آزمون رایگان (سنجش آغازین) ۱۱ مهر

دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

۱۴۰۴-۱۴۰۵

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

بنامرخزر

پایهٔ یازدهم دورهٔ دوم متوسطه

سال تحصیلی ۱۴۰۵-۱۴۰۴

پاسخ تشریحی آزمون رایگان (سنجش آغازین)

تذکرهای مهم

- داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون، بانک سؤال گزینه‌دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شمارهٔ داوطلبی (به‌عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به‌عنوان رمز عبور) وارد وب‌سایت گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

- **در صورتی که اینترنتی ثبت‌نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.**

- کارنامه‌های آزمون رایگان (سنجش آغازین) به‌صورت کامل، با فاصلهٔ زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیهٔ اعلام‌شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه‌دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.

دانش‌آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به‌وسیلهٔ گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحهٔ اینستاگرام مؤسسه گزینه‌دو وارد شوید.

gozine2.ir

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۳)

نکته: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری نیستند، «متغیرهای کیفی» گویند.

با توجه به نکته از آنجایی که در مسئله میزان هوش، اندازه‌گیری عددی نشده است، متغیر کیفی است و چون نوعی ترتیبی طبیعی در آن وجود دارد کیفی ترتیبی است.

۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۲)

در آزمایش بیان‌شده در صورت سؤال، جامعه، کل خودروهای ساخته‌شده توسط این کارخانه و نمونه، ۵ خودروی انتخاب‌شده جهت تست تصادف است، بنابراین گزینهٔ ۴ پاسخ است.

۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

نکتهٔ ۱ (اجتماع دو پیشامد): پیشامد $(A\cup B)$ وقتی رخ می‌دهد (اتفاق می‌افتد) که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد (یا A رخ بدهد یا B رخ بدهد یا هر دو رخ بدهند.)

نکتهٔ ۲ (تفاضل دو پیشامد): پیشامد $(A-B)$ وقتی رخ می‌دهد که پیشامد A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.

با توجه به نکات، پیشامد A یا B رخ دهد، یعنی $A\cup B$ و پیشامد A یا B رخ دهد، ولی C رخ ندهد، یعنی $(A\cup B)-C$ که در نمودار گزینهٔ ۱ به‌درستی نشان داده شده است.

۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۳)

راه‌حل اول:

نکته: $\binom{n}{r}=\binom{n-1}{r-1}+\binom{n-1}{r}$

با توجه به نکتهٔ بالا داریم:

$$n=7+1=8$$

راه‌حل دوم:

نکته: به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به‌عبارتی به هر زیرمجموعهٔ r عضوی از یک مجموعهٔ n عضوی، یک ترکیب rتایی از n شیء می‌گوییم که آن را با $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!r!}\quad (0\le r\le n)$$

با توجه به‌صورت سؤال می‌توان نوشت:

$$\binom{n}{4}=\binom{7}{3}+\binom{7}{4}\Rightarrow\frac{n!}{(n-4)!4!}=\frac{7!}{4!3!}+\frac{7!}{4!3!}\Rightarrow\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}{(n-4)!}=\frac{2\times7!}{3!}$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)=2\times7\times6\times5\times4\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)=8\times7\times6\times5\Rightarrow n=8$$

۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۲)

نکته: در تابع خطی، شیب ثابت است.

نکته: شیب خطی که از نقاط (x_1,y_1) و (x_2,y_2) می‌گذرد، برابر است با: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

با توجه به اینکه نقاط $A(1,2)$، $B(2,a+2)$ و $C(4,2a)$ روی یک خط واقع هستند، پس شیب خط گذرا از دوبه دوی آن‌ها با هم برابر است.

$$m_{AB}=m_{AC}\Rightarrow\frac{a+2-2}{2-1}=\frac{2a-2}{4-1}\Rightarrow\frac{a}{1}=\frac{2a-2}{3}\Rightarrow 3a=2a-2\Rightarrow a=-2$$

بنابراین شیب این خط برابر است با:

$$m=-2$$

پس باید شیب خط گذرا از نقاط $(2,1)$ و $(0,b)$ هم برابر ۲- باشد.

$$\frac{b-2}{0-1}=-2\Rightarrow b-2=2\Rightarrow b=4$$

۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

نکتهٔ ۱: تعداد جایگشت‌های r‌تایی از n شیء متمایز یا به‌عبارتی تعداد انتخاب‌های r شیء از بین nشیء متمایز که ترتیب قرار گرفتن آن‌ها مهم باشد را با $P(n,r)$ نمایش می‌دهیم و داریم: $P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$

نکتهٔ ۲: $n!=n(n-1)!\quad,\quad n!=n(n-1)(n-2)!$

با توجه به نکتهٔ ۱ و ۲ داریم:

$$2P(n,2)=2\times\frac{n!}{(n-2)!}=2\times\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}=2(n)(n-1)\quad (I)$$

$$P(2n,2)=\frac{(2n)!}{(2n-2)!}=\frac{(2n)(2n-1)(2n-2)!}{(2n-2)!}=(2n)(2n-1)\quad (II)$$

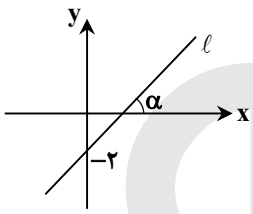
$$(I)\ ,\ (II)\Rightarrow\frac{2(n)(n-1)}{2(n)(2n-1)}=\frac{n-1}{2n-1}=\frac{4}{9}\Rightarrow 9n-9=8n-4\Rightarrow n=5$$

۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکتهٔ ۱: شیب یک خط، برابر تانژانت زاویه‌ای است که خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد.

نکتهٔ ۲: $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$

با توجه به شکل، خط ℓ از نقطهٔ $(-2,0)$ می‌گذرد، پس:



$$3(0)+a(-2)-2\sqrt{3}=0\Rightarrow a=-\sqrt{3}$$

بنابراین شیب این خط برابر است با: $m=\sqrt{3}$

با توجه به نکات، داریم $\tan\alpha=\sqrt{3}$، پس:

$$\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha=1+3=4\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{1}{4}\xrightarrow{\text{حاده }\alpha}\cos\alpha=\frac{1}{2}$$

۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

راه‌حل اول:

نکته: عرض رأس سهمی $y=ax^2+bx+c$، برابر $\frac{4ac-b^2}{4a}$ است.

