



مؤسسه آموزشی فرهنگی

پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۹

گروه آزمایشی علوم ریاضی
(داخل کشور)

زبان و ادبیات فارسی

- پاسخ: گزینه ۲

برای پاسخ‌گویی به این سؤال که برای اولین بار در کنکور ۹۹ به کار گرفته شد، باید برسی کنیم در هر گزینه چند واژه با واژه‌های صورت سؤال هم‌معنی هستند:

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: بداندیش = بدسگال / اندیشه = تیمار / متحبیر = خیره (برگردانیدن با هیچ کلمه‌ای در صورت سؤال مترادف نیست): ۳ معنی درست

گزینه ۲: دشمن و بدخواه = عنود / خدمت = تیمار / خاندان = دوده / خوشیدن = بردمیدن: ۴ معنی درست

گزینه ۳: غمخواری = تیمار / طایفه = دوده (بدبختی و برگردانیدن با کلمه‌ای در صورت سؤال مترادف نیستند): ۲ معنی درست

گزینه ۴: بدخواه = بدسگال / کیسه‌کش حمام = دلّاک / سرگشته = خیره (مهیب با هیچ کلمه‌ای در صورت سؤال مترادف نیست): ۳ معنی درست

- پاسخ: گزینه ۴

علت نادرستی گزینه‌ها:

گزینه ۱: بر: خشکی، بیابان (درس ۱۸ یازدهم) / وبله: صدا، آواز، ناله (درس ۱۳ دهم): ۲ مورد نادرست

گزینه ۲: ایدون: این چنین (درس ۶ دوازدهم) / اشبا: همانندها (درس ۱۴ دهم) / وظیفه: وجه معاش، مقرّری (درس ۱ دوازدهم): ۳ مورد نادرست

گزینه ۳: پایمردی: خواهشگری، میانجی‌گری، شفاقت (درس ۱۲ یازدهم) / ادب‌بار: نگون‌بختی (ستایش یازدهم): ۲ مورد نادرست

گزینه ۴: پدرام: آراسته، نیکو، شاد (درس ۱۳ دهم): ۱ مورد نادرست

- پاسخ: گزینه ۳

بررسی موارد نادرست:

ب) متقاعد: مجاب، قانع شده (درس ۱۱ دوازدهم) / تقصیر: کوتاهی، گناه (درس ۱ دوازدهم)

ج) درهم: مسکوک نقره (درس ۲ دوازدهم)

- پاسخ: گزینه ۲

موارد نادرست عبارتند از: «متاع» و «قالب» که باید به صورت «مطاع» و «غالب» اصلاح شوند.

- پاسخ: گزینه ۵

موارد نادرست عبارتند از: «قریت» و «زلت» که باید به صورت «غربت» و «ذلت» اصلاح شوند.

- پاسخ: گزینه ۶

«غزا» در بیت نخست به شکل نادرست «قضا» آمده است.

- پاسخ: گزینه ۷

- پاسخ: گزینه ۸

بررسی تشبيه‌های گزینه‌ها:

گزینه ۱: طوطی طبع (اضافهٔ تشبيه‌ی) / طوطی طبع مثلاً بلبل در قفس، واله و شیدا (وجه شبیه) است: ۲ تشبيه

گزینه ۲: خاک قناعت و آب شور تمثیلاً اضافهٔ تشبيه‌ی هستند: ۲ تشبيه

گزینه ۳: خاکش (مشبه) چون (ادات) سنگ سرمه (مشبه‌به) پیرایهٔ نظرها (وجه شبیه) است. (در این بیت چشم سرمه‌سا را هم می‌توان تشبيه دانست، هم ندانست): ۲ تشبيه

گزینه ۴: تو مثل موج / عقد گوهر [مثل] خوش است / خرمن دریا (اضافهٔ تشبيه‌ی): ۳ تشبيه

- پاسخ: گزینه ۹

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: تشبيه: ندارد. / استعاره: کمند استعاره از زلف یار یا عشق است. / جناس: در و سر

گزینه ۲: تشبيه: ندارد. / استعاره: به صبا تشخيص صورت گرفته است. / جناس: ندارد.

■ «چین» را در این بیت می‌توانیم ایهام بگیریم و معنی کشور چین را هم قابل قبول بدانیم که در آن صورت چین زلف به عنوان اضافهٔ تشبيه‌ی هم قابل قبول است. این مورد را برخی ایهام تناسب می‌دانند، ولی با توجه به ایيات دیگری از حافظ که زلف یار را مانند کشوری دوردست دانسته است که دل عاشق به آن سفر کرده و از وطن خود دور افتاده است، ایهام دانستن قابل قبول تر است. در هر صورت این تشبيه تأثیری در پاسخ این تست نداشت.

گزینه ۳: تشبيه: سرای دیده اضافهٔ تشبيه‌ی است. / استعاره: گوشه استعاره از چشم است. / جناس: خیل و خیال

گزینه ۴: تشبيه: شاعر دل خود را به پیاله و جگرش را به لاله تشبيه کرده است. / استعاره: نسبت دادن سوختن جگر به لاله ایجاد تشخيص کرده است. / جناس: ندارد.

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

بررسی آرایه‌های گزینه‌ها:

گزینه ۱: حسن تعلیل: ندارد. / واج‌آرایی: تکرار صامت‌های ز (۷ بار) و ر (۷ بار)

گزینه ۲: ایهام: آب (۱) ابرو (۲) مایع حیات / کنایه: راندن از در خوش کنایه است.

گزینه ۳: استعاره: نرگس شهلا در مصراع دوم استعاره است، همچنین نسبت دادن شرم به چشمان آهو تشخیص و استعاره است. / تشبيه: چشمان یار با چشمان آهو مقایسه شده است و بر آن برتری داده شده است (تشبيه مضمر مرجح).

گزینه ۴: تلمیح: به داستان حضرت یوسف علیه السلام اشاره دارد. / ایهام تناسب: سودا به معنی عشق و خیال قابل قبول است و در معنی سیامرنگ با شب تناسب دارد.

■ ایهام تناسب «سودا» در گزینه ۴ ضعیف است، ولی چون حسن تعلیل در گزینه ۱ به هیچ عنوان قابل قبول نیست، چاره‌ای جز این نیست که سودا را ایهام تناسب بگیریم. اگرچه امکان دارد نظر طراح گزینه ۴ باشد.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

بررسی آرایه‌ها مطابق گزینه ۴:

تشبيه: بیت «ج»: سبب زندگان اضافه تشبيهی است.

استعاره: بیت «الف»: در بیت «الف» شاعر به شبنم، داشتن بستره از گل را نسبت داده است و تشخیص و استعاره وجود دارد.

حس آمیزی: بیت «د»: نگاه گرم حس آمیزی دارد.

ایهام تناسب: بیت «ب»: واژه «راست» به معنی «را است» می‌باشد و در معنی دیگر و غیرقابل قبولش، یعنی گوشاهی در موسیقی با نی تناسب دارد.

■ گزینه ۳ هم می‌تواند پاسخ درست باشد، در بیت «د» صد تنگ شکر در آستین داشتن ناله نی به معنی شیرین دانستن ناله نی است و حس آمیزی دارد. در بیت «د» ایهام تناسب وجود دارد: «تاب» به معنی توان و طاقت قابل قبول است و معنی غیرقابل قبول آن با مهتاب و آفتاب تناسب دارد.

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

بررسی اجزای جملات در هر کدام از مصراع‌ها:

(الف) از اندیشه (متهم قیدی) تا وصول (متهم قیدی) بسیار (قیدی) فرق (نهاد) باشد (= وجود دارد، فعل ناگذرا): اجزای اصلی جمله: نهاد + فعل

(ب) نظر به لاله و سبل (نهاد) دلیل صدق (مسند) نباشد (فعل اسنادی): اجزای اصلی جمله: نهاد + مسند + فعل

(ج) سعدی (نهاد) از این پس (متهم قیدی) عاقل و هشیار (مسند) نیست (فعل اسنادی): اجزای اصلی جمله: نهاد + مسند + فعل

(د) امید وصال (نهاد) همچنان (قیدی) ز سر (متهم قیدی) به در نزود (فعل): اجزای اصلی جمله: نهاد + فعل

(ه) دی (قیدی) سرو سخن‌گوی من (نهاد) به چمن (متهم قیدی) برگذشت (فعل): اجزای اصلی جمله: نهاد + فعل

■ متأسفانه طراح مطابق با دستور نظام قدیم از اجزای جمله سؤال داده است و دانستن این نکته در پاسخ‌گویی سؤال لازم بود که قید و متهم قیدی جزو اصلی جمله به حساب نمی‌آیند و این مطلب در کتاب درسی نظام جدید مطرح نشده است؛ ولی دانش‌آموز باهوش فقط با رد کردن بیت «ب» که مشخص بود جمله به صورت (نهاد + مسند + فعل) است، به سادگی به جواب می‌رسید.

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ بین واژه‌ها رابطه تضمن وجود دارد، ولی در گزینه ۲، واژه‌ها با هم رابطه ترادف دارند.

■ رمضان و تشنگی تضمن ندارند، ولی چاره‌ای جز پذیرش آن نیست.

۱۴- پاسخ: گزینه ۱

بررسی صفت‌های مرکب گزینه‌ها:

گزینه ۱: دوست‌گش / بیگانه‌پرور / دیرجوش / زورنج / سست‌پیمان / سخت‌دل / مشکل‌پسند / آسان‌گسل: ۸ واژه مرکب

گزینه ۲: آتش‌بار / یأس‌آور / امیدسوز / دردافکن / درمان‌گسل: ۵ واژه مرکب

گزینه ۳: مردم‌فریب / تقواکش / ایمان‌گسل: ۳ واژه مرکب

گزینه ۴: گوهربیز / مرجان‌فروش / خون‌ریز / شربان‌گسل: ۴ واژه مرکب

۱۵- پاسخ: گزینه ۴

صفت مضافق‌الیه در ابیات:

(الف) ندارد. گروه‌های «این عالم»، «وصال سبزخطان»، «باغ خلد»، «این ریحان جان‌پرور» مهم‌ترین گروه‌های این بیت‌اند و هیچ وابسته وابسته‌ای ندارد.

(ب) «آن» در «نگاه آن سمن‌بر» صفت مضافق‌الیه است.

(ج) «این» در «گل این باغ» صفت مضافق‌الیه است.

(د) ندارد. «آن زلف معنبر» صفت مضافق‌الیه ندارد.

(ه) «آن» در «رخسار آن خورشید‌طلعت» صفت مضافق‌الیه است.

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: در این ابیات هر سه فعل «نیست» ناگذر هستند و مسند نمی‌خواهد.

گزینهٔ ۲: «ت» در «لعل لبت» مضارف‌الیه مضارف‌الیه است. / «یک ذره» هم ترکیب وصفی است.

گزینهٔ ۳: «را» در بیت اول حرف اضافه است و در بیت دوم نشانه مفعول.

گزینهٔ ۴: مصراع اول بیت دوم چهار جزیی با مفعول و مسند است: «دهن تو (نهاد) ما (مفعول) را نیست (مسند) می‌پندارد (فعل).

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۳

بررسی مفهوم گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: اگر چهره‌ات زشت شده است، اخلاقت را در عوض خوب کن. اگر به بیت این گونه نگاه کنیم که انسان در پیری زشت می‌شود، می‌توانیم این نتیجه را بگیریم که شاعر می‌گوید: اکنون که پیر و زشت شدی اخلاقت را نیک کن، پس این مفهوم را به‌سختی می‌توانیم از بیت استخراج کنیم: دریافت‌ن باقی عمر

گزینهٔ ۲: بیت در نکوهش تزویر و ریاکاری و برتری مستی بدون فربکاری بر زهد ریاکارانه است.

گزینهٔ ۳: تأکید اصلی بیت بر باقی ماندن نام نیک عاشق جان باز است.

گزینهٔ ۴: مفهوم اصلی بیت سوال برتری باران جانی بر جان (از جان خود می‌توان گذشت، ولی از دوستان جانی نمی‌توان برد) است. بهزحمت از بیت تأثیر عشق را می‌توانیم استنباط کنیم، چون مفهوم جان‌باختن در راه دوست جز با عشق توجیه نمی‌شود!

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴، سخن از قناعت کردن به کمترین‌ها است، ولی در گزینهٔ ۲ مفهوم اصلی نکوهش عبرت نبردن از حوادث است.

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۳

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴، سخن از خرم‌شدن جهان در بهار و روییدن گل‌ها است، اما در گزینهٔ ۳ سخن از حسن یار است.

۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۲

در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ مفهوم مشترک سنجیده‌گویی و با فکر و تأمل رفتارکردن است و با بیت سوال تناسب دارند. در گزینهٔ ۲ سخن از این است که نباید سخنی بگوییم که ناباور باشد و به نظر دروغ برسد.

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲

مفهوم بیت سوال و گزینهٔ ۲ این است که بدون فنا کسی به وصال یار نمی‌تواند، برسد.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: طلب دیدار یار به‌دلیل نزدیک‌دانستن مرگ خود

گزینهٔ ۳: کسی که قدر زمان وصال را ندادن، گرفتار فراق می‌شود.

گزینهٔ ۴: بی‌اهمیت دانستن فقر و درویشی و برتری بقای عشق و مستی بر آن

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ سخن از این است که عشق پنهان نمی‌ماند و ظاهر عاشق افشاکننده راز اوست؛ اما در گزینهٔ ۴، مفهوم اصلی این است که هر کس شایسته اسرار عشق نیست.

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۳

در گزینهٔ ۳ همانند بیت صورت سوال سخن از مشکل‌گشا بودن دعای سحر است و توصیه به دعای شب و سحر است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: نفرین کردن دشمنان یار

گزینهٔ ۲: آرزو کردن برای برآوردهشدن دعای پادشاه

گزینهٔ ۴: همیشه دعاکردن برای دولت و سعادتمندي یار

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۱

در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ سخن از خودبی‌خود شدن عاشق با دیدن یار و جلوه معمشوق است، ولی در گزینهٔ ۱ شاعر معتقد است حسن یار نیاز به آرایش و زیور ندارد.

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۴

در گزینهٔ ۴ همانند صورت سوال مفهوم خودحسابی آشکار است.

(زبان عربی)

۲۶- پاسخ: گزینه ۱

ذکر و انش: یک نو و یک ماده (رد گزینه‌های ۲ و ۳)/ جعلناکم شعوباً و قبائل: شما را ملت‌ها و قبائل قرار دادیم (رد سایر گزینه‌ها)/ لتعارفو: تا یکدیگر را بشناسید (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

من اراد: هر کس بخواهد (رد سایر گزینه‌ها)/ آن ینجح: (که) پیروز شود (رد گزینه ۳)/ مستشاره الحکیم: مشاور دانای خود (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۲۸- پاسخ: گزینه ۲

قام گزینه‌های این سؤال دارای خطاب بودند، اما کلید سازمان سنجش گزینه ۲ بوده است.

شم: سپس (رد سایر گزینه‌ها)/ آن نعتذر منه: از او معذرت خواهی کنیم (رد سایر گزینه‌ها)/ بذلک: به آن (رد گزینه‌های ۱ و ۳)

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

الهمس الذی: پیچ‌پیچ کردنی که (رد گزینه‌های ۲ و ۳)/ التعلم: آموختن (رد گزینه‌های ۱ و ۲)/ یضرک ضرراً لا تتنبه: به تو ضرری می‌زند که... (رد سایر گزینه‌ها)

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

هناک: وجود دارد، هست (رد گزینه‌های ۲ و ۴)/ مجموعه من الدّرر: مجموعه‌ای از مرواریدها (رد گزینه‌های ۱ و ۴)/ مثات آلاف: صدها هزار (رد گزینه‌های ۱ و ۲)/ تسمی: نامیده می‌شود (رد گزینه‌های ۱ و ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۱

قوّة هذا الإعصار: قدرت این گردداد (رد سایر گزینه‌ها)/ تسحب: می‌کشاند (رد گزینه‌های ۲ و ۴)/ مکان بعید: مکانی دور (رد گزینه‌های ۲ و ۳)/ کیلومترِ من: کیلومتری از (رد سایر گزینه‌ها)

۳۲- پاسخ: گزینه ۴

عمر نوع: عمر نوعی (رد گزینه‌های ۱ و ۲)/ الأشجار الطويلة العجيبة: درختان بلند عجیب (رد گزینه‌های ۱ و ۳)/ قد يصل: گاهی... می‌رسد (رد گزینه‌های ۲ و ۳)/ إلى أكثر من: به بیش از (رد گزینه‌های ۲ و ۳)

۳۳- پاسخ: گزینه ۳

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) لن تكون: نخواهد بود

۲) آیات ربنا الكبرى: نشانه‌های بزرگ پروردگارمان

۴) چشم فقط در بعضی حیوانات مانند آفتاب پرست در دو جهت می‌چرخد!

۳۴- پاسخ: گزینه ۴

یحیینا: از ما محافظت می‌کند

۳۵- پاسخ: گزینه ۱

یک ساعت تغّر: تغّر ساعه (رد سایر گزینه‌ها)/ هفتاد سال عبادت: عباده سبعین سنه (رد سایر گزینه‌ها)

■ ترجمة متن:

«ماهی‌گیری به عنوان یکی از بیشترین شغل‌هایی که انسان برای اداره زندگی اش به آن مشغول است به شمار می‌رود، تا زندگی خود را اداره کند خصوصاً در مناطق ساحلی یا مناطقی که توسط دریاچه‌ها و رودها احاطه شده است، به طوری که گوشت ماهیان یکی از مهم‌ترین منابع غذایی را تشکیل می‌دهد که انسان در جهان، از آن بهره می‌برد! چنان‌که ماهیان منبع غذایی مهمی برای انسان در روزگاران قدیم بوده است و در بسیاری از نگاره‌های قدیمی سنگی مربوط به عصر فراعنه یافت شده است که بر صید ماهیان توسط آن‌ها و روش آن‌ها برای تغذیه از ماهیان دلالت دارد! علاوه بر این انسان برای دست یافتن به آن، سختی نمی‌بینند! شغل ماهی‌گیری به یک ورزش محظوظ نزد بسیاری از مردم درآمده است، به طوری که تعداد کسانی که به آن می‌پردازند به حدود میلیون‌ها نفر می‌رسد! بعضی از مردم وقتی به مناطقی که در آن امکان (ماهی‌گیری) است می‌روند، مشغول صید می‌شوند، ولی با وسائل ساده! و روش‌های صید در طول زمان متحول شده و روش‌های به کار گرفته در صید متعدد شده‌اند!»

