rightarrow A(8,15) \\ -1 \le x \le 2 : 3 = x+7 \Rightarrow x = -4 \times \\ x < -1 : -2x+1 = x+7 \Rightarrow x = -2 \checkmark \Rightarrow B(-2,5) \end{cases}$$

بنابراین:

$$AB = \sqrt{(8+2)^2 + (15-5)^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

۱۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

راه‌حل اول:

با فرض $(f^{-1}og^{-1})(-9) = a$، داریم:

$$f^{-1}(g^{-1}(-9)) = a \Rightarrow g^{-1}(-9) = f(a) \Rightarrow -9 = g(f(a))$$

از طرفی چون g تابعی یک‌به‌یک است، داریم:

$$\frac{3-x}{2} = -9 \Rightarrow 3-x = -18 \Rightarrow x = 21$$

بنابراین: $g(21) = -9$ و درنتیجه:

$$f(a) = 21 \Rightarrow a^2 - 4a + 9 = 21 \Rightarrow a^2 - 4a - 12 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \times \\ a = 6 \checkmark \end{cases}$$

راه‌حل دوم:

می‌توانیم با استفاده از نکتهٔ $f^{-1}og^{-1} = (gof)^{-1}$ نیز مسئله را حل کنیم:

$$(f^{-1}og^{-1})(-9) = (gof)^{-1}(-9) = a \Rightarrow -9 = gof(a) \Rightarrow g(f(a)) = \frac{3-f(a)}{2} = \frac{3-a^2+4a-9}{2} = -9$$

$$\Rightarrow -a^2 + 4a + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \times \\ a = 6 \checkmark \end{cases}$$

۱۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا نمودار $y = (x-1)^2$ را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم:

$$-y = (-x-1)^2 \Rightarrow y = -(x+1)^2$$

سپس نمودار حاصل را ۴ واحد به بالا منتقل می‌کنیم:

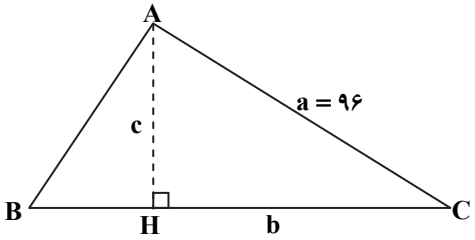
$$y = -(x+1)^2 + 4$$

از مساوی قرار دادن منحنی اخیر با منحنی اصلی، نقاط تلاقی را به‌دست می‌آوریم:

$$-(x+1)^2 + 4 = (x-1)^2 \Rightarrow (x+1)^2 + (x-1)^2 = 4 \Rightarrow 2(x^2+1) = 4 \Rightarrow x^2 + 1 = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

۱۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

با استفاده از تعریف نسبت مثلثاتی کتانژانت در مثلث AHC داریم:



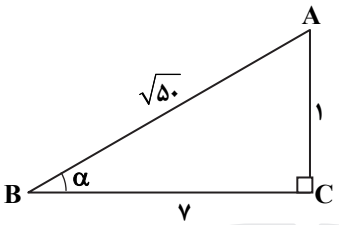
$$\text{Cot}C = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow b = \frac{\sqrt{۵}}{۲}c$$

حال رابطهٔ فیثاغورس را در مثلث AHC می‌نویسیم:

$$b^۲ + c^۲ = a^۲ \Rightarrow (\frac{\sqrt{۵}}{۲}c)^۲ + c^۲ = ۹۶^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۴}c^۲ + c^۲ = ۹۶^۲ \Rightarrow \frac{۹}{۴}c^۲ = ۹۶^۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}c = ۹۶ \Rightarrow c = AH = ۶۴$$

۱۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

می‌دانیم که در ربع اول دایرهٔ مثلثاتی، سینوس و کسینوس هر دو مثبت‌اند و با توجه به اینکه $\tan\alpha = \frac{۱}{۷}$، می‌توانیم مثلث روبه‌رو را رسم کنیم و داریم:



$$\text{Sin}\alpha = \frac{۱}{\sqrt{۵۰}} \ , \ \text{Cos}\alpha = \frac{۷}{\sqrt{۵۰}}$$

حال می‌توان نوشت:

$$\text{Sin}(\frac{۱۳\pi}{۴} + \alpha) = \text{Sin}(۳\pi + \frac{\pi}{۴} + \alpha) = -\text{Sin}(\frac{\pi}{۴} + \alpha) = -(\text{Sin}\frac{\pi}{۴}\text{Cos}\alpha + \text{Cos}\frac{\pi}{۴}\text{Sin}\alpha) = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\text{Cos}\alpha + \text{Sin}\alpha)$$

$$= -\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\frac{۷}{\sqrt{۵۰}} + \frac{۱}{\sqrt{۵۰}}) = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{۸}{\sqrt{۵۰}} = -\frac{۴}{\sqrt{۲۵}} = -\frac{۴}{۵}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا دقت کنید که:

$$\text{Sin}(x + \frac{\pi}{۶}) + \text{Cos}(x + \frac{\pi}{۳}) = (\text{Sin}x\text{Cos}\frac{\pi}{۶} + \text{Cos}x\text{Sin}\frac{\pi}{۶}) + (\text{Cos}x\text{Cos}\frac{\pi}{۳} - \text{Sin}x\text{Sin}\frac{\pi}{۳})$$

$$= \frac{۱}{۲}\text{Cos}x - \frac{\sqrt{۳}}{۲}\text{Sin}x + \frac{\sqrt{۳}}{۲}\text{Sin}x + \frac{۱}{۲}\text{Cos}x = \text{Cos}x$$

بنابراین:

$$\text{Cos}x = \text{Cos}۲x \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi + x \Rightarrow x = ۲k\pi : k \in \mathbb{Z} \\ ۲x = ۲k\pi - x \Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} : k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

دقت کنید که مجموعه جواب‌های حاصل از $x = \frac{۲k\pi}{۳}$ شامل جواب‌های به‌دست‌آمده از $x = ۲k\pi$ نیز هست، پس دسته جواب کلی معادله $x = \frac{۲k\pi}{۳}$ است.

۱۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

راه‌حل اول:

باید الگویی برای مشخص کردن جملهٔ آخر هر دسته پیدا کنیم؛

در دستهٔ اول؛ عدد ۱، اولین عدد فرد است. ۱

در دستهٔ دوم؛ عدد ۵ سومین عدد فرد است. $۳ = ۲ + ۱$

در دستهٔ سوم؛ عدد ۱۱، ششمین عدد فرد است. $۶ = ۳ + ۲ + ۱$

بنابراین جملهٔ آخر واقع در دستهٔ چهلم، $(۴۰ + \cdots + ۳ + ۲ + ۱)$ - امین عدد فرد طبیعی است:

$$۱ + ۲ + ۳ + \cdots + ۴۰ = \frac{۴۰ \times ۴۱}{۲} = ۸۲۰$$

پس ۸۲۰اُمین عدد فرد طبیعی برابر است با:

$$۲n - ۱ = (۲ \times ۸۲۰) - ۱ = ۱۶۳۹$$

راه‌حل دوم:

می‌توانیم با بررسی جملات آخر هر دسته به الگوی $n^۲+(n-۱)$ برسیم؛ یعنی:

$$n=۱ \Rightarrow ۱+(۱-۱)=۱$$
$$n=۲ \Rightarrow ۴+(۲-۱)=۵$$
$$n=۳ \Rightarrow ۹+(۳-۱)=۱۱$$

بنابراین برای جملهٔ آخر دستهٔ چهلم داریم:

$$n^۲+(n-۱)=۴۰^۲+(۴۰-۱)=۱۶۳۹$$

۱۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

در هر مرحله غلظت محلول ۰/۹۶ غلظت محلول قبلی است، بنابراین پس از n مرحله غلظت محلول برابر $(۰/۹۶)^n$ محلول اولیه است، پس باید:

$$(۰/۹۶)^n A=\frac{۱}{۳}A \Rightarrow (۰/۹۶)^n=\frac{۱}{۳}$$

از دو طرف تساوی بالا لگاریتم می‌گیریم:

$$\log(۰/۹۶)^n=\log\frac{۱}{۳} \Rightarrow n\log ۰/۹۶=-\log ۳ \Rightarrow n=\frac{-\log ۳}{\log ۹۶-\log ۱۰۰}$$
$$\Rightarrow n=\frac{-\log ۳}{\log(۲^۵\times ۳)-۲}=\frac{\log ۳}{۲-(۵\log ۲+\log ۳)}=\frac{۰/۴۸}{۲-۵(۰/۳)-(۰/۴۸)}=\frac{۰/۴۸}{۰/۰۲}=۲۴$$

۱۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

دقت کنید این سؤال در سرفصل‌های کتاب درسی نیست.

راه‌حل اول:

وقتی $n\to+\infty$ حد تابع $۳^{-۲n+۱}$ برابر صفر و حد تابع $۳^{۲n}$ بی‌نهایت است، پس در مقابل $۳^{۲n}$ می‌توان از $۳^{-۲n+۱}$ صرف‌نظر کرد. در این صورت حاصل حد برابر است با:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{۳^{۲n}}{۲\times ۳^{۲n}}=\frac{۱}{۲}$$

راه‌حل دوم:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{۳^{۲n}-۳^{-۲n+۱}}{۲\times ۳^{۲n}+۳^{-۲n+۱}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{۳^{۲n}(۱-۳^{-۴n+۱})}{۳^{۲n}(۲+۳^{-۴n+۱})}=\frac{۱-۰}{۲+۰}=\frac{۱}{۲}$$

۱۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

می‌دانیم:

$$\sqrt{۱-\cos x}=\sqrt{۲\sin^۲\frac{x}{۲}}=\sqrt{۲}\left|\sin\frac{x}{۲}\right|$$

علامت عبارت $\sin\frac{\pi}{۲}$ در همسایگی چپ صفر، منفی است. یعنی $\sqrt{۱-\cos x}=-\sqrt{۲}\sin\frac{x}{۲}$ با جایگذاری این رابطه در مخرج و ضرب کردن صورت و مخرج، در مزدوج صورت داریم:

$$\lim_{x\to ۰^-}\frac{\sqrt{۲+۳x}-\sqrt{۲-x}}{-\sqrt{۲}\sin\frac{x}{۲}}\times\frac{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}}{\sqrt{۲+۳x}+\sqrt{۲-x}}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{۴x}{-\sqrt{۲}\sin\frac{x}{۲}\times ۲\sqrt{۲}}=\lim_{x\to ۰^-}\frac{x}{-\sin\frac{x}{۲}}=-۲$$

۱۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

تابع $[x]$ در نقاط صحیح ناپیوسته و در سایر نقاط پیوسته است؛ پس تابع f در نقاط غیرصحیح پیوسته است؛ اما در نقاط صحیح ممکن است پیوسته یا ناپیوسته باشد. پیوستگی تابع را در نقطهٔ صحیح $x=k$ بررسی می‌کنیم:

$$\lim_{x\to k^-}f(x)=\lim_{x\to k^-}[x]\sin\pi x=\lim_{x\to k^-}(k-۱)\sin\pi x=(k-۱)\times ۰=۰$$
$$\lim_{x\to k^+}f(x)=\lim_{x\to k^+}[x]\sin\pi x=\lim_{x\to k^+}k\sin\pi x=k\times ۰=۰=f(k)$$

پس تابع در تمام نقاط صحیح نیز پیوسته است؛ پس تابع در هیچ نقطه‌ای ناپیوسته نیست.

مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

اگر $x=۲$ ریشهٔ مضاعف مخرج باشد، آنگاه $x=۲$ تنها مجانب قائم نمودار خواهد بود؛ پس:

$$۲x^۲+bx+c=۲(x-۲)^۲=۲(x^۲-۴x+۴) \Rightarrow b=-۸\ ,\ c=۸$$

در این صورت $f(x)=\frac{ax^۲+۷x}{۲(x-۲)^۲}$، ضمناً باید:

$$f(۳)=۶ \Rightarrow \frac{۹a+۲۱}{۲}=۶ \Rightarrow ۹a+۲۱=۱۲ \Rightarrow a=-۱$$

پس $f(x)=\frac{-x^۲+۷x}{۲(x-۲)^۲}$، در این صورت:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{-x^۲+۷x}{۲x^۲-۸x+۸}=-\frac{۱}{۲}$$

پس $y=-\frac{۱}{۲}$ معادلهٔ مجانب افقی تابع است.

۱۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

کافی است از رابطهٔ داده‌شده مشتق بگیریم:

$$g(x)=f(\frac{۱-Sinx}{۱+Sinx}) \Rightarrow g'(x)=f'(\frac{۱-Sinx}{۱+Sinx})\times\frac{-Cosx(۱+Sinx)-Cosx(۱-Sinx)}{(۱+Sinx)^۲}$$

$$\Rightarrow g'(x)=f'(\frac{۱-Sinx}{۱+Sinx})\times\frac{-۲Cosx}{(۱+Sinx)^۲}$$

اینک $x=\frac{\pi}{۶}$ را در رابطهٔ اخیر جایگذاری می‌کنیم:

$$g'(\frac{\pi}{۶})=f'(\frac{۱}{۳})\times\frac{-۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\frac{۹}{۴}} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۳}=-\frac{۴\sqrt{۳}}{۹}f'(\frac{۱}{۳}) \Rightarrow f'(\frac{۱}{۳})=-\frac{۳}{۴}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

طول نقطهٔ مشترک $x=۴$ است، پس به ازای $x=۴$ عرض نقاط دو نمودار با هم برابرند:

$$۴^۲+۴a+b=۴\sqrt{۴} \Rightarrow b=-۴a-۸ \quad (*)$$

چون دو نمودار در $x=۴$ بر یک خط مشترک مماس‌اند، شیب خط مماس بر نمودار این دو تابع در $x=۴$ نیز با هم برابر است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار یک تابع برابر مقدار مشتق تابع در آن نقطه است؛ پس:

$$y=x\sqrt{x}=x^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow y'=\frac{۳}{۲}x^{\frac{۱}{۲}}=\frac{۳}{۲}\sqrt{x} \Rightarrow y'(۴)=۳$$

$$y=x^۲+ax+b \Rightarrow y'=۲x+a \Rightarrow y'(۴)=۸+a$$

بنابراین:

$$۸+a=۳ \Rightarrow a=-۵ \xrightarrow{(*)} b=۱۲$$

۱۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

در یک همسایگی $x=۲$ داریم:

$$f(x)=\sqrt{x^۲+۶x} \Rightarrow f'(x)=\frac{۲x+۶}{۲\sqrt{x^۲+۶x}}=\frac{x+۳}{\sqrt{x^۲+۶x}} \Rightarrow f'(۲)=\frac{۵}{۴}$$

و در یک همسایگی $x=۵$ داریم:

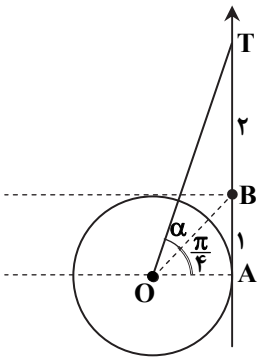
$$f(x)=\left[\frac{۵}{۴}\right](x^۲-۹x)=x^۲-۹x \Rightarrow f'(x)=۲x-۹ \Rightarrow f'(۵)=۱$$

پس:

$$f'(۲)-f'(۵)=\frac{۵}{۴}-۱=\frac{۱}{۴}$$

۱۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به شکل می‌توان نوشت:



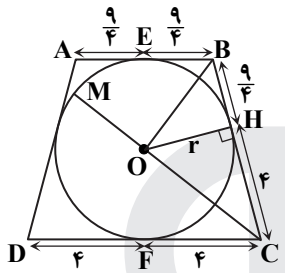
$$\tan(\frac{\pi}{۴}+\alpha)=\frac{۲+۱}{۱} \Rightarrow \frac{\tan\frac{\pi}{۴}+\tan\alpha}{۱-\tan\frac{\pi}{۴}\tan\alpha}=۳ \Rightarrow \frac{۱+\tan\alpha}{۱-\tan\alpha}=۳$$

$$\Rightarrow ۱+\tan\alpha=۳-۳\tan\alpha \Rightarrow ۴\tan\alpha=۲ \Rightarrow \tan\alpha=\frac{۱}{۲}$$

۱۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

طبق شکل زیر طول CM را می‌خواهیم. می‌دانیم مرکز دایره محاطی نقطهٔ همرسی نیمسازهای داخلی است، پس OB و OC نیمسازهای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ هستند و چون $AB \parallel CD$ ، پس بر هم عمودند و مثلث OBC در رأس O قائمه است.