با توجه به نکتهٔ بالا، عرض رأس سهمی $y=ax^2+2ax+c$ برابر است با: $\frac{4ac-(2a)^2}{4a}=\frac{4ac-4a^2}{4a}=\frac{4a(c-a)}{4a}=c-a$

راه‌حل دوم:

نکته: طول رأس سهمی $y=ax^2+bx+c$ برابر $x=\frac{-b}{2a}$ است و عرض آن از جای‌گذاری این مقدار در معادلهٔ سهمی به دست می‌آید.

$$y=ax^2+2ax+c\Rightarrow x_{\text{رأس}}=\frac{-2a}{2a}=-1\Rightarrow y_{\text{رأس}}=a(-1)^2+2a(-1)+c=c-a$$

۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

نکته: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

نکته: $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3\Rightarrow a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

با توجه به نکات، می‌توان نوشت:

$$\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^3-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)$$

$$\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=1-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha\Rightarrow\sin^6\alpha+\cos^6\alpha=1-3\times(\frac{1}{3})^2=1-\frac{3}{9}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

۱۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

افراد علاقه‌مند به فیلم‌های ایرانی را A و افراد علاقه‌مند به فیلم‌های غیرایرانی را B می‌نامیم. اگر ۱۰ نفری را که به هیچ کدام از فیلم‌های ایرانی و غیرایرانی علاقه ندارند کنار بگذاریم، داریم: $n(A\cup B)=30-10=20$

بنابراین به کمک نکته داریم:

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)\Rightarrow 20=15+20-n(A\cap B)\Rightarrow n(A\cap B)=15$$

۱۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: برای هر عدد طبیعی $n \geq 2$، توان $\frac{1}{n}$ عدد مثبت a را چنین تعریف می‌کنیم: $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

با توجه به نکته و طبق فرض داریم:

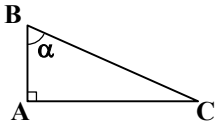
$$\sqrt[3]{a\sqrt{a}} = 9 \Rightarrow a\sqrt{a} = 9^3 \Rightarrow (\sqrt{a})^3 = 9^3 \Rightarrow \sqrt{a} = 9 \Rightarrow a = 81$$

حال داریم:

$$A = \sqrt[3]{2\times\sqrt{81}+81+26} = \sqrt[3]{2\times 9+81+26} = \sqrt[3]{125} = 5$$

۱۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه مطابق شکل روبه‌رو داریم:

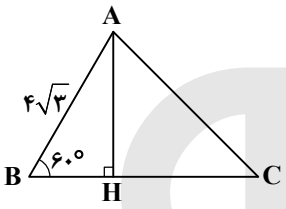


$$\sin\alpha = \frac{\text{طول ضلع مقابل}}{\text{طول وتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{طول ضلع مجاور}}{\text{طول وتر}} = \frac{AB}{BC}$$

راه‌حل اول:

مطابق شکل، ابتدا ارتفاع AH را رسم کرده و اندازهٔ زاویهٔ C را حساب می‌کنیم:



$$\hat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$$

مطابق نکته داریم:

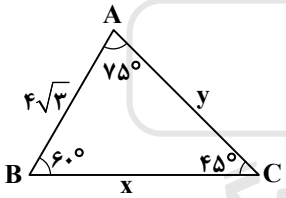
$$\overset{\triangle}{ABH}: \sin 60^\circ = \frac{AH}{4\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{4\sqrt{3}} \Rightarrow AH = 6$$

$$\overset{\triangle}{ACH}: \sin 45^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{6}{AC} \Rightarrow AC = \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

راه‌حل دوم:

نکته: مساحت مثلث ABC برابر است با: $S = \frac{1}{2}\times AB\times BC\times \sin\hat{B}$

با توجه به نکتهٔ فوق و شکل روبه‌رو داریم:



$$S = \frac{1}{2}\times AB\times BC\times \sin\hat{B}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times x\times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S = 3x \quad (1)$$

$$S = \frac{1}{2}\times BC\times AC\times \sin\hat{C}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}\times x\times y\times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S = \frac{\sqrt{2}}{4}xy \quad (2)$$

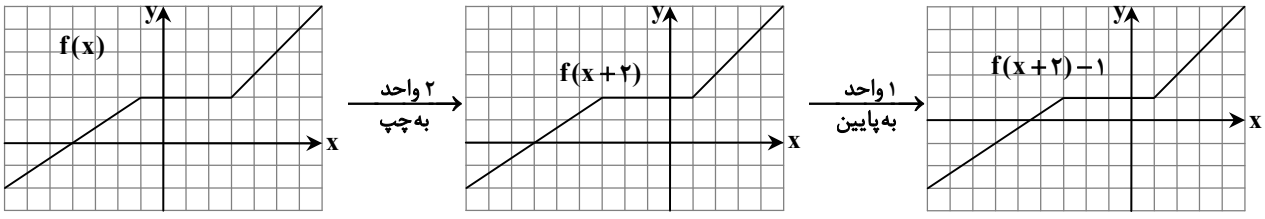
با تقسیم طرفین رابطهٔ (۱) بر (۲) داریم:

$$\frac{S}{S} = \frac{3x}{\frac{\sqrt{2}}{4}xy} \Rightarrow 1 = \frac{3}{\frac{\sqrt{2}}{4}y} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{4}y = 3 \Rightarrow y = \frac{12}{\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

۱۳- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: برای رسم تابع $f(x)+k$، کافی است نمودار $f(x)$ را به‌اندازهٔ k واحد روی محور عرض‌ها انتقال دهیم. اگر $k>0$، انتقال در جهت مثبت و اگر $k<0$، انتقال در جهت منفی خواهد بود.

نکته: برای رسم تابع $f(x+k)$، کافی است نمودار $f(x)$ را به‌اندازهٔ k واحد روی محور طول‌ها انتقال دهیم. اگر $k>0$، انتقال در جهت منفی و اگر $k<0$، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.