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

صورت سؤال: «نگاره‌های سنگی قدیمی دلالت بر این دارند که!»

ترجمة گزینه‌ها:

۱) مردم آرزو داشتند که مشکل گرسنگی خود را رفع کنند!

۳) گذر زمان سبب تعوّلی در کیفیت ماهی‌گیری شده است!

۲) ماهی‌گیری شغلی نوین بود که آن را از اجداد خود نیاموختیم!

۴) تنها منبع غذایی مهم از قدیم، گوشت ماهی بوده است!

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

(۱) متاجر (جمع مَتَجِر): اسم مکان

(۲) مکتبة: اسم مکان / أكابر (جمع أَكْبَر): اسم تفضیل

(۳) أرخص و أعلى: اسم تفضیل

(۴) مطابخ (جمع مَطَبَخ) والأماكن (جمع مَكَان): اسم مکان [دقیقت داشته باشد رنگ‌ها که بر وزن «أَفْعُل» هستند اسم تفضیل نمی‌باشند؛ لذا «أَبْيَض» اسم تفضیل نیست.]

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

(۱) يساعدني: «س ع د» حروف اصلی آن می‌باشد و لذا «ن» نون و قایه می‌باشد.

(۲) أَعِنْ: «ع و ن» حروف اصلی آن می‌باشد و لذا «ن» نون و قایه می‌باشد. (به تشدید روی نون دقت کنید.)

(۳) يتمئنی: «م ن ی» حروف اصلی آن می‌باشد و نون و قایه نداریم. (تشدید روی نون بهدلیل باب «تفعل» می‌باشد.)

(۴) أَعْانِي: «ع و ن» حروف اصلی آن می‌باشد و لذا «ن» نون و قایه می‌باشد.

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

«همراه با ۱۱ نفر از هم‌کلاسی‌هایم ساعت ۷ صبح به کتابخانه رفتیم! ۲ تا از دوستانمان برگشتند، اما ما ۵ ساعت آنجا ماندیم! هنگام بازگشت تعداد ما نفر و ساعت بود!»

(۱) ۱۰-۱۲ (مدّگر) (۲) ۱۲-۹ (مدّگر) (۳) ۱۰-۱۲ (مؤنث) (۴) ۱۲-۹ (مؤنث)

دقیقت داشته باشد که برای ساعت باید عدد مؤنث به کار ببریم.

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

«و هي تحمل» (واو + ضمیر + خبر) ساختار جمله حاليه می‌باشد.

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

«الْتَّفَاح» از «الفواكه» (مستثنی‌منه) جدا شده است و لذا در این گزینه اسلوب استثناء داریم. در سایر گزینه‌ها مستثنی‌منه حذف شده و اسلوب حصر داریم.

فرهنگ و معادل اسلامی

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

■ قسمت اول از ضرورت معاد سوال پرسیده شده است و آیه **(وَمَا خَلَقْنَا السَّمَاوَاتَ وَالْأَرْضَ وَمَا بَيْنَهُمَا لَا يَعْلَمُونَ)** در مورد هدفمندی عالم است و هدفمندی جهان ریشه در حکمت خدا دارد.

■ دقیقت کنید که حکمت الهی و عدل الهی از دلایل ضرورت معاد است.

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

■ خداست که بادها را می‌فرستد تا ابر را برانگیزند. (رد گزینه‌های ۲ و ۳) سپس آن ابر را به سوی سرزمینی مرده برانیم و آن زمین مرده را پس از مرگش زندگی بخشیم...»

■ بار دیگر بانگ سهمناکی در عالم می‌پیچد (نفح صور دوم) و حیات مجدد انسان‌ها (= رستاخیز آدمیان) شروع می‌شود. (رد گزینه ۱)

۵۳- پاسخ: گزینه ۴

از آیه **(يَنْبُوا إِلَيْنَا إِنْسَانٌ يَوْمَئِذٍ بِمَا قَدَّمَ وَآخَرَ)** متوجه دادن نامه اعمال می‌شویم که در مرحله دوم قیامت اتفاق می‌افتد و آیه گزینه ۴ هم نشان‌دهنده شهادت فرشتگان الهی است که آن هم در مرحله دوم قیامت اتفاق می‌افتد.

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

بدکاران در زمان مرگ **(حَتَّىٰ إِذَا جَاءَ أَحَدَهُمُ الْمَوْتُ)** از خدا تقاضای بازگشت دارند، بهدلیل اینکه شاید بتوانند کار صالحی انجام دهند و گذشته را جبراں کنند **(أَعَلَىٰ أَعْمَلُ صَالِحًا فِيمَا تَرَكَتْ)** (رد گزینه‌های ۱ و ۲) و در روز قیامت نیز ناله حسرت دوزخیان بلند می‌شود و می‌گویند که **«إِنَّ كَاهَشَ بِهِ دُنْيَا بَازْغَرْدَانَهُ مَىْ شَدِيمَ وَ آيَاتَ پُرُورِدَگَارَمَانَ رَا تَكْذِيبَ نَمَى كَرْدِيمَ وَ ازْ مَؤْمَنَانَ بُودِيمَ»**.

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

■ صورت سؤال چگونگی رسیدن به سعادت و اصلاح نفس را خواسته است. دقیقت کنید که انسان با محاسبه نفس به عیوب‌ها آگاه می‌شود و بر گناهان احاطه پیدا می‌کند و از این راه است که می‌تواند به سعادت یا اصلاح برسد.

■ دقیقت کنید که گزینه ۱، صرفاً به رسیدن به سعادت اشاره می‌کند و چگونگی آن را بیان نمی‌کند و از گزینه ۲ هم فقط اصلاح نفس برداشت می‌گردد، اما چگونگی آن مفهوم نمی‌گردد.

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

- فرموده امام خمینی^(۴) به ضرورت بیزاری از دشمنان خدا و مبارزه با آن‌ها یا به عبارتی «تبیری» اشاره دارد و تنها، آیه گزینه ۲ با اشاره به دستور «لا تَتَّخِذُوا عَدُوّي وَ عَدُوكُمْ أُولَئِءِ» به ضرورت نفی طاغوت و بیزاری از دشمنان خدا اشاره دارد.

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

- ادیان الهی که در اصل یک دین هستند، همواره بر پوشش تاکید داشتند... همچنین از گذشته تا زمان حاضر، زنان راهبه و قدیس یکی از کامل ترین حجاب‌ها را انتخاب کرده‌اند. این امر نشان می‌دهد که از نظر آنان، داشتن حجاب، به دینداری نزدیک‌تر است.

۵۸- پاسخ: گزینه ۱

- آب عامل ادامه حیات است. (رد گزینه‌های ۲ و ۴) و آیه هم مفهوم با آن «لِتُحْيِيَ بِهِ بَلْدَةً مَيْتَانًا» یا «وَجَعَلْنَا مِنَ الْمَاءِ كُلَّ شَيْءٍ حَيًّا» است که در گزینه ۱ ذکر شده است.

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

- بیت زیر به ختم نبوت و اینکه همه پیامبران خط حضرت ختمی مرتبت را پی می‌گرفتند، اشاره می‌کند (رد گزینه‌های ۳ و ۴) و نیز قاعده «لا ضرر و لا ضرار فی الاسلام»، به پویایی و روزآمد بودن دین از عوامل ختم نبوت اشاره دارد. (رد گزینه ۲)

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

- روشن است که منظور از آنچه موردنیاز است، نیازهای مربوط به برنامه زندگی و هدایت انسان‌هاست، یعنی همان نیازهایی که پیامبران به‌خاطر آن‌ها فرستاده شده‌اند. (رد گزینه‌های ۱ و ۲) و این سخن امام باقر علیه السلام زیرمجموعه جامعیت و همه‌جانبه بودن از دلایل اعجاز محتوایی قرآن است. (رد گزینه ۳)

۶۱- پاسخ: گزینه ۲

- کامل ترین مصدقاق «الَّذِينَ آمَنُوا وَعَمِلُوا الصَّالِحَاتِ أُولَئِكَ هُمُ الْأَبْرَارُ» آمده است. (رد گزینه‌های ۳ و ۴) و مصدقاق این آیه، امیرالمؤمنین علیه السلام است. دقت کنید که «خیرالبریه» همان کسانی هستند که ایمان و عمل صالح دارند.
- از طرفی عبارت «علیٰ مَعَ الْحَقِّ...» با بخش «تواصوا بالحق» هم مفهوم است.

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

- امیرالمؤمنین علیه السلام بارها مسلمانان را نسبت به ضعف و سستی‌شان در مبارزه با حکومت بنی امیه (رد گزینه‌های ۱ و ۲) بیم می‌داد و می‌فرمودند: «سوگند به خدایی که جانم به دست و قدرت اوست، آن مردم [شامیان] بر شما پیروز خواهد شد...» به این جهت که آنان در راه سلطی که زمامدارشان حرکت می‌کند، شتابان فرمان او را می‌برند. (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

- در ویزگی «عدالت گسترشی» می‌خوانیم که امام باقر علیه السلام می‌فرمایند: «فقیری پیدا نمی‌شود تا به او زکات داده شود.»
- در جامعه مهدوی رشد و تکامل همه افراد فراهم است. فرزندان صالح به جامعه تقدیم می‌نمایند و خیرخواه دیگران اند.

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

- این آیه نشان‌دهنده این است که توحید ربوبی «ربی و ربکم» علت توحید عملی «فاعبدوه» است که تنها در گزینه ۱ به آن اشاره شده است.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

- در اسلام، اخلاص شرط قبولی تمامی اعمال است (رد گزینه‌های ۱ و ۳) و تنها آیه‌ای که اشاره به اخلاص دارد، گزینه ۲ است که عبارت «تَقْوِيمُوا لِلَّهِ» یا قیام کردن برای خدا مصدقاقی از اخلاص است.

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

- این آیه که «(بِنِ عَقْوَبَةِ بِهِ دَلِيلٍ كَرَدَارٍ بِيَشِينَ شَمَاسَتْ...)»، اشاره به مسئولیت‌پذیری و مفهوم مجازات و پاداش دارد که تنها در گزینه ۱ آمده است.

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

- این حدیث اشاره به اهمیت یادگیری مسائل شرعی در تجارت دارد که به گناه در کسب‌وکار آلوه نشویم و در گزینه ۳ این عبارت به صورت کامل آمده است.

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

- توبه یا همان پشمیانی از گناه آثار و نتایجی دارد و مراحل تکمیلی آن عبارتند از: ۱) تلاش در جهت دورشدن از گناه ۲) جبران حقوق الهی و حقوق مردم که تنها در گزینه ۴ آمده است.

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

- بیداری و هوشیاری زمانی است که انسان می‌بیرد، همانطور که پیامبر علیه السلام می‌فرمایند «فَإِذَا ماتُوا انتبهُوا» (رد گزینه‌های ۱ و ۲) که در عبارت «احدُهُمُ الْمَوْتُ» به آن اشاره شده و در آن وقت درمی‌یابد که زندگی واقعی «حیوان» و حیات طیبه در آخرت است. (رد گزینه ۴)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

- با توجه به کلام ائمه هاشمی اولویت آراستگی ابتدا در عبادت، سپس در خانواده و در آخر در جامعه است، پس مهم‌ترین زمان برای آراستگی در عبادت است که تنها در گزینه ۲ مصدقاقی از آراستگی در عبادت آمده است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: بچه‌ها توجه ویژه‌ای کردند وقتی که معلم شروع به توضیح دادن کرد که در امتحان مهم بعدی چه چیزی خواهد بود.

- (۱) ویژه، خاص (۲) محبوب (۳) مشتاق، مایل (۴) سرگرم

۸۲- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: پرداخت غیرمنتظره هزینه تعمیر اتومبیل به پس انداز من لطمه وارد کرد.

- (۱) به طور امن (۲) مطلقاً، قطعاً (۳) به طور بی توجه (۴) به طور غیرمنتظره

۸۳- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: به نظر من همه باید به طبیعت احترام بگذاریم و دولتها باید کار بیشتری برای پیشگیری از خسارت محیطی انجام دهند.

- (۱) نیاز داشتن (۲) پیشگیری کردن (۳) محافظت کردن (۴) تبدیل کردن

۸۴- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: هنری دوست دارد که دوش‌های طولانی مدت بگیرد و از تمام آب‌گرم استفاده کند، قبل از اینکه بقیه شانسی برای حمام کردن داشته باشند.

- (۱) افتادن، سقوط کردن (۲) فوت کردن (۳) استفاده کردن (۴) خاموش کردن

۸۵- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: سخنرانی نامفهم آن مرد برای حضار بی معنا بود و بسیاری میان صحبت‌های او مکان را ترک کردند.

- (۱) قدیمی، باستانی (۲) بی شمار (۳) تک زبانه (۴) غیرقابل درک، نامفهم

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: یادگیران حرکتی دانش آموzanی هستند که در صورت فعل بودن بهتر یاد می‌گیرند.

- (۱) خوشحال (۲) احساسی، هیجانی (۳) فعال (۴) اجتماعی

۸۷- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: نه، نه ظاهراً منظور بحث مرا نفهمیدی، منظورم این است که باید بیشتر مراقب خودت باشی.

- (۱) نکته، منظور (۲) موضوع (۳) مسئله (۴) نصیحت

■ ترجمه ■ Cloze Test ■

چشم انسان خارق العاده ترین عضو طبیعت است و سطح زیادی از پیشرفت جامعه بشری احتمالاً به توسعه این عضو بستگی دارد. وقتی طبیعت برای اولین بار این ارگانیسم پیچیده و تطبیق‌پذیر را به وجود آورد، چشمان انسان عمده‌تاً جهت کار در فضای باز و زندگی استفاده می‌شدند. با فشار و استرس زندگی در فضای بسته و نورهای غیرطبیعی، چشمان ما در معرض فشار زیادی قرار دارند. گاهی اوقات بیشتر از کمک طبیعت لازم می‌شود تا چشم‌ها را برای ایفای نقش‌شان در زندگی مدرن حفظ کنیم. همچنین این نیز درست است که ما طول عمر طبیعی را تقریباً به دو برابر چیزی که در جوامع قدیمی و باستانی بودند، گسترش داده‌ایم. مشکلات بینایی با بالا رفتن سن افزایش می‌یابند و چشم‌ها با افزایش سن به مراقبت بیشتری نیاز دارند.

۸۸- پاسخ: گزینه ۴

- (۱) این عضو در حال پیشرفت است. (۲) این عضو پیشرفت می‌کند.

- (۳) توسعه دادن این عضو (۴) توسعه این عضو

نکته: در این تست ما به ترکیب اسمی نیاز داریم، چون قبل از جای خالی حرف اضافه آمده است. (مضاف و مضافق الیه)

۸۹- پاسخ: گزینه ۳

- (۱) استفاده کرد (۲) ما استفاده کردیم (۳) استفاده شدند (۴) استفاده شده‌اند

نکته: این تست مجھول است، زیرا فعل use مفعول می‌خواهد و مفعول آن نیامده است و با توجه به اینکه عمل استفاده در گذشته صورت گرفته و تمام شده است، گزینه ۳ پاسخ درست می‌باشد.

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

- (۱) خدمت کردن (۲) افزایش دادن، بهبود دادن (۳) شناسایی کردن (۴) دریافت کردن

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

- (۱) گسترش دادن (۲) جایگزین کردن (۳) پس انداز کردن، نجات دادن، ذخیره کردن (۴) مرتب و تنظیم کردن

۹۲- پاسخ: گزینه ۲

- (۱) مهارت (۲) مراقبت (۳) فضا (۴) اعتیاد

■ ترجمه درک مطلب ۱:

یک نوع پرنده به نام کبوتر آموزش دیده است که حالات چهره انسانی را تشخیص دهد و این امر باور قدیمی که طبق آن تنها انسان از سیستم های عصبی پیچیده برای انجام چنین کاری بربخوردار است را تضییف کرده است. در بعضی آزمایشات اخیر، به هشت کبوتر آموزش دیده تصاویر افرادی با حس خوشحالی، عصبانیت، تعجب و تنفس نشان داده شد. این پرنده‌گان باد گرفتند که تفاوت بین این حالات را تشخیص دهنند. نه فقط این، بلکه آن‌ها قادر بودند تا این حالت چهره را در تصاویر افراد ناآشنا تشخیص دهند. دستاورد آن‌ها البته نشان نمی‌دهد که کبوترها معنای این حالت چهره را می‌فهمند.

برخی روان‌شناسان معتقدند که به‌خاطر اهمیت حالت چهره در روابط انسانی، سیستم عصبی ویژه قادر به تشخیص حالت دقیق چهره به وجود آمد، اما کبوترها با این وجود خلاف این ایده را ثابت کردند. در حقیقت، توانایی تشخیص حالت‌های احساسی چهره لزوماً غیراکتسابی نیست، حتی در نوزادان انسان، اما ممکن است همان‌طور که کبوتران باد می‌گیرند، آموخته شوند. در آزمایش‌هایی که چند سال پیش انجام شد، مشخص شد که کبوترها تصاویر اشیاء را درست مثل انسان‌ها در ذهن خود، به صورت استدلالی طبقه‌بندی می‌کنند.

۹۳- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: موضوع این متن چیست؟

- (۱) تفاوت‌های ارتباطی بین انسان‌ها و کبوترها
 (۲) اهمیت حرکت بدن در ارتباط انسانی
 (۴) احساساتی که صورت ما می‌تواند نشان دهد.

۹۴- پاسخ: گزینه ۳

ترجمه: متن نشان می‌دهد که باور اینکه حیوانات هم قادر به تشخیص حالت چهره هستند

- (۱) ثابت می‌کند که آن‌ها می‌فهمند که هر حالت چهره چه معنایی دارد.
 (۲) در ارتباط با پرنده‌گان آموزش دیده، نه آموزش ندیده، صدق می‌کند.
 (۳) غلط از آب درآمد. (اشتباه تصور می‌شد).
 (۴) یک باور قدیمی است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدام‌یک از گزینه‌ها نگرش نویسنده را به سمت این ایده که توانایی شناخت حالت چهره و احساسات ذاتی می‌باشد، توصیف می‌کند؟

- (۱) نامطمئن (۲) ترسیده (۳) شوک‌زده (۴) سرگرم

۹۶- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: عبارت «این ایده» در پارagraf ۲ اشاره به این ایده دارد که

- (۱) کبوترها می‌توانند چیزهای جدید یاد بگیرند.
 (۲) صحبت روان‌شناسان در پاراگراف ۲ مطرح شده است.
 (۳) شناخت حالت چهره در رابطه انسانی مهم است.