از آنجایی که طول مماس‌های رسم‌شده از یک نقطه خارج دایره با هم برابرند، پس:



$$BH=BE \Rightarrow BH=\frac{۹}{۴},\ CH=CF \Rightarrow CH=۴$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

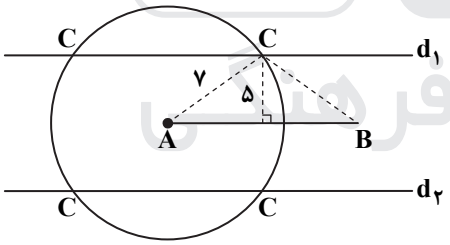
$$OH^۲=BH\cdot CH \Rightarrow r^۲=\frac{۹}{۴}\times ۴=۹ \Rightarrow r=۳$$

$$OC^۲=CH\cdot CB=۴(۴+\frac{۹}{۴})=۱۶+۹=۲۵ \Rightarrow OC=۵$$

$$CM=OC+OM=OC+r=۵+۳=۸$$

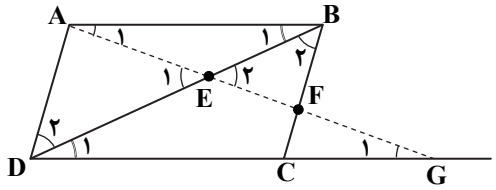
۱۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

ضلع AB را در نظر بگیرید. دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۷ واحد رسم می‌کنیم. دو خط $d_۱$ و $d_۲$ را موازی AB و به فاصلهٔ ۵ واحد از آن در طرفین AB رسم می‌کنیم. محل برخورد خطوط $d_۱$ و $d_۲$ با دایره، رأس C است، پس ۴ نقطه برای رأس C وجود دارد.



۱۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

دو مثلث ABE و DEG متشابه اند، زیرا طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$\left.\begin{matrix}\hat{A}_۱=\hat{G}_۱\\ \hat{D}_۱=\hat{B}_۱\end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{AEB}\sim\overset{\triangle}{DEG} \Rightarrow \frac{AE}{EG}=\frac{BE}{ED}\ (۱)$$

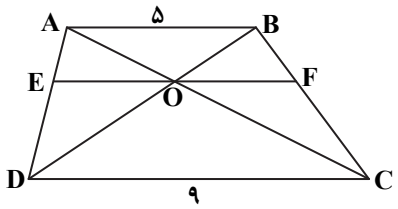
دو مثلث ADE و BEF نیز متشابه‌اند، زیرا:

$$\left.\begin{matrix}AD\parallel BF \text{ , مورب } DB \Rightarrow \hat{D}_۲=\hat{B}_۲\\ \hat{E}_۱=\hat{E}_۲\end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{AED}\sim\overset{\triangle}{BEF} \Rightarrow \frac{EF}{AE}=\frac{BE}{ED}\ (۲)$$

$$(۱),(۲) \Rightarrow \frac{AE}{EG}=\frac{EF}{AE} \Rightarrow EF\times EG=AE^۲$$

۱۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

چون $AB \parallel EF \parallel DC$، در ذوزنقهٔ ABCD داریم:



$$\frac{DE}{DA} = \frac{CF}{CB} \quad (*)$$

با نوشتن تالس در مثلث‌های DAB و CAB داریم:

$$\left.\begin{array}{l} \overset{\triangle}{DAB}: OE \parallel AB \Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{OE}{AB} \\ \overset{\triangle}{CAB}: OF \parallel AB \Rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{OF}{AB} \end{array}\right\} \xrightarrow{(*)} OE = OF$$

در رابطهٔ $\frac{CF}{CB} = \frac{OF}{AB}$ داریم: $\frac{CF}{CB} = \frac{OF}{۵}$

حال مثلث BDC را در نظر بگیرید:

$$\overset{\triangle}{BDC}: OF \parallel DC \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{OF}{DC} \Rightarrow \frac{BF}{CB} = \frac{OF}{۹}$$

اینک دو رابطهٔ $\frac{CF}{CB} = \frac{OF}{۵}$ و $\frac{BF}{CB} = \frac{OF}{۹}$ را با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{CF}{CB} + \frac{BF}{CB} = \frac{OF}{۵} + \frac{OF}{۹} \Rightarrow \frac{CB}{CB} = \frac{OF}{۵} + \frac{OF}{۹} \Rightarrow ۱ = \frac{۹OF + ۵OF}{۴۵} \Rightarrow ۱۴OF = ۴۵ \Rightarrow OF = \frac{۴۵}{۱۴}$$

$$\Rightarrow EF = ۲OF = ۲ \times \frac{۴۵}{۱۴} = \frac{۴۵}{۷}$$

۱۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا با استفاده از تالس در مثلث EDC داریم:

$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \Rightarrow \frac{۵}{x} = \frac{۳x - ۴}{۴} \Rightarrow ۳x^۲ - ۴x - ۲۰ = ۰$$

$$\Delta = ۱۶ - ۴ \times ۳(-۲۰) = ۲۵۶ \Rightarrow x = \frac{۴ \pm ۱۶}{۶} \xrightarrow{x>۰} x = \frac{۲۰}{۶} = \frac{۱۰}{۳}$$

چون $AB \parallel DC$، پس مثلث EAB و EDC متشابه هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. یعنی:

$$\frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \left(\frac{EA}{ED}\right)^۲ = \left(\frac{۵}{۵+x}\right)^۲ = \left(\frac{۵}{۵+\frac{۱۰}{۳}}\right)^۲ = \left(\frac{۱۵}{۲۵}\right)^۲ = \left(\frac{۳}{۵}\right)^۲ = \frac{۹}{۲۵}$$

با تفضیل صورت از مخرج داریم:

$$\frac{S_{EAB}}{S_{EDC}} = \frac{۹}{۲۵} \Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{EDC} - S_{EAB}} = \frac{۹}{۲۵ - ۹} \Rightarrow \frac{S_{EAB}}{S_{ABCD}} = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{S_{ABCD}}{S_{EAB}} = \frac{۱۶}{۹}$$

۱۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

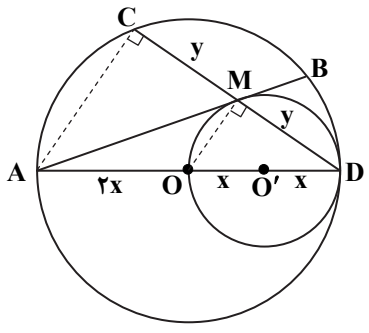
طبق قضیه استوارت داریم:

$$AB^۲ \cdot DC + AC^۲ \cdot BD = AD^۲ \cdot BC + DB \cdot DC \cdot BC$$

$$\Rightarrow ۴۹ \times ۶ + ۶۴ \times ۳ = AD^۲ \times ۹ + ۳ \times ۶ \times ۹ \Rightarrow ۲۹۴ + ۱۹۲ = ۹AD^۲ + ۱۶۲ \Rightarrow ۹AD^۲ = ۳۲۴ \Rightarrow AD^۲ = ۳۶ \Rightarrow AD = ۶$$

۱۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۳

شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. چون زاویهٔ محاطی رو به قطر برابر ۹۰° است، داریم:



$$\hat{OMD} = \hat{ACD} = ۹۰^\circ \Rightarrow OM \parallel AC$$

با توجه به قضیهٔ تالس در مثلث ADC داریم:

$$\frac{MD}{MC}=\frac{OD}{OA}=\frac{۲x}{۲x}=۱ \Rightarrow MD=MC=y$$

چون AM بر دایرهٔ کوچک‌تر مماس است، داریم:

$$AM^۲=AO\cdot AD=۲x\times ۴x=۸x^۲ \Rightarrow AM=۲\sqrt{۲}x$$

رابطهٔ فیثاغورس را در مثلث‌های ACD و ACM می‌نویسیم.

$$\overset{\triangle}{ACD}: AC^۲=AD^۲-CD^۲=(۴x)^۲-(۲y)^۲=۱۶x^۲-۴y^۲ \quad (۱)$$

$$\overset{\triangle}{ACM}: AC^۲=AM^۲-CM^۲=۸x^۲-y^۲ \quad (۲)$$

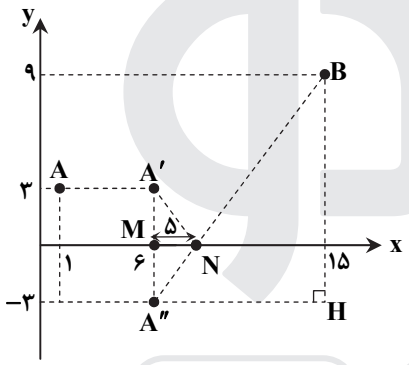
$$(۱),(۲) \Rightarrow ۱۶x^۲-۴y^۲=۸x^۲-y^۲ \Rightarrow ۸x^۲=۳y^۲ \Rightarrow \frac{x^۲}{y^۲}=\frac{۳}{۸} \Rightarrow \frac{x}{y}=\frac{\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۲}}$$

حال طبق رابطهٔ طولی در دایرهٔ بزرگ‌تر داریم:

$$AM\cdot MB=CM\cdot MD \Rightarrow \frac{MC}{MB}=\frac{AM}{MD}=\frac{۲\sqrt{۲}x}{y}=۲\sqrt{۲}\times\frac{x}{y}=۲\sqrt{۲}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۲}}=\sqrt{۳}$$

۱۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

طبق شکل زیر نقاط M و N روی محور xها طوری قرار دارند که AMNB کمترین مقدار را داشته باشد.



چون $MN=۵$، پس A را در راستای افقی به‌اندازهٔ ۵ واحد به راست انتقال می‌دهیم تا A' حاصل شود. بازتاب A' را نسبت به محور xها یافته و A'' می‌نامیم. A'' را به B وصل می‌کنیم تا محور xها را در نقطهٔ N قطع کند. حال N را به‌اندازهٔ ۵ واحد بر روی محور xها به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا M حاصل شود. M را به A وصل می‌کنیم. طول خط شکسته AMNB برابر است با:

$$AMNB=AM+MN+NB=A'N+MN+NB=\underbrace{A'N}_{A''N}+۵+NB$$

$$AMNB=A''N+NB+۵=A''B+۵$$

در مثلث $A''HB$ داریم:

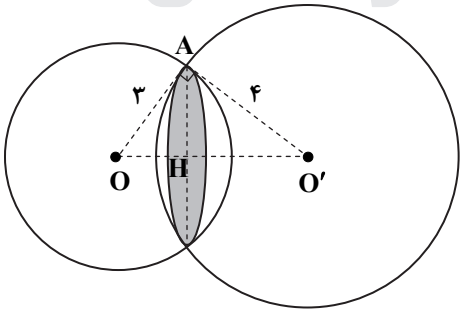
$$A''H=۱۵-۶=۹ \;,\; BH=۹+۳=۱۲ \Rightarrow A''B^۲=۹^۲+۱۲^۲=۲۲۵ \Rightarrow A''B=۱۵$$

پس:

$$AMNB=۱۵+۵=۲۰$$

۱۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

در شکل زیر، مثلث OAO' قائم‌الزاویه است، زیرا:



$$OO'=۵ \Rightarrow OA^۲+O'A^۲=OO'^۲=۹+۱۶=۲۵$$

فصل مشترک دو کره، دایره‌ای به شعاع AH است، پس طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

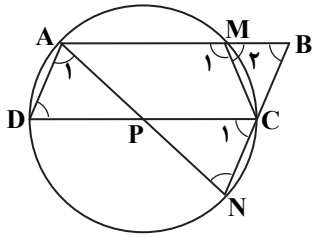
$$OA\cdot O'A=AH\cdot OO' \Rightarrow ۳\times۴=AH\times۵ \Rightarrow AH=r=\frac{۱۲}{۵}=۲/۴$$

مساحت دایره برابر است با:

$$S=\pi r^۲=\pi(۲/۴)^۲=۵/۷۶\pi$$

۱۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

در متوازی‌الاضلاع زوایای مقابل برابرند. پس: $\hat{D} = \hat{B}$ (۱)



از طرفی $\hat{D}$ و $\hat{N}$ زوایای محاطی رو به یک کمان هستند، پس داریم:

$$\hat{D} = \hat{N} = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{AMC} \xrightarrow{(۱)} \hat{D} = \hat{B} = \hat{N} \quad (۲)$$

چون $\hat{N} = \hat{B}$ پس مثلث ANB متساوی‌الساقین است. طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$AB \,||\, DC \text{ , } NB \Rightarrow \hat{C}_۱ = \hat{B} \xrightarrow{(۲)} \hat{C}_۱ = \hat{N} = \hat{D} = \hat{B} \quad (۳) \text{ مورب}$$

چون $\hat{C}_۱ = \hat{N}$، پس مثلث PCN متساوی‌الساقین است.

از طرفی زوایای $\hat{A}_۱$ و $\hat{C}_۱$ محاطی رو به یک کمان هستند، پس:

$$\hat{A}_۱ = \hat{C}_۱ = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{DN} \xrightarrow{(۳)} \hat{A}_۱ = \hat{C}_۱ = \hat{N} = \hat{D} = \hat{B}$$

چون $\hat{A}_۱ = \hat{D}$، پس مثلث ADP متساوی‌الساقین است.

حال اگر تمام زوایای برابر را α فرض کنیم، یعنی $\hat{A}_۱ = \hat{C}_۱ = \hat{N} = \hat{D} = \hat{B} = \alpha$، داریم:

$$\hat{D} = \alpha \Rightarrow \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{AMC} = \alpha \Rightarrow \overset{\frown}{AMC} = ۲\alpha \Rightarrow \overset{\frown}{ADNC} = ۳۶۰^\circ - ۲\alpha$$

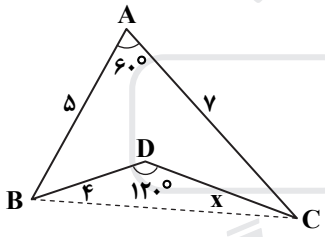
همچنین زاویهٔ $M_۱$ محاطی رو به کمان $\overset{\frown}{ADNC}$ است، پس:

$$\hat{M}_۱ = \frac{۱}{۲}\overset{\frown}{ADNC} = \frac{۱}{۲}(۳۶۰^\circ - ۲\alpha) = ۱۸۰^\circ - \alpha \Rightarrow \hat{M}_۲ = \alpha$$

بنابراین $\hat{M}_۲ = \hat{B}$ و مثلث MBC نیز متساوی‌الساقین است.