۱۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

با توجه به صورت سؤال می‌توان فهمید:

t_n یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۵- است $\Rightarrow t_{n+1}-t_n=-5 \Rightarrow t_n-t_{n+1}=5$

$$t_7+t_8=15 \Rightarrow t_1+6d+t_1+7d=15 \Rightarrow 2t_1+13d=15 \xrightarrow{d=-5} 2t_1+13(-5)=15 \Rightarrow t_1=\frac{15+65}{2}=40$$

$$\begin{cases} t_1=40 \\ d=-5 \end{cases} \Rightarrow t_3=t_1+2d=40-10=30$$

۱۵- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

نکته: به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به‌عبارتی به هر زیر مجموعهٔ r عضوی از یک مجموعهٔ n عضوی، یک ترکیب rتایی از n شیء می‌گوییم که آن را با $C(n,r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (0 \le r \le n)$$

نکته: اگر $S \neq \varnothing$ فضای نمونهٔ متناهی یک پدیدهٔ تصادفی و A پیشامدی در S باشد، در این صورت احتمال وقوع پیشامد A را با نماد $P(A)$ نمایش می‌دهیم و مقدار آن را طبق دستور روبه‌رو محاسبه می‌کنیم: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر تعداد راه‌های انتخاب ۲ نفر عضو تیم از بین ۹ دانش‌آموز است.

$$n(S)=\binom{9}{2}=\frac{9!}{2!7!}=\frac{9\times 8}{2}=36$$

تعداد اعضای پیشامد خواسته‌شده برابر مجموع تعداد راه‌های انتخاب ۲ بازیکن از بین ۴ نفر بازیکن چپ‌دست یا ۵ نفر دانش‌آموز راست‌دست است، پس:

$$n(A)=\binom{4}{2}+\binom{5}{2}=\frac{4!}{2!2!}+\frac{5!}{2!3!}=\frac{4\times 3}{2}+\frac{5\times 4}{2}=16$$

بنابراین:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$$

۱۶- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: استدلال * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

نکته: اگر S فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و $A \subseteq S$ یک پیشامد در فضای S باشد، احتمال رخداد پیشامد A یعنی $P(A)$ به‌صورت $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ تعریف می‌شود که $0 \le P(A) \le 1$ می‌باشد.

نکته: اگر تاسی را n بار پرتاب کنیم، فضای نمونه‌ای آن 6^n عضو دارد.

چون تاس را ۳ مرتبه پرتاب کرده‌ایم، بنابراین فضای نمونه‌ای 6^3 عضو دارد.

چون قرار است عدد روشده در بار دوم از بار اول بیشتر باشد و عدد روشده در بار سوم از بار دوم بیشتر باشد، بنابراین ابتدا از اعداد $\{1,2,3,4,5,6\}$، ۳ عدد به‌تصادف انتخاب می‌کنیم که قرار است مرتبهٔ اول، دوم و سوم ظاهر شوند، اما دقت کنید که این ۳ عدد نمی‌توانند جابه‌جا شوند و فقط یک حالت دارند، که از کوچک به بزرگ مرتب شوند؛ بنابراین تعداد حالات آن برابر $\binom{6}{3}=20$ حالت می‌باشد. در نتیجه:

$$P(A)=\frac{20}{6^3}=\frac{20}{6\times 6\times 6}=\frac{5}{54}$$

۱۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۱)

نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد؛ به‌طوری که برای انجام مرحلهٔ اول m روش و برای هرکدام از این m روش، مرحلهٔ دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار موردنظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

حالات مختلف را می‌نویسیم:

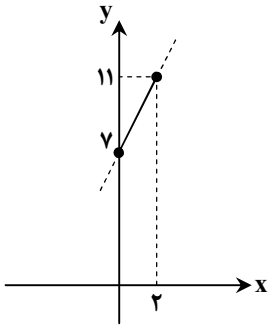
		رقم ۱	تعداد حالات $=3\times 4=12$
۳	۴	۱	
		رقم ۳	تعداد حالات $=3\times 3=9$
۳	۳	۱	
		رقم ۵	تعداد حالات $=2\times 3=6$
۳	۲	۱	
	رقم ۹	رقم ۷	تعداد حالات $=3\times 1=3$
۳	۱	۱	

بنابراین تعداد کل حالات برابر است با: $12+9+6+3=30$

۱۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۲)

نکته: در تابع $y=f(x)$ به مجموعه مقادیری که x می‌تواند اتخاذ کند، دامنهٔ تابع و به مجموعه مقادیری که y می‌تواند اتخاذ کند، برد تابع می‌گوییم.

با استفاده از نکتهٔ بالا داریم:



$$D_f=[0,2] \Rightarrow 0\le x\le 2$$
$$\Rightarrow 0\le 2x\le 4 \Rightarrow 7\le 2x+7\le 11$$
$$\Rightarrow 7\le f(x)\le 11 \Rightarrow R_f=[7,11]$$

۱۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

نکته: چندجمله‌ای درجه ۲، ax^2+bx+c همواره:

الف) مثبت است اگر $\Delta<0$ و $a>0$

ب) منفی است اگر $\Delta<0$ و $a<0$

ابتدا کل عبارت را به یک سمت نامعادله برده و عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{mx^2+(1-m)x+2m-1}{-x^2+x-1}-1<0 \Rightarrow \frac{mx^2+(1-m)x+2m-1+x^2-x+1}{-x^2+x-1}<0 \Rightarrow \frac{(m+1)x^2-mx+2m}{-x^2+x-1}<0$$

با توجه به نکته، عبارت مخرج همواره منفی است؛ زیرا دلتای آن منفی و ضریب x^2 نیز منفی است. بنابراین اگر کل عبارت بخواهد منفی باشد، باید عبارت صورت همواره مثبت باشد.

با توجه به نکته، برای برقراری نامعادلهٔ $(m+1)x^2-mx+2m>0$، باید ۲ شرط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} x^2\text{ضریب}>0 \\ \Delta<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+1>0 \Rightarrow m>-1 \quad (1) \\ m^2-4(2m)(m+1)<0 \Rightarrow -7m^2-8m<0 \quad (2) \end{cases}$$

برای حل نامعادلهٔ شمارهٔ ۲ جدول تعیین علامت آن را تشکیل می‌دهیم:

$$-7m^2-8m=0 \Rightarrow m(-7m-8)=0 \Rightarrow m=0 \text{ یا } m=-\frac{8}{7}$$

m		$-\frac{8}{7}$		0	
$-7m^2-8m$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$\Rightarrow m<-\frac{8}{7} \text{ یا } m>0 \quad (3)$$