■ ترجمه درک مطلب ۲:

برای بیشتر فرودگاه‌های مدرن، مسئله اصلی طراحی مقیاس است، یعنی آن‌ها باید فضای کافی روی زمین برای حرکت جت‌های بزرگ به وجود آورند و در همین حال باید راحتی و حرکت مسافران حین پرواز، خروج، ورود و انتقال از یک پرواز به پرواز دیگر را میسر سازند. بیشتر طرح‌های ترمینال‌های فرودگاهی از چهار رویکرد استفاده می‌کنند.

در طرح خطی، ساختمان ممکن است صاف یا منحنی باشد، مسافران سوار هواپیمایی می‌شوند که کنار ساختمان پارک شده است. این طرح برای فرودگاه‌های کوچک که نیاز به فراهم کردن فضای کمی برای پروازهای خود در یک زمان دارند، مؤثر واقع می‌شود.

در طرح ستونی، راهروهایی باریک یا ستون‌هایی از میان ساختمان رد می‌شوند. این طرح اجازه می‌دهد که خیلی از هواپیماها کنار ساختمان پارک کنند. با این وجود، مسافت پیاده‌روی طولانی برای مسافران ایجاد می‌کند.

در طرح ماهواره‌ای، مسافران از طریق ترمینال‌های کوچک جدا از ترمینال اصلی سوار هواپیما می‌شوند. مسافران به وسیله قطارهای سفینه‌ای شکل به ماهواره‌ها می‌رسند و یا این کار از طریق راهروهای زیرزمینی مجهز به پله برقی انجام می‌شود.

۹۷- پاسخ: گزینه ۲

ترجمه: این متن احتمالاً با ادامه پیدا می‌کند.

- (۱) بهترین طرح فرودگاهی
 (۲) رویکردی دیگر برای طرح فرودگاهی
 (۴) معایب و محسن هر طرح فرودگاهی مهم است

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

ترجمه: طبق متن طرح خطی بیشتر برای فرودگاه‌های مناسب است که

- (۱) هواپیماهای کوچک دارند.
 (۲) پروازهای داخلی ارائه می‌دهند.
 (۳) مسافران آن ترجیح می‌دهند که در سریع ترین زمانی که می‌توانند سوار هواپیما شوند.
 (۴) در آن واحد می‌توانند خدماتی به تعداد محدودی از هواپیماها ارائه دهند.

۹۹- پاسخ: گزینه ۱

ترجمه: کدامیک از کلمات زیر در متن تعریف شده است؟

- | | | | |
|------------------------|-----------------------------|--|--------------------------|
| (۱) مقیاس (پاراگراف ۱) | (۲) ترمینال‌ها (پاراگراف ۲) | (۳) سوار شدن (پاراگراف ۴) | (۴) راهروها (پاراگراف ۲) |
| ۴- پاسخ: گزینه ۴ | | ۳- ترجمه: در کدامیک از طرح‌ها در متن، اتوبوس‌ها استفاده می‌شوند و مسافران بایستی برای سوار شدن به هواپیما از تعدادی پله بالا روند؟ | |
| (۱) خطی | | (۲) ستونی | |
| (۳) ماهواره‌ای | | (۴) هیچ کدام | |

(یادیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به نمودار ون شکل رویه‌رو، هریک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

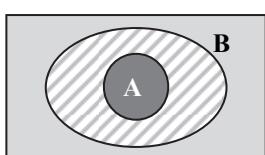
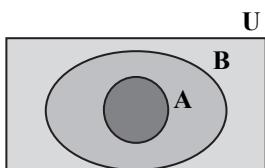
$$B - A' = B \cap A = A \quad \checkmark \quad \text{گزینه ۱}$$

$$A - B' = A \cap B = A \quad \checkmark \quad \text{گزینه ۲}$$

$$A \cap B' = A - B = \emptyset \quad \checkmark \quad \text{گزینه ۳}$$

$$B \cap A' = B - A \neq \emptyset \quad \times \quad \text{گزینه ۴}$$

واضح است که نمودار ون برای گزینه ۴ به صورت رویه‌رو است:



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۴

به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(A \cap B') \cup \{(B' \cup C') \cap [(B' \cup A) \cap B']\} = (A \cap B') \cup [(B' \cup C') \cap B'] = (A \cap B') \cup B' = B'$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

از آنجایی که $A \times B = B \times A$ ، پس بایستی $A = B$ باشد و خواهیم داشت: $\{x+2, 1, 4, y\} = \{5, 7, z, t-1\}$ که در این صورت، یکی از

چهار حالت زیر می‌تواند پدید آید:

$$1) \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \\ z=1 \\ t-1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \\ z=1 \\ t=5 \end{cases} : \{(3, 7), (1, 5)\}$$

$$2) \begin{cases} x+2=5 \\ y=7 \\ z=4 \\ t-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=7 \\ z=4 \\ t=2 \end{cases} : \{(3, 7), (4, 2)\}$$

$$3) \begin{cases} x+2=7 \\ y=5 \\ z=1 \\ t-1=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \\ z=1 \\ t=5 \end{cases} : \{(5, 5), (1, 5)\}$$

$$4) \begin{cases} x+2=7 \\ y=5 \\ z=4 \\ t-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \\ z=4 \\ t=2 \end{cases} : \{(5, 5), (4, 2)\}$$

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

راه حل اول: به کمک همارزی‌های منطقی

می‌دانیم: $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ و $p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \neg p \vee q$

$$\begin{aligned} p \Leftrightarrow q &\equiv (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) \equiv [(\neg p \vee q) \wedge \neg q] \vee [(\neg p \vee q) \wedge p] \\ &\equiv [(\neg p \wedge \neg q) \vee \underbrace{(\neg q \wedge \neg q)}_F] \vee [(\neg p \wedge p) \vee (q \wedge p)] \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge p) \equiv \neg(p \vee q) \vee (p \wedge q) \\ &\equiv (p \wedge q) \vee \neg(p \vee q) \end{aligned}$$

راه حل دوم: به کمک رسم جدول ارزش گزاره‌ها

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge q) \vee \neg(p \vee q)$
۵	۵	۵	۵	ن	۵	۵
۵	ن	ن	۵	ن	ن	ن
ن	۵	ن	۵	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	۵	۵	۵



با مقایسه دو ستون مشخص شده همارزی اثبات می‌شود.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - a$ برابر $p(a)$ است، بنابراین مطابق مفروضات مسئله $p(1) = 8$ و $p(-\frac{1}{2}) = 5$

اگر باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر چندجمله‌ای درجه دوم $-x^2 - 2x + 1$ را چندجمله‌ای درجه اول به صورت $ax + b$ در نظر بگیریم، داریم:

$$p(x) = (-x^2 - x - 1)q(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} p(1) = a + b = 8 \\ p(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \end{cases} \Rightarrow R(x) = 2x + 6$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه ۴

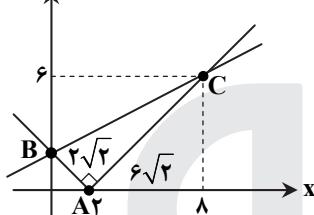
ابتدا توجه کنید که می‌توان تابع y را به صورت زیر ساده کرد:

$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

و داریم:

$$y = \begin{cases} x-2 & x \geq 2 \\ 2-x & x < 2 \end{cases}$$

حال می‌توانیم مختصات نقاط برخورد خط $y = \frac{1}{2}x + 2$ را با خطوط $y = x - 2$ و $y = 2 - x$ بدست آوریم:



$$x - 2 = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x = 8, y = 6$$

$$2 - x = \frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow x = 0, y = 2$$

با توجه به شکل، مساحت ناحیه رنگی محدود به نمودارهای دو تابع را بدست می‌آوریم؛ توجه کنید که اندازه اضلاع AB و AC را می‌توانیم با استفاده از رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABC بدست آوریم؛ بنابراین داریم:

$$AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{26+36} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2}}{2} = 12$$

۱۰۷- پاسخ: گزینه ۱

روش اول: با فرض $(g^{-1} \circ f^{-1})(20) = a$ و با توجه به تعریف تابع وارون می‌توان نوشت:

$$g^{-1}(f^{-1}(20)) = a \Rightarrow f^{-1}(20) = g(a) \Rightarrow f(g(a)) = 20$$

$$x + \sqrt{x} = 20 \quad \xrightarrow{\text{با حدس زدن}} \quad x = 16$$

$$\frac{9a+6}{1-a} = 16 \Rightarrow 9a+6 = 16 - 16a \Rightarrow 25a = 10 \Rightarrow a = \frac{2}{5}$$

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(20) = a \Rightarrow (f \circ g)^{-1}(20) = a \Rightarrow (f \circ g)(a) = 20$$

در تابع f اگر $f(x) = 20$ ، آنگاه داریم:

پس در تساوی بالا $g(a) = 16$ ؛ درنتیجه:

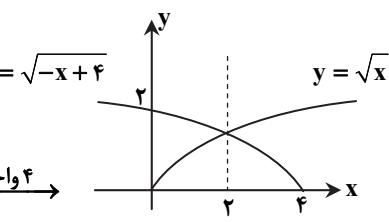
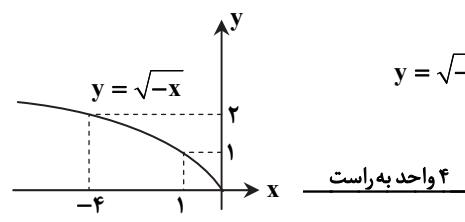
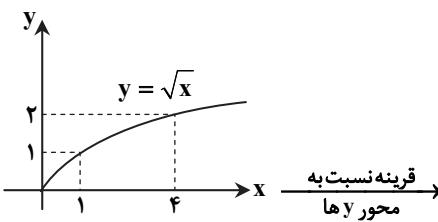
روش دوم: همواره $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ ؛ پس:

بقيه حل مشابه روش اول است.

۱۰۸- پاسخ: گزینه ۳

قرینه نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ نسبت به محور y عبارت است از: $g(x) = f(-x) = \sqrt{-x}$ ، سپس منحنی حاصل را واحد به راست انتقال می‌دهیم:

$$g(x-4) = -(\sqrt{-x}) = \sqrt{-x+4}$$



ملاحظه می‌شود که دو نمودار نسبت به خط $x = 4$ متقارن‌اند.

۱۰۹- پاسخ: گزینه ۴

می دانیم $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; پس:

$$\cos^2 C = 1 - \sin^2 C = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos C = \frac{12}{13}$$

$$\tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$$

در این صورت:

$$\tan C = \frac{AH}{CH} \Rightarrow AH = \frac{5}{12} CH \Rightarrow AH = \frac{5}{12} \times 9 = \frac{15}{4} = 3.75$$

۱۱۰- پاسخ: گزینه ۳

می دانیم $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, از طرفی در ربع دوم $\cos \alpha < 0$; پس:

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{2}{100}} = -\sqrt{\frac{98}{100}} = -\sqrt{\frac{49 \times 2}{100}} = \frac{-7\sqrt{2}}{10}$$

حالا می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \cos(3\pi - \frac{\pi}{4} + \alpha) &= \cos(3\pi - (\frac{\pi}{4} - \alpha)) = -\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = -(Cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{7\sqrt{2}}{10} + \frac{\sqrt{2}}{10} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{6\sqrt{2}}{10} \right) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه ۲

می دانیم تانژانت و کتانژانت یک کمان، وارون یکدیگرند، پس داریم:

$$\tan 3x = \frac{1}{\tan x} \Rightarrow \tan 3x = \cot x \Rightarrow \tan 3x = \tan(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$$

ابنک با دادن اعداد صحیح مناسب به k , جواب های بین صفر تا 2π را به دست می آوریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} k=4 \Rightarrow x_1 = \frac{4\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \\ k=5 \Rightarrow x_2 = \frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \\ k=6 \Rightarrow x_3 = \frac{6\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \\ k=7 \Rightarrow x_4 = \frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \\ k=8 \Rightarrow x_5 = \frac{8\pi}{2} + \frac{\pi}{8} > 2\pi \end{array} \right.$$

پس مجموع ریشه ها برابر است با:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{\pi}{4}(4+5+6+7) + 4 \times \frac{\pi}{8} = \frac{22\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{12\pi}{2} = 6\pi$$

۱۱۲- پاسخ: گزینه ۳

تا دسته نوزدهم به تعداد زیر عدد نوشته شده:

$$1+2+3+\dots+19 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

پس دسته بیستم شامل ۲۰ عدد طبیعی متولی است که با ۱۹۱ شروع و به ۲۱۰ ختم می شود و مجموع این ۲۰ عدد برابر است با:

$$S = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{20}{2} (191 + 210) = 4010$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه ۱

جرم اولیه $m = 24\text{gr}$ است؛ اگر هر ۳۰ روز یعنی یک ماه را t در نظر بگیریم، داریم:

$$m(1) = 24 - \frac{1}{10} \times 24 = \frac{9}{10} \times 24, m(2) = m(1) - \frac{1}{10} m(1) = \frac{9}{10} m(1)$$

$$m(t) = \left(\frac{9}{10}\right)^t \times 24 \Rightarrow m(t) = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^t \times 24 = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^t = \frac{1}{3}$$

در حالت کلی داریم:

حال از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\log\left(\frac{9}{10}\right)^t = \log \frac{1}{3} \Rightarrow t(\log 9 - \log 10) = \log 3^{-1} \Rightarrow t(2\log 3 - 1) = -\log 3 \Rightarrow t = \frac{-\log 3}{2\log 3 - 1} = \frac{-0/48}{2\times 0/48 - 1}$$

$$t = \frac{-0/48}{-0/04} = 12$$

$$12 \times 30 = 360$$

در نهایت باید $t = 12$ را در ۳۰ ضرب کنیم تا تعداد روزها به دست آید:

۱۱۴- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا دقت کنید که:

حد 2^{2n+1} در $n \rightarrow +\infty$ برابر $+\infty$ است؛ بنابراین از جمله‌هایی که حد آن‌ها صفر است، صرف نظر می‌کنیم؛ پس:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1} - 2^{1-2n}}{2^{2n+1} + 3 \times 2^{1-2n}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n+1}}{2^{2n+1}} = 1$$

۱۱۵- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول: مسئله صورت مبهم است. صورت و مخرج را در مزدوج مخرج ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x+5}}{2x - \sqrt{3x+1}} \times \frac{2x + \sqrt{3x+1}}{2x + \sqrt{3x+1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x - 7\sqrt{x+5})(2x + \sqrt{3x+1})}{4x^2 - 3x - 1} \\ & = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-5) \times 4}{(x-1)(4x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1) \times (-3) \times 4}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x+1}) \times 5} = \frac{-12}{10} = -1/2 \end{aligned}$$

راه حل دوم؛ به کمک قاعده هوپیتال می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \frac{7}{2\sqrt{x}}}{2 - \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}} = \frac{2 - \frac{7}{2}}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}} = -\frac{6}{5} = -1/2$$

۱۱۶- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا توجه کنید که:

$$\begin{aligned} |x-1| < 1 \Rightarrow -1 < x-1 < 1 \Rightarrow 0 < x < 2 \\ x \geq 2 \quad x-1 \geq 1 \Rightarrow x \leq 0 \quad \text{یا} \quad |x-1| \geq 1 \Rightarrow x-1 \leq -1 \end{aligned}$$

پس:

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)[x]; 0 < x < 2 \\ x^2 + ax + b; x \leq 0 \quad \text{یا} \quad x \geq 2 \end{cases}$$

تابع همواره پیوسته است؛ پس باید در $x = 0$ پیوسته باشد. البته توجه کنید که $y = (x-1)[x]$ در $x = 1$ از بازه $2 < x < 0$ پیوسته است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1)[x] = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x-1)[0^+] = -1 \times 0 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + ax + b) = b = f(b) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1)[x] = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-1)[2^-] = 1 \times 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + b) = 4 + 4a + b = f(2) \end{cases}$$

درنتیجه داریم: $b = 0$ و $4 + 4a + b = 1$ ؛ بنابراین:

$$4 + 4a = 1 \Rightarrow 4a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

۱۱۷- پاسخ: گزینه ۱

نمودار، مجانب افقی دارد، پس $a \neq 0$ ؛ در این صورت:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2x^2 + 3x}{ax^2 + bx + c} = -\frac{2}{a}$$

پس $y = -\frac{2}{a}$ مجانب افقی است؛ بنابراین:

$$-\frac{2}{a} = -1 \Rightarrow a = 2$$

ضمناً $x = -2$ و $x = 1$ مجانب‌های قائم تابع‌اند، پس ریشه‌های مخرج هم هستند؛ در این صورت داریم:

$$ax^2 + bx + c = 2(x+2)(x-1)$$

پس:

$$f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{2(x+2)(x-1)} \Rightarrow f(-1) = \frac{-5}{2(1)(-2)} = \frac{5}{4} = 1.25$$

۱۱۸- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا دقت کنید که:

$$\sqrt{1 + \tan^2 x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{1}{|\cos x|}$$

در همسایگی $x = \frac{\pi}{3}$ تابع با $\frac{1}{\cos x}$ برابر است، زیرا $\cos x > 0$ ، پس:

$$g(x) = f\left(\frac{1}{\cos x}\right) \Rightarrow g'(x) = f'\left(\frac{1}{\cos x}\right) \times \left(\frac{1}{\cos x}\right)' \Rightarrow g'(x) = f'\left(\frac{1}{\cos x}\right) \times \frac{\sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow g'\left(\frac{\pi}{3}\right) = f'(2) \times \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 4f'(2) \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 1 = 4f'(2) \Rightarrow f'(2) = \frac{1}{4}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینه ۴

آهنگ متوسط تغییر تابع برابر است با:

$$\frac{f(9) - f(5)}{9 - 5} = \frac{\sqrt{21 - 36 + 24} - \sqrt{21 - 25 + 20}}{4} = \sqrt{9} - \sqrt{16} = 3 - 4 = -1$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در x برابر $f'(x)$ است، پس:

$$f'(x) = -1 \Rightarrow \frac{-2x + 4}{2\sqrt{21 - x^2 + 4x}} = -1 \Rightarrow x - 2 = \sqrt{21 - x^2 + 4x} \quad (1) \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 21 - x^2 + 4x \Rightarrow 2x^2 - 8x - 17 = 0.$$

$$\Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 136}}{4} = \frac{4 \pm 5\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \frac{5}{2}\sqrt{2}$$

در معادله (1) باید $x \geq 2$ ، پس $x = 2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$ قابل قبول است.