۱۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

قضیهٔ کسینوس‌ها را در دو مثلث ABC و DBC می‌نویسیم:



$$\overset{\triangle}{ABC}: BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲AB \cdot AC \cdot Cos۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow BC^۲ = ۲۵ + ۴۹ - ۲ \times ۵ \times ۷ \times \frac{۱}{۲} = ۳۹$$

$$\overset{\triangle}{DBC}: BC^۲ = DB^۲ + DC^۲ - ۲DB \cdot DC \cdot Cos۱۲۰^\circ$$

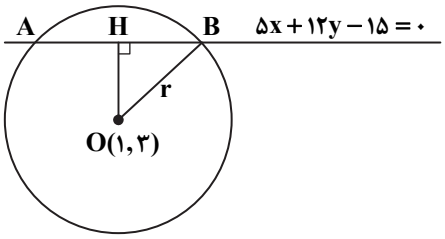
$$\Rightarrow BC^۲ = ۱۶ + x^۲ - ۲ \times ۴ \times x(-\frac{۱}{۲}) = ۳۹ \Rightarrow ۱۶ + x^۲ + ۴x = ۳۹$$

$$\Rightarrow x^۲ + ۴x = ۲۳ \Rightarrow x^۲ + ۴x + ۴ = ۲۳ + ۴ \Rightarrow (x+۲)^۲ = ۲۷$$

$$\Rightarrow x + ۲ = \sqrt{۲۷} = ۳\sqrt{۳}$$

۱۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

با توجه به شکل روبه‌رو، ابتدا اندازهٔ OH یعنی فاصلهٔ مرکز دایره تا خط $۵x + ۱۲y - ۱۵ = ۰$ را به‌دست می‌آوریم:



$$OH = \frac{|۵ + (۱۲ \times ۳) - ۱۵|}{\sqrt{۲۵ + ۱۴۴}} = \frac{|۵ + ۳۶ - ۱۵|}{۱۳} = \frac{۲۶}{۱۳} = ۲$$

می‌دانیم شعاع عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند؛ پس:

$$AB = ۲\sqrt{۲۱} \Rightarrow BH = \sqrt{۲۱} \Rightarrow OH^۲ + HB^۲ = OB^۲ \Rightarrow ۴ + ۲۱ = r^۲ \Rightarrow r = ۵$$

حال معادلهٔ دایره را می‌نویسیم و محل برخورد آن با محور xها را می‌یابیم:

$$(x-۱)^۲ + (y-۳)^۲ = ۵^۲ \xrightarrow{y=۰} (x-۱)^۲ + ۹ = ۲۵ \Rightarrow (x-۱)^۲ = ۱۶ \Rightarrow x - ۱ = \pm ۴ \Rightarrow x = ۵ \text{ , } x = -۳$$

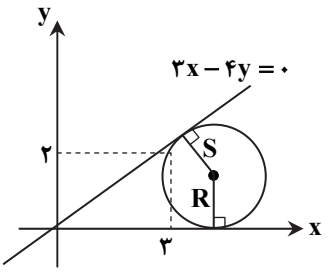
طول وتر جداشده بر روی محور xها برابر است با:

$$|۵ - (-۳)| = ۸$$

۱۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به شکل زیر، مرکز دایره نقطه‌ای با مختصات $S(\alpha, R)$ است که $\alpha > 0$. همچنین دایره بر محور yها نیز مماس است، پس عرض مرکز دایره نیز برابر با شعاع دایره است.

از طرفی فاصلهٔ مرکز دایره تا خط $3x-4y=0$ برابر شعاع دایره است.



$$\frac{|3\alpha-4R|}{\sqrt{9+16}}=R \Rightarrow |3\alpha-4R|=5R \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha-4R=5R \Rightarrow \alpha=3R & \checkmark \\ 3\alpha-4R=-5R \Rightarrow \alpha=-\frac{R}{3} & \times \end{cases}$$

معادلهٔ دایره را نوشته و مختصات نقطهٔ $(3,2)$ را در آن قرار می‌دهیم:

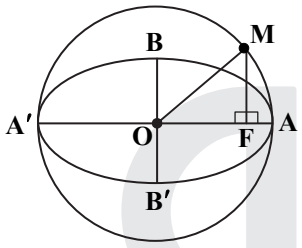
$$(x-\alpha)^2+(y-R)^2=R^2 \xrightarrow[\alpha=3R]{(3,2)} (3-3R)^2+(2-R)^2=R^2 \Rightarrow 9-18R+9R^2+4-4R+R^2=R^2$$

$$\Rightarrow 9R^2-22R+13=0 \Rightarrow R=1\ ,\ R=\frac{13}{9}$$

واضح است که کوچک‌ترین شعاع برابر ۱ است.

۱۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید.



$$AA'=2a=14 \Rightarrow a=7$$
$$BB'=2b=4\sqrt{6} \Rightarrow b=2\sqrt{6}$$
$$c^2=a^2-b^2=49-24=25 \Rightarrow c=5$$

چون دایره به قطر $AA'=2a$ است، پس داریم: $OM=r=a=7$

$$\overset{\triangle}{OFM}: FM^2+OF^2=OM^2 \Rightarrow FM^2+c^2=a^2 \Rightarrow FM^2=a^2-c^2=b^2 \Rightarrow FM=b=2\sqrt{6}$$

می‌دانیم $AF=a-c=7-5=2$، در مثلث AMF با نوشتن قضیه فیثاغورس داریم:

$$AM^2=FM^2+FA^2=(2\sqrt{6})^2+2^2=24+4=28 \Rightarrow AM=2\sqrt{7}$$

۱۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

معادلهٔ سهمی را به‌صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$y^2+ay=-bx+9 \Rightarrow y^2+ay+\frac{a^2}{4}=-bx+9+\frac{a^2}{4} \Rightarrow (y+\frac{a}{2})^2=-bx+9+\frac{a^2}{4}$$

چون $y=1$ محور تقارن سهمی است، پس:

$$y+\frac{a}{2}=0 \Rightarrow y=-\frac{a}{2}=1 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow (y-1)^2=-bx+9+\frac{4}{4} \Rightarrow (y-1)^2=-bx+10=-b(x-\frac{10}{b})$$

$$\text{رأس سهمی} \Rightarrow (\frac{10}{b}\ ,\ 1)$$

پارامتر سهمی برابر $\frac{b}{4}$ است و با توجه به گزینه‌ها، b مثبت است، پس سهمی افقی روبه‌چپ است و خط هادی آن برابر است با:

$$x=\frac{10}{b}+\frac{b}{4}=\frac{13}{4} \xrightarrow{\times 4b} 40+b^2=13b \Rightarrow b^2-13b+40=0 \Rightarrow (b-5)(b-8)=0 \Rightarrow \begin{cases} b=5 \\ b=8 \end{cases}$$

۱۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا ماتریس A^2 را می‌یابیم:

$$A^2=\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

با توجه به رابطهٔ $A^2 \cdot A^2 = A^4$، سطر اول ماتریس A^4 را می‌یابیم:

$$A^4=\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & -4 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

۱۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

چون $|A| = \frac{۳}{۴} - ۲\times\frac{۱}{۲} = \frac{-۱}{۴} \neq ۰$، پس $A^{-۱}$ وجود دارد و داریم:

$$A^{-۱} = \frac{۱}{|A|}\begin{bmatrix} ۱ & -\frac{۱}{۲} \\ -۲ & \frac{۳}{۴} \end{bmatrix} = \frac{۱}{-\frac{۱}{۴}}\begin{bmatrix} ۱ & -\frac{۱}{۲} \\ -۲ & \frac{۳}{۴} \end{bmatrix} = -۴\begin{bmatrix} ۱ & -\frac{۱}{۲} \\ -۲ & \frac{۳}{۴} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۴ & ۲ \\ ۸ & -۳ \end{bmatrix}$$

حال طرفین رابطه $AX = A^{-۱}$ را از چپ در $A^{-۱}$ ضرب می‌کنیم:

$$\underbrace{A^{-۱}\cdot A}_{I}\cdot X = A^{-۱}\cdot A^{-۱} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} -۴ & ۲ \\ ۸ & -۳ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -۴ & ۲ \\ ۸ & -۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳۲ & -۱۴ \\ -۵۶ & ۲۵ \end{bmatrix}$$

۱۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

دترمینان را بر حسب سطر اول بسط می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} ۱ & ۲ & ۳ \\ -۲ & ۴ & x+۵ \\ x-۱ & ۶ & -۱ \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow ۱(-۴-۶(x+۵)) - ۲(۲-(x-۱)(x+۵)) + ۳(-۱۲-۴(x-۱)) = ۰$$

$$\Rightarrow -۴-۶x-۳۰-۴+۲(x^۲+۴x-۵)-۳۶-۱۲x+۱۲ = ۰$$

$$\Rightarrow -۶x-۳۸+۲x^۲+۸x-۱۰-۱۲x-۲۴ = ۰ \Rightarrow ۲x^۲-۱۰x-۷۲ = ۰ \Rightarrow x^۲-۵x-۳۶ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۹)(x+۴) = ۰ \Rightarrow x = ۹ \text{ , } x = -۴$$

۱۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

اگر عرض مستطیل را x در نظر بگیریم، طول آن $\frac{۳}{۲}x - ۲$ است و داریم:

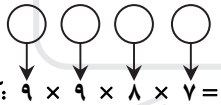
$$S = x(\frac{۳}{۲}x-۲) = ۱۹۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}x^۲ - ۲x = ۱۹۲ \xrightarrow{\times ۲} ۳x^۲ - ۴x - ۳۸۴ = ۰$$

$$\Delta = ۱۶ - (۴\times ۳\times(-۳۸۴)) = ۴۶۲۴ \Rightarrow x = \frac{۴ \pm ۶۸}{۶} \xrightarrow{x>۰} x = ۱۲$$

بنابراین عرض مستطیل ۱۲ و طول آن $(\frac{۳}{۲}\times ۱۲) - ۲ = ۱۶$ است و محیط برابر است با: $۲(۱۲+۱۶) = ۲\times ۲۸ = ۵۶$

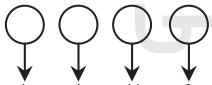
۱۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا کل اعداد چهاررقمی با ارقام غیرتکراری را می‌یابیم؛ دقت کنید رقم صفر در اولین جایگاه از سمت چپ قرار نمی‌گیرد:



کل حالات: $۹ \times ۹ \times ۸ \times ۷ = ۴۵۳۶$

حال اعداد چهاررقمی با اقرام غیرتکراری که شامل رقم ۵ نیستند را می‌یابیم:



$۸ \times ۸ \times ۷ \times ۶ = ۲۶۸۸$

بنابراین پاسخ سؤال برابر است با: $۴۵۳۶ - ۲۶۸۸ = ۱۸۴۸$

۱۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

راه‌حل اول:

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_۱ + x_۲ + ... + x_k = n$ برابر $\binom{n+k-۱}{k-۱}$ است.

چون $x < ۵$، حالات زیر را در نظر می‌گیریم.

$$x = ۰ \Rightarrow y+z+t = ۱۱ \Rightarrow \binom{۱۳}{۲} = \frac{۱۳\times ۱۲}{۲} = ۷۸$$

$$x = ۱ \Rightarrow y+z+t = ۱۰ \Rightarrow \binom{۱۲}{۲} = \frac{۱۲\times ۱۱}{۲} = ۶۶$$

$$x = ۲ \Rightarrow y+z+t = ۹ \Rightarrow \binom{۱۱}{۲} = \frac{۱۱\times ۱۰}{۲} = ۵۵$$

$$x = ۳ \Rightarrow y+z+t = ۸ \Rightarrow \binom{۱۰}{۲} = \frac{۱۰\times ۹}{۲} = ۴۵$$

$$x = ۴ \Rightarrow y+z+t = ۷ \Rightarrow \binom{۹}{۲} = \frac{۹\times ۸}{۲} = ۳۶$$

تعداد کل حالات $= ۷۸+۶۶+۵۵+۴۵+۳۶ = ۲۸۰$

راه‌حل دوم:

ابتدا کل حالات را می‌یابیم: $x+y+z+t=۱۱ \Rightarrow \binom{۱۴}{۳}=۳۶۴$

می‌دانیم متمم $x<۵$، معادل $x\geq ۵$ است، پس با این شرط تعداد جواب‌ها را می‌یابیم: $x+y+z+t=۱۱ \Rightarrow \binom{۱۱+۴-۱-۵}{۴-۱}=\binom{۹}{۳}=۸۴$

و در نهایت، پاسخ سؤال برابر است با: $۳۶۴-۸۴=۲۸۰$

۱۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

طبق اصل لانه کبوتری ابتدا همهٔ اعدادی را که دوبه‌دو نسبت به هم اول هستند انتخاب می‌کنیم. این اعداد عبارتند از:

$\{۱,۲,۳,۵,۷,۱۱,۱۳,۱۷,۱۹,۲۳,۲۹\}$

که در میان این ۱۱ عدد، هیچ دوتایی از آن‌ها مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از ۱ ندارند.

حال اگر فقط یک عدد دیگر برداریم حداقل دو عدد موجود خواهند بود که مقسوم‌علیه مشترک بزرگ‌تر از ۱ دارند.

پس حداقل باید $۱۱+۱=۱۲$ عدد انتخاب کنیم.

۱۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

برای حل تست از احتمال متمم استفاده می‌کنیم:

$$P\ (\text{اصلاً عدد ۶ ظاهر نشود}) = ۱-P\ (\text{حداقل یکبار عدد ۶ بیاید}) = ۱-\frac{۵\times۵\times۵}{۶^۳}=۱-\frac{۱۲۵}{۲۱۶}=\frac{۹۱}{۲۱۶}$$

۱۴۵- گزینهٔ (؟)

برای آنکه مجموع سه عدد فرد باشد یا باید هر سه فرد باشند یا اینکه یکی فرد و دوتا زوج باشند، پس فضای نمونه‌ای کاهش یافته به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{cases} \text{هر سه فرد}: \overset{\text{فرد}}{۳}\times\overset{\text{فرد}}{۳}\times\overset{\text{فرد}}{۳}=۲۷ \\ \text{یکی فرد و دو تا زوج}: \overset{\text{زوج}}{۳}\times\overset{\text{زوج}}{۳}\times(\overset{\text{فرد}}{۳}\times\overset{\substack{\text{جایگاه}\\ \text{عدد فرد}\\ \uparrow}}{۳})=۸۱ \end{cases} \Rightarrow n(S)=۱۰۸$$

از طرفی برای آنکه حداقل یکی از تاس‌ها ۳ باشد می‌توانیم از متمم استفاده کنیم. یعنی کل حالت‌ها را از حالتی که اصلاً ۳ نیاید، کم کنیم:

$$\begin{cases} \text{هر سه فرد و ۳ نیاید}: \overset{\text{فرد}}{۲}\times\overset{\text{فرد}}{۲}\times\overset{\text{فرد}}{۲}=۸ \\ \text{یکی فرد و دو تا زوج و ۳ نیاید}: \overset{\text{زوج}}{۳}\times\overset{\text{زوج}}{۳}\times(\overset{\text{فرد}}{۲}\times\overset{\substack{\text{جایگاه}\\ \text{عدد فرد}\\ \uparrow}}{۳})=۵۴ \end{cases} \Rightarrow n(A)=۶۲$$

و در نهایت خواهیم داشت: $P(A)=۱-P(A')=۱-\frac{۶۲}{۱۰۸}=\frac{۴۶}{۱۰۸}=\frac{۲۳}{۵۴}$

که در هیچ‌یک از گزینه‌ها وجود ندارد!