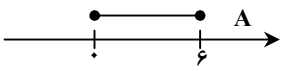
از اشتراک (۱) و (۳) داریم:

$$m\in(0,+\infty)$$

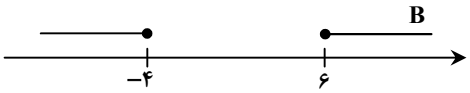
۲۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: استدلال * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

هر دو نامعادله را حل می‌کنیم و مجموعه جواب را روی محور نمایش می‌دهیم:

$$|x-3|\le 3 \Rightarrow -3\le x-3\le 3 \Rightarrow 0\le x\le 6$$



$$|x-1|\ge 5 \Rightarrow \begin{cases} x-1\ge 5 \Rightarrow x\ge 6 \\ \text{یا} \\ x-1\le -5 \Rightarrow x\le -4 \end{cases}$$

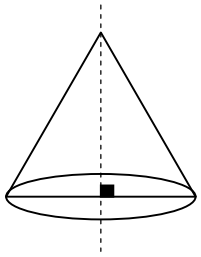


بنابراین $A\cup B$، $A-B$ و $B-A$ مجموعه‌هایی نامتناهی هستند؛ ولی $A\cap B=\{6\}$ که مجموعه‌ای متناهی است. بنابراین گزینهٔ ۳ پاسخ است.

۲۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: از دوران دادن شکل‌های متفاوت هندسی حول یک محور، می‌توان جسم‌های هندسی مختلفی بوجود آورد.

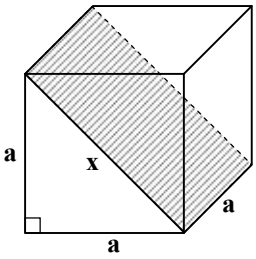
از دوران مثلث متساوی‌الساقین حول ارتفاعش، یک مخروط پدید می‌آید.



بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

۲۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

اگر اندازهٔ یال مکعب را a در نظر بگیریم، داریم:



$$x^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow x = a\sqrt{2}$$

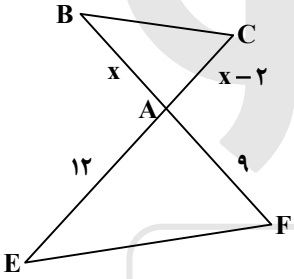
$$S = a \cdot x = a \times a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5}$$

$$V_{\text{مکعب}} = a^3 = (\sqrt{5})^3 = \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$$

۲۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۴)

نکته: در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k، نسبت مساحت‌ها برابر k^2 است.

چون $x > x-2$، پس ضلع $x-2$ با ضلع ۹ و ضلع x با ضلع ۱۲ متناسب است. بنابراین:



$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{x-2}{9} \Rightarrow 12x - 24 = 9x \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8$$

بنابراین نسبت تشابه برابر است با:

$$k = \frac{AE}{AB} = \frac{12}{x} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

در نتیجه نسبت مساحت‌ها برابر است با:

$$k^2 = (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$$

۲۴- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

نکتهٔ ۱: از اتصال متوالی وسط‌های اضلاع هر چهارضلعی با قطرهای عمود برهم، یک مستطیل پدید می‌آید.

نکتهٔ ۲: از اتصال متوالی وسط‌های اضلاع هر مستطیل، یک لوزی پدید می‌آید.

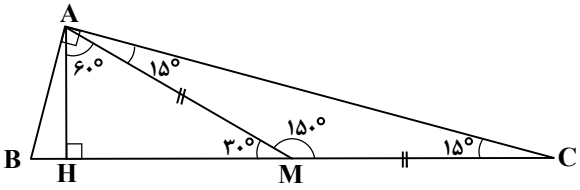
با توجه به اینکه چهارضلعی $ABCD$ قطرهایش برهم عمودند، از نکتهٔ ۱ نتیجه می‌گیریم $MNPQ$ مستطیل است، بنابراین از نکتهٔ ۲ نتیجه می‌شود چهارضلعی نهایی یک لوزی است.

۲۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکتهٔ ۱: در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است.

نکتهٔ ۲: در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویهٔ 15° (یا 75°) دارد، ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ وتر است.

ابتدا با توجه به نکتهٔ ۱ و مطابق شکل داریم:



$$A\hat{M}H = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow A\hat{M}C = 150^\circ$$

$$MA = MC \Rightarrow \hat{C} = C\hat{A}M \Rightarrow \hat{C} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

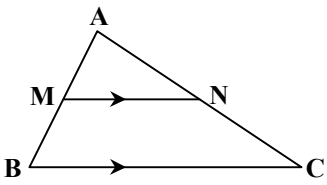
پس با توجه به نکتهٔ ۲، چون در مثلث ABC، اندازهٔ زاویهٔ C برابر با 15° است، داریم:

$$AH = \frac{1}{4}BC$$

بنابراین گزینهٔ ۲ پاسخ است.

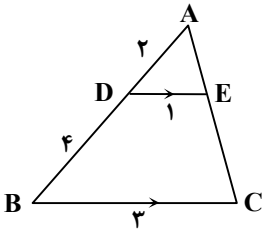
۲۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته (قضیهٔ تالس و تعمیم آن): اگر در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند؛ آنگاه روابط زیر برقرار است:



$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC} \quad , \quad \frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

طبق نکته در شکل روبه‌رو، داریم:



$$\overset{\triangle}{ABC}: DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC} \overset{\text{طبق فرض}}{=\!=} \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{۲}{BD}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow BD=۴$$

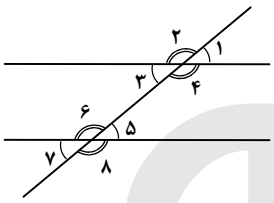
$$\overset{\triangle}{ABC}: DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{DE}{۳}=\frac{۲}{۶} \Rightarrow DE=۱$$

بنابراین:

$$\frac{DE}{AB}=\frac{۱}{۶}$$

۲۷- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

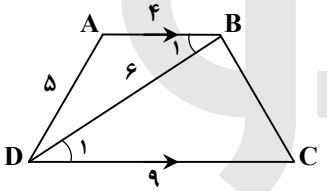
نکته (قضیهٔ خطوط موازی و مورب): اگر یک خط مورب، دو خط موازی را قطع کند، آنگاه هشت زاویه به وجود می‌آید که چهار به چهار با هم مساوی‌اند.



$$\hat{۱}=\hat{۳}=\hat{۵}=\hat{۷}$$
$$\hat{۲}=\hat{۴}=\hat{۶}=\hat{۸}$$

نکته: اگر اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگری متناسب و زاویهٔ بین این اضلاع در دو مثلث برابر باشد، آنگاه آن دو مثلث متشابه‌اند.