۱۲۰- پاسخ: گزینه ۳

شیب خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{5x - 4}{\sqrt{x}}$ در $x = 4$ برابر $f'(4)$ است؛ پس:

$$f'(x) = \frac{5\sqrt{x} - \frac{1}{2\sqrt{x}}(5x - 4)}{(\sqrt{x})^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{10 - \frac{1}{4} \times 16}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

ضمناً $f(4) = \frac{16}{2} = 8$ است.

طول هر نقطه روی محور y برابر صفر است، پس با جایگذاری $x = 0$ در معادله داریم:

$$y - 8 = \frac{3}{2}(0 - 4) \Rightarrow y = 8 - 6 = 2 \quad x = 0$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه ۴

اگر $x_1 = \tan \alpha$ و $x_2 = \tan \beta$ باشند از آنجا که مجموع ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب آنها برابر $\frac{c}{a}$ است، داریم:

$$2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = \tan \alpha + \tan \beta = -\frac{3}{2}$$

$$x_1 x_2 = \tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{-1}{2}$$

پس:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} = \frac{-\frac{3}{2}}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} = -1$$

۱۲۲- پاسخ: گزینه ۱

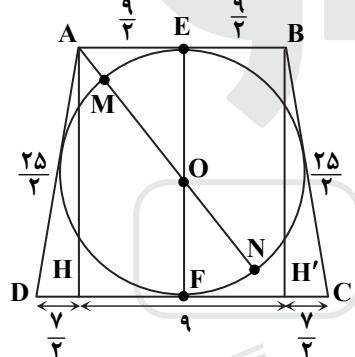
روش اول: مطابق شکل، نقطه M نزدیکترین نقطه از دایره به رأس A از قاعده کوچک ذوزنقه است. همچنین جون ذوزنقه محیطی است، پس مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل با مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر، برابر است، پس:

$$AD + BC = 9 + 16 \Rightarrow 2AD = 25 \Rightarrow AD = \frac{25}{2}$$

از طرفی به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث ADH، داریم:

$$\left(\frac{25}{2}\right)^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = \frac{625}{4} - \frac{81}{4} = \frac{544}{4} = 144 \Rightarrow AH = 12 \Rightarrow EF = 12 \Rightarrow OE = OF = OM = ON = 6$$

اینک به کمک روابط طولی در دایره، داریم:



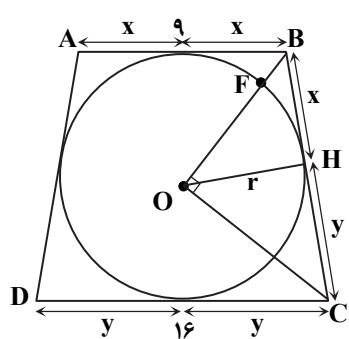
$$\frac{AM}{x} = \frac{81}{4} = x(x+12) \Rightarrow x^2 + 12x - \frac{81}{4} = 0$$

$$\Delta = (12)^2 - 4(1)(-\frac{81}{4}) = 144 + 81 = 225$$

$$\Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{-12 \pm 15}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} & \checkmark \\ x = -\frac{27}{2} & \times \end{cases}$$

روش دوم: با توجه به شکل زیر، باید طول AF را بیابیم. می‌دانیم در چهارضلعی محیطی، مرکز دایره محاطی نقطه همرسی نیمسازهای داخلی است، پس OA و OD نیمسازهای زاویه‌های A و D هستند.

از طرفی چون $AB \parallel CD$ ، پس نیمسازهای \hat{A} و \hat{D} برهم عمودند، یعنی مثلث OAD قائم‌الزاویه است. از طرفی اگر از نقطه خارج دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول دو مماس برابرند، پس مطابق شکل داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AB = 9 \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2} \\ CD = 16 \Rightarrow 2y = 16 \Rightarrow y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow AD = x + y = \frac{9}{2} + 8 = \frac{25}{2}$$

$$\Delta OAD : OH^2 = AH \cdot HD \Rightarrow r^2 = xy = \frac{9}{2} \times 8 = 36 \Rightarrow r = 6$$

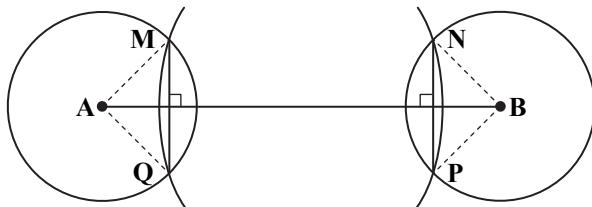
$$OA^2 = AH \cdot AD \Rightarrow OA^2 = x \times \frac{25}{2} = \frac{9}{2} \times \frac{25}{2} \Rightarrow OA = \frac{3 \times 5}{2} = \frac{15}{2}$$

حال AF را می‌باییم:

$$AF = OA - OF = OA - r = \frac{15}{2} - 6 = \frac{15 - 12}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۲۳- پاسخ: گزینه ۳

پاره خط $AB = 8$ مفروض است. به مراکز A و B دوایری به شعاع‌های ۳ و ۷ رسم می‌کنیم. می‌دانیم در دو دایره متقاطع خط‌المرکزین بر وتر مشترک عمود است؛ یعنی:

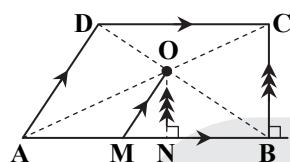


$$\left. \begin{array}{l} AB \perp MQ \\ AB \perp NP \end{array} \right\} \Rightarrow MQ \parallel NP$$

دو مثلث AMQ و BNP همنهشت هستند، پس $MQ = NP$ و در چهارضلعی $MNPQ$ دو ضلع متقابل $MQ = NP$ هم موازی و هم برابرد، پس $MNPQ$ متوازی‌الاضلاع است. از طرفی چون $NM \parallel AB \parallel PQ$ ، پس در متوازی‌الاضلاع $MNPQ$ زاویاً قائم‌هه هستند، درنتیجه چهارضلعی مستطیل است.

۱۲۴- پاسخ: گزینه ۱

شکل رویه‌رو را در نظر بگیرید. با نوشتن تالس داریم:



$$\triangle ADB : OM \parallel AD \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{OD}{OB} \quad (1)$$

$$\triangle ACB : ON \parallel BC \Rightarrow \frac{BN}{AN} = \frac{OC}{OA} \quad (2)$$

$$\triangle OAB \sim \triangle ODC \Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{OC}{OA} \xrightarrow{(1),(2)} \frac{AM}{MB} = \frac{BN}{AN}$$

چون $DC \parallel AB$ ، پس دو مثلث OAB و ODC متشابه‌اند و داریم:

اینک با یک ترکیب در مخرج داریم:

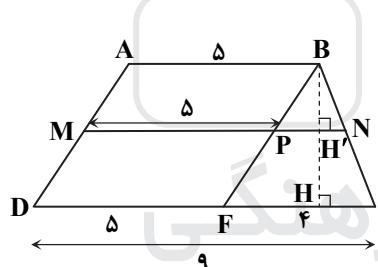
$$\frac{AM}{AM + MB} = \frac{BN}{BN + AN} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{BN}{AB} \Rightarrow AM = BN$$

بنابراین:

$$\frac{AM}{BN} = 1$$

۱۲۵- پاسخ: گزینه ۲

در شکل رویه‌رو از رأس B موازی AD رسم می‌کنیم تا DC را در F قطع کند.



چهارضلعی‌های $MPFD$ و $ABPM$ متوازی‌الاضلاع هستند. اگر از B ارتفاع BH را رسم کنیم، داریم:

$$\triangle FBC : \frac{BH'}{BH} = \frac{PN}{FC} \Rightarrow \frac{BH'}{BH} = \frac{PN}{4} \quad (1)$$

مساحت ذوزنقه $ABNM$ نصف مساحت ذوزنقه $ABCD$ است، پس:

$$S_{ABNM} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{(AB + MN)BH'}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{(AB + CD)BH}{2} \Rightarrow (5 + 5 + PN)BH' = \frac{1}{2} \times (5 + 9)BH$$

$$\Rightarrow 2(10 + PN)BH' = 14BH \Rightarrow \frac{BH'}{BH} = \frac{14}{2(10 + PN)} = \frac{7}{10 + PN} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{PN}{4} = \frac{7}{10 + PN}$$

اگر فرض کنیم $PN = x - 5$ ، آنگاه $MN = x$ و داریم:

$$\frac{x - 5}{4} = \frac{7}{10 + x - 5} \Rightarrow \frac{x - 5}{4} = \frac{7}{x + 5} \Rightarrow x^2 - 25 = 28 \Rightarrow x^2 = 53 \Rightarrow x = \sqrt{53}$$

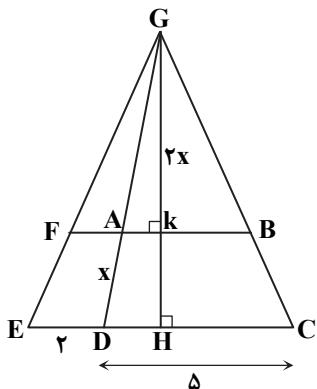
۱۲۶- پاسخ: گزینه ۳

با فرض $AD = x$ ، داریم $AG = 2x$ و اگر از G ارتفاع GH را رسم کنیم، به دلیل موازی بودن GDH و EC در مثلث GDH طبق تالس داریم:

$$\frac{GA}{GD} = \frac{GK}{GH} \Rightarrow \frac{GK}{GH} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$KH = y \xrightarrow{(1)} GK = 2y$$

با نوشتن قضیه تالس داریم:



$$\triangle GED : FA \parallel ED \Rightarrow \frac{GA}{GD} = \frac{FA}{ED} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{FA}{2} \Rightarrow FA = \frac{4}{3}$$

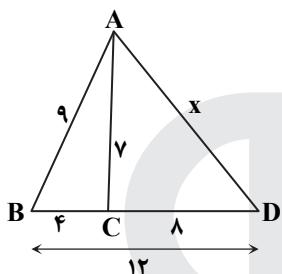
$$\triangle GDC : AB \parallel DC \Rightarrow \frac{GA}{GD} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{AB}{5} \Rightarrow AB = \frac{10}{3}$$

و در نهایت خواهیم داشت:

$$\frac{S_{AFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} GK \cdot FA}{\frac{1}{2} (AB + DC) \cdot KH} = \frac{\frac{1}{2} y \times \frac{4}{3}}{\left(\frac{10}{3} + 5\right)y} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{25}{3}} = \frac{2}{25} = \frac{2}{100} = 2\%$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه ۱

به کمک قضیه استوارت در مثلث ABD ، داریم:



$$\begin{aligned} AB^2 \cdot CD + AD^2 \cdot BC &= AC^2 \cdot BD + BC \cdot CD \cdot BD \\ \Rightarrow 9^2 \times 8 + x^2 \times 4 &= 8^2 \times 12 + 4 \times 8 \times 12 \\ \Rightarrow 648 + 4x^2 &= 512 + 384 \\ \Rightarrow 4x^2 &= 224 \Rightarrow x^2 = 56 \Rightarrow x = AD = 8 \end{aligned}$$

۱۲۸- پاسخ: گزینه ۴

در دایره بزرگ تر چون طول کمان AC برابر $\frac{4\pi}{3}$ است، داریم:

$$\ell = r \alpha \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = 4\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \widehat{AC} = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \widehat{AC} = \frac{\pi}{6}$$

θ زاویه محاطی است، پس:

در دایره کوچکتر، زاویه \hat{OMD} محاطی رو به قطر است. پس $\hat{OMD} = 90^\circ$. به همین دلیل در مثلث ACD داریم:

$$\hat{ACD} = 90^\circ \Rightarrow OM \parallel AC \Rightarrow \frac{DO}{OA} = \frac{MD}{MC} \Rightarrow \frac{MD}{MC} = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow MD = MC \quad (1)$$

همچنین در مثلث OMD داریم:

$$\triangle OMD : \cos \theta = \frac{MD}{OD} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{6} = \frac{MD}{4} \Rightarrow MD = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

طبق رابطه طولی در دایره بزرگ تر داریم: $MA \cdot MB = MC \cdot MD = MD^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$

۱۲۹- پاسخ: گزینه ۱

بر طبق قضیه هرون ابتدا نقطه B را با برداری قائم به طول ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم تا نقطه B' به دست آید. آنگاه از B' به A وصل می‌کنیم. نقطه به عرض ۴ روی خط AB' همان نقطه به طول a خواهد بود و آنگاه مسیر $AMNB$ کوتاه‌ترین مسیر است. از آنجایی که چهارضلعی $MNBB'$ متوازی الاضلاع است، پس:

$$\begin{cases} MB' = NB \\ MN = B'B \end{cases}$$

و داریم:

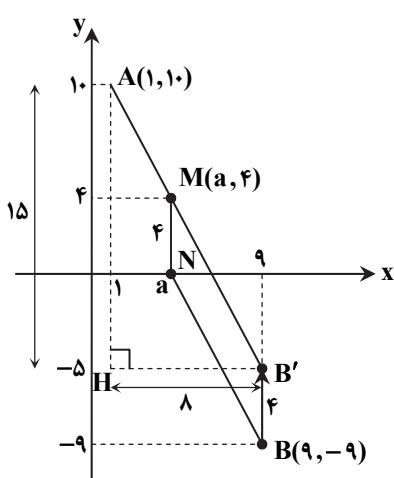
$$AMNB = AM + MN + NB = AM + MB' + B'B = AB' + 4$$

برای محاسبه طول AB' به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث AHB' ، داریم:

$$AB' = \sqrt{AH^2 + B'H^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$$

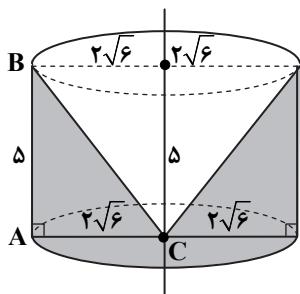
و در نهایت خواهیم داشت:

$$AMNB = AB' + 4 = 17 + 4 = 21$$



۱۳۰- پاسخ: گزینه ۴

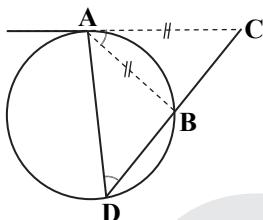
مطابق شکل، واضح است که جسم حاصل، استوانه‌ای است که به اندازه یک مخروط درون آن خالی است؛ پس داریم:



$$\begin{aligned} V &= V_{\text{استوانه}} - V_{\text{مخروط}} \\ &= \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{2}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{2}{3} \times \pi \times (2\sqrt{6})^2 \times 5 = \frac{2}{3} \times \pi \times 24 \times 5 = 80\pi \end{aligned}$$

۱۳۱- پاسخ: گزینه ۴

دو مثلث ABC و ADC به حالت برابری دو زاویه با هم متشابهند؛ زیرا داریم:

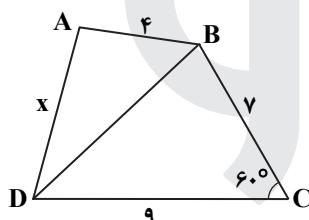


$$\left. \begin{array}{l} \hat{BAC} = \hat{D} = \frac{\hat{AB}}{2} \\ \hat{C} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADC$$

$$\xrightarrow{\text{نسبت اضلاع}} \frac{BC}{AC} = \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{DC} \xrightarrow{AB=AC} AD = DC$$

۱۳۲- پاسخ: گزینه ۲

از B به D وصل می‌کنیم. طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث DBC . داریم:



$$\begin{aligned} BD^2 &= BC^2 + DC^2 - 2BC \cdot DC \cdot \cos 60^\circ \\ \Rightarrow BD^2 &= 49 + 81 - 2 \times 7 \times 9 \times \frac{1}{2} \\ \Rightarrow BD^2 &= 130 - 63 = 67 \Rightarrow BD = \sqrt{67} \end{aligned}$$

حال با توجه به اینکه چهارضلعی $ABCD$ محاطی است؛ پس زوایای رو به روی آن مکمل‌اند و درنتیجه:

$$\hat{A} = 120^\circ$$

حال به کمک قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABD خواهیم داشت:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow 67 = 16 + x^2 - 2 \times 4 \times x \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 51 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 + \sqrt{16 - 4(-51)}}{2} = \frac{-4 + \sqrt{224}}{2} \Rightarrow x = \frac{-4 + 2\sqrt{56}}{2} = -2 + \sqrt{56} \Rightarrow x + 2 = \sqrt{56}$$

۱۳۳- پاسخ: گزینه ۱

می‌دانیم کوچکترین دایره‌ای که از دو نقطه $A(2, 5)$ و $B(-4, 1)$ می‌گذرد، دایره‌ای است به قطر AB ؛ پس مرکز دایره، وسط پاره خط AB است و داریم:

$$\text{مرکز دایره: } O\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{1+5}{2}\right) \Rightarrow O(-1, 3)$$

$$\text{شعاع دایره: } R = OA = \sqrt{(2+1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

و معادله دایره عبارت است از:

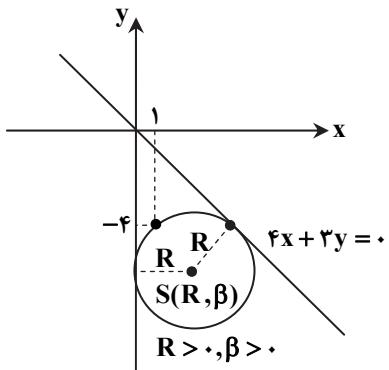
$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 13$$

و محل تلاقی دایره با محور x ‌ها از جایگذاری $y = 0$ به صورت زیر، حاصل می‌شود:

$$y = 0 \Rightarrow (x+1)^2 + 9 = 13 \Rightarrow (x+1)^2 = 4 \Rightarrow x+1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه ۲

