

دفترچه شماره ۱ از ۲

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

نوبت اول - دی ماه ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد سؤال

مواد امتحانی

۷۰ دقیقه

۴۰

۱

۴۰

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۴۰

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۷۰ دقیقه

۱- با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می آید. اگر مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{۲۲}{۷}$ (۲) $\frac{۶۴}{۷}$ (۳) $\frac{۲۴}{۵}$ (۴) $\frac{۴۸}{۵}$

۲- رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) -۴ (۴) -۸

۳- اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $C - ((A - B)' - (B - C)) - C$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) $A' - (B \cup C)$ (۲) $B - (A \cup C)$ (۳) $C - (A \cup B)$ (۴) $(A' \cup B') - C$

۴- کدام گزاره زیر، همارز منطقی گزاره $[(p \wedge (\sim q \wedge r)) \vee (q \wedge r)] \vee (p \wedge r)$ است؟

- (۱) q (۲) r (۳) $r \vee p$ (۴) $p \vee q$

۵- معادله های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیر صفر دارند. اختلاف ریشه های غیر مشترک کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۶- نمودار تابع $y = \frac{۲}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -2$ واقع می شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۷- نقاط $A(0, 1)$ و $B(4, -2)$ دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۸- توابع $f(x) = \log(2x - 5)$ و $g(x) = x + \sqrt{2x - 4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{2}$ (۲) $4 - \sqrt{3}$ (۳) $4 + \sqrt{2}$ (۴) $4 + \sqrt{3}$

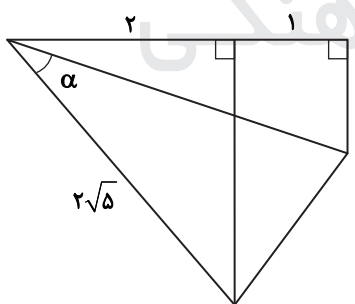
۹- نمودار $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه ای به طول ۱ قطع می کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b - a$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

۱۰- معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^3 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4}$ دارای چند جواب مثبت است؟

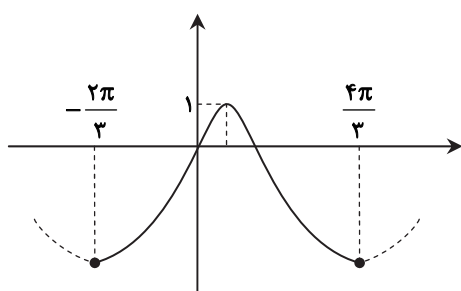
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱- در شکل روبه رو، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{10}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

۱۲- شکل روبه رو، قسمتی از نمودار $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{3})$ را نشان می دهد. مقدار $b(c - a)$ کدام است؟

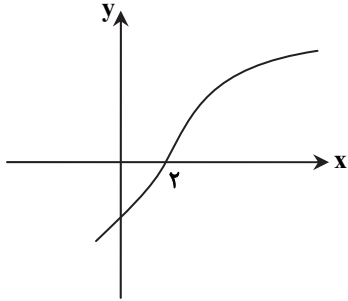


- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۳- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right)\cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ در بازهٔ $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

۱۴- اگر $f(x) = \left|\frac{1}{2}x - 1\right|$ و شکل روبه‌رو نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادلهٔ $g(f(g(x+2))) = 0$ چند ریشه دارد؟



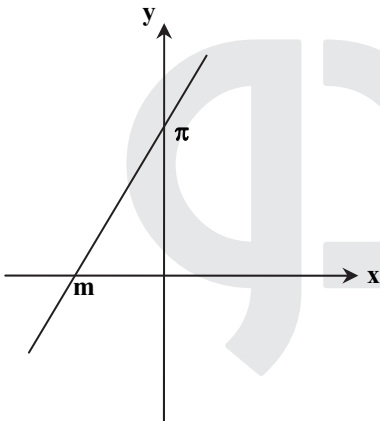
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۵- شکل روبه‌رو، نمودار تابع f^{-1} را نشان می‌دهد. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$ باشد، مقدار m کدام است؟



(۱) $-\sqrt{\pi}$

(۲) $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

(۳) $-\frac{1}{\pi}$

(۴) $-\pi\sqrt{\pi}$

۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x - [x]| & \text{زوج} \\ |x - [x - a]| & \text{فرد} \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مجموعهٔ مقادیر $[a]$ شامل چند عضو است؟

($a < -1$)

(۱) صفر

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) ۳

۱۷- تابع $f(x) = \frac{x}{1 - |x|}$ چند نقطهٔ بحرانی دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۸- به‌ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x - 3|\sqrt{ax}$ ، در نقطهٔ $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟

(۱) ۲

(۲) ۸

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{1}{8}$

۱۹- نمودار تابع $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$ محور x ها را در α و β قطع می‌کند. اگر مجموع α و β بیشترین مقدار باشد، m کدام است؟

(۱) $2 + \sqrt{5}$

(۲) $2 + \sqrt{3}$

(۳) $2 - \sqrt{5}$

(۴) $2 - \sqrt{3}$

۲۰- ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟

(۱) ۲۴

(۲) ۴۸

(۳) ۷۲

(۴) ۹۶

۲۱- در پرتاب هم‌زمان دو تاس، اعداد روشده m و n هستند. با کدام احتمال، معادله $x^2 - mx + n = 0$ دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۲۲- پیشامدهای ناسازگار A و B از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = \frac{1}{6}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $P(B' | A')$ کدام است؟