با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} \frac{AB}{BD}=\frac{BD}{CD}=\frac{۲}{۳} \text{ (طبق اندازه‌ها)} \\ \hat{B}_۱=\hat{D}_۱ \text{ (موازی و مورب)} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض‌زض}} \overset{\triangle}{ABD} \sim \overset{\triangle}{BCD}$$

با توجه به متشابه بودن دو مثلث، اضلاع سوم این مثلث‌ها نیز متناسب‌اند:

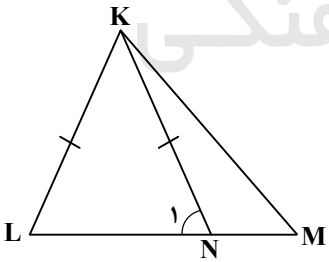
$$\frac{AD}{BC}=\frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{۵}{BC}=\frac{۴}{۶} \Rightarrow BC=\frac{۶\times۵}{۴}=۷/۵$$

۲۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: در هر مثلث با دو زاویهٔ نابرابر، ضلع روبه‌رو به زاویهٔ بزرگ‌تر از ضلع روبه‌رو به زاویهٔ کوچک‌تر، بزرگ‌تر است.

نکته: در هر مثلث هر زاویهٔ خارجی با مجموع دو زاویهٔ داخلی غیرمجاور برابر است.. بنابراین هر زاویهٔ خارجی از هر زاویهٔ داخلی غیر مجاورش بزرگ‌تر است.

در مثلث KLN داریم:



$$\overset{\triangle}{KLN}: KL=KN \Rightarrow \hat{L}=\hat{N}_۱ \quad (*)$$

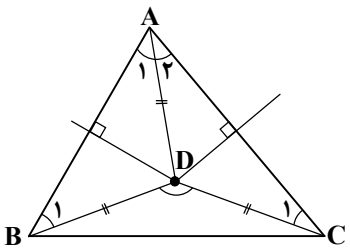
اینک با توجه به نکات خواهیم داشت:

$$\overset{\triangle}{KNM}: \text{خارجی } \hat{N}_۱ > \hat{M} \xrightarrow{(*)} \hat{L} > \hat{M} \xrightarrow{\overset{\triangle}{KLM}} KM > KL$$

۲۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: استدلال * هندسه ۱ (فصل ۱، درس‌های ۱ و ۲)

نکته: هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.

با توجه به نکتهٔ بالا در شکل روبه‌رو داریم:



$$DA=DB=DC$$

در نتیجه:

$$\overset{\triangle}{ABD}: DA=DB \Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{B}_۱ \Rightarrow A\hat{D}B=۱۸۰^\circ-۲\hat{A}_۱ \quad (۱)$$

$$\overset{\triangle}{ACD}: DA=DC \Rightarrow \hat{A}_۲=\hat{C}_۱ \Rightarrow A\hat{D}C=۱۸۰^\circ-۲\hat{A}_۲ \quad (۲)$$

و زاویهٔ $B\hat{D}C$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

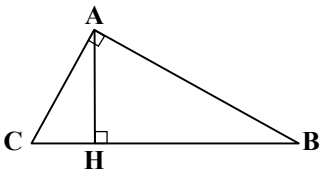
$$B\hat{D}C=۳۶۰^\circ-(A\hat{D}B+A\hat{D}C) \xrightarrow{(۱)\ ,\ (۲)} B\hat{D}C=۳۶۰^\circ-(۱۸۰^\circ-۲\hat{A}_۱+۱۸۰^\circ-۲\hat{A}_۲)=۳۶۰^\circ-(۳۶۰^\circ-۲(\hat{A}_۱+\hat{A}_۲))=۲\hat{A}$$

۳۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * هندسه ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

نکته: اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشند، آنگاه آن دو مثلث متشابه‌اند.

نکته: نسبت مساحت دو مثلث متشابه، مربع نسبت تشابه آن‌هاست.

نکته (روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه): در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC روابط زیر برقرارند:



۱) $AB^2 = BH \cdot BC$

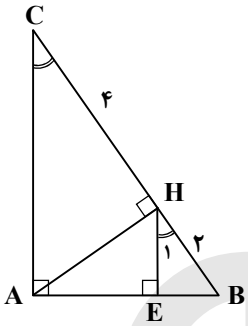
۲) $AC^2 = CH \cdot BC$

۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

۴) $AH^2 = BH \cdot CH$

۵) $AH \cdot BC = AC \cdot AB$

طبق شکل روبه‌رو و نکات فوق، داریم:



$$AC^2 = CH \cdot BC = ۴ \times ۶ \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۶}$$

$$\begin{cases} \overset{\triangle}{ABC} : \hat{B} + \hat{C} = ۹۰^\circ \\ \overset{\triangle}{BEH} : \hat{B} + \hat{H}_۱ = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{H}_۱ = \hat{C}$$

$$\begin{cases} \hat{H}_۱ = \hat{C} \\ \hat{E} = \hat{H} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \overset{\triangle}{BHE} \sim \overset{\triangle}{ACH}$$

نسبت تشابه این دو مثلث برابر است با:

$$k = \frac{BH}{AC} = \frac{۲}{۲\sqrt{۶}} = \frac{۱}{\sqrt{۶}}$$

بنابراین نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:

$$\frac{S_{BEH}}{S_{AHC}} = k^2 = \left(\frac{۱}{\sqrt{۶}}\right)^2 = \frac{۱}{۶}$$

فیزیک

۳۱- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۱)

■ کمترین درجهٔ ترازو $\frac{۱۰}{۵} = ۲g$ است؛ پس دقت اندازه‌گیری ترازو $۲g$ است.

■ دقت اندازه‌گیری کولیس $۰/۰۱cm$ است که برابر با $۰/۱mm$ می‌شود.

۳۲- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: استدلال * فیزیک ۱ (فصل ۱)

در یک تساوی فیزیکی یکای دو طرف تساوی باید یکسان باشد. از طرفی برای اینکه دو کمیت فیزیکی را بتوان جمع یا تفریق نمود، باید یکای آن‌ها یکسان باشد.