به کمک اطلاعات مسئله و با توجه به شکل، واضح است که دایره در ربع چهارم دستگاه مختصات قرار داشته و مختصات مرکز آن (R, β) است. می‌دانیم فاصله مرکز دایره تا خط $4x + 3y = 0$ برابر شعاع دایره است و داریم:



$$R = \frac{|4R + 3\beta|}{\sqrt{16+9}} \Rightarrow 5R = |4R + 3\beta| \Rightarrow \begin{cases} 5R = 4R + 3\beta \\ -5R = 4R + 3\beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = \frac{R}{3} > 0 \\ \beta = -3R < 0 \end{cases}$$

اینک معادله دایره را نوشت و $\beta = -3R$ را در آن جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} (x-R)^2 + (y-\beta)^2 &= R^2 \\ \frac{A(1,-4)}{\beta=-3R} \Rightarrow (1-R)^2 + (-4+3R)^2 &= R^2 \\ \Rightarrow 1-2R+R^2+16+9R^2-24R &= R^2 \\ \Rightarrow 9R^2-26R+17 &= 0 \Rightarrow R = 1, R = \frac{17}{9} \end{aligned}$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه ۳

در بیضی با قطر بزرگ ۸ و قطر کوچک $2\sqrt{7}$: داریم:

$$2a = 8 \Rightarrow a = 4$$

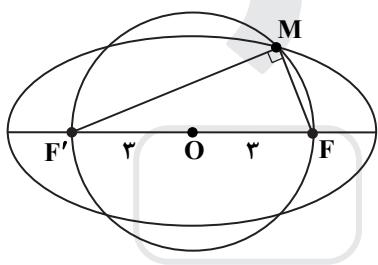
$$\sqrt{b^2} = \sqrt{7} \Rightarrow b = \sqrt{7}$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{16 - 7} = \sqrt{9} = 3$$

$$MF + MF' = 2a = 8 \Rightarrow MF' = 8 - MF$$

از طرفی زاویه محاطی \hat{M} رو به روی قطر دایره است، پس: $\hat{M} = 90^\circ$
به کمک قضیه فیثاغورس در مثلث MFF' ، داریم:

$$\begin{aligned} MF^2 + MF'^2 &= 36 \Rightarrow MF^2 + (8-MF)^2 = 36 \\ \frac{MF=x}{\Rightarrow 2x^2 - 16x + 64 - 16x + x^2 - 36 = 0} \Rightarrow 2x^2 - 16x + 28 &= 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 14 = 0 \\ \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(14)}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{2}}{2} &= 4 \pm \sqrt{2} \\ \begin{cases} MF = 4 - \sqrt{2} \\ MF' = 4 + \sqrt{2} \end{cases} \end{aligned}$$



۱۳۶- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$y^2 + ay + \frac{a^2}{4} = -bx - 1 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow (y + \frac{a}{2})^2 = -bx + \frac{a^2 - 4}{4} \Rightarrow (y + \frac{a}{2})^2 = -b(x - \frac{a^2 - 4}{4b})$$

مختصات راس سهمی و پارامتر سهمی عبارتند از:

$$S(h = \frac{a^2 - 4}{4b}, k = -\frac{a}{2})$$

$$ap = b \Rightarrow p = \frac{b}{a}$$

سهمی افقی است، پس کانون آن عبارت است از:

$$F(h \pm p, k) = (-\frac{1}{4}, -2)$$

$$(1) : h \pm p = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a^2 - 4}{4b} \pm \frac{b}{a} = -\frac{1}{4}$$

$$(2) : k = -2 \Rightarrow -\frac{a}{2} = -2 \Rightarrow a = 4$$

و از (1) و (2) داریم:

$$\frac{16 - 4}{4b} \pm \frac{b}{a} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{12}{b} \pm \frac{b}{4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow 12 \pm b^2 = -b \Rightarrow \begin{cases} b^2 - b - 12 = 0 \Rightarrow (b-4)(b+3) = 0 \Rightarrow b = 4, b = -3 \\ b^2 + b + 12 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

- پاسخ: گزینه ۴

سطر اول ماتریس A^3 و سپس سطر اول ماتریس A^3 را به دست می‌آوریم:

$$A^3 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 24 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 24 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 6 & 86 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

- پاسخ: گزینه ۳

فرض می‌کنیم $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$: خواهیم داشت:

$$AXB = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ \cdot & 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{\substack{\text{از سمت چپ} \\ \text{از سمت راست}}} A^{-1} \underbrace{AX}_{\substack{1 \\ 1}} \underbrace{B B^{-1}}_{\substack{1 \\ 1}} = A^{-1} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ \cdot & 8 \end{bmatrix} B^{-1}$$

$$\Rightarrow X = \frac{1}{10-12} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ \cdot & 8 \end{bmatrix} \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 20 & -24 \\ -16 & 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -36 & -28 \\ 16 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

- پاسخ: گزینه ۳

دترمینان ماتریس را با بسط نسبت به سطر اول، به صورت زیر به دست می‌آوریم:

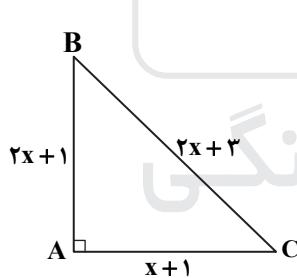
$$\begin{vmatrix} -4 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3 & 2 & 3-x \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -4[(2-x)(3-x)-2] - 1[(3-x)-3] + 1[2-3(2-x)] = 0 \Rightarrow -4[x^2 - 5x + 6 - 2] - (-x) + (2 - 6 + 3x) = 0$$

$$\Rightarrow -4x^2 + 20x - 16 + x - 4 + 3x = 0 \Rightarrow -4x^2 + 24x - 20 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x-5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 5, x = 1$$

- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به شکل و به کمک فیثاغورس، داریم:



$$\begin{aligned} (2x+3)^2 &= (2x+1)^2 + (x+1)^2 \\ \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 &= 4x^2 + 4x + 1 + x^2 + 2x + 1 \\ \Rightarrow x^2 - 6x - 7 &= 0 \Rightarrow (x-7)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 & \checkmark \\ x = -1 & \times \end{cases} \end{aligned}$$

و در نهایت، مساحت مثلث، برابر است با:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+1=15 \\ x+1=8 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60.$$

- پاسخ: گزینه ۲

عددی بر ۵ بخشیدنی است که رقم یکان آن، ۰ یا ۵ باشد؛ بنابراین مسئله را به دو حالت زیر تقسیم می‌کنیم:

حالت اول: صفر در یکان باشد:

$$\begin{array}{c} \circlearrowleft \quad \circlearrowleft \quad \circlearrowleft \quad \circlearrowleft \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 9 \times 8 \times 7 \times 1 = 504 \end{array}$$

حالت دوم: ۵ در یکان باشد:

$$\begin{array}{c} \circlearrowleft \quad \circlearrowleft \quad \circlearrowleft \quad \circlearrowright \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 8 \times 8 \times 7 \times 1 = 448 \\ \Rightarrow 504 + 448 = 952 \end{array}$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه ۴

در بسط $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3ab + 3ac + 3bc$ هر جمله به صورت $a^{x_1}b^{x_2}c^{x_3}$ است که در آن داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12 \quad (x_i \geq 0, i = 1, 2, 3)$$

می‌دانیم تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر است با:

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

پس تعداد جملات بسط $(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3ab + 3ac + 3bc$ برابر است با:

$$\binom{12+3-1}{3-1} = \binom{14}{2} = \frac{14 \times 13}{2} = 91$$

۱۴۳- پاسخ: گزینه ۲

بر طبق اصل لانه کبوتری در بدترین حالت ۲ کتاب هنر و از هر کتاب ادبی و ریاضی ۳ کتاب برمی‌داریم، یعنی $8 = 2 + 2(3)$ کتاب برداشته‌ایم

که در بین آن‌ها ۴ کتاب هم موضوع وجود ندارد.

حال اگر فقط ۱ کتاب دیگر برداریم، یا ادبی است و یا ریاضی که در این صورت حداقل ۴ کتاب هم موضوع خواهیم داشت. یعنی حداقل $8 + 1 = 9$ کتاب.

۱۴۴- پاسخ: گزینه ۳

می‌دانیم تعداد اعداد دورقمی، ۹۰ تاست. پس:

تعداد اعداد دورقمی مضرب ۳ برابر است با:

$$|A| = \left[\frac{90}{3} \right] = 30$$

تعداد اعداد دورقمی مضرب ۵ برابر است با:

$$|B| = \left[\frac{90}{5} \right] = 18$$

تعداد اعداد دورقمی مضرب ۱۵ برابر است با:

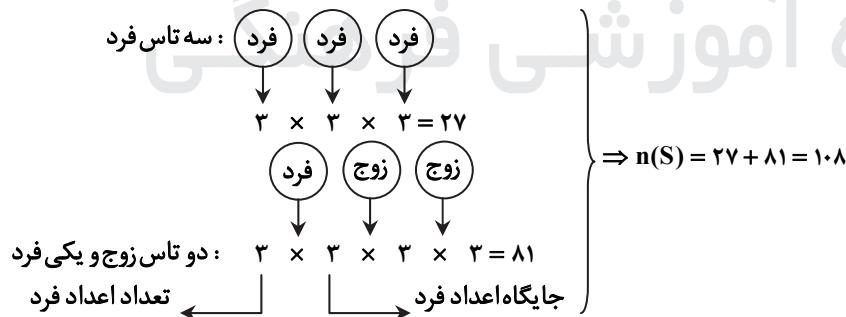
$$|A \cap B| = \left[\frac{90}{15} \right] = 6$$

بنابراین احتمال این که عدد انتخابی مضرب ۳ یا ۵ باشد، برابر است با:

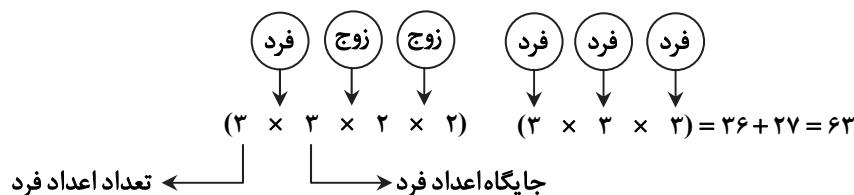
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{30 + 18 - 6}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

۱۴۵- پاسخ: گزینه ۱

مجموع سه تاس زمانی فرد است که یا هر سه فرد باشند یا دو تاس زوج و یکی فرد باشد: (فضای نمونه‌ای کاهش یافته)



حال اگر بخواهیم حداقل یکی از تاس‌ها ۲ باشد، از متمم استفاده کرده و حالت‌هایی را حساب می‌کنیم که هیچ تاسی ۲ نیاید:

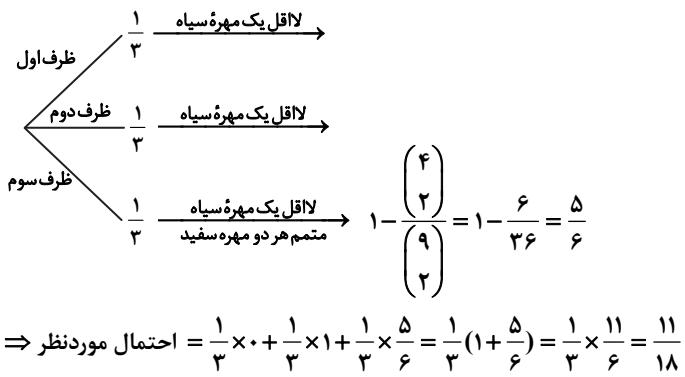


حال به کمک فرمول احتمال متمم، داریم:

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{n(A')}{n(S)} = 1 - \frac{63}{108} = \frac{45}{108} = \frac{5}{12}$$

۲- پاسخ: گزینه ۲

به کمک نمودار درختی و با استفاده از قانون احتمال کل، داریم:



$$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(1 + \frac{5}{6}) = \frac{1}{3} \times \frac{11}{6} = \frac{11}{18}$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

به کمک فرمول احتمال شرطی، داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \cdot / 25 = \frac{P(A \cap B)}{\cdot / 4} \Rightarrow P(A \cap B) = \cdot / 1$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B-A)}{1-P(A)} = \frac{P(B)-P(A \cap B)}{1-P(A)} = \frac{\cdot / 3 - \cdot / 1}{1-\cdot / 4} = \frac{\cdot / 2}{\cdot / 6} = \frac{1}{3}$$

و اینک خواهیم داشت:

۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: میانگین n داده آماری x_1, x_2, \dots, x_n با استفاده از فراوانی نسبی آنها (f_1, f_2, \dots, f_n) برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_n x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{12 \times 0 + 12 \times 0 + 18 \times 0 + 13 \times 0 + 17 \times 0 + 1 + 19 \times 0}{12 + 12 + 18 + 13 + 17 + 1} = \frac{14}{42} = 14$$

با توجه به نکته، داریم:

۵- پاسخ: گزینه ۵

با استفاده از قضیه تقسیم داریم:

$$a = 42 \cdot q + q^2$$

$$q^2 < 42 \Rightarrow q \leq \sqrt{42} \Rightarrow q = \{1, 2, 3, \dots, 6\}$$

از طرفی a مضرب ۹ است، پس داریم:

$$a = 9k (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow 42 \cdot q + q^2 \equiv 0 \pmod{9}$$

$$\Rightarrow q(q-9) \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow q \equiv 0 \pmod{9} \quad \text{and} \quad q \equiv 9 \pmod{9}$$

۶- پاسخ: گزینه ۶

برای حل این سؤال لازم است بدانیم:

$$(a, b) = d \Rightarrow \begin{cases} d | a \Rightarrow a = a'd \\ d | b \Rightarrow b = b'd \end{cases}, (a', b') = 1$$

$$[a, b] = \frac{ab}{(a, b)} = \frac{(a'd)(b'd)}{d} = \frac{a'b'd^2}{d} \Rightarrow [a, b] = a'b'd$$

اینک به کمک فرمولهای بالا داریم:

$$[a, b] = 6 \cdot d \Rightarrow a'b'd = 6 \cdot d \Rightarrow a'b' = 6.$$

$$1 \times 6 \quad \checkmark$$

$$2 \times 3 \times 1, \quad (2, 3) \neq 1$$

$$3 \times 2 \quad \checkmark$$

$$4 \times 15 \quad \checkmark$$

$$5 \times 12 \quad \checkmark$$

$$10 \times 6 \quad \times, \quad (10, 6) \neq 1$$

$$a+b=136 \Rightarrow a'd+b'd=136 \Rightarrow (a'+b')d=136 \Rightarrow d=\frac{136}{a'+b'}$$

از مقادیر a' و b' ، اعدادی قابل قبولند که مجموع آنها، مقسوم علیه ۱۳۶ باشد که فقط اعداد ۱۲ و ۵ هستند، پس

$$d=\frac{136}{5+12}=\frac{136}{17}=8 \Rightarrow a-b=a'd-b'd=(a'-b')d=(12-5)\times 8=56$$

خواهیم داشت:

۱۵۱- پاسخ: گزینه ۳

روش اول: عدد $1 - 2^{17}$ بر ۲۱۷ بخش‌پذیر است، پس طبق تعریف هم‌نهاستی داریم:

$$(1) \quad 2^n - 1 \equiv 0 \Rightarrow 2^n \equiv 1$$

حال کوچکترین مقدار n را که در رابطه بالا صدق کند را می‌یابیم:

$$2^{10} = 1024 \equiv -61 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2^{20} \equiv 3721 \equiv 32 = 2^5$$

چون $1 = (32, 217)$ ، داریم:

$$\xrightarrow{+2^5} 2^{15} \equiv 1 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} n = 15k \Rightarrow n \in \{15, 30, 45, 60, 75, 90\}$$

یعنی ۶ مقدار n وجود دارد.

روش دوم: می‌دانیم $217 = 7 \times 31$ ، پس:

$$7 \times 31 | 2^n - 1 \Rightarrow \begin{cases} 7 | 2^n - 1 \\ 31 | 2^n - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^3 - 1 | 2^n - 1 \Rightarrow 3 \text{ مضرب } n \\ 2^5 - 1 | 2^n - 1 \Rightarrow 5 \text{ مضرب } n \end{cases}$$

$$n \Rightarrow n = 15k \Rightarrow n = 15, 30, 45, 60, 75, 90 \Rightarrow 15 \text{ مضرب } 5$$

۱۵۲- پاسخ: گزینه ۲

باید داشته باشیم $\overline{aabb} = (\overline{cc})^2$ که با بسط عدد $\overline{aabb} = \overline{aabb}$ داریم:

$$\overline{aabb} = \overline{bb} + 100 \times \overline{aa} = b + 10b + 100 \times (a + 10a) = 11b + 100 \times 11a = 11(b + 100a)$$

$a \cdot b$ عدد سه رقمی است و از طرفی عدد $11 \times a \cdot b$ مریع کامل است، پس باید $\overline{a \cdot b} = 11k$ باشد و چون $\overline{a \cdot b}$ سه رقمی است، داریم:

$$k = 4 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 16 = 176 \times$$

$$k = 5 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 25 = 275 \times$$

$$k = 6 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 36 = 396 \times$$

$$k = 7 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 49 = 539 \times$$

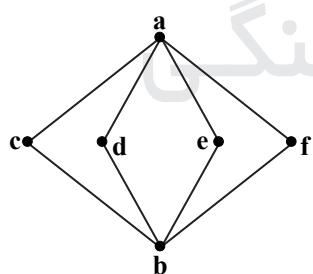
$$k = 8 \Rightarrow \overline{a \cdot b} = 11 \times 64 = 704 \checkmark \Rightarrow a = 7, b = 4$$

$$a - b = 7 - 4 = 3$$

عدد \overline{aabb} همان ۷۷۴۴ است که مریع عدد ۸۸ است، پس:

۱۵۳- پاسخ: گزینه ۴

گرافی که درجه رؤسش ۴, ۴, ۲, ۲, ۲ باشد، به صورت رو به رو است:



هر دو رأس درجه ۲ همراه با دو رأس درجه چهار a و b ، تشکیل یک دور به طول ۴ می‌دهند؛ پس تعداد دورها برابر است با تعداد حالات انتخاب دو رأس درجه ۲ از بین ۴ رأس c, d, e, f ، پس داریم:

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6 \Rightarrow \{acbda, acbea, acbfa, adbea, adbfa, aebfa\}$$

۱۵۴- پاسخ: گزینه ۱

در گزینه ۱، مجموعه $\{a, e, g\}$ رأس d را احاطه نمی‌کند و بدوضوح مجموعه احاطه گر نیست! مابقی گزینه‌ها با حذف هریک از رؤسشان دیگر احاطه گر نیستند و احاطه گر مینیمال هستند.