- (۱) $0/7$ (۲) $0/5$ (۳) $0/55$ (۴) $0/75$

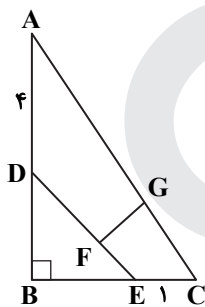
۲۳- در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک‌رقمی در اختیار داریم. دوتای آن‌ها را با کوچک‌ترین عدد زوج بعد از خود و دوتای دیگر را با بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک‌رقمی و غیر تکراری باشند. نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟

- (۱) $0/2\sqrt{5}$ (۲) $0/4\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $1/25$

۲۴- سه کیسه یکسان، هر کدام شامل ۱۰ گوی در اختیار داریم. کیسه اول دارای گوی‌های سبز، کیسه دوم دارای گوی‌های قرمز و کیسه سوم دارای ۲ گوی قرمز و ۸ گوی سبز است. کیسه‌ای به تصادف انتخاب کرده، یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. با کدام احتمال همه گوی‌های آن کیسه قرمز است؟

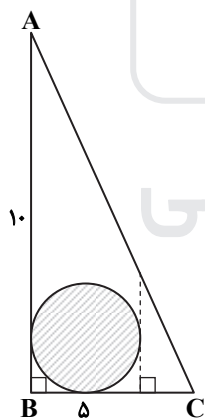
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۲۵- در شکل روبه‌رو، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$ باشد، اندازه FG کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) $1/25$
(۳) $1/5$
(۴) $1/75$

۲۶- اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC ، ۵ و ۱۰ باشد. مساحت ناحیه هاشور خورده، کدام است؟



- (۱) $\frac{25}{9}\pi$
(۲) $\frac{16}{9}\pi$
(۳) $\frac{9}{4}\pi$
(۴) $\frac{5}{4}\pi$

۲۷- در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرهای کم می‌شود؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۱ (۳) ۳۲ (۴) ۳۳

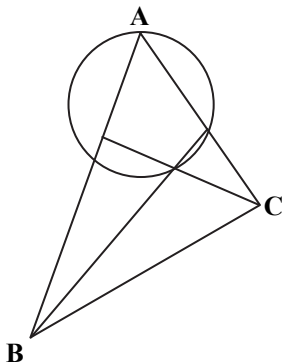
۲۸- در فضا، دو خط l_1 و l_2 موازی هستند. اگر خط d خط l_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و l_2 همواره درست است؟

- (۱) متناظرند. (۲) موازی‌اند. (۳) غیرمتقاطع‌اند. (۴) غیرموازی‌اند.

۲۹- یک دایره به شعاع ۲، داخل دوزنقه متساوی‌الساقینی محاط شده است. اگر یکی از زوایای دوزنقه ۶۰ درجه باشد، مساحت این دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{16}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{24}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{32}{\sqrt{3}}$

۳۰- در شکل روبه‌رو، نیمسازهای زاویه‌های B و C در مثلث ABC رسم شده‌اند. اگر چهارضلعی داخلی دایره محاطی باشد، زاویه A چند درجه است؟



۹۰ (۱)

۷۵ (۲)

۶۰ (۳)

۴۵ (۴)

۳۱- دو دایره با شعاع یکسان در نقاط (۱, ۴) و (۳, ۲) همدیگر را قطع می‌کنند. اگر فاصله بین مراکز دو دایره، دو برابر فاصله بین نقاط تقاطع باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور x کدام است؟

۴√۲ (۴)

۲√۲ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۳۲- اندازه تصویر قائم بردار (۳, -a, ۳) بر امتداد بردار (۱, ۰, a) برابر $\frac{5}{\sqrt{4}}$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

$\frac{10}{7}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۷ (۲)

۲ (۱)

۳۳- از کانون سهمی $y^2 - x - 4y + 2 = 0$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌شود تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس A, B و رأس سهمی، چقدر است؟

$\frac{1}{12}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $D = ABC$ باشد، به‌ازای کدام مقدار x، مجموع درایه‌های قطر اصلی و فرعی ماتریس D برابر هستند؟

۶ (۴)

۵ (۳)

-۳ (۲)

-۴ (۱)

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $\|A\|$ کدام است؟

۱۶ (۴)

-۱۶ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۳۶- باقی‌مانده تقسیم عدد $9 \times (21^{23} - 24^{23})$ بر عدد ۵۶ چقدر است؟

۱ (۴)

۳ (۳)

۵ (۲)

۷ (۱)

۳۷- معادله سیاله $17x + 18y = 987$ در مجموعه اعداد طبیعی، چند دسته جواب دارد؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

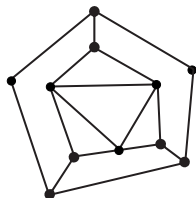
۳۸- شکل روبه‌رو، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



۳۹- هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{12, 13, 14, \dots, m\}$ حداقل دو عضو دارد که مجموع آن‌ها ۴۷ است. اگر حداقل مقدار n برابر ۲۰ باشد، بیشترین مقدار m کدام است؟

۴۲ (۴)

۴۰ (۳)

۳۶ (۲)

۳۲ (۱)

۴۰- اگر در گراف ساده G، $|V(G)| = 18$ ، $\Delta(G) = 8$ و $\delta(G) = 3$ باشند، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای اندازه گراف G کدام است؟

۳۷ (۴)

۳۹ (۳)

۳۸ (۲)

۴۰ (۱)