۱۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

با استفاده از قانون احتمال کل و به‌روش نمودار درختی داریم:

مهرهٔ خروجی از جعبهٔ اول سفید

$$\frac{۶}{۹}\xrightarrow[\text{از جعبهٔ دوم سفید باشد}]{\text{لااقل یکی از دو مهرهٔ خروجی}}=۱-\frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=۱-\frac{۱۰}{۴۵}=\frac{۳۵}{۴۵}=\frac{۷}{۹}$$

مهرهٔ خروجی از جعبهٔ اول سیاه

$$\frac{۳}{۹}\xrightarrow[\text{از جعبهٔ دوم سفید باشد}]{\text{لااقل یکی از دو مهرهٔ خروجی}}=۱-\frac{\binom{۶}{۲}}{\binom{۱۰}{۲}}=۱-\frac{۱۵}{۴۵}=\frac{۳۰}{۴۵}=\frac{۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳}\times\frac{۷}{۹}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۳}=\frac{۲۰}{۲۷}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

۱۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

از آنجایی که A و B مستقل هستند از رابطهٔ $P(A\cap B)=۰/۱$ داریم:

$$P(A)\times P(B)=۰/۱ \quad (۱)$$

از طرفی با رابطهٔ $P(A\cup B)=۰/۶$ نیز داریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$۰/۶=P(A)+P(B)-۰/۱ \Rightarrow P(A)+P(B)=۰/۷ \quad (۲)$$

از روابط (۱) و (۲) واضح است که باید دو عدد بیابیم که ضرب آن‌ها ۰/۱ و جمع آن‌ها ۰/۷ باشد که این دو عدد ۰/۵ و ۰/۲ هستند، اما از آنجایی که در صورت تست قید شده که $P(B')>P(B)$ پس خواهیم داشت:

$$P(A)=۰/۵ \text{ و } P(B)=۰/۲$$

۱۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۴

مجموعاً ۴۰ داده داریم، پس میانه برابر است با میانگین داده‌های بیستم و بیست و یکم:

$$x_{۲۰}=۹ , x_{۲۱}=۹ \Rightarrow \text{میانه: } M=\frac{۹+۹}{۲}=۹$$

همچنین میانگین داده‌ها برابر است با:

$$\bar{x}=\frac{\overbrace{(۱۵\times ۷)}^{۱۰۵}+\overbrace{(۹\times ۹)}^{۸۱}+\overbrace{(۵\times ۱۱)}^{۵۵}+\overbrace{(۱۱\times ۱۳)}^{۱۴۳}}{۴۰}=\frac{۳۸۴}{۴۰}=۹/۶$$

و تفاضل میانه از میانگین برابر است با:

$$۹/۶-۹=۰/۶$$

۱۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به قضیهٔ تقسیم، داریم:

$$m=۲۹n+۱۷ \ , \ n>۱۷ \quad (۱)$$

از طرفی چون m سه رقمی است، پس $۹۹۹\le ۲۹n+۱۷\le ۱۰۰$ و در نتیجه $۲/۸\le n\le ۳۳/۸$

با توجه به رابطهٔ (۱) نتیجه می‌شود $۱۷<n\le ۳۳$. (*)

چون m مضرب ۵ است، پس:

$$۲۹n+۱۷\overset{۵}{\equiv}۰ \Rightarrow -n+۲\overset{۵}{\equiv}۰ \Rightarrow n\overset{۵}{\equiv}۲ \Rightarrow n=۵k+۲ \xrightarrow{\text{با توجه به (*)}} n=\{۲۲,۲۷,۳۲\}$$

پس تنها ۳ عدد سه رقمی در این شرایط صدق می‌کنند.

۱۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

با توجه به تعریف عاد کردن داریم:

$$d\mid ۳n+۵ \xrightarrow{\times n} d\mid ۳n^۲+۵n$$

داریم: $d\mid ۳n^۲-۲n+۶$

حال دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$d\mid ۷n-۶ \xrightarrow{\times ۳} d\mid ۲۱n-۱۸$$

داریم: $d\mid ۳n+۵ \xrightarrow{\times ۷} d\mid ۲۱n+۳۵$

مجدداً دو رابطه را از هم کم می‌کنیم:

$$d\mid ۵۳ \xrightarrow{d\neq ۱} d=۵۳$$

۱۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

می‌دانیم $۱۰۵=۳\times ۵\times ۷$ و همچنین با توجه به رابطه $ab\mid c \Rightarrow a\mid c$ و $b\mid c$ داریم:

$$۱۰۵\mid ۲^n-۱ \Rightarrow ۳\times ۵\times ۷\mid ۲^n-۱ \Rightarrow \begin{cases} ۳\mid ۲^n-۱ \Rightarrow ۲^۲-۱\mid ۲^{۲k}-۱ \Rightarrow n=۲k \\ ۵\mid ۲^n-۱ \Rightarrow ۲^۴+۱\mid ۲^{۴k'}-۱ \Rightarrow n=۴k' \\ ۷\mid ۲^n-۱ \Rightarrow ۲^۳-۱\mid ۲^{۳k''}-۱ \Rightarrow n=۳k'' \end{cases}$$

پس n باید مضرب $۳\times ۴=۱۲$ باشد و داریم:

$$n=۱۲q \xrightarrow{\text{دورقمی}} q=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸\}$$

و تعداد ۸ عدد دورقمی در شرایط مسئله صدق می‌کند.

۱۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

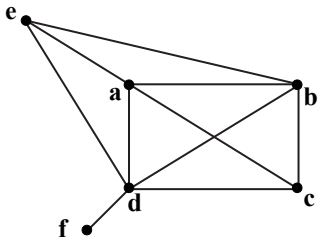
این تست به‌سادگی با عددگذاری قابل‌حل است.

فرض می‌کنیم $\overline{aa}=11$ درنتیجه $\overline{5aa}=55$ و درنتیجه عدد موردنظر مسئله ۵۵۱۱ خواهد بود که بر ۱۸۳۷ بخش‌پذیر است، یعنی:

$$5511 \overset{1837}{\equiv} 0$$

۱۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

گراف موردنظر به‌شکل روبه‌رو است:



که دورهای به‌طول ۴ به‌شرح زیر هستند:

۱) abcda ۲) abdca ۳) bcadb ۴) ebcae

۵) ebdae ۶) eabde ۷) eacde ۸) ebade

۹) ebcde

۱۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

نکته ۱: مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه‌ای است که با حذف هریک از رئوسش دیگر احاطه‌گر نباشد.

نکته ۲: هر مجموعه احاطه‌گر مینیمم، یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال است.

در گراف مدنظر عدد احاطه‌گری $\gamma=3$ است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم عبارتند از:

۱) $\{m,e,d\}$ ۲) $\{m,e,a\}$ ۳) $\{m,d,g\}$ ۴) $\{e,d,p\}$

۵) $\{m,g,a\}$ ۶) $\{d,g,p\}$ ۷) $\{e,p,a\}$ ۸) $\{g,p,a\}$

قطعاً منظور سؤال مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم بوده، زیرا به‌غیر از مجموعه‌های فوق که احاطه‌گر مینیمم و مینیمال هستند، مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم هم وجود دارد:

$$\{b,c,n,q,f,h\}\ ,\ \{b,c,q,n,g\}$$

چون در گزینه‌ها عدد بزرگ‌تر از ۸ وجود ندارد، پس منظور سؤال مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم بوده که تعداد آن‌ها ۸ تا است.

۱۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

گراف K- منتظم مرتبهٔ ۵ با بیشترین مقدار K همان گراف ۴- منتظم مرتبهٔ ۵ یا گراف کامل K_5 است.

تعداد دورها به‌طول m در گراف K_p برابر است با: $\binom{p}{m}\frac{(m-1)!}{2}$

پس تعداد دورها به‌طول ۴ در گراف K_5 برابر است با:

$$\binom{5}{4}\frac{3!}{2}=5\times 3=15$$

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$\left.\begin{matrix} m=11/5\,g \\ V=23/1-18/5=4/6\,mL \end{matrix}\right\} \Rightarrow \rho=\frac{m}{V}=\frac{11/5}{4/6\times 10^{-3}}=2/5\times 10^{3}\,\frac{g}{L}=2500\,\frac{kg}{m^3}$$

توجه: $1\frac{g}{L}=1\frac{kg}{m^3}$

۱۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

چون حرکت با شتاب ثابت است، داریم:

$$\Delta x=\frac{v_1+v_0}{2}\times\Delta t \Rightarrow 75=\frac{20+v_0}{2}\times 5 \Rightarrow v_0=10\,\frac{m}{s}$$

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0 t \Rightarrow 75=\frac{1}{2}a\times(5)^2\times 10(5) \Rightarrow 25=\frac{25}{2}a \Rightarrow a=2\,\frac{m}{s^2}$$

$$v_2=at+v_1 \Rightarrow v_2=2(5)+20=30\,\frac{m}{s}$$

$$v=\frac{v_1+v_2}{2}=\frac{20+30}{2}=25\,\frac{m}{s}$$

۱۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۳

حرکت متحرک با شتاب ثابت است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_\circ}{2} \times \Delta t \Rightarrow ۳۶ - ۲۷ = \frac{۰ + v_\circ}{2} \times ۳ \Rightarrow v_\circ = ۶\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = \frac{۱}{2}at^۲ + v_\circ t \Rightarrow ۳۶ - ۲۷ = \frac{۱}{2}a(۳)^۲ + ۶(۳) \Rightarrow ۹ = \frac{۹}{2}a + ۱۸ \Rightarrow \frac{۹}{2}a = -۹ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

حالا مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ را به‌دست می‌آوریم:

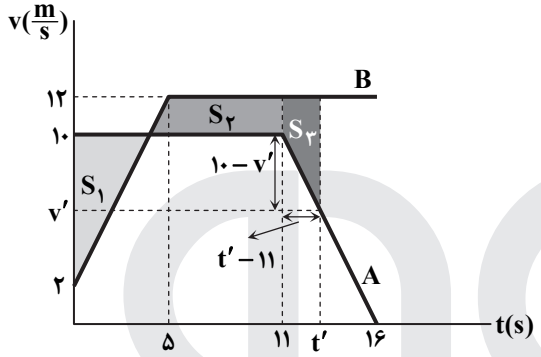
$$x_{(۱۰)} = \frac{۱}{2} \times (-۲)(۱۰)^۲ + ۶(۱۰) + ۲۷ \Rightarrow x_{(۱۰)} = -۱۰۰ + ۶۰ + ۲۷ = -۱۳\,m$$

مسافت طی‌شده توسط متحرک از $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۰s$ برابر است با:

$$\ell = |۳۶ - ۲۷| + |-۱۳ - ۳۶| = ۹ + ۴۹ = ۵۸\,m$$

۱۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

ابتدا نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B را رسم می‌کنیم:



$$v_B = a_B t + v_{\circ B} \Rightarrow v_B = ۲ \times ۵ + ۲ = ۱۲\frac{m}{s}$$

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t} \Rightarrow -۲ = \frac{-۱۰}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = ۵s \quad (\text{از } t = ۱۱s \text{ تا } t = ۱۶s)$$

نقطهٔ شروع حرکت دو متحرک یکسان است، بنابراین در لحظه‌ای که به هم می‌رسند، جابه‌جایی آن‌ها برابر است. از طرفی می‌دانیم سطح زیر نمودار $v - t$ برابر با اندازهٔ جابه‌جایی متحرک است. اگر لحظهٔ رسیدن دو متحرک به هم را t' در نظر بگیریم، داریم:

$$S_۱ = S_۲ + S_۳ \Rightarrow \frac{۴ \times ۸}{2} = \frac{(۷ + ۶) \times ۲}{2} + \frac{(۲ + ۱۲ - v') \times (t' - ۱۱)}{2}$$

$$\Rightarrow ۳ = \frac{۴ + ۱۰ - v'}{2} \times (t' - ۱۱) \xrightarrow[\text{در قسمت دوم}]{\text{با توجه به شیب نمودار A}} ۳ = \left(\frac{۴ + ۲(t' - ۱۱)}{2}\right)(t' - ۱۱) \Rightarrow (t' - ۱۱)^۲ + ۲(t' - ۱۱) - ۳ = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t' - ۱۱ = ۱ \Rightarrow t' = ۱۲s \text{ ق ق} \\ t' - ۱۱ = -۳ \Rightarrow t' = ۸s \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

تندی متحرک B در لحظهٔ $t' = ۱۲s$ برابر $v_B = ۱۲\frac{m}{s}$ است و تندی متحرک A برابر با v' است:

$$\frac{۱۰ - v'}{t' - ۱۱} = ۲ \Rightarrow ۱۰ - v' = ۲(t' - ۱۱) \xrightarrow{t' = ۱۲s} ۱۰ - v' = ۲ \Rightarrow v' = ۸\frac{m}{s}$$

بنابراین تندی متحرک B، $۴\frac{m}{s}$ یا $۱۲ - ۸ = ۴$ بیشتر از تندی متحرک A است.

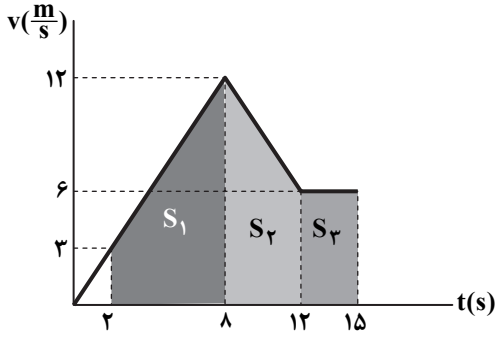
۱۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

حرکت متحرک در ۸ ثانیهٔ ابتدایی به‌صورت شتاب ثابت است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۲ - ۰}{۸ - ۰} = \frac{۳}{2}\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_\circ = \frac{۳}{2}t \xrightarrow{t = ۲s} v_{(۲)} = \frac{۳}{2} \times ۲ = ۳\frac{m}{s}$$

با توجه به نمودار روبه‌رو، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۵s$ برابر با سطح زیر نمودار در این بازه است:



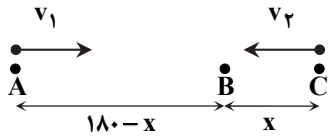
$$\Delta x = S_۱ + S_۲ + S_۳$$

$$= \frac{(۳ + ۱۲) \times ۶}{2} + \frac{(۱۲ + ۶) \times ۴}{2} + (۳ \times ۶) = ۴۵ + ۳۶ + ۱۸ = ۹۹\,m$$

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_۲ - \vec{x}_۱ \Rightarrow ۹۹\vec{i} = \vec{x}_۲ - (-۶\vec{i}) \Rightarrow \vec{x}_۲ = ۹۳\vec{i}$$

۱۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

مطابق شکل، مدت‌زمان حرکت متحرک (۱) از نقطهٔ A به نقطهٔ B با مدت‌زمان حرکت متحرک (۲) از نقطهٔ C به نقطهٔ B برابر است:



$$t_1 = t_2 \Rightarrow \frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{x}{180-x} \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

$$x = vt \Rightarrow \begin{cases} (1)\text{ متحرک} : x = v_1 \times 16 \\ (2)\text{ متحرک} : 180 - x = v_2 \times 25 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{180-x} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

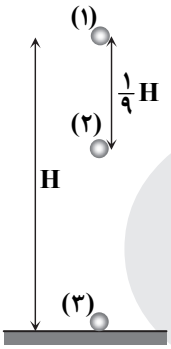
از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{180-x} \Rightarrow 5x = 720 - 4x \Rightarrow 9x = 720 \Rightarrow x = 80\,m$$

$$x_1 = v_1 \times 16 \Rightarrow 80 = 16v_1 \Rightarrow v_1 = 5\frac{m}{s}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۳



$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} \Rightarrow 4/9 = \frac{v_2 + 0}{2} \Rightarrow v_2 = 9/8\frac{m}{s}$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g\Delta y_{1,2} \Rightarrow (9/8)^2 - 0 = 2 \times 9/8 \times \frac{1}{9}H \Rightarrow H = 44/1\,m$$

$$v_3^2 - v_1^2 = 2g\Delta y_{1,3} \Rightarrow v_3^2 = 2 \times 9/8 \times 44/1 \Rightarrow v_3 = 29/4\frac{m}{s}$$

جهت مثبت حرکت را روبه‌پایین در نظر گرفتیم.