۱۵۵- پاسخ: گزینه ۲

دقت کنید که طبق تعریف گراف ساده، گراف فرد-منتظم مرتبه فرد وجود ندارد. بنابراین گراف k -منتظم مرتبه ۷ می‌تواند ۰-منتظم، ۲-منتظم، ۴-منتظم یا ۶-منتظم باشد.

گراف ۰-منتظم، گرافی تهی و غیرقابل قبول است.

گراف ۶-منتظم، گرافی کامل و غیرقابل قبول است.

پس گراف‌های ۲-منتظم و ۴-منتظم مرتبه ۷ قابل قبول هستند.

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه ۳

۱۵۷- پاسخ: گزینه ۳

چون حرکت با شتاب ثابت است، نمودار مکان-زمان آن یک سهمی است و چون جابه‌جایی متوجه در بازه $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 3s$ صفر می‌شود؛ بنابراین رأس سهمی در لحظه وسط این بازه یعنی $t = \frac{2+3}{2} = 2.5s$ است:

$$v = -at + v_0 \Rightarrow s = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow v_0 = 1 \cdot \frac{m}{s}$$

$$x - x_0 = -\frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow x(2) - x_0 = -\frac{1}{2}a \cdot 2^2 + v_0 \cdot 2 = 12m$$

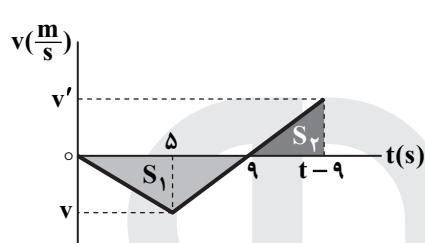
$$x(\frac{2+3}{2}) - x_0 = -\frac{1}{2}a \cdot 2.5^2 + v_0 \cdot 2.5 = 12.5m$$

$$x(3) - x_0 = -\frac{1}{2}a \cdot 3^2 + v_0 \cdot 3 = 18m$$

$$\ell = |12.5 - 12| + |18 - 12.5| = 5m$$

۱۵۸- پاسخ: گزینه ۱

از تشابه دو مثلث قائم‌الزاویه داریم:



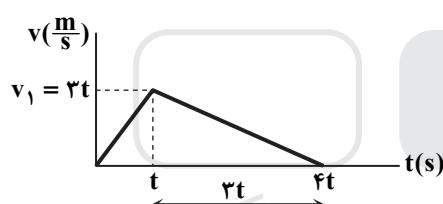
$$\frac{v'}{v} = \frac{t_2 - t_1}{t_1} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\begin{aligned} |S_1| &= S_2 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} S_1 = \frac{-v(t_1 - t_2)}{2} = -\frac{1}{2}at \cdot \Delta t \\ S_2 = v' \times \frac{(t_2 - t_1)}{2} \end{array} \right. \\ &\Rightarrow t_2 - t_1 = 6 \Rightarrow t = 15s \end{aligned}$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه ۲

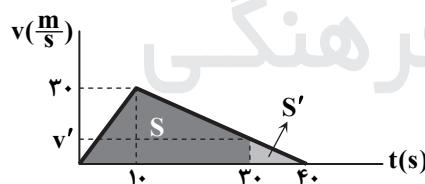
$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{v_f + v_{12}}{2} \times \Delta t}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{v_f + v_{12}}{2} = \frac{v_0 + v_{12} + 12a + v_0}{2} = 12a + v_0 = v_A \xrightarrow{v = at + v_0} t = 12s$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه ۴



$$v_1 = at + v_0 = 3t$$

$$S = \Delta x \Rightarrow \frac{3t \times 4t}{2} = 60 \Rightarrow 6t^2 = 60 \Rightarrow t^2 = 10 \Rightarrow t = 10s$$



$$\begin{aligned} \frac{v'}{3v'} &= \frac{1}{3} \Rightarrow v' = 1 \cdot \frac{m}{s} \Rightarrow S' = \frac{1 \times 1}{2} = 0.5m \\ S &= 60 - 0.5 = 59.5m \end{aligned}$$

۱۶۱- پاسخ: گزینه ۲

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times v^2 = 24 \Rightarrow v^2 = 480 \Rightarrow v = 22 \frac{m}{s}$$

$$v_2 = gt + v_1 \Rightarrow 22 = 10 \times 1 + v_1 \Rightarrow v_1 = 12 \frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{22 + 12}{2} = 17 \frac{m}{s}$$

۱۶۲- پاسخ: گزینه ۳

$$F_{net} = F - mg = ma \Rightarrow F = m(g + a) = 2 \times 12 = 24N$$

$$F_{net} = kx \Rightarrow 24 = k(42 - 30) \Rightarrow k = 2 \frac{N}{cm}$$

$$F'_{net} = ma' \Rightarrow 2(36 - 30) - f_k = 2 \times 2 \Rightarrow f_k = 8N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 8 = \mu_k \times 2 \Rightarrow \mu_k = 4$$

۱۶۳ - پاسخ: گزینه ۳

$$W = mg = F/\lambda \Rightarrow m = \cdot / F \lambda \text{ kg}$$

$$F_{\text{net}} = ma = \frac{6\Delta}{\Delta} \times \frac{4\lambda}{100} = \frac{2\Delta}{\Delta} = 2 \text{ N}$$

$$\Delta/2 = \sqrt{f_D^2 + (F/\lambda)^2} \Rightarrow f_D^2 = (\Delta/2)^2 - (F/\lambda)^2 = (\Delta/2 - F/\lambda)(\Delta/2 + F/\lambda) \Rightarrow f_D = 2 \text{ N}$$

۱۶۴ - پاسخ: گزینه ۲

$$T_1 - mg = ma_1 \Rightarrow T_1 = m(g + a_1) = 12m$$

$$T_2 = 2T_1 = 24m \Rightarrow T_2 = m(g + a_2) \Rightarrow 24m = m(10 + a_2) \Rightarrow a_2 = 14 \frac{m}{s^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 2 \frac{m}{s^2} \\ a_2 = 14 \frac{m}{s^2} \end{array} \right\} \Rightarrow a_2 = 7a_1$$

۱۶۵ - پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{P_A}{m_A}}{\frac{P_B}{m_B}} = \left(\frac{P_A}{P_B}\right)^2 \times \frac{m_B}{m_A} = \frac{16}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{9}$$

۱۶۶ - پاسخ: گزینه ۲

نیروی اصطکاک نقش نیروی مرکزگرا را ایفا می‌کند.

$$\left. \begin{array}{l} F_N = mg \\ R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2} \end{array} \right\} \Rightarrow 10^9 = 9 \times 10^8 + f_s^2 \Rightarrow f_s^2 = 10^8 \Rightarrow f_s = 10^4 \text{ N}$$

۱۶۷ - پاسخ: گزینه ۱

$$E = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} \times 500 \times 16 \times 10^{-4} = \cdot / 4 \text{ J}$$

$$E = U + K \Rightarrow \cdot / 4 = \cdot / 2 + \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \Rightarrow v^2 = \cdot / 4 \Rightarrow v = \frac{2}{\sqrt{10}} m = 2\sqrt{10} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

۱۶۸ - پاسخ: گزینه ۲

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \Rightarrow \frac{\cdot / 4\pi}{\cdot / 1\pi} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} = \cdot / 9 \Rightarrow \frac{81}{100} = \frac{m_1 - \cdot / 19}{m_1}$$

$$\Rightarrow 81m_1 = 100m_1 - 19 \Rightarrow 19m_1 = 19 \Rightarrow m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} \Rightarrow \cdot / 1\pi = 2\pi \sqrt{\frac{1}{k}} \Rightarrow k = 4 \cdot \frac{N}{m} = 4 \frac{N}{\text{cm}}$$

۱۶۹ - پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{\Delta t}{4\Delta}}{\frac{\Delta t}{40}} = \frac{1}{9} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{64}{81} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow \frac{72}{40} = 2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}} \Rightarrow L_1 = \cdot / 81m = 81 \text{ cm} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} L_2 = 64 \text{ cm}$$

$$\Delta L = 64 - 81 = -17 \text{ cm}$$

بنابراین باید طول آونگ را ۱۷ cm کاهش دهیم.

۱۷۰ - پاسخ: گزینه ۲

$$\beta_1 - \beta_2 = 18 = 10 \times \log \frac{I_1}{I_2} \Rightarrow 1/18 = \log \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \Rightarrow \cdot / 18 = \log \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow 2 \log 2 = \log \frac{d_2}{d_1} \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = 2$$

۱۷۱ - پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{r}{\lambda} = 120 \Rightarrow \lambda = r \cdot cm = r / \lambda m$$

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow r / \lambda = r \times T \Rightarrow T = r / \lambda s$$

$$\Delta t = r / v - r / c = r / \lambda = \frac{T}{2}$$

$$r = 2A = 6 \text{ cm}$$

نوسانگر در مدت نصف دوره، به اندازه $2A$ مسافت طی می‌کند.

۱۷۲ - پاسخ: گزینه ۴

۱۷۳ - پاسخ: گزینه ۱

زاویه تابش 30° و زاویه شکست $\theta_r = 45^\circ$ است: $(\theta_i = 45^\circ) 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{2}$$

۱۷۴ - پاسخ: گزینه ۲

$$f_1 = f_n - f_{n-1} = 500 - 375 = 125 \text{ Hz}$$

۱۷۵ - پاسخ: گزینه ۴

$$f_{n+1} = 750 + 125 = 875 \text{ Hz}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11}{100} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{11 \times 45}{100 \times 4 \times 49} \Rightarrow \lambda \approx 396 \text{ nm}$$

طول موج $\lambda \approx 396 \text{ nm}$ در ناحیه فرابنفش قرار دارد.

۱۷۶ - پاسخ: گزینه ۱

انرژی فوتون فرودی برابر است با:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{4 \times 10^{-18} \times 3 \times 10^8}{1/5 \times 10^{-7}} = \lambda \text{ eV}$$

$$\begin{cases} K_{m_A} = \lambda - 4/5 = 3/5 \text{ eV} \\ K_{m_B} = \lambda - 3 = 5 \text{ eV} \end{cases} \Rightarrow K_{m_A} = r / 5 K_{m_B} \Rightarrow K_{m_A} - K_{m_B} = r / 5 K_{m_B} - K_{m_B} = -r / 3 K_{m_B}$$

۱۷۷ - پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{k|q|}{(r/1)^2} - \frac{k|q|}{(r/3)^2} = 1/6 \times 10^4 \Rightarrow \frac{80}{9} k|q| = 1/6 \times 10^4 \Rightarrow k|q| = 18.$$

$$E = \frac{k|q|}{r} = 18 \cdot \frac{N}{C}$$

۱۷۸ - پاسخ: گزینه ۴

$$F_{23} = F_{13} \Rightarrow \frac{k|q_2|}{x^2} = \frac{k|q_1|}{(x+r)^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \left(\frac{x+r}{x} \right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{x+r}{x} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x + 2r = 3x \Rightarrow x = 2r \Rightarrow \frac{x}{r} = 2$$

$$F_{31} = F_{21} \Rightarrow \frac{k|q_3|}{(x+r)^2} = \frac{k|q_2|}{r^2} \Rightarrow \left| \frac{q_3}{q_2} \right| = \left(\frac{x+r}{r} \right)^2 = 9$$

با توجه به اینکه برایند نیروهای وارد بر بار q_2 برابر صفر است، q_1 و q_3 باید همنام باشند یعنی هر دو منفی هستند. از طرفی با توجه به اینکه برایند نیروهای وارد بر q_3 صفر است، نتیجه می‌گیریم که q_2 باید مثبت باشد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{q_3}{q_2} = -9$$

۱۷۹ - پاسخ: گزینه ۱

$$W_F_{\text{میدان}} = F \times d \cos \theta = E|q|d \cos \theta \Rightarrow W_F = 1.5 \times 5 \times 10^{-6} \times 3 \times 10^{-1} \times (-1) \Rightarrow W_F = -0.15 \text{ J}$$

$$\Delta U = -W_F_{\text{میدان}} = +0.15 \text{ J}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه ۱

$$U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1}{C} \Rightarrow U_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1}{12} = \frac{Q_1}{24}$$

$$U_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_2}{C} \Rightarrow U_2 = \frac{1}{2} \frac{(Q_1 - 6)}{12} = \frac{(Q_1 - 6)}{24}$$

$$\Delta U = \frac{(Q_1 - 6) - Q_1}{24} = -28/5$$

$$\Rightarrow Q_1 + 26 - 12Q_1 - Q_1 = -28/5 \times 24 \Rightarrow 3 \times 12 + 57 \times 12 = 60 \times 12 = 12Q_1 \Rightarrow Q_1 = 60 \mu C$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{C} = \frac{60}{12} = 5 V$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه ۳

$$I_1 + I_2 = 4 - 1/6 = 2/4 A \quad \text{رابطه (۱)}$$

دو مقاومت 10Ω و 5Ω موازی اند:

$$10 \times I_1 = 5 \times I_2 \Rightarrow I_2 = 2I_1 \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\xrightarrow{\text{روابط (۱) و (۲)}} I_1 + 2I_1 = 2/4 \Rightarrow I_1 = \frac{2}{4} / 3 = 0.8 A, I_2 = 1.6 A$$

مقاومت R نیز با مقاومت‌های 10Ω و 5Ω موازی است:

$$R \times 1/6 = 10 \times 0.8 \Rightarrow R = 5\Omega$$

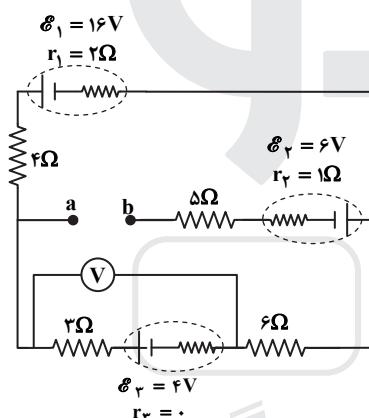
$$U = RI^2 t = 5 \times (1/6)^2 \times 25 \times 60 = 5 \times 16 \times 16 \times 15 = 19200 J = 19.2 kJ$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه ۴

جریان الکتریکی از شاخه وسطی عبور نمی‌کند:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{16 - 4}{(4+3+6)+2+0} = \frac{12}{15} = 0.8 A$$

$$V_a - 3 \times 0.8 - 4 = V_c \Rightarrow V_a - V_c = 6/4 V$$



۱۸۳- پاسخ: گزینه ۱

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{18}{(5+4)+1} = 1.8 A \Rightarrow V_{5\Omega} = 1.8 \times 5 = 9 V$$

$$R_{5\Omega, 2\Omega} = \frac{5 \times 2}{5+2} = \frac{10}{7} = 1.43 \Omega \Rightarrow R'_{eq} = 4 + 1.43 = 5.43 \Omega$$

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{18}{5.43 + 1} = 3 A$$

$$V'_{5\Omega} = V_{5\Omega, 2\Omega} = 3 \times 2 = 6 V$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت 5Ω ، به اندازه $\Delta V = 1 V$ کاهش می‌یابد.

۱۸۴- پاسخ: گزینه ۴

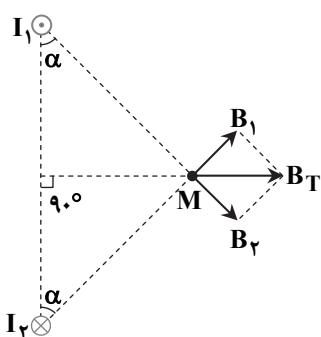
جنس سیم و طول آن تغییر نمی‌کند، اما مساحت سطح مقطع آن $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{L_1} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{L_2}{\frac{1}{4} L_1} \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = 4$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow \frac{R_2}{6} = 1 \times 4 \Rightarrow R_2 = 24 \Omega$$

۱۸۵- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به اینکه $I_1 = I_2$ است و فاصله هر دو از نقطه M یکسان است، $B_1 = B_2$ خواهد بود.



۱۸۶- پاسخ: گزینه ۲

۱۸۷- پاسخ: گزینه ۴

$$\Phi = ABC\cos\theta \Rightarrow \Phi = 200 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

۱۸۸- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\Delta}{4} T = \frac{1}{320} \Rightarrow T = \frac{1}{400} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$I = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow I = 5\sqrt{2} \sin\frac{100\pi}{320} = 5A$$

۱۸۹- پاسخ: گزینه ۱

دقت اندازه گیری 100 ± 1 A است؛ بنابراین خطای اندازه گیری برابر با 100 ± 1 A است.