A از جنس انرژی بوده و یکای انرژی برحسب یکاهای اصلی $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ است، پس یکای BC و یکای EF^2 هم باید برابر $\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$ باشد؛

بنابراین: ($[\ ]$ نشان‌دهندهٔ یکای کمیت است.)

$$[BC] = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \xrightarrow{[B]=m} m[C] = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \Rightarrow [C] = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$\frac{kg \cdot m}{s^2}$ یکای نیرو است.

$$[EF^2] = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \xrightarrow{[E]=kg} kg[F^2] = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \Rightarrow [F^2] = \frac{m^2}{s^2} \Rightarrow [F] = \frac{m}{s}$$

$\frac{m}{s}$ یکای تندی است.

۳۳- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۱)

$$۲۰۰\frac{cm^۳}{s}=۲۰۰\frac{cm^۳}{s}\times(\frac{۶۰s}{۱min})\times(\frac{۱۰^{-۳}L}{۱cm^۳})=۱۲\frac{L}{min}$$

* $۱L=۱۰^۳\,cm^۳$

۳۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۱)

چگالی پرتقال با پوست کمتر از چگالی آب است و روی سطح آب شناور می‌ماند، اما چگالی پرتقال بدون پوست بیشتر از چگالی آب است و درنتیجه در آب فرو می‌رود.

۳۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: استدلال * فیزیک ۱ (فصل ۲)

وقتی لولهٔ مویین شیشه‌ای در ظرف محتوی جیوه قرار می‌گیرد، چون نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه کمتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول جیوه است، جیوه در لولهٔ مویین بالا می‌رود، ولی سطح آن پایین‌تر از سطح جیوهٔ ظرف قرار می‌گیرد. توجه کنید هرچه قطر لولهٔ مویین در این حالت کمتر باشد، ارتفاع ستون جیوه در آن نیز کمتر می‌شود.

۳۶- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$\left.\begin{array}{l}\text{براساس شکل (الف)}: P_۲=P_۱+۴cmHg\\ \text{براساس شکل (ب)}: P_۱=P_۰+۵cmHg\end{array}\right\}\Rightarrow P_۲=(P_۰+۵)+۴=P_۰+۹cmHg$$

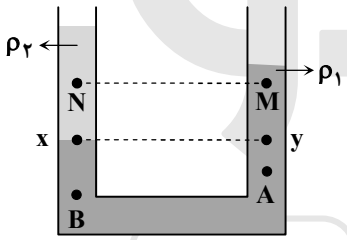
۳۷- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۲)

نکتهٔ ۱: سه نقطهٔ A، B و M در مایع شمارهٔ ۱ هستند. از آنجایی که نقطهٔ M بالاترین و نقطهٔ B پایین‌ترین است، پس:

$$P_B>P_A>P_M$$

نکتهٔ ۲: دو نقطهٔ M و N هم‌ارتفاع هستند، اما چگالی دو مایع متفاوت است، پس $P_M\neq P_N$. دو نقطهٔ x و y هم‌ارتفاع و در مایع ۱ هستند، پس $P_x=P_y$. با توجه به شکل $\rho_۱>\rho_۲$ است، در نتیجه اگر از نقطهٔ x و y به یک اندازه $(h=My=Nx)$ بالا رویم، اختلاف فشار ایجاد شده در مایع (۱) بیشتر خواهد بود $(\Delta P=\rho gh)$؛ در نتیجه $P_N>P_M$ خواهد بود.

برای مرتب شدن فشارها باید مقایسهٔ بین P_N و P_A را انجام دهیم:



$$\left.\begin{array}{l}P_N<P_x\\ P_A>P_x\end{array}\right\}\Rightarrow P_A>P_N$$

بنابراین داریم:

$$P_B>P_A>P_N>P_M$$

۳۸- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P_{هوا}=(\rho gh)_{ستون\,جیوه}=۱۳۶۰۰\times۱۰\times\frac{۵۰}{۱۰۰}=۶۸۰۰۰\,Pa=۶۸\,kPa$$

۳۹- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۲)

معادلهٔ پیوستگی: $A_۱v_۱=A_۲v_۲\Rightarrow\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{A_۱}{A_۲}=(\frac{D_۱}{D_۲})^۲=(\frac{D_۱}{۰/۸D_۱})^۲=\frac{۲۵}{۱۶}$

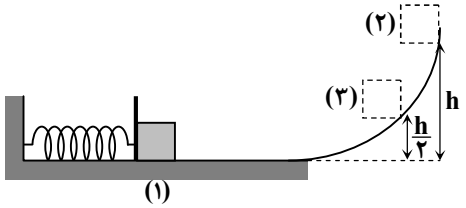
درصد تغییر تندی شاره $=(\frac{v_۲}{v_۱}-۱)\times۱۰۰=(\frac{۲۵}{۱۶}-۱)\times۱۰۰=\frac{۹}{۱۶}\times۱۰۰\simeq٪۵۶$

۴۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۳)

قضیهٔ کار- انرژی جنبشی: $\Delta K=W_t=W_F+W_{f_k}\Rightarrow\frac{۱}{۲}m(v^۲-v_۰^۲)=FdCos۳۷^\circ-f_k\cdot d=(FCos۳۷^\circ-f_k)d$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۱۰\times(۴۰-۰)=۱۰\times(۰/۸F-۲۰)\Rightarrow۲۰=۰/۸F-۲۰\Rightarrow۰/۸F=۴۰\Rightarrow F=۵۰N$$

۴۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۳)



رابطهٔ (۱) $E_۱=E_۲\Rightarrow$ انرژی پتانسیل کشسانی $=mgh\Rightarrow۸۰=mgh$

$$E_۱=E_۳\Rightarrow\text{انرژی پتانسیل کشسانی}=K_۳+U_۳$$

$$\Rightarrow۸۰=\frac{۱}{۲}mv^۲+mg\times\frac{h}{۲}\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}}۸۰=\frac{۱}{۲}mv^۲+\frac{۱}{۲}\times۸۰$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۲}mv^۲=۴۰\Rightarrow\frac{۱}{۲}\times۲\times v^۲=۴۰\Rightarrow v=۲\sqrt{۱۰}\,\frac{m}{s}$$

مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح افقی در نظر گرفته‌ایم.