۱۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

$$p_{(3)} = 15(3)^2 + 5(3) = 150\frac{kg \cdot m}{s}$$

$$p_{(6)} = 15(6)^2 + 5(6) = 570\frac{kg \cdot m}{s}$$

نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در مدت $t = 3s$ تا $t = 6s$ برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow \frac{570 - 150}{6 - 3} = \frac{420}{3} = 140\,N$$

۱۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s,max} = \mu_s mg = 0/6 \times 50 \times 10 = 300\,N$$

$F = 250\,N < f_{s,max} = 300\,N$ است؛ بنابراین جعبه حرکت نمی‌کند:

$$f_s = F = 250\,N$$

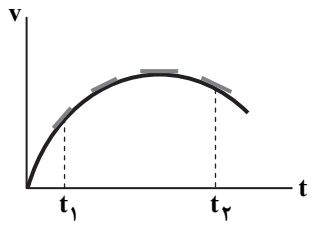
$$\vec{R} = \vec{f}_s + \vec{F}_N = (-250\,N)\vec{i} + (500\,N)\vec{j}$$

صورت سؤال، نیرویی که جعبه بر سطح وارد می‌کند (واکنش نیروی $\vec{R}$) را می‌خواهد؛ بنابراین داریم:

$$\vec{R}' = -\vec{R} = (+250\,N)\vec{i} + (-500\,N)\vec{j}$$

۱۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

شیب خط مماس بر نمودار $v - t$ برابر با شتاب متحرک است. با توجه به شکل، مشاهده می‌شود که از لحظهٔ t_1 تا t_2، اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار، ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است؛ بنابراین بزرگی شتاب متحرک و در نتیجه بزرگی نیروی خالص وارد بر متحرک نیز ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است.



۱۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$\frac{a_{c(۲)}}{a_{c(۱)}}=\frac{g_۲}{g_۱}\xrightarrow{g=G\frac{M_e}{r^۲}}\frac{g_۲}{g_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲=(\frac{R_e+h_۱}{R_e+h_۲})^۲\xrightarrow[h_۲=۱/۵R_e]{h_۱=R_e}\frac{g_۲}{g_۱}=(\frac{R_e+R_e}{R_e+۱/۵R_e})^۲=(\frac{۲}{\frac{۵}{۲}})^۲=\frac{۱۶}{۲۵}$$

درصد تغییرات شتاب مرکزگرا : $\frac{\Delta a_c}{a_{c(۱)}}\times ۱۰۰=\frac{\frac{۱۶}{۲۵}a_{c(۱)}-a_{c(۱)}}{a_{c(۱)}}=-\frac{۹}{۲۵}\times ۱۰۰=-٪۳۶$

علامت منفی به‌معنای کاهش است.

۱۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$f=\frac{N}{\Delta t}=\frac{۱۵۰}{۶۰}=۲/۵\,Hz$$

$$A=\frac{۴}{۲}=۲cm=۰/۰۲m$$

انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E=۲\pi^۲mA^۲f^۲=۲\times ۱۰\times ۰/۲\times(۰/۰۲)^۲\times(۲/۵)^۲=۰/۰۱J=۱۰mJ$$

انرژی جنبشی نوسانگر برابر است با:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}\times ۰/۲\times(۵\sqrt{۲}\pi\times ۱۰^{-۲})^۲=۰/۰۰۵J=۵mJ$$

$$E=K+U\Rightarrow ۱۰=۵+U\Rightarrow U=۵mJ$$

۱۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۱

در نقاط بازگشتی (دامنه‌ها)، بزرگی شتاب نوسانگر بیشینه است و در مرکز نوسان (جایی که نیروی وارد بر نوسانگر صفر است)، تندی نوسانگر بیشینه است:

$$F=-kx=ma\Rightarrow a=-(\frac{k}{m})x\Rightarrow a=-\omega^۲x\Rightarrow |a|=\omega^۲x$$

$$\begin{cases}a_{max}=A\omega^۲\\ v_{max}=A\omega\end{cases}\Rightarrow\frac{a_{max}}{v_{max}}=\omega\Rightarrow\omega=\frac{۰/۸\pi^۲}{۰/۲\pi}=۴\pi\frac{rad}{s}$$

بزرگی شتاب نوسانگر در $x=۱cm$ برابر است با:

$$|a|=\omega^۲\times x=۱۶\pi^۲\times ۱۰^{-۲}=۰/۱۶\pi^۲\frac{m}{s^۲}$$

۱۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$|a|=\omega^۲x\Rightarrow\omega^۲=\frac{|a|}{x}=\frac{۴}{۱۰^{-۲}}=۴۰۰\Rightarrow\omega=۲۰\frac{rad}{s}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\Rightarrow ۴۰۰=\frac{k}{۲}\Rightarrow k=۸۰۰\frac{N}{m}$$

۱۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$\beta=۱۰\log\frac{I}{I_۰}\Rightarrow ۸۰=۱۰\log\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow ۱۰^۸=\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\Rightarrow I=۱۰^{-۴}\frac{W}{m^۲}$$

$$I=\frac{P_{av}}{۴\pi r^۲}\Rightarrow ۱۰^{-۴}=\frac{۴۸}{۴\times ۳\times r^۲}\Rightarrow r^۲=۴\times ۱۰^۴\Rightarrow r=۲۰۰m$$

۱۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

طول موجِ طنابی که ذرهٔ M در آن واقع است، دو برابر طول موج طنابی است که ذرهٔ N در آن وجود دارد.

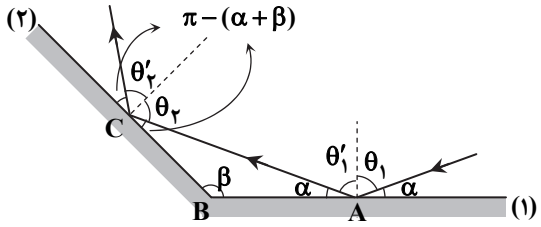
$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow[\text{یکسان}]{v\text{ ثابت و}}\frac{\lambda_M}{\lambda_N}=\frac{f_N}{f_M}=۲\xrightarrow[\text{یکسان }\Delta t]{f=\frac{N}{\Delta t}}۲=\frac{N_N}{۲}\Rightarrow N_N=۴$$

۱۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$f_n=\frac{nv}{۲L}\Rightarrow ۲۱۰=\frac{۳v}{۲\times ۰/۵}\Rightarrow v=۷۰\frac{m}{s}$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{FL}{m}}\Rightarrow ۷۰=\sqrt{\frac{F\times ۰/۵}{۵\times ۱۰^{-۳}}}\Rightarrow F=۴۹N$$

۱۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۴



$$\text{درآینهٔ (۱)}: \theta_۱=\theta'_۱ \Rightarrow \theta_۱+\alpha=\theta'_۱+\hat{A} \Rightarrow \hat{A}=\alpha$$

$$\text{درآینهٔ (۲)}: \theta_۲=\theta'_۲$$

در مثلث ABC داریم:

$$\alpha+\beta+\hat{C}=۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{C}=\pi-(\alpha+\beta)$$

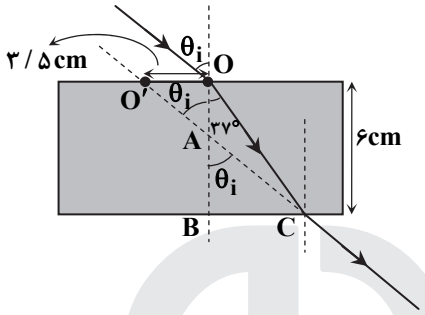
با توجه به اینکه $\theta'_۲=\theta_۲$ است، زاویهٔ پرتوی بازتابیده از آینهٔ (۲) با سطح آینه برابر با $\pi-(\alpha+\beta)$ است.

۱۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$\text{Sin}۳۷^\circ=\frac{BC}{OC} \Rightarrow ۰/۶=\frac{BC}{۷/۵} \Rightarrow BC=۴/۵\,\text{cm}$$

$$\text{Cos}۳۷^\circ=\frac{OB}{OC} \Rightarrow ۰/۸=\frac{۶}{OC} \Rightarrow OC=۷/۵\,\text{cm}$$

دو مثلث OAO' و ABC متشابه‌اند؛ بنابراین می‌توان نوشت:



$$\frac{۴/۵}{۳/۵}=\frac{AB}{۶-AB} \Rightarrow ۳/۵AB=۲۷-۴/۵AB$$

$$\Rightarrow ۸AB=۲۷ \Rightarrow AB=\frac{۲۷}{۸}\,\text{cm}$$

$$\tan\theta_i=\frac{BC}{AB}=\frac{۴/۵}{\frac{۲۷}{۸}}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow \theta_i=۵۳^\circ$$

$$n_۱\text{Sin}\theta_i=n_۲\text{Sin}\theta_r \Rightarrow ۱\times ۰/۸=n_۲\times ۰/۶ \Rightarrow n_۲=\frac{۴}{۳}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$hf=K_{max}+W_۰ \Rightarrow \frac{hc}{\lambda}=K_{max}+W_۰ \Rightarrow \lambda=\frac{hc}{K_{max}+W_۰}=\frac{۴\times ۱۰^{-۱۵}\times ۳\times ۱۰^۸}{۴/۴+۲/۸}=\frac{۱}{۶}\times ۱۰^{-۶}=\frac{۱}{۶}\,\mu m$$

۱۷۶- پاسخ: گزینهٔ ۳

دومین خط رشتهٔ پاشن به‌ازای $n=۵$ و سومین خط آن به ازای $n=۶$ رخ می‌دهد.

$$\text{خط دوم}: \frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{۳^۲}-\frac{۱}{۵^۲})=\frac{۱}{۱۰۰}\times(\frac{۲۵-۹}{۹\times ۲۵}) \Rightarrow \lambda=۱۰۰\times\frac{۲۵\times ۹}{۱۶}=\frac{۵۶۲۵}{۴}\,nm$$

$$\text{خط سوم}: \frac{۱}{\lambda'}=R(\frac{۱}{۳^۲}-\frac{۱}{۶^۲}) \Rightarrow \frac{۱}{\lambda'}=\frac{۱}{۱۰۰}\times(\frac{۲۷}{۹\times ۳۶}) \Rightarrow \lambda'=۱۰۰\times(\frac{۹\times ۳۶}{۲۷})=۱۲۰۰\,nm$$

$$\Delta\lambda=\frac{۵۶۲۵}{۴}-۱۲۰۰=\frac{۸۲۵}{۴}\,nm$$

۱۷۷- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$\sigma=\frac{Q}{۴\pi r^۲}=\frac{۱۵۷\times ۱۰^۳\,pC}{۴\times ۳/۱۴\times(۵)^۲\,cm^۲}=۵۰۰\frac{pC}{cm^۲}$$

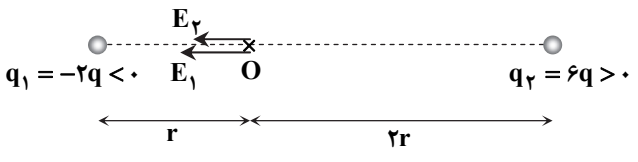
۱۷۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$E=\frac{k|q|}{r^۲} \Rightarrow |q|=\frac{Er^۲}{k}=\frac{۱۸\times ۱۰^۷\times ۲۵\times ۱۰^{-۴}}{۹\times ۱۰^۹}=۵۰\times ۱۰^{-۶}=۵۰\,\mu C$$

$$E_۱=\frac{k|q|}{r_۱^۲} \Rightarrow r_۱^۲=\frac{k|q|}{E_۱}=\frac{۹\times ۱۰^۹\times ۵۰\times ۱۰^{-۶}}{۱/۱۲۵\times ۱۰^۷}=۴\times ۱۰^{-۲} \Rightarrow r_۱=۰/۲\,m=۲۰\,cm$$

۱۷۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

با فرض اینکه $q>۰$ است، ابتدا جهت و اندازهٔ میدان الکتریکی ناشی از هریک از بارها را در نقطهٔ O به‌دست می‌آوریم:



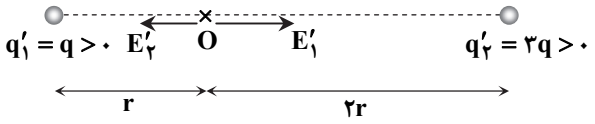
$$E=k\frac{|q|}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E_۱=\frac{k|-۲q|}{r^۲}=\frac{۲k|q|}{r^۲} \\ E_۲=\frac{k|۶q|}{(۲r)^۲}=\frac{۳}{۲}\frac{k|q|}{r^۲} \end{cases}$$

$$E_T=E_۱+E_۲=\frac{۲k|q|}{r^۲}+\frac{۳}{۲}\frac{k|q|}{r^۲}=\frac{۷}{۲}\frac{k|q|}{r^۲}$$

با انتقال ۵۰ درصد از بار q_2 به بار q_1، خواهیم داشت:

$$q'_1 = q_1 + \frac{50}{100}q_2 = -2q + \frac{1}{2}(6q) = q$$

$$q'_2 = q_2 - \frac{50}{100}q_2 = \frac{1}{2}q_2 = \frac{1}{2}(6q) = 3q$$



$$E' = \frac{k|q'|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E'_1 = \frac{k|q'_1|}{r^2} = \frac{kq}{r^2} \\ E'_2 = \frac{k|q'_2|}{(2r)^2} = \frac{k \times 3q}{4r^2} = \frac{3}{4}\frac{kq}{r^2} \end{cases}$$

$$E'_T = E'_1 - E'_2 = \frac{kq}{r^2} - \frac{3}{4}\frac{kq}{r^2} = \frac{1}{4}\frac{kq}{r^2}$$

$$\frac{E'_T}{E_T} = \frac{\frac{1}{4}\frac{kq}{r^2}}{\frac{7}{2}\frac{kq}{r^2}} = \frac{1}{14}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$U = \frac{1}{2}CV^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = (\frac{V_2}{V_1})^2 = (\frac{1/5V_1}{V_1})^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{9}{4} \xrightarrow{U_2 = U_1 + 200\mu J} \frac{U_1 + 200}{U_1} = \frac{9}{4} \Rightarrow U_1 = 160\mu J$$

با ثابت ماندن ظرفیت خازن طبق رابطهٔ $C = \frac{Q}{V}$ داریم:

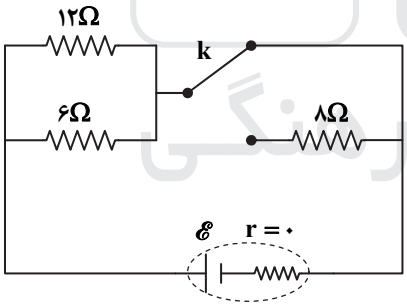
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2}{V_1} = 1/5 \xrightarrow{Q_2 = Q_1 + 20\mu C} \frac{Q_1 + 20}{Q_1} = 1/5 \Rightarrow Q_1 = 40\mu C$$

حالا با استفاده از رابطهٔ $U_1 = \frac{1}{2}\frac{Q_1^2}{C}$ داریم:

$$160 = \frac{(40)^2}{2C} \Rightarrow C = 5\mu F$$

۱۸۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

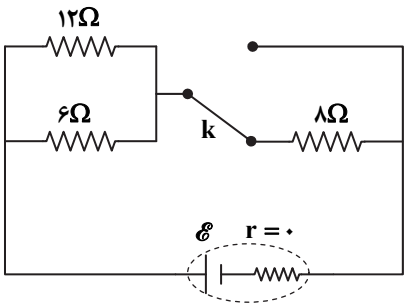
وقتی کلید در حالت (۱) قرار دارد، مقاومت ۸ اُهمی از مدار حذف می‌شود.



$$R_{eq_1} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$

$$P_1 = \frac{V^2}{R_{eq_1}} = \frac{\mathscr{E}^2}{4}$$

وقتی کلید در حالت (۲) قرار دارد، داریم:

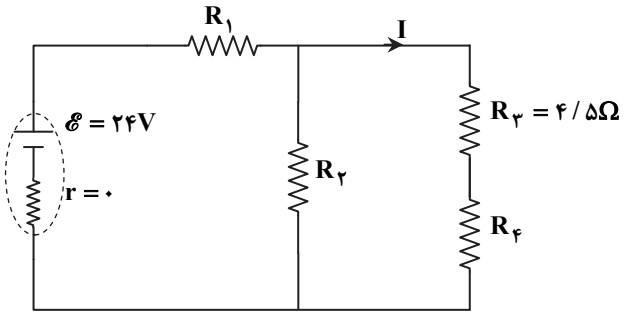


$$R_{eq_2} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} + 8 = 12\Omega$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R_{eq_2}} = \frac{\mathscr{E}^2}{12}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{\mathscr{E}^2}{12}}{\frac{\mathscr{E}^2}{4}} = \frac{1}{3}$$

۱۸۲- پاسخ: گزینهٔ ۱



$$P_۳ = P_۴ \Rightarrow R_۳I_۳^۲ = R_۴I_۴^۲ \xrightarrow{I_۳=I_۴=I} R_۳ = R_۴ \Rightarrow R_۴ = ۴/۵\Omega$$

مقاومت معادل دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ برابر $R_{۳,۴} = ۴/۵ + ۴/۵ = ۹\Omega$ و توان آن $P_{۳,۴} = P_۳ + P_۴ = ۲P$ است.

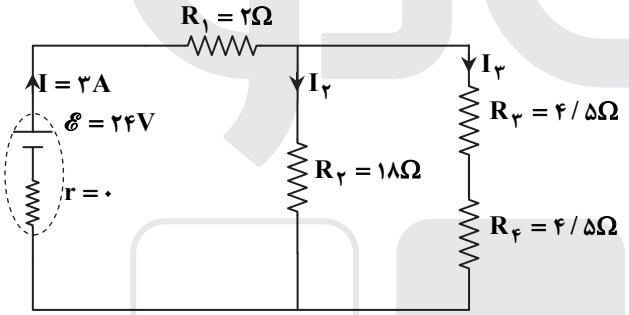
$$P = \frac{V^۲}{R} \xrightarrow[\text{V یکسان است.}]{\text{در مقاومت‌های موازی}} \frac{P_۲}{P_{۳,۴}} = \frac{R_{۳,۴}}{R_۲} \Rightarrow \frac{P}{۲P} = \frac{۹}{R_۲} \Rightarrow R_۲ = ۱۸\Omega$$

$$R_{۲,۳,۴} = \frac{۱۸\times۹}{۱۸+۹} = ۶\Omega$$

$$P_{۲,۳,۴} = P + ۲P = ۳P$$

$$P = RI^۲ \xrightarrow[\text{I یکسان است.}]{\text{در مقاومت‌های متوالی}} \frac{P_{۲,۳,۴}}{P_۱} = \frac{R_{۲,۳,۴}}{R_۱} \Rightarrow \frac{۳P}{P} = \frac{۶}{R_۱} \Rightarrow R_۱ = ۲\Omega$$

حالا که مقدار همهٔ مقاومت‌ها را به‌دست آوردیم، مقاومت معادل مدار را می‌نویسیم:



$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲,۳,۴} = ۲ + ۶ = ۸\Omega$$

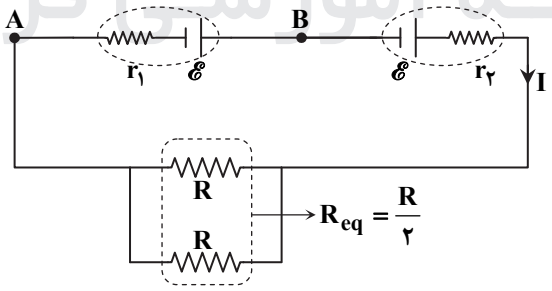
$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_{eq} + r} = \frac{۲۴}{۸+۰} = ۳A$$

$$\begin{cases} \frac{I_۲}{I_۳} = \frac{R_{۳,۴}}{R_۲} \Rightarrow \frac{I_۲}{I_۳} = \frac{۹}{۱۸} = \frac{۱}{۲} \\ I_۲ + I_۳ = ۳A \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_۲ + ۲I_۲ = ۳ \Rightarrow I_۲ = ۱A \ , \ I_۳ = ۲A$$

۱۸۳- پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا مقاومت معادل و جریان مدار را حساب می‌کنیم:



$$I = \frac{\mathscr{E} + \mathscr{E}}{\frac{R}{۲} + r_۱ + r_۲} = \frac{۴\mathscr{E}}{R + ۲r_۱ + ۲r_۲} \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

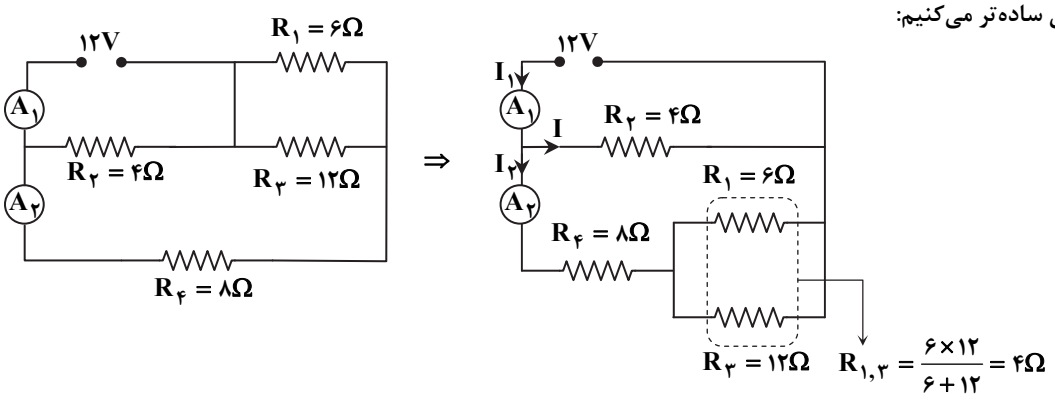
$$V_B + \mathscr{E} - r_۲I - \frac{R}{۲}I = V_A \Rightarrow V_B - V_A = (r_۲ + \frac{R}{۲})I - \mathscr{E} = ۰ \Rightarrow (r_۲ + \frac{R}{۲})I = \mathscr{E} \quad \text{رابطهٔ (۲)}$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$(r_۲ + \frac{R}{۲})(\frac{۴\mathscr{E}}{R + ۲r_۱ + ۲r_۲}) = \mathscr{E} \Rightarrow ۴r_۲ + ۲R = R + ۲r_۱ + ۲r_۲ \Rightarrow R = ۲r_۱ - ۲r_۲ \Rightarrow R = ۲(r_۱ - r_۲)$$

۱۸۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

ابتدا شکل مدار را کمی ساده‌تر می‌کنیم:



مقاومت‌های $R_{1,3}$ و R_4 با هم متوالی‌اند: $R_{1,3,4} = ۸+۴ = ۱۲\Omega$

با توجه به شکل بالا، $I = I_1 + I_2$ است و داریم:

$$\left.\begin{array}{l} I = \frac{V}{R_2} = \frac{۱۲}{۴} = ۳\,A \\ I_2 = \frac{V}{R_{1,3,4}} = \frac{۱۲}{۱۲} = ۱A \end{array}\right\} \Rightarrow I_1 = I - I_2 = ۳-۱ = ۲\,A$$

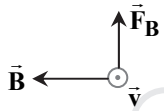
۱۸۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

هنگامی که کلید در حالت (۱) قرار دارد، همواره جریان سینوسی از مقاومت R عبور می‌کند و نمودار جریان عبوری از مقاومت R به‌صورت یک نمودار سینوسی کامل است.

هنگامی که کلید در حالت (۲) قرار می‌گیرد، دیود تنها اجازهٔ عبور جریان از یک سو را می‌دهد، بنابراین جریان عبوری از مدار در هر دوره، به مدت نصف دوره صفر می‌شود.

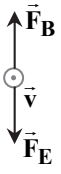
۱۸۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

با استفاده از قاعدهٔ دست راست و منفی بودن بار ذره داریم:



نیروی مغناطیسی به‌سمت بالا بر ذره وارد شده است، اما ذره منحرف نشده، بنابراین جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره در خلاف جهت نیروی مغناطیسی یعنی به‌سمت پایین است و اندازهٔ آن با نیروی مغناطیسی برابر است.

چون ذرهٔ باردار منفی است، جهت میدان الکتریکی در خلاف جهت نیروی الکتریکی وارد بر ذره یعنی به‌سمت بالا است.

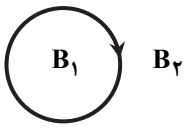


$$F_E = F_B \Rightarrow E|q| = |q|\times۲\times۱۰^{۵}\times۴۰\times۱۰^{-۴}\times۱$$

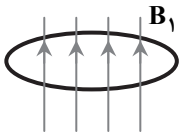
$$\Rightarrow E = ۸\times۱۰^{۲}\frac{N}{C} \Rightarrow \vec{E} = (۸\times۱۰^{۲}\frac{N}{C})\vec{j}$$

۱۸۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

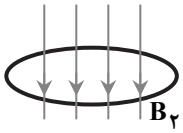
با استفاده از قاعدهٔ دست راست، جهت جریان در حلقه به‌صورت ساعت‌گرد است. از طرفی می‌دانیم که بزرگی میدان مغناطیسی در داخل حلقه، بیشتر از سایر جاها است؛ بنابراین $B_1 > B_2$ است.



۱۸۸- پاسخ: گزینهٔ ۴



$$\Phi_1 = B_1 A\cos\theta \Rightarrow \Phi_1 = ۰/۱\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}\times۱ = ۱۰^{-۳}\ Wb$$



$$\Phi_2 = B_2 A\cos\theta_2 \Rightarrow \Phi_2 = ۰/۱\times۱۰۰\times۱۰^{-۴}\times(-۱) = -۱۰^{-۳}\ Wb$$

$$|\bar{\mathscr{E}}| = \left|-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \left|-۱\times\frac{-۱۰^{-۳}-۱۰^{-۳}}{۰/۲۵}\right| = ۸\times۱۰^{-۳}\,V = ۸\,mV$$

۱۸۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$\frac{۵}{۴}T=\frac{۱}{۴۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۵۰}s$$

$$I_m=۶A$$

$$I=I_m Sin(\frac{۲\pi}{T}t)=۶Sin(\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵۰}}t)=۶Sin(۱۰۰\pi t)$$

جریان الکتریکی در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ برابر است با:

$$I=۶Sin(۱۰۰\pi\times\frac{۱}{۴۰۰})=۶Sin(\frac{\pi}{۴})=۳\sqrt{۲}A$$

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\Rightarrow ۷۲\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times L\times(۳\sqrt{۲})^۲\Rightarrow L=۸\times۱۰^{-۳}H\Rightarrow L=۸mH$$

۱۹۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$n=\frac{m}{M}=\frac{۱\times۱۰^{-۶}g}{۲\frac{g}{mol}}=۵\times۱۰^{-۷}mol$$

$$n=\frac{N}{N_A}\Rightarrow ۵\times۱۰^{-۷}=\frac{N}{۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}}\Rightarrow N=۵\times۱۰^{-۷}\times۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}=۳/۰۱\times۱۰^{۱۷}\sim۱۰^{۱۷}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

تنها نیرویی که روی گلوله کار انجام می‌دهد، نیرویی است که دیوار بر آن وارد می‌کند.

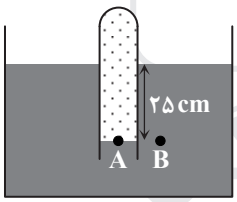
قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K\Rightarrow W_{دیوار}=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)=\frac{۱}{۲}\times(۴۰\times۱۰^{-۳})\times(۰-۹\times۱۰^۴)\Rightarrow W_{دیوار}=-۱۸۰۰J$

۱۹۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی: $W_t=\Delta K\xrightarrow{W_t=W_{mg}}-mg\Delta h=\frac{۱}{۲}m(v_۲^۲-v_۱^۲)\Rightarrow -g\Delta h=\frac{۱}{۲}(v_۲^۲-v_۱^۲)$

$$\Rightarrow -۱۰\times(-۲۵)=\frac{۱}{۲}\times(v_۲^۲-۴۰۰)\Rightarrow v_۲=۳۰\frac{m}{s}$$

۱۹۳- پاسخ: گزینهٔ ۳



$$P_A=P_B\Rightarrow P_{گاز}=P_۰+\rho gh=۱۰^۵+(۲۰۰۰\times۱۰\times\frac{۱}{۴})=۱۰۵۰۰۰Pa=۱۰۵kPa$$

۱۹۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

آهنگ رسانش گرما توسط پنجره باید با توان گرمایی بخاری برابر باشد:

$$Q=Pt=\frac{kAt\Delta\theta}{L}\Rightarrow P=\frac{kA\Delta\theta}{L}\Rightarrow\frac{۰/۶\times(۲\times۲/۵)\times(۵-(-۵))}{۵\times۱۰^{-۳}}=\frac{۰/۶\times۵\times۱۰}{۵\times۱۰^{-۳}}=۶\times۱۰^۳W=۶kW$$

۱۹۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

درصد افزایش حجم: $\frac{\Delta V}{V_۱}\times۱۰۰=\frac{V_۱(۳\alpha)\Delta\theta}{V_۱}\times۱۰۰=۳\alpha\Delta\theta\times۱۰۰\Rightarrow ۰/۰۸=۳\alpha\times۸۰\times۱۰۰\Rightarrow\alpha=\frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}$

درصد افزایش مساحت: $\frac{\Delta A}{A_۱}\times۱۰۰=\frac{A_۱(۲\alpha)\Delta\theta}{A_۱}\times۱۰۰=۲\alpha\Delta\theta\times۱۰۰=۲\times\frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۵}\times۶۰\times۱۰۰=٪۰/۰۴$

۱۹۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

گرمای داده‌شده به مایع در هر دقیقه برابر $۱۰۰J$ است؛ بنابراین گرمای داده‌شده به آن در هر ۵۶ دقیقه برابر $(۵۶\times۱۰۰)J$ خواهد بود:

$$Q=mc\Delta\theta\Rightarrow ۵۶۰۰=\frac{۱}{۲}\times c\times\underbrace{(۴۱-(-۳۹))}_{۸۰}\Rightarrow c=۱۴۰\frac{J}{kg\cdot K}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

$$PV = nRT \xrightarrow{P\text{ ثابت است}} P\Delta V = nR\Delta T \Rightarrow (1/5\times10^{5})\times(-4\times10^{-3}) = 3\times8\times\Delta T \Rightarrow \Delta T = -25\,K = -25^{\circ}C$$

۱۹۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

کار انجام‌شده توسط گاز روی محیط، $W' = 500\,J$ است؛ بنابراین کار انجام شده توسط محیط روی گاز برابر $W = -W' = -500\,J$ می‌شود.

$$\frac{\Delta U}{W} = \frac{nC_V\Delta T}{-nR\Delta T} \Rightarrow \frac{\Delta U}{W} = \frac{C_V}{-R} \xrightarrow{C_V=\frac{5}{2}R} \frac{\Delta U}{-500} = -\frac{5}{2} \Rightarrow \Delta U = 1250\,J$$

$\Delta U > 0$ است؛ بنابراین انرژی درونی گاز افزایش یافته است.