۱۹۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} U_1 + K_1 &= U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 10h_1 + \frac{1}{2} \times 36 = 10 \times 3 + \frac{1}{2} \times 25 \\ \Rightarrow 10h_1 + 18 &= 42/5 \Rightarrow 10h_1 = 24/5 \Rightarrow h_1 = 2.4 \text{ m} \end{aligned}$$

۱۹۱- پاسخ: گزینه ۲

$$P_{\text{مفتل}} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^3 \times 10 \times 24}{60} = 12000 \text{ W}$$

$$Ra = \frac{P_{\text{مفتل}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{12000}{20000} = 0.6.$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه ۴

۱۹۳- پاسخ: گزینه ۴

راه حل اول:

$$\left. \begin{array}{l} m_{\text{جیوه}} = 136 \text{ g} \\ \rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{\text{جیوه}} = \frac{m_{\text{جیوه}}}{\rho_{\text{جیوه}}} = Ah_{\text{جیوه}} \Rightarrow \frac{136}{13/6} = 5h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 2 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_{\text{آب}} = 136 \text{ g} \\ \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} = Ah_{\text{آب}} \Rightarrow \frac{136}{1} = 5h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 27/2 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}}' gh_{\text{جیوه}}' \Rightarrow 1 \times 27/2 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}}' \Rightarrow h_{\text{جیوه}}' = 2 \text{ cm}$$

$$P_{\text{تلوله}} = P_{\circ} + (\rho gh)_{\text{آب}} + (\rho gh)_{\text{جیوه}} = 76 + 2 + 2 = 80 \text{ cmHg}$$

هر یک سانتی متر جیوه برابر با ۱۳۶۰ Pa است؛ بنابراین داریم:

$$P_{\text{تلوله}} = 80 \times 1360 = 108800 \text{ Pa}$$

راه حل دوم:

$$P_{\circ} = 76 \times 1360 = 103360 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{تلوله}} = P_{\circ} + \frac{mg}{A} \Rightarrow P_{\text{تلوله}} = 103360 + \frac{2 \times 136 \times 10^{-3} \times 10}{5 \times 10^{-4}} = 103360 + 5440 = 108800 \text{ Pa}$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه ۳

$$P_{\text{روغن}} + \rho_{\text{آب}} gh = P_{\text{روغن}} + \rho_{\text{آب}} gh$$

$$P_g = P_{\text{روغن}} - P_{\text{آب}} = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{روغن}})gh = 20 \times 10 \times 10 / 68 = 1360 \text{ Pa}$$

$$1360 = 13600 \times 10 \times h_{\text{Hg}} \Rightarrow h_{\text{Hg}} = 10 \text{ mm}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه ۴

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta \theta_A = m_B c_B \Delta \theta_B \xrightarrow{c_B = c_A} \Delta \theta_A = 2 \Delta \theta_B$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{\cancel{V_A} \cancel{\alpha_A} \cancel{\Delta \theta_A}}{\cancel{V_B} \cancel{\alpha_B} \cancel{\Delta \theta_B}} = \frac{1}{4}$$

۱۹۶- پاسخ: گزینه ۴

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow mc\Delta\theta + m'L_F = 0 \Rightarrow m \times 4 / 2(0 - 50) + (520 - m) \times 336 = 0 \Rightarrow 50m = 80(520 - m)$$

$$\Rightarrow 130m = 80 \times 520 \Rightarrow m = 320 \text{ g}$$

۱۹۷- پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1} \Rightarrow \frac{V_2}{360} = \frac{2}{320} \Rightarrow V_2 = \frac{9}{4}L$$

$$P_2 V_2 = P_1 V_1 \Rightarrow 2 \times 10^4 \times \frac{9}{4} = P_1 \times 10 \times \frac{9}{4} \Rightarrow P_1 = 2 / 5 \times 10^4 \text{ Pa}$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه ۳

■ فرایند AB انقباض هم فشار است. (رد گزینه ۱)

■ فرایند BC، انبساط هم دما است و نمودار $P - V$ به صورت یک منحنی خواهد بود. (رد گزینه ۴)

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{4}{500} = \frac{V_B}{250} \Rightarrow V_B = 2L$$

$$P_B V_B = nRT_B \Rightarrow P_B \times 2 \times 10^{-3} = 0.4 \times 8 \times 250 \Rightarrow P_B = 4 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$P_B V_B = P_C V_C \Rightarrow 4 \times 10^4 \times 2 = P_C \times 8 \Rightarrow P_C = 10^4 \text{ Pa}$$

۱۹۹- پاسخ: گزینه ۲

فرایند AB، یک فرایند هم حجم است؛ بنابراین $W_{AB} = 0$ است.

$$W_{AB} = 0 \Rightarrow Q_{BC} = \frac{\Delta}{2} n R \Delta T = \frac{\Delta}{2} \times 1 \times 8 \times 300 = 6000 \text{ J}$$

۲۰۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{5 \times 10^4}{n_1 \times 300} = \frac{2 / 9 \times 10^4}{n_2 \times 290} \Rightarrow \frac{1}{60 n_1} = \frac{1}{100 n_2} \Rightarrow n_2 = 0.6 n_1$$

$$P_1 V_1 = n_1 R T_1 \Rightarrow 5 \times 10^4 \times 30 \times 10^{-3} = n_1 \times 8 \times 300 \Rightarrow 50 = 8 n_1 \Rightarrow n_1 = \frac{50}{8}$$

$$n'_{\text{خروجی}} = 0.6 n_1 = 0.6 \times 6.25 = 2 / 5 = \frac{m'}{32} \Rightarrow m' = 8 \text{ g}$$

شلیمان

۲۰۱- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

عبارة اول: جرم اتمی H^{+} ، $1/1000 \text{ amu}$ است.

عبارة دوم: عنصر X₃₅ در دوره چهارم و گروه ۱۷ قرار دارد.



دوره سوم - گروه ۱۷ دوره چهارم - گروه ۲

بررسی عبارت‌های نادرست:

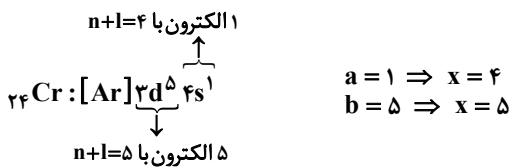
عبارة سوم: در تناوب سوم، نماد شیمیایی ۶ عنصر دو حرفی است.

Na , Mg , Al , Si , Cl , Ar

عبارة چهارم: خواص شیمیایی عنصرهای یک گروه مشابه است، اما خواص فیزیکی عنصرهای هم‌گروه متفاوت است.

- ۲۰۲ - پاسخ: گزینه ۱

الکترون‌های ظرفیتی کروم در زیرلایه‌های $4s$ ($n+l=4$) و $3d$ ($n+l=5$) قرار دارند:



- ۲۰۳ - پاسخ: گزینه ۱

عدد اتمی و در نتیجه شمار پروتون‌های M^{2+} در نظر می‌گیریم.

$$\frac{72}{Z} M^{2+} : Z = + / 8(72 - Z) \Rightarrow 1 / 8Z = 72 / 8 \Rightarrow Z = \frac{72 \times 8 / 8}{1 / 8} = 72$$

عنصری با عدد اتمی ۳۲ مانند عنصری با عدد اتمی ۳۶ در دوره چهارم قرار دارد: $^{32}_{\text{M}} : [\text{Ar}] 3d^1 4s^1 4p^3 \Rightarrow ^{32}_{\text{M}} M^{2+} : [\text{Ar}] 3d^1 4s^1$

در این یون، ۳ لایه از الکترون پر شده است.

- ۲۰۴ - پاسخ: گزینه ۲

معادله واکنش انجام شده به صورت رو به رو است:

هر اتم آلمینیم، ۳ الکترون از دست می‌دهد و به یون Al^{3+} تبدیل می‌شود، در ۲ مول Al_2O_3 وجود دارد؛ بنابراین برای تولید آن $= 12 = 4 \times 3$ مول الکترون مبادله می‌شود. در ۲ مول AlF_3 وجود دارد؛ بنابراین برای تولید آن $= 6 = 2 \times 3$ مول الکترون مبادله می‌شود:

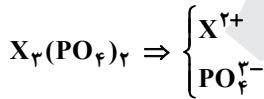
$$2 \text{ mol } Al_2O_3 \rightarrow 12 \text{ mole}^- \quad \Rightarrow \quad 2 \text{ mol } Al_2O_3 \rightarrow 12 \text{ mole}^-$$

$$\times 2(2 \text{ mol } AlF_3 \rightarrow 6 \text{ mole}^-) \quad \Rightarrow \quad 4 \text{ mol } AlF_3 \rightarrow 12 \text{ mole}^-$$

$$AlF_3 = 27 + 3(19) = 84 \text{ g} \quad \Rightarrow \quad \frac{AlF_3 \text{ جرم مولی}}{Al_2O_3 \text{ جرم مولی}} = \frac{4 \times 84}{2 \times 102} = 1/65$$

$$Al_2O_3 = 2(27) + 3(16) = 102 \text{ g}$$

- ۲۰۵ - پاسخ: گزینه ۴



X: سولفید (S²⁻) فلز

X: نیترید (N³⁻) فلز

عنصر X می‌تواند در گروه ۲ (مانند کلسیم) و یا گروه ۸ (مانند آهن) باشد که کاتیون دو بار مثبت تشکیل می‌دهد.

- ۲۰۶ - پاسخ: گزینه ۳

$$(II) \text{ شمار مول اتم‌ها در ظرف} = \frac{11/2}{56 \text{ g C}_4H_8} \times \frac{1 \text{ mol C}_4H_8}{1 \text{ mol C}_4H_8} \times \frac{12 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol C}_4H_8} = 2 / 4 \text{ mol atom}$$

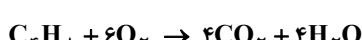
$$(I) \text{ شمار مول اتم‌ها در ظرف} = \frac{24 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol O}_2} \times \frac{2 \text{ mol atom}}{1 \text{ mol O}_2} = 0 / 48 \text{ mol atom}$$

$$\frac{2 / 4}{0 / 48} = 5$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) در ظرف (I)، $0 / 24$ مول گاز و در ظرف (II)، $2 / 0$ مول ($\frac{11/2}{56} = 0 / 2$) گاز وجود دارد. در دما و حجم یکسان، هرچه شمار مول‌های گاز بیشتر باشد، فشار آن بیشتر است.

(۲) برای سوختن کامل $0 / 2$ مول گاز بوتن به $1 / 2$ مول گاز اکسیژن نیاز است:



$$\frac{6 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_4H_8} = 1 / 2 \text{ mol O}_2$$

$$C_4H_8 + 6O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O \quad (4)$$

$$C_4H_8 + 6O_2 \rightarrow 4CO_2 + 4H_2O \quad \text{مجموع شمار مول‌های CO} = 0 / 44$$

$$CO = 12 / 28 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{1 \text{ mol CO}} = 0 / 44$$

طبق قانون آوگادرو، در دما و فشار یکسان، اگر مول دو یا چند گاز با هم برابر باشد، حجم آن‌ها نیز با هم برابر خواهد بود.

۲۰۷ - پاسخ: گزینه ۲

معادله موازنۀ شدۀ واکنش به صورت زیر است:

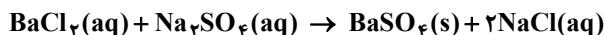


$$\text{جرم } I_2 \text{ مصرفی} = \frac{1\text{ mol } I_2}{2\text{ mol } NO_2} \times \frac{254\text{ g } I_2}{1\text{ mol } NO_2} = 5 / 0.8\text{ g } I_2$$

$$\text{جرم } HNO_3 \text{ مصرفی} = \frac{10\text{ mol } HNO_3}{2\text{ mol } NO_2} \times \frac{63\text{ g } HNO_3}{1\text{ mol } NO_2} = 12 / 6\text{ g } HNO_3$$

$$ppm = \frac{mg}{L} \Rightarrow ppm = \frac{12 / 6 \times 1000}{V} \Rightarrow V = 2 / 52 L$$

۲۰۸ - پاسخ: گزینه ۱



$$\text{جرم } Na_2SO_4 = 200 \times \frac{10}{100} = 20\text{ g}$$

$$20\text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1\text{ mol } Na_2SO_4}{142\text{ g } Na_2SO_4} \times \frac{1\text{ mol } BaSO_4}{1\text{ mol } Na_2SO_4} \times \frac{233\text{ g } BaSO_4}{1\text{ mol } BaSO_4} = 22 / 8\text{ g } BaSO_4$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

$$20\text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1\text{ mol } Na_2SO_4}{142\text{ g } Na_2SO_4} \times \frac{2\text{ mol } NaCl}{1\text{ mol } Na_2SO_4} = 2 / 28\text{ g } NaCl \quad (2) \text{ فراورده محلول در آب، همان } NaCl \text{ است:}$$

$$20\text{ g } Na_2SO_4 \times \frac{1\text{ mol } Na_2SO_4}{142\text{ g } Na_2SO_4} \times \frac{1\text{ mol } BaCl_2}{1\text{ mol } Na_2SO_4} \times \frac{2\text{ mol } Cl^-}{1\text{ mol } BaCl_2} \times \frac{6 / 0.2 \times 10^{23} Cl^-}{1 / 7 \times 10^{23} Cl^-} = 1 / 7 \times 10^{23} Cl^- \quad (3)$$

(۴) یکی از فراورده‌ها ($BaSO_4$) رسوب است و در آب حل نمی‌شود.

۲۰۹ - پاسخ: گزینه ۴

موادی که توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارند، نسبت به مولکول‌های مشابه، نقطۀ جوش بالاتری دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱)

: مقایسه نقطۀ جوش

\downarrow
پیوند
بیشتر
هیدروژنی

\downarrow
جرم مولی
بیشتر

\downarrow
کمتر

O

(۲) آب برخلاف استون ($CH_3 - C - CH_3$) توانایی برقراری پیوند هیدروژنی با مولکول‌های خود را دارد؛ به همین دلیل نقطۀ جوش بالاتری دارد.

(۳) هر مولکول آب با مولکول‌های آب دیگر از طریق پیوند هیدروژنی جاذبه برقرار می‌کند.

۲۱۰ - پاسخ: گزینه ۳

عبارت‌های اول، دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

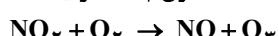
عبارت چهارم: با کاهش دما، انحلال پذیری لیتیم سولفات برخلاف پتانسیم نیترات افزایش می‌یابد، زیرا نمودار انحلال پذیری لیتیم سولفات برحسب دما، نزولی است.

۲۱۱ - پاسخ: گزینه ۳



$$\text{مول } Cu(NO_3)_2 = \frac{80\text{ g } HNO_3}{63\text{ g } HNO_3} \times \frac{\text{خالص } HNO_3}{\text{ناخالص } HNO_3} \times \frac{1\text{ mol } HNO_3}{100\text{ g } HNO_3} \times \frac{1\text{ mol } Cu(NO_3)_2}{4\text{ mol } HNO_3} = 2\text{ mol } Cu(NO_3)_2$$

$$\text{مول } Cu(NO_3)_2 = 2 \times 2 = 4$$



$$2\text{ mol } NO_2 \times \frac{1\text{ mol } O_2}{1\text{ mol } NO_2} \times \frac{22 / 4\text{ L } O_2}{1\text{ mol } O_2} = 89 / 6\text{ L } O_2$$

۲۱۲- پاسخ: گزینه ۱

منیزیم کلرید و لیتیم سولفات در آب محلول هستند و رابطه داده شده برای آنها بقرار است. سایر ترکیبات در آب نامحلول هستند.

۲۱۳- پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول:

بازده واکنش

$$1400 \text{ g C}_2\text{H}_4 \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4}{28 \text{ g C}_2\text{H}_4} \times \frac{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_4} \times \frac{46 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{1 \text{ ton C}_2\text{H}_5\text{OH}}{10^6 \text{ g C}_2\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{80}{100} = 184 \times 10^{-5} \text{ ton C}_2\text{H}_5\text{OH}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\frac{50}{1400} \times \frac{80}{100}}{1 \times 28} = \frac{x}{1 \times 46} \Rightarrow x = 40 \times 46 \text{ g} = 40 \times 46 \times 10^{-3} \text{ ton} = 184 \times 10^{-5} \text{ ton}$$

این مقدار برای یک ثانیه است؛ پس جرم اتانول در هر ساعت برابر است با:

$$1 \text{ h} = 60 \times 60 = 3600 \text{ s}$$

$$3600 \times 184 \times 10^{-5} = 36 \times 184 \times 10^{-3} = 6624 \text{ ton}$$

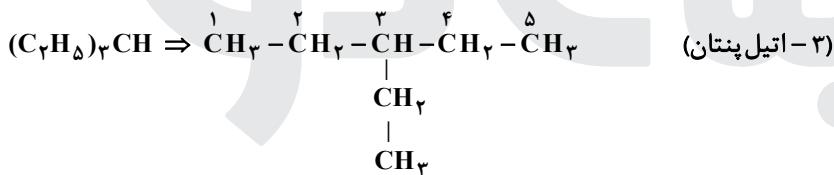
۲۱۴- پاسخ: گزینه ۴

اولین عضو خانواده آلکین‌ها (C_2H_2)، دو اتم کربن دارد؛ بنابراین ششمین عضو آنها دارای ۷ اتم کربن است و فرمول مولکولی آن C_7H_{12} می‌باشد، از طرفی ششمین عضو خانواده آلکان‌ها، C_6H_{14} است:

$$\text{C}_7\text{H}_{12} - 2 \text{ mol H} - (\text{C}_6\text{H}_{14}) = 12 - 2 = 10 \text{ g}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

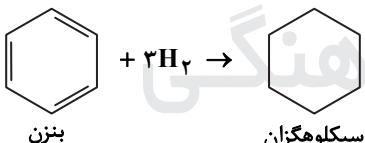
(۱)



هپتان هم مانند ترکیب داده شده، یک آلکان ۷ کربنی است؛ پس این دو ترکیب، ایزومر یا هم‌پارند.

(۲) سیکلوآلکان‌ها با آلکن‌های هم‌کربن خود، ایزومرند و فرمول مولکولی آنها C_nH_{2n} است. در این ترکیب‌ها، شمار اتم‌های کربن، نصف شمار اتم‌های هیدروژن است.

(۳)



۲۱۵- پاسخ: گزینه ۴

فرمول مولکولی ترکیب‌های (I) و (II) به ترتیب به صورت $\text{C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}$ و $\text{C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}$ است.

(۱) تفاوت جرم مولی این دو ترکیب ۲ گرم (جرم ۲ مول H) است.

(۲) ترکیب (II) دارای یک پیوند دوگانه کربن-کربن است؛ در نتیجه هر مول از آن با ۱ مول برم به طور کامل واکنش می‌دهد:

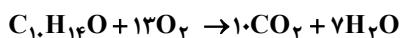
$$\text{C}_{10}\text{H}_{16}\text{O} + 16\text{H} = 152 \text{ g}$$

$$\frac{3}{8} \text{ g C}_{10}\text{H}_{16}\text{O} \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}}{152 \text{ g C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol Br}_2}{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}} \times \frac{16 \text{ g Br}_2}{1 \text{ mol Br}_2} = 4 \text{ g Br}_2$$

(۳) فرمول مولکولی دو ترکیب یکسان نیست؛ بنابراین همپار یا ایزومر یکدیگر به شمار نمی‌روند.