۴۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \Delta K=K_2-K_1=\frac{1}{2}(m_2v_2^2-m_1v_1^2)$$

$$=\frac{1}{2}(900\times30^2-1000\times20^2)=\frac{1}{2}\times410000=205000\,J=205\,kJ$$

۴۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$Sin30^\circ=\frac{5}{AB}=\frac{1}{2} \Rightarrow AB=\frac{5}{\frac{1}{2}}=10\,m$$

$$W_{f_k}=E_C-E_A=(U_C+K_C)-(U_A+K_A)$$

$$\Rightarrow (f_kCos\theta)\times AB=(mgh_C+\frac{1}{2}mv_C^2)-(mgh_A+\frac{1}{2}mv_A^2)$$

$$\Rightarrow 1/9\times(-1)\times10=(0+\frac{1}{2}\times0/5\times v_C^2)-(0+\frac{1}{2}\times0/5\times400)$$

$$\Rightarrow -19=\frac{1}{4}v_C^2-100 \Rightarrow v_C^2=81\times4 \Rightarrow v_C=9\times2=18\frac{m}{s}$$

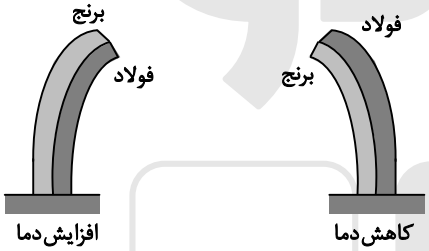
۴۴- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$\text{بازده خطوط انتقال}=\frac{\text{توان شهر}}{\text{توان ورودی خطوط}}\times100 \Rightarrow 90=\frac{450}{\text{توان ورودی خطوط}}\times100 \Rightarrow \text{توان ورودی خطوط}=500\,MW$$

$$\text{بازده نیروگاه}=\frac{\text{توان خروجی از نیروگاه}}{\text{توان ورودی به نیروگاه}}\times100 \Rightarrow 40=\frac{500}{\text{توان ورودی به نیروگاه}}\times100 \Rightarrow \text{توان ورودی به نیروگاه (مصرف سوخت)}=1250\,MW$$

۴۵- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: استدلال * فیزیک ۱ (فصل ۴)

با توجه به اینکه ضریب انبساط طولی برنج بیشتر است، با افزایش دما بیشتر منبسط شده و با کاهش دما، بیشتر منقبض می‌شود؛ بنابراین نوار دوفلزه به‌صورت روبه‌رو درمی‌آید.



۴۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\text{حجم مایع سرریز شده}=\Delta V_{\text{مایع}}-\Delta V_{\text{ظرف}} \Rightarrow \text{حجم مایع سرریز شده}=V_1\beta\Delta\theta-V_1\times3\alpha\times\Delta\theta$$

$$2/5=500(\beta-3\alpha)\times50 \Rightarrow \beta-3\alpha=10^{-4}$$

$$\Rightarrow 3\alpha=1/6\times10^{-4}-10^{-4}=0/6\times10^{-4} \Rightarrow \alpha=0/2\times10^{-4}=20\times10^{-6}\,K^{-1}$$

۴۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$Q=mc\Delta\theta \Rightarrow 12600=\frac{1}{2}\times4200\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta=6^\circ C$$

چگالی آب از صفر درجهٔ سلسیوس تا $4^\circ C$ افزایش و از $4^\circ C$ تا $6^\circ C$ کاهش می‌یابد.

۴۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$T_A=273+\theta_A \Rightarrow \theta_A=300-273=27^\circ C$$

$$Q_A+Q_B=0 \Rightarrow m_1\times300\times(35-27)+m_2\times1200\times\Delta\theta_B=0 \Rightarrow 8m_1+4m_2\times\Delta\theta_B=0$$

$$\xrightarrow{m_2=0/4m_1} 8\cancel{m_1}+4\times0/4\cancel{m_1}\times\Delta\theta_B=0$$

$$\Rightarrow \Delta\theta_B=-5 \Rightarrow 35-\theta_B=-5 \Rightarrow \theta_B=40^\circ C$$

$$\theta_F=\frac{9}{5}\theta_C+32=\frac{9}{5}\times40+32=104^\circ F$$

۴۹- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

در نهایت مخلوط آب و یخ داریم، پس دمای تعادل صفر درجهٔ سلسیوس است. همچنین توجه کنید که $۲/۴ \times ۸۰ = ۳۳۶$ و $۲/۴ \times ۰/۵ = ۲/۱ = ۰$.

یخ: $Q_۱ = (mc\Delta\theta)_{\text{یخ}}$ یخ $-۲۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$

آب: $Q_۲ = (mc\Delta\theta)_{\text{آب}}$ آب $۳۰^\circ C$ به آب $۰^\circ C$

آب: $Q_۳ = -m_{\text{آب یخ‌زده}} L_F$ آب $۰^\circ C$ به یخ $۰^\circ C$

$$Q_۱ + Q_۲ + Q_۳ = ۰ \Rightarrow ۵۰۰ \times ۲/۱ \times (۰ - (-۲۰)) + m_{\text{آب}} \times ۴/۲ \times (۰ - ۳۰) - ۲۵ \times ۳۳۶ = ۰$$

$$\xrightarrow{\div(۴/۲ \times ۵)} ۱۰۰۰ - ۶m_{\text{آب}} - ۵ \times ۸۰ = ۰ \Rightarrow m_{\text{آب}} = ۱۰۰g$$

۵۰- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

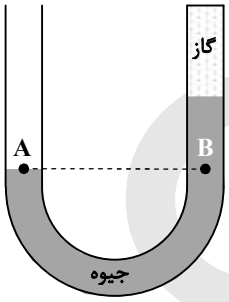
■ گزینهٔ ۱ نادرست است؛ زیرا در یخچال‌ها $Q_L > ۰$، $Q_H < ۰$ و $W > ۰$ است.

■ گزینهٔ ۲ نادرست است؛ زیرا در یخچال آرمانی بنا بر قانون اول ترمودینامیک $Q_H + Q_L + W = ۰$ است.

■ گزینهٔ ۴ نادرست است؛ زیرا بنا بر قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی بدون انجام کار نمی‌توان گرما را از جسم دماپایین به جسم دمابالا منتقل کرد.