۱۹۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

می‌دانیم تغییر انرژی درونی در هر چرخهٔ ترمودینامیکی صفر است:

$$\Delta U_{CA} + \Delta U_{ABC} = 0 \xrightarrow[\text{فرایند CA هم‌دما است.}]{\Delta U_{CA}=0} \Delta U_{ABC} = 0 \quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

فرایند CA هم‌دماست: $P_AV_A = P_CV_C \Rightarrow 8\times10^{5}\times V_1 = 2\times10^{5}\times16 \Rightarrow V_1 = 4L$

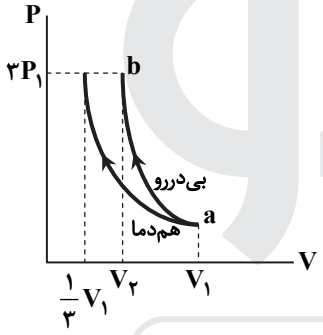
$$W_{ABC} = W_{AB} + W_{BC} \xrightarrow[\text{فرایند BC هم‌حجم است.}]{\text{فرایند AB هم‌فشار است.}} W_{ABC} = -P_{AB}\Delta V_{AB} + 0 = -(8\times10^{5})\times(16-4)\times10^{-3} = -9600\,J$$

با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U_{ABC} = Q_{ABC} + W_{ABC} \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} 0 = Q_{ABC} + (-9600) \Rightarrow Q_{ABC} = +9600\,J$$

۲۰۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

می‌دانیم که انحنای نمودار $P-V$ برای فرایند هم‌دما کمتر از فرایند بی‌دررو است؛ بنابراین اگر نمودار هم‌دما را از نقطهٔ a رسم کنیم، منحنی آن زیر منحنی بی‌دررو قرار می‌گیرد. با توجه به اینکه در منحنی هم‌دما، با ۳ برابر شدن فشار، حجم گاز $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود، واضح است که $V_2 > \frac{1}{3}V_1$ است.



از طرفی می‌دانیم فرایند ab یک تراکم بی‌دررو است:

$$\left.\begin{array}{l} Q = 0 \\ W > 0 \\ \Delta U = Q + W \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta U = W \Rightarrow \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

بنابراین انرژی درونی گاز افزایش یافته و در نتیجه دمای آن نیز حتماً افزایش می‌یابد.

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینهٔ ۳

عبارت گزینهٔ ۳ در کتاب درسی آورده شده است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) تفاوت انرژی میان لایه‌ها با دور شدن از هسته کاهش می‌یابد.

۲) اتم برانگیخته لزوماً به‌حالت پایه برنمی‌گردد.

۴) در اتم هیدروژن، طول موج پرتو مربوط به انتقال $n=3 \rightarrow n=4$ در گسترهٔ مرئی $(400-700\,nm)$ قرار نمی‌گیرد.

۲۰۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

عبارت اول: در عنصرهای اصلی (دستهٔ s و دستهٔ p)، لایهٔ ظرفیت همان لایهٔ آخر اتم‌ها است. الکترون‌های ظرفیت در عنصرهای دستهٔ s در زیرلایهٔ ns و در عنصرهای دستهٔ p در زیرلایه‌های nsnp هستند که n شمارهٔ لایهٔ آخر است.

عبارت دوم: حاصل $(n+l)$ برای هر سه زیرلایه برابر ۷ است. در این حالت، زیرلایه‌ای که n کمتری دارد، انرژی آن کمتر است.

عبارت چهارم: به‌طور مثال همهٔ عنصرهای گروه‌های ۵ و ۱۵، ۵ الکترون ظرفیت دارند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: به‌طور مثال گاز نجیب هلیم ۲ الکترون ظرفیت و لیتیم ۱ الکترون ظرفیت دارد، اما لیتیم واکنش‌پذیرتر است.

عبارت پنجم: گنجایش الکترون یک زیرلایه از رابطهٔ $4l+2$ پیروی می‌کند:

$4(4)+2=18$

۲۰۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$\text{شمار مول یون‌ها در } MgS = 84g\ MgS \times \frac{1mol\ MgS}{56g\ MgS} \times \frac{2mol\ ion}{1mol\ MgS} = 3mol\ ion$$

$$\text{شمار مول کاتیون‌ها در } Na_3N = 16/6g\ Na_3N \times \frac{1mol\ Na_3N}{83g\ Na_3N} \times \frac{3mol\ Na^+}{1mol\ Na_3N} = 0/6mol\ Na^+$$

$$\frac{3}{0/6} = 5$$

۲۰۴- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$\begin{cases}\theta_1 = 217 - 273 = -56°C \\ \theta_2 = 7°C\end{cases} \Rightarrow \Delta\theta = 7 - (-56) = 63°C$$

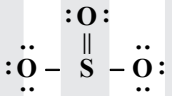
$$63°C \times \frac{1km}{5°C} = 12/6km$$

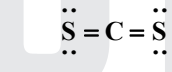
۲۰۵- پاسخ: گزینهٔ ۳

Mg_3N_2، Cu_2O و Cr_2O_3 جزء ترکیب‌های یونی هستند و در نام آن‌ها، باید از نام کاتیون + نام آنیون استفاده کنیم. NF_3 و N_2O_3 جزء ترکیب‌های مولکولی هستند و در نام آن‌ها باید از پیشوندهای یونانی استفاده شود.

۲۰۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

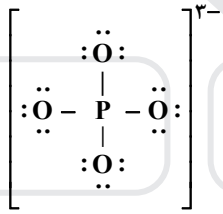
اتین: $H-C\equiv C-H$ ۵ پیوند

گوگرد تری‌اکسید:  ۴ پیوند

کربن دی‌سولفید:  ۴ پیوند

هیدروژن سیانید: $H-C\equiv N:$ ۴ پیوند

کربن مونوکسید: $:C\equiv O:$ ۳ پیوند

فسفات:  ۴ پیوند

۲۰۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: ساختار شیمیایی هر ماده، تعیین‌کنندهٔ خواص و رفتار آن است، به‌طور مثال اکسیژن و اوزون به‌دلیل تفاوت در ساختار شیمیایی، خواص متفاوتی دارند.

عبارت دوم: کربن دی‌اکسید یک اکسید نافلزی و اسیدی است و با حل شدن در آب، سبب کاهش pH آب می‌شود.

۲۰۸- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$\text{محلول } 360g \text{ : دمای } 50°C \begin{cases}162g\ KNO_3 \\ 360 - 162 = 198g\ H_2O\end{cases}$$

$$\text{درصد جرمی : دمای } 40°C = 37/5 \Rightarrow \frac{S}{S+100} \times 100 = 37/5 \Rightarrow S = 60 \text{ (انحلال‌پذیری)}$$

$$\text{جرم } KNO_3 \text{ قابل حل در دمای } 40°C = 198g\ H_2O \times \frac{60g\ KNO_3}{100g\ H_2O} = 118/8g\ KNO_3$$

$$\text{جرم رسوب} = 162 - 118/8 = 43/2g$$

$$43/2g\ KNO_3 \times \frac{1mol\ KNO_3}{100g\ KNO_3} \simeq 0/43mol\ KNO_3$$

۲۰۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

قدرت پیوندهای هیدروژنی در آب- اتانول، قوی‌تر از آب- آب و آن هم قوی‌تر از اتانول- اتانول است:

اتانول- اتانول < آب- آب < آب- اتانول : قدرت نیروهای بین‌مولکولی

(c) (b) (a)

موارد اول، سوم و چهارم درست هستند.

۲۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

ب) انحلال گازها در آب گرماده است.

ت) شیب نمودار انحلال‌پذیری پتاسیم نیترات بیشتر از سدیم نیترات است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) KCl در هگزان نامحلول است. ترکیب‌های یونی در آب حل می‌شوند.

پ) طبق قانون هنری، انحلال‌پذیری گازها با فشار رابطهٔ مستقیم دارد.

۲۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

با توجه به غلظت گوگرد در سوخت می‌توان گفت که در 10^6 گرم سوخت، ۶۴۰۰ گرم گوگرد وجود دارد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$10\times10^6\,g\ \text{سوخت}\times\frac{6400\,g\ S}{10^6\,g\ \text{سوخت}}\times\frac{1\,mol\ S}{32\,g\ S}\times\frac{1\,mol\ SO_2}{1\,mol\ S}\times\frac{1\,mol\ CaO}{1\,mol\ SO_2}\times\frac{56\,g\ CaO}{1\,mol\ CaO}\times\frac{1\,kg\ CaO}{1000\,g\ CaO}=112\,kg\ CaO$$

حال باید جرم کلسیم کربنات با خلوص ۸۰ درصد برای تولید $112\,kg$ کلسیم اکسید را حساب کنیم: $CaCO_3 \rightarrow CO_2 + CaO$

راه‌حل اول:

$$112\,kg\ CaO\times\frac{1\,mol\ CaO}{56\,g\ CaO}\times\frac{1\,mol\ CaCO_3}{1\,mol\ CaO}\times\frac{100\,g\ CaCO_3\ \text{خالص}}{1\,mol\ CaCO_3}\times\frac{100\,g\ CaCO_3\ \text{ناخالص}}{80\,g\ CaCO_3\ \text{خالص}}=250\,kg\ CaCO_3\ \text{ناخالص}$$

راه‌حل دوم:

$$\frac{x\times\frac{80}{100}}{1\times100}=\frac{112}{1\times56}\Rightarrow x=250\,kg$$

۲۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۳

عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست هستند.

$_{35}X$ همان نافلز برم ($_{35}Br$) است.

عبارت اول: برم مانند $_{17}Y$ (کلر) در گروه ۱۷ و مانند $_{20}Z$ (کلسیم) در دورهٔ چهارم قرار دارد.

عبارت دوم: برم نافلز است و در واکنش‌ها با فلزها، می‌توانند ترکیب یونی تشکیل دهد و در ترکیب با نافلزها، با اشتراک الکترون، ترکیب مولکولی تشکیل می‌دهد.

عبارت چهارم: برم در دمای اتاق، مایع است، اما هیچ‌کدام از عنصرهای دورهٔ چهارم و یا گروه ۱۷، به‌حالت مایع نیستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت سوم: در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد؛ بنابراین بزرگ‌ترین شعاع اتمی در دورهٔ چهارم متعلق به $_{19}K$ است.

عبارت پنجم: در گروه ۱۷، فلوئور بیشترین واکنش‌پذیری را دارد.

۲۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

هر دو عنصر نیکل و تیتانیم جزء عنصرهای واسطهٔ دورهٔ چهارم هستند. نیکل در گروه ۱۰ و تیتانیم در گروه ۴ قرار دارد.

$$_{28}Ni:[_{18}Ar]3d^8 4s^2\ ,\ _{22}Ti:[_{18}Ar]3d^2 4s^2$$

۲۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳

عبارت‌های دوم، سوم و چهارم درست هستند.

$$I)\ 4Fe(OH)_2 + 2H_2O + O_2 \rightarrow 4Fe(OH)_3 \qquad II)\ 2Al(OH)_3 + 3H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 6H_2O$$

عبارت دوم: در واکنش (I)، عدد اکسایش آهن و اکسیژن تغییر کرده است؛ بنابراین از نوع اکسایش- کاهش است. در واکنش (II)، باز $Al(OH)_3$ و اسید H_2SO_4 با هم واکنش داده‌اند.

عبارت سوم:

$$1\,mol\ H_2SO_4\times\frac{6\,mol\ H_2O}{3\,mol\ H_2SO_4}\times\frac{18\,g\ H_2O}{1\,mol\ H_2O}=36\,g\ H_2O$$

عبارت چهارم: مجموع ضریب‌های استوکیومتری واکنش‌دهنده‌ها در واکنش (I) با مجموع ضریب‌های استوکیومتری فراورده‌ها در واکنش (II) یکسان و برابر با ۷ است.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت اول:

$$1070\,g\ Fe(OH)_3\times\frac{1\,mol\ Fe(OH)_3}{107\,g\ Fe(OH)_3}\times\frac{2\,mol\ H_2O}{4\,mol\ Fe(OH)_3}\times\frac{6/02\times10^{23}\ \text{مولکول}\ H_2O}{1\,mol\ H_2O}=3/01\times10^{24}\ \text{مولکول}\ H_2O$$

۲۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۱

معادلهٔ موازنه‌شدهٔ واکنش به‌صورت روبه‌رو است: $Na_2SiO_3 + 8HF \rightarrow H_2SiF_6 + 2NaF + 3H_2O$

راه‌حل اول:

$$0/3\,mol\,HF \times \frac{2\,mol\,NaF}{8\,mol\,HF} \times \frac{42\,g\,NaF}{1\,mol\,NaF} = 3/15\,g\,NaF$$

راه‌حل دوم:

$$\frac{0/3}{8\times1} = \frac{x\,g}{2\times42} \Rightarrow x = 3/15\,g$$

قسمت دوم:

راه‌حل اول:

$$0/3\,mol\,HF \times \frac{1\,mol\,Na_2SiO_3}{8\,mol\,HF} \times \frac{122\,g\,Na_2SiO_3\,\text{خالص}}{1\,mol\,Na_2SiO_3} \times \frac{100\,g\,Na_2SiO_3\,\text{ناخالص}}{80\,g\,Na_2SiO_3\,\text{خالص}} \simeq 5/7\,g\,Na_2SiO_3\,\text{ناخالص}$$

راه‌حل دوم:

$$\frac{0/3}{8\times1} = \frac{x\times\frac{80}{100}}{1\times122} \Rightarrow x \simeq 5/7\,g$$

۲۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۱

$$2Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 4Fe + 3CO_2$$
$$2Al + Fe_2O_3 \rightarrow Al_2O_3 + 2Fe$$

$$\text{مول Fe}: 1/8\times10^3\,g\,C \times \frac{1\,mol\,C}{12\,g\,C} \times \frac{4\,mol\,Fe}{3\,mol\,C} \times \frac{85}{100} \simeq 170\,mol\,Fe$$

$$\text{جرم Fe}: 170\,mol \times \frac{56\,g}{1\,mol} \times \frac{1\,kg}{1000\,g} = 9/52\,kg$$

طبق معادلهٔ موازنه‌شدهٔ ترمیت خواهیم داشت:

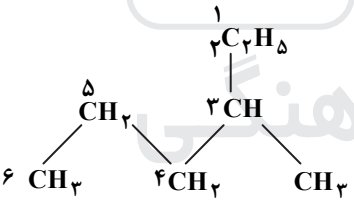
$$\text{جرم Al}: 170\,mol\,Fe \times \frac{2\,mol\,Al}{2\,mol\,Fe} \times \frac{27\,g\,Al}{1\,mol\,Al} \times \frac{1\,kg}{1000\,g} = 4/59\,kg\,Al$$

۲۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲

موارد «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

الف) زنجیر اصلی ۶ اتم کربن دارد و نام درست ترکیب، ۳- متیل هگزان است.