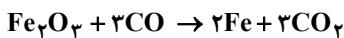
(۴)

$$\text{C}_{10}\text{H}_{14}\text{O} = (10 \times 12) + (14 \times 1) + 16 = 150 \text{ g}$$



$$\frac{7}{5} \text{ g C}_{10}\text{H}_{14}\text{O} \times \frac{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}}{150 \text{ g C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}} \times \frac{13 \text{ mol O}_2}{1 \text{ mol C}_{10}\text{H}_{14}\text{O}} \times \frac{22/4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 14/56 \text{ L O}_2$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه ۳



راه حل اول:

$$\frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} = \frac{۲/۸}{۸۰} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{۲/۸ \times ۱۰۰}{\text{مقدار نظری}} \Rightarrow \text{مقدار نظری Fe} = \frac{۲/۸ \times ۱۰۰}{۸۰} = ۳/۵ \text{ ton}$$

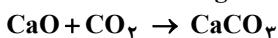
$$\text{ناخالص Fe}_2\text{O}_3 = \frac{۱\text{ mol Fe}}{۵۶\text{ g Fe}} \times \frac{۱\text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{۲\text{ mol Fe}} \times \frac{۱۶۰\text{ g Fe}_2\text{O}_3}{۱\text{ mol Fe}_2\text{O}_3} \times \frac{۱۰۰\text{ g Fe}_2\text{O}_3}{۵۶\text{ g Fe}_2\text{O}_3} = ۱\text{ ton Fe}_2\text{O}_3$$

$$\frac{x \times \frac{۵۰}{۱۰۰} \times \frac{۸۰}{۱۰۰}}{۱ \times ۱۶۰} = \frac{۲/۸}{۲ \times ۵۶} \Rightarrow x = ۱\text{ ton Fe}_2\text{O}_3$$

راه حل دوم:

برای قسمت دوم سؤال، ابتدا مول گاز CO_2 تولید شده را حساب می‌کنیم:

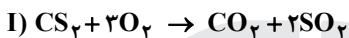
$$\frac{۲/۸ \times ۱۰\text{ g Fe}}{۵۶\text{ g Fe}} \times \frac{۱\text{ mol Fe}}{۱\text{ mol CO}_2} \times \frac{۳\text{ mol CO}_2}{۲\text{ mol Fe}} = ۷۵\text{ mol CO}_2$$



$$\Rightarrow \text{CaO} = \text{CO}_2 = ۷۵\text{ mol}$$

$$۷۵\text{ mol CaO} \times \frac{۵۶\text{ g CaO}}{۱\text{ mol CaO}} \times \frac{۱\text{ kg}}{۱۰۰\text{ g}} = ۴۲۰\text{ kg CaO}$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه ۳



$$\frac{۱\text{ mol NH}_3}{۱\text{ mol NH}_3} \times \frac{۴\text{ mol N}_2}{۴\text{ mol NH}_3} = ۰/۵ \text{ mol N}_2$$

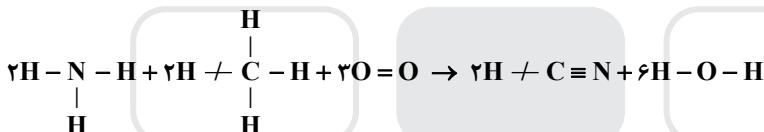
با حل قسمت دوم، جواب تست گزینه ۳ خواهد بود.

حل قسمت اول:

$$1\text{ g NH}_3 \times \frac{۱\text{ mol NH}_3}{۱۷\text{ g NH}_3} \times \frac{۱۵۲۰\text{ kJ}}{۴\text{ mol NH}_3} = ۲۲/۵ \text{ kJ} \quad \text{گرمای سوختن ۱ گرم آمونیاک}$$

$$\text{CS}_2 = \frac{۱\text{ mol CS}_2}{۱۰۷۵\text{ kJ}} \times \frac{۷۶\text{ g CS}_2}{۱\text{ mol CS}_2} \approx ۱/۵۹\text{ g CS}_2$$

۲۱۸- پاسخ: گزینه ۳



[مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده] - [مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده] = (واکنش) ΔH

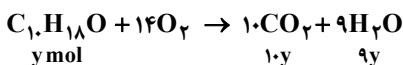
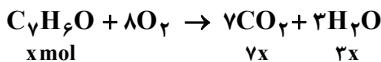
$$\Rightarrow \Delta H = [6\Delta H(\text{N}-\text{H}) + 6\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 3\Delta H(\text{O}=\text{O})] - [2\Delta H(\text{C}\equiv\text{N}) + 12\Delta H(\text{O}-\text{H})]$$

$$\Rightarrow \Delta H = [(6 \times ۳۹.۰) + (6 \times ۴۱.۴) + (3 \times ۴۹.۵)] - [(2 \times ۸۸.۰) + (12 \times ۴۶.۳)] = -۱۰۰.۷ \text{ kJ}$$

توجه: محاسبه ΔH واکنش به کمک آنتالپی های پیوند برای واکنش هایی کاربرد دارد که همه مواد شرکت کننده در آنها به حالت گاز هستند. در این سؤال، به استثناء حالت فیزیکی H_2O در دفترچه کنکور، به صورت مایع (I) تایپ شده است.

۲۱۹- پاسخ: گزینه ۲

فرمول مولکولی بنزآلدهید $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}$ و فرمول مولکولی ترکیب داده شده، $\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O}$ است.



$$3x + 9y = 7/8$$

$$7x + 10y = 9/4$$

$$\begin{cases} -3x - 9y = -7/8 \\ 6x + 10y = 9/4 \end{cases}$$

$$22x = 6/6 \Rightarrow x = 0/2 \text{ mol} \xrightarrow{\text{معادله اول}} (3x + 9y) = 7/8 \Rightarrow 9y = 7/2 \Rightarrow y = 0/8$$

$$\text{مول بنزآلدهید} = \frac{\text{مجموع مول دو ترکیب}}{\text{درصد مولی بنزآلدهید}} \times 100 = \frac{x}{x+y} \times 100 = \frac{0/2}{0/2+0/8} \times 100 = 20\%$$

- ۲۲۰ - پاسخ: گزینه ۴

حجم یک ماده نسبت به بقیه عوامل داده شده، نقش کمتری در سرعت انجام واکنش سوختن آن ماده دارد.

- ۲۲۱ - پاسخ: گزینه ۳

کامل شده جدول های داده شده به صورت زیر است:

$$\text{حجم مخلوط در زمان } t - \text{حجم اولیه مخلوط} = \text{حجم CO}_2 \text{ در زمان } t$$

$$\text{CO}_2 = \frac{\text{حجم CO}_2}{\text{حجم مولی CO}_2} = \frac{\text{حجم CO}_2}{44}$$

	۵۰	۴۰	۳۰	۲۰	۱۰	۰	زمان (ثانیه)
حجم مخلوط واکنش (گرم)	۶۴/۵۰	۶۴/۵۵	۶۴/۶۶	۶۴/۸۸	۶۵/۳۲	۶۵/۹۸	
حجم کربن دی اکسید (گرم)	۱/۴۸	۱/۴۳	۱/۳۲	۱/۱۰	۰/۶۶	۰	

$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{\Delta n(\text{CO}_2)}{\Delta t}, (\text{mol.s}^{-1})$	$\Delta n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	$n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	زمان (s)
$1/50 \times 10^{-3}$	$1/50 \times 10^{-2}$	$1/50 \times 10^{-2}$	۰
$1/100 \times 10^{-3}$	$1/100 \times 10^{-2}$	$2/50 \times 10^{-2}$	۱۰
...	$a = 5 \times 10^{-3}$	3×10^{-2}	۲۰
$b = 2/5 \times 10^{-4}$	$2/5 \times 10^{-3}$	$3/25 \times 10^{-2}$	۳۰
...	$c = 1/1 \times 10^{-3}$	$3/36 \times 10^{-2}$	۴۰
			۵۰

$$\frac{c}{a} = \frac{1/1 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-3}} = 0/22$$

- ۲۲۲ - پاسخ: گزینه ۴

عبارت های «الف»، «پ»، «ت» و «ث» درست هستند.

بررسی عبارت نادرست:

ب) سهم بیشتر الیاف تولیدی در جهان مربوط به الیاف ساختگی است.

- ۲۲۳ - پاسخ: گزینه ۱

$$\text{NaOH} = 0.5 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times \frac{100}{1000} \text{ L} = 0.05 \text{ mol}$$

$$0.05 \text{ mol NaOH} \times \frac{1 \text{ mol CuA}_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{M \text{ g CuA}_2}{1 \text{ mol CuA}_2} = 0.05 \text{ mol CuA}_2 \Rightarrow M = \text{CuA}_2 = 182 \text{ g}$$

با توجه به فرمول یون های استات (CH₃COO⁻) و نیترات (NO₃⁻) خواهیم داشت:

$$\text{Cu(CH}_3\text{COO)}_2 = 64 + 2(24 + 3 + 32) = 182 \text{ g}$$

$$\text{Cu(NO}_2)_2 = 64 + 2(14 + 48) = 188 \text{ g}$$

بنابراین آنیون نمک مورد نظر، استات است.

$$\text{Cu(OH)}_2 = 0.05 \text{ mol NaOH} \times \frac{1 \text{ mol Cu(OH)}_2}{2 \text{ mol NaOH}} \times \frac{98 \text{ g Cu(OH)}_2}{1 \text{ mol Cu(OH)}_2} = 2/45 \text{ g}$$

- ۲۲۴ - پاسخ: گزینه ۴

ویتامین C در آب حل می شود، اما ویتامین K در آب نامحلول است؛ بنابراین جامد جمع شده روی کاغذ صافی همان ویتامین K است.

$$\text{K} = 0/45 \text{ g}$$

$$\text{C} = 1/0.5 - 0/45 = 0/6 \text{ g}$$

ویتامین K دارای ۳۱ اتم کربن است؛ پس از سوختن کامل هر مول از آن ۳۱ مول CO₂ تولید می شود:

$$0.45 \text{ g C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2 \times \frac{1 \text{ mol C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2}{45.0 \text{ g C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2} \times \frac{31 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_{31}\text{H}_{46}\text{O}_2} = 0.031 \text{ mol CO}_2$$

۲۲۵- پاسخ: گزینه ۱

آب تولید شده در واکنش اسید چرب با MOH , غلظت یک محلول را $\frac{1}{25}$ یا $\frac{1}{4}$ برابر کرده است، یعنی حجم محلول را ۴ برابر کرده است؛ بنابراین نتیجه می‌گیریم که حجم آب اضافه شده، ۳ برابر حجم اولیه محلول بوده است.

$$\text{جرم آب} = \frac{14}{4} \text{ g} \xrightarrow{\text{d} = 1 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}} 3 \times 4 / 8 = 14 / 4 \text{ mL}$$

حال از جرم آب به جرم MOH خالص مصرف شده در واکنش می‌رسیم:

$$\frac{14}{4} / 4 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol MOH}}{1 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{40 \text{ g MOH}}{1 \text{ mol MOH}} = 32 \text{ g MOH}$$

$$\text{جرم کل MOH خالص} = 75 \times \frac{67}{100} = 75 \times \frac{2}{3} = 50 \text{ g}$$

$$\text{درصد MOH خالص شرکت کرده} = \frac{32}{50} \times 100 = 64$$

جرم باقیمانده MOH خالص برابر با $18 - 50 = 32$ گرم است. هر مول MOH با یک مول HCl خنثی می‌شود:

$$\frac{18 \text{ g MOH}}{1 \text{ mol MOH}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{40 \text{ g MOH}} \times \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol MOH}} = 0.45 \text{ mol HCl}$$

غلظت محلول HCl برحسب گرم بر لیتر خواسته شده است:

$$\frac{0.45 \text{ mol}}{0.5 \text{ L}} \times \frac{36 / 5 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 0.45 \times 73 = 32 / 85 = 33 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$$

۲۲۶- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

ب) اساس مدل آرنیوس، افزایش غلظت یون‌های هیدروکسید یا هیدرونیوم یا هیدروکسید در آب است؛ بنابراین وجود آب در مدل آرنیوس ضروری است.

ت) HNO_3 یک اسید قوی است و به طور کامل یونش پیدا می‌کند، در حالی که HCN یک اسید ضعیف است و به طور جزئی یونش می‌پابد، به همین دلیل معادله یونش آن برگشت‌پذیر است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) NH_3 باز آرنیوس است، ولی در ساختار خود، OH^- ندارد.

پ) سولفوریک اسید (H_2SO_4) یک اسید دو ظرفیتی است؛ بنابراین 0.5 مول آن با $0.5 \times 0.5 = 0.25$ مول سدیم هیدروکسید (NaOH) خنثی می‌شود.

۲۲۷- پاسخ: گزینه ۱

غلظت محلول برحسب گرم بر لیتر داده شده که باید اول به مول بر لیتر تبدیل کنیم:

$$M = \frac{0.2 \text{ g}}{L} \times \frac{1 \text{ mol}}{20 \text{ g}} = 0.01 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

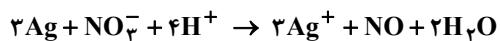
$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-4/22} = 10^{-4} \times 10^{-0/22} = 6 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{M - [\text{H}^+]} \approx \frac{[\text{H}^+]^2}{M} \Rightarrow K_a = \frac{6 \times 10^{-5} \times 6 \times 10^{-5}}{0.01} = \frac{36 \times 10^{-10}}{10^{-2}} = 3.6 \times 10^{-7}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{[\text{H}^+]}{M} \times 100 = \frac{6 \times 10^{-5}}{10^{-2}} \times 100 = 0.6$$

۲۲۸- پاسخ: گزینه ۱

معادله موازن‌شده واکنش به صورت زیر است:



در این واکنش، NO_3^- اکسنده است؛ زیرا عدد اکسایش N در آن از $+5$ به $+2$ در NO رسیده است؛ یعنی ۳ درجه کاهش یافته است. با توجه

به اینکه ضریب NO_3^- در واکنش ۱ است، می‌توان گفت بهمازای هر مول از آن، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود.

۲۲۹- پاسخ: گزینه ۲

$\text{Ce}^{4+} / \text{Ce}^{3+}$ منفی تر از نیم واکنش $\text{Cr}^{3+} / \text{Cr}$ است؛ بنابراین می‌توان گفت قدرت کاهندگی Ce^{3+} از Cr^{3+} (گونه‌های E° نیم واکنش) بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) معادله واکنش انجام شده بین گونه‌های داده شده به صورت زیر است:
 $3\text{Ce}^{3+} + \text{Cr}^{3+} \rightarrow 3\text{Ce}^{4+} + \text{Cr}^{2+}$ اکسایش می‌یابد و کاهنده است.

$$(3) \quad E^\circ = -0.72V - (-0.74V) = 0.02V$$

(۴) با توجه به معادله موازنۀ شده، مجموع ضربه‌های استوکیومتری مواد برابر با ۸ است. از طرفی عدد اکسایش کروم در این واکنش، ۳ درجه تغییر کرده است؛ بنابراین با توجه به ضربی ۱ کاتیون Cr^{3+} ، می‌توان گفت ۳ الکترون در واکنش مبادله شده است.

۲۳۰- پاسخ: گزینه ۳

قدرت کاهندگی M از Hg²⁺ بیشتر است. (E° فلز M کمتر از $85V$ است.) \Rightarrow انجام می‌شود \rightarrow

قدرت کاهندگی M از Sn کمتر است. (E° فلز M کمتر از $14V$ است.) \Rightarrow انجام نمی‌شود \rightarrow

قدرت کاهندگی M از Mg²⁺ کمتر است. (E° فلز M بیشتر از $28V$ است.) \Rightarrow انجام نمی‌شود \rightarrow

قدرت کاهندگی Mn از M²⁺ بیشتر است. (E° فلز M بیشتر از $18V$ است.) \Rightarrow انجام می‌شود \rightarrow

$$\left\{ \begin{array}{l} E^\circ(M^{2+}/M) < +0/85 \\ E^\circ(M^{2+}/M) < -0/14 \\ E^\circ(M^{2+}/M) > -2/38 \\ E^\circ(M^{2+}/M) > -1/18 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{عددی مانند } -0/4} -1/18 < E^\circ(M^{2+}/M) < -0/14$$

۲۳۱- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

عبارت چهارم: هر چهار یون Na^+ , F^- , Mg^{2+} و O^{2-} هم الکترون هستند. در یون‌های هم الکترون، آبیون با بار بیشتر، بیشترین شعاع یونی و کاتیون با بار بیشتر، کمترین شعاع یونی را دارد.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: گستره دمایی مایع بودن $NaCl$ بیشتر از HF است و در فناوری تولید برق از انرژی خورشیدی مناسب‌تر (به عنوان منبع ذخیره انرژی گرمایی) است.

عبارت سوم: در SO_3 ، اتم گوگرد با جزئی ثابت و اتم‌های اکسیژن با جزئی منفی دارند؛ زیرا خاصیت نافلزی گوگرد از اکسیژن کمتر است.

۲۳۲- پاسخ: گزینه ۱

با توجه به نمودار صفحه ۸۰ و جدول صفحه ۸۱ کتاب درسی دوازدهم، گزینه ۱ درست است.

۲۳۳- پاسخ: گزینه ۲

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت دوم: فقط الکترون‌های ظرفیت، دریای الکترونی را می‌سازند.

عبارت سوم: مدل دریای الکترونی برای توجیه برخی خواص فیزیکی فلزها به کار می‌رود. عدد اکسایش یک خاصیت شیمیایی است.

عبارت پنجم: بر اساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها (نه هسته اتم) فلز در سه بعد است!

۲۳۴- پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف)



$$+ 25\text{ mol NO} \times \frac{1\text{ mol N}_2}{2\text{ mol NO}} = + 125\text{ mol N}_2$$

$$+ 25\text{ mol NO} \times \frac{180\text{ kJ}}{2\text{ mol NO}} = 225\text{ kJ}$$

ت) تفاوت سطح انرژی واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها (ΔH واکنش) با به کار بردن کاتالیزگر تغییری نمی‌کند.

۲۳۵ - پاسخ: گزینهٔ ۴

$$= ۶ + ۱ / ۶۶ + ۱ / ۰.۳ = ۸ / ۶۹ \text{ g}$$

$$= ۰ / ۶ + ۰ / ۰.۶ + ۰ / ۰.۴ = ۰ / ۷ \text{ g}$$

$$\text{کاهش جرم آلاینده‌ها به‌ازای یک کیلومتر} = ۸ / ۶۹ - ۰ / ۷ = ۷ / ۹۹ \text{ g}$$

$$۸ \times ۱۰^۵ \times \frac{۷ / ۹۹ \text{ g}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ ton}}{1.۰^۶ \text{ g}} = ۸ \times ۵ \times ۸ = ۳۲ \text{ ton}$$

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم CO}}{\text{جرم کل آلاینده‌ها}} \times ۱۰۰ = \frac{۰ / ۶}{۰ / ۷} \times ۱۰۰ \approx ۸۵ / ۷۱$$



مؤسسه آموزشی فرهنگی