۳- متیل هگزان

ت) ۲، ۳، ۴- تری‌متیل هپتان

$$CH_3(CH_2)_2CH(CH_3)CH(CH_3)CH(CH_3)_2 \rightarrow \overset{7}{C}H_3-\overset{6}{C}H_2-\overset{5}{C}H_2-\overset{4}{C}H(\overset{|}{CH_3})-\overset{3}{C}H(\overset{|}{CH_3})-\overset{2}{C}H(\overset{|}{CH_3})-\overset{1}{C}H_3$$

۲۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

دومین عضو خانوادهٔ آلکن‌ها، پروپن با فرمول C_3H_6 است.

راه‌حل اول:

$$C_3H_6 + Cl_2 \rightarrow C_3H_6Cl_2$$

$$8/4\,g\,C_3H_6 \times \frac{1\,mol\,C_3H_6}{42\,g\,C_3H_6} \times \frac{1\,mol\,C_3H_6Cl_2}{1\,mol\,C_3H_6} \times \frac{113\,g\,C_3H_6Cl_2}{1\,mol\,C_3H_6Cl_2} = 22/6\,g\,C_3H_6Cl_2$$

راه‌حل دوم:

$$\frac{8/4}{1\times42} = \frac{x}{1\times113} \Rightarrow x = \frac{113\times\cancel{84}^{2}}{\cancel{42}\times10} = 22/6\,g\,C_3H_6Cl_2$$

۲۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۱

عبارت‌های «الف» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) این واکنش، گرماده است و تأمین شرایط بهینه برای انجام آن بسیار دشوار و پرهزینه است.

ت) فشار ثابت درست است و نه حجم ثابت!

۲۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۴

ارزش سوختی یعنی گرمای آزاده‌شده به‌ازای سوختن یک گرم ماده.

$$\text{بنزن: } 1g\ C_6H_6 \times \frac{1mol\ C_6H_6}{78g\ C_6H_6} \times \frac{64kJ}{0/02mol\ C_6H_6} \simeq 41kJ$$

$$\text{اتانول: } 1g\ C_2H_6O \times \frac{1mol\ C_2H_6O}{46g\ C_2H_6O} \times \frac{138kJ}{0/1mol\ C_2H_6O} = 30kJ$$

$$\frac{\text{ارزش سوختی بنزن}}{\text{ارزش سوختی اتانول}} = \frac{41}{30} \simeq 1/37$$

از سوختن هر مول بنزن (C_6H_6)، ۶ مول CO_2 تولید می‌شود:

$$0/02mol\ C_6H_6 \times \frac{6mol\ CO_2}{1mol\ C_6H_6} = 0/12mol\ CO_2$$

۲۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

$$N_2 + 2H_2 \rightarrow H_2N-NH_2$$

$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\Delta H(N \equiv N) + 2\Delta H(H-H)\right] - \left[\Delta H(N-N) + 4\Delta H(N-H)\right] = \left[941 + 2(435)\right] - \left[159 + 4(389)\right] = 96kJ$$

$$3/01 \times 10^{25} H_2 \text{ مولکول} \times \frac{1mol\ H_2}{6/02 \times 10^{23} H_2 \text{ مولکول}} \times \frac{96kJ}{2mol\ H_2} = 2400kJ$$

۲۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

غلظت محلول، ماهیت حلال و حل‌شونده و دما بر خواص یک محلول تأثیر دارند.

۲۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۱

A واکنش‌دهنده و E و D فراورده هستند، زیرا غلظت A با گذشت زمان کاهش و غلظت E و D افزایش‌یافته است.

تغییرات غلظت مواد در یک بازهٔ زمانی دلخواه (مانند ۰ تا ۳۰۰ ثانیه) حساب می‌کنیم:

$$|\Delta[A]| = |0/012 - 0/020| = 0/008 \Rightarrow 2$$

$$|\Delta[E]| = |0/016 - 0| = 0/016 \Rightarrow 4 \qquad \Rightarrow 2A \rightarrow 4E + D$$

$$|\Delta[D]| = |0/004 - 0| = 0/004 \Rightarrow 1$$

$$\frac{\text{مجموع ضرایب فراورده‌ها}}{\text{مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

۲۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: پلی‌استرها و پلی‌آمیدها به‌کندی تجزیه می‌شوند.

عبارت چهارم: پلی‌لاکتیک اسید را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. شیر ترش‌شده دارای لاکتیک اسید است، اما برای تهیهٔ آن به‌کار نمی‌رود.

عبارت پنجم: پلیمرهای حاصل از هیدروکربن‌های سیرنشده، ماندگارند و نسبت به پارچه‌های پلی‌آمیدی بیشتر در طبیعت باقی می‌مانند.

۲۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

عبارت دوم: یک ترکیب کم‌محلول (مانند کلسیم‌سولفات) و حتی یک ترکیب نامحلول در آب (مانند نقره‌کلرید) می‌توانند الکترولیت قوی باشند، زیرا همان مقدار کمی که از آن‌ها در آب حل می‌شود، به‌طور کامل به یون‌های سازنده تفکیک می‌شود.

عبارت سوم: برخی از ترکیب‌های مولکولی مانند HCl در آب یون تولید می‌کنند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول: جامدهای یونی اکسیژن‌دار مانند Na_2O و BaO، باز آرنیوس هستند، زیرا با حل شدن در آب، غلظت یون هیدروکسید را افزایش می‌دهند.

عبارت چهارم: در لحظهٔ برقراری تعادل در سامانهٔ اسیدهای ضعیف، لزوماً مول یون‌ها $(M\alpha)$ با غلظت مولکول‌ها $(M - M\alpha)$ برابر نیست.

۲۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{M-[H^+]} \Rightarrow [H^+]^2 + ۰/۱[H^+] - ۰/۰۲ = ۰ \Rightarrow [H^+] = ۰/۱$$

$$pH = -\log[H^+] = ۱$$

اگر pH محلول نیتریک اسید برابر با ۱ باشد، غلظت نیتریک اسید در محلول، ۰/۱ مولار است:

$$\frac{۰/۱mol}{L} \times \frac{۶۳g}{۱mol} = ۶/۳g \cdot L^{-۱}$$

۲۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

چگالی محلول اولیه $۱/۵g \cdot mL^{-۱}$ است:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{\text{چگالی} \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow [NaOH] = \frac{۱۰ \times ۵۰ \times ۱/۵}{۴۰} = ۱۸/۷۵ mol \cdot L^{-۱}$$

$$M_۱V_۱ = M_۲V_۲ \Rightarrow ۴/۸ \times ۱۸/۷۵ = M_۲ \times ۷۵۰ \Rightarrow M_۲ = ۰/۱۲ mol \cdot L^{-۱}$$

$$۰/۱۲ = \frac{۱ \times \text{درصد جرمی} \times ۱۰}{۴۰} \Rightarrow \text{درصد جرمی } NaOH = ۰/۴۸ \Rightarrow ppm = ۰/۴۸ \times ۱۰^۴ = ۴۸۰۰$$

$$۴۸۰۰g\ NaOH \times \frac{۲۳g\ Na^+}{۴۰g\ NaOH} = ۲۷۶۰g\ Na^+ \Rightarrow ppm(Na^+) = ۲۷۶۰$$

$$NaOH + HCl \rightarrow NaCl + H_۲O$$

$$\frac{۷۵۰}{۱۰۰۰}L \times \frac{۰/۱۲mol\ NaOH}{۱L} \times \frac{۱mol\ HCl}{۱mol\ NaOH} \times \frac{۳۶/۵g\ HCl}{۱mol\ HCl} = ۳/۲۸۵g\ HCl$$

$$\text{درصد خلوص } HCl = \frac{۳/۲۸۵}{۷/۳} \times ۱۰۰ = ۴۵$$

۲۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$[H^+] = \frac{۲/۵ \times ۱۰^{-۱۰} mol}{۰/۲۵L} = ۱۰^{-۹} mol \cdot L^{-۱}$$

$$[H^+][OH^-] = ۱۰^{-۱۴} \Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۱۰^{-۹}} = ۱۰^{-۵} mol \cdot L^{-۱}$$

با توجه به اینکه MOH یک باز قوی است، غلظت مولی باز با غلظت یون هیدروکسید برابر است.

در محلول باز قوی باریم هیدروکسید، غلظت یون هیدروکسید دو برابر غلظت محلول است:

$$[OH^-] = ۲[Ba(OH)_۲] \Rightarrow [Ba(OH)_۲] = \frac{۱۰^{-۵}}{۲} = ۵ \times ۱۰^{-۶} mol \cdot L^{-۱}$$

۲۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۴

$_{۱۴}Si$: دومین عنصر فراوان پوستهٔ جامد زمین $\Rightarrow$ عدد اتمی $X = ۱۴ - ۷ = ۷ \Rightarrow$ X همان نیتروژن است

نیتروژن، اسید $HNO_۳$ و باز $NH_۳$ تولید می‌کند. در $HNO_۳$، عدد اکسایش نیتروژن بیشترین مقدار (۵+) و در $NH_۳$، عدد اکسایش نیتروژن کمترین مقدار ممکن (۳-) برای آن است.

۲۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۳

یون‌های موجود در ترکیب‌های داده‌شده را می‌توان به‌صورت روبه‌رو در نظر گرفت: $AX \Rightarrow A^{۲+}X^-$ $AD \Rightarrow A^{۲+}D^{۲-}$

D می‌تواند در گروه ۱۶ و X در گروه ۱۷ قرار داشته باشد. با توجه به اینکه D و X در یک دوره قرار دارند و در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد. شعاع اتمی D از X بزرگ‌تر است.

در یون‌های یک دوره، هرچه مقدار بار آنیون بیشتر باشد، شعاع آن بزرگ‌تر است؛ بنابراین شعاع X^- از $D^{۲-}$ کوچک‌تر است.

۲۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۴

واکنش‌های اول و چهارم از نوع اکسایش- کاهش نیستند، زیرا در آن عدد اکسایش هیچ عنصری تغییر نکرده است.

واکنش دوم: $۳I_۲ + ۵ClO_۳^- + ۳H_۲O \rightarrow ۶IO_۳^- + ۶H^+ + ۵Cl^-$

مجموع ضرایب گونه‌ها = ۲۸

واکنش سوم: $Pb(OH)_۳^- + ClO^- \rightarrow PbO_۲ + Cl^- + OH^- + H_۲O$

مجموع ضرایب گونه‌ها = ۶

$۲۸ - ۶ = ۲۲$

۲۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۱

عبارت‌های دوم و چهارم درست هستند.

عبارت دوم: E° نیم‌واکنش Pt^{2+} / Pt نسبت به نیم‌واکنش Pb^{2+} / Pb بیشتر است؛ بنابراین گونهٔ سمت راست آن، اکسندهٔ قوی‌تر است.

در سلول‌های گالوانی، با اکسایش فلز در آند و تولید الکترون، سطح تیغه دارای بار منفی می‌شود.

عبارت چهارم: با انجام کامل واکنش، ۲ مول الکترون مبادله می‌شود؛ پس با پیشرفت واکنش به‌ازای ۲۵ درصد، خواهیم داشت:

$$e^- \text{ شمار} = \frac{۲۵}{۱۰۰} \times ۲\text{mol } e^- \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} e^-}{۱\text{mol } e^-} = ۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳} e^-$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت اول:

$$E^\circ(\text{سلول}) = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = E^\circ(Pt^{2+} / Pt) - E^\circ(Pb^{2+} / Pb) = ۱/۲ - (-۰/۱۳) = ۱/۳۳V$$

عبارت سوم: با انجام نیم‌واکنش آندی ($Pb \rightarrow Pb^{2+} + ۲e^-$)، غلظت کاتیون در بخش آندی افزایش می‌یابد.

عبارت پنجم: الکترون‌ها توسط مدار بیرونی (سیم) جابه‌جا می‌شوند نه از طریق دیوارهٔ متخلخل!

۲۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۴

$$Cu \rightarrow Cu^{2+} + ۲e^-$$

$$۸۰g\ Cu \times \frac{۱\text{mol } Cu}{۶۴g\ Cu} \times \frac{۲\text{mol } e^-}{۱\text{mol } Cu} = ۲/۵\text{mol } e^-$$

نیم‌واکنش کاتدی سلول سوختی هیدروژن به‌صورت زیر است:

$$O_۲ + ۴H^+ + ۴e^- \rightarrow ۲H_۲O$$

$$۲/۵\text{mol } e^- \times \frac{۱\text{mol } O_۲}{۴\text{mol } e^-} \times \frac{۲۲/۴L\ O_۲}{۱\text{mol } O_۲} = ۱۴L\ O_۲$$

$$۲/۵\text{mol } e^- \times \frac{۲\text{mol } H_۲O}{۴\text{mol } e^-} \times \frac{۱۸g\ H_۲O}{۱\text{mol } H_۲O} = ۲۲/۵g\ H_۲O$$

۲۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

مقدار گرمای صرفه‌جویی‌شده برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta = ۱۰۰۰ \times ۰/۸ \times (۷۰۰ - ۵۰۰) = ۱۶۰ \times ۱۰^۳ g = ۱۶۰kJ$$

$$۱۶۰kJ \times \frac{۱\text{mol } CH_۴}{۸۸۰kJ} = \frac{۲}{۱۱}\text{mol } CH_۴$$

حال باید مول متان را به حجم متان در شرایط STP تبدیل کرده و حساب کنیم که از سوختن این مقدار متان، چند گرم $CO_۲$ تولید می‌شود:

$$\frac{۲}{۱۱}\text{mol } CH_۴ \times \frac{۲۲/۴L\ CH_۴}{۱\text{mol } CH_۴} \simeq ۴/۰۷L\ CH_۴$$

$$\frac{۲}{۱۱}\text{mol } CH_۴ \times \frac{۱\text{mol } CO_۲}{۱\text{mol } CH_۴} \times \frac{۴۴g\ CO_۲}{۱\text{mol } CO_۲} = ۸g\ CO_۲$$

۲۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۲

با توجه به نمودار، واکنش گرماگیر و ΔH آن، akJ است. با توجه به معادلهٔ واکنش، برای مصرف ۱ مول A، a کیلوژول گرما نیاز است؛ بنـابراین به‌ازای مصرف ۰/۱ مول A، $۰/۱a$ کیلوژول گرما نیاز خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) $\Delta H - E_a = a - ۳a = -۲a$

۳) دما انرژی فعال‌سازی را تغییر نمی‌دهد.

۴) انرژی فعال‌سازی واکنش $۳a$ است که کمترین انرژی لازم برای انجام واکنش است.