۵۱- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۴)

ارتفاع جیوه در دو حالت یکسان بوده، پس حجم گاز در دو حالت با هم برابر است.



$$(V_۱ = V_۲)$$

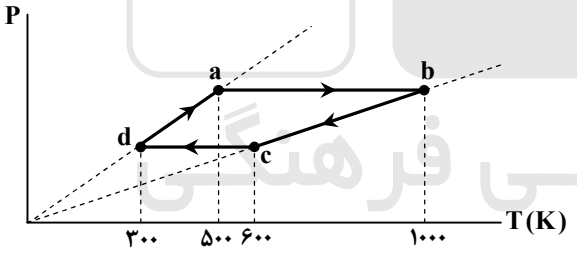
$$\frac{P_{۱\text{گاز}} \times V_۱}{T_۱} = \frac{P_{۲\text{گاز}} \times V_۲}{T_۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۲۷۳ + ۲۷} = \frac{P_{۲\text{گاز}}}{۲۷۳ + ۷} \Rightarrow \frac{۳}{۳۰۰} = \frac{P_{۲\text{گاز}}}{۲۸۰} \Rightarrow P_{۲\text{گاز}} = ۲/۸ cmHg$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{حالت اول}: P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{هوا}} = P_{۱\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} \\ \text{حالت دوم}: P_A = P_B \Rightarrow P'_{\text{هوا}} = P_{۲\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} \end{array}\right\} \Rightarrow P'_{\text{هوا}} - P_{\text{هوا}} = P_{۲\text{گاز}} - P_{۱\text{گاز}} = ۲/۸ - ۳ = -۰/۲ cmHg$$

۵۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

فرایندهای bc و da هم‌حجم و فرایندهای ab و cd هم‌فشار هستند؛ بنابراین:



$$W_{\text{چرخه}} = W_{ab} + W_{cd}$$

$$\left.\begin{array}{l} W_{\text{هم‌فشار}} = -P\Delta V \\ PV = nRT \end{array}\right\} \Rightarrow W_{\text{هم‌فشار}} = -nR\Delta T$$

$$\Rightarrow W_{\text{چرخه}} = -۲ \times ۸/۳ \times (۱۰۰۰ - ۵۰۰) - ۲ \times ۸/۳ \times (۳۰۰ - ۶۰۰)$$

$$\Rightarrow W_{\text{چرخه}} = -۳۳۲۰J$$

W منفی است؛ پس دستگاه روی محیط کار انجام داده و در نتیجه چرخه مربوط به ماشین گرمایی است.

۵۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در تراکم بی‌دررو، دما و فشار گاز افزایش می‌یابد. با افزایش دما، انرژی درونی گاز هم افزایش می‌یابد.

۵۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در این فرایند گاز متراکم می‌شود، بنابراین کار محیط روی گاز مثبت است $(W > ۰)$. همچنین حاصل‌ضرب PV کاهش می‌یابد؛ بنابراین دما و انرژی درونی نیز کم می‌شود $(PV = nRT)$.

$$W = +۵۰J$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta U = Q + W \\ \Delta U < ۰ \ , \ W > ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow Q < ۰ \Rightarrow Q = -۶۵J$$

$$\Delta U = Q + W = -۶۵ + ۵۰ = -۱۵J$$

۵۵- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * فیزیک ۱ (فصل ۵)

تنها مورد «ب» نادرست است؛ چراکه در ضربهٔ قدرت، بر اثر فشار زیاد، مخلوط منبسط می‌شود و درنتیجه پیستون را به پایین می‌راند و روی آن کار انجام می‌دهد.

شیمی

۵۶- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۱)

ذرات زیراتمی اتم، الکترون (e^-)، پروتون (p^+) و نوترون (n°) هستند. در هسته فقط p^+ و n° وجود دارد و فقط p^+ دارای بار است. در اتم مورد نظر شمار پروتون و نوترون یکسان است $(p^+ = n^\circ)$. در آنیون شمار الکترون‌ها (e^-) بیشتر از شمار پروتون‌ها $(q = e^- - p^+$ اندازه بار) است:

۱) $2p^+ = e^- + 0/4e^- = 1/4e^-$

۲) $\frac{e^- - p^+}{2p^+ + e^-} = \frac{1}{8} \xrightarrow{e^- - p^+ = q} \frac{q}{3p^+ + q} = \frac{1}{8} \xrightarrow{q=3} p^+ = 7$

۵۷- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۱)

با توجه به شمار یون‌های لیتیم، ۰/۲ مول نمونه لیتیم فسفید (Li_3P) داریم و با توجه به اینکه جرم این نمونه ۱۰/۲۲ گرم است می‌توان نتیجه گرفت که جرم مولی آن ۵۱/۱ گرم بر مول و جرم مولی لیتیم در این نمونه ۶/۷ گرم بر مول است.

$$Li_3P \xrightarrow{\text{نسبت ۳ به ۱}} \begin{matrix} 0/6\,mol\,Li \\ 0/2\,mol\,P \end{matrix} \Rightarrow 0/6 \times \text{جرم Li} + 0/2 \times \text{جرم P} = 10/22 \Rightarrow 0/2 \times 31 + 0/6 \times \text{جرم Li} = 10/22$$

$$\Rightarrow \text{جرم Li} = 6/7\,amu$$

با توجه به اینکه لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی لیتیم- ۶ و لیتیم- ۷ است، فراوانی ایزوتوپ سنگین ۷۰ درصد و فراوانی ایزوتوپ سبک ۳۰ درصد است:

$$6/7 = 6 + (1 \times \frac{F_2}{100}) \Rightarrow F_2 = \%70$$

از آنجایی که فراوانی لیتیم- ۷ در طبیعت ۹۴ درصد است، می‌توان نتیجه گرفت که نمونه مورد نظر غیرطبیعی و نمونه‌ای غنی شده از ایزوتوپ سبک لیتیم است و چگالی کمتری در مقایسه با نمونه طبیعی لیتیم فسفید دارد.

۵۸- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۱)

بررسی هر مورد:

الف) نادرست: در نمونهٔ ۱۶ گرمی از گاز اکسیژن (O_2)، شمار مولکول‌ها نصف عدد آووگادرو است. $(\frac{16}{32} \times N_A = 0/5N_A)$. گاز اکسیژن O_2 و جرم مولی آن $32\frac{g}{mol}$ است.

ب) درست: جرم نمونه‌ای از گاز متان (CH_4) شامل $2N_A$ اتم هیدروژن $(\frac{2N_A(H)}{N_A \times 4}) \times 16g\,CH_4 = 8g\,CH_4$ برابر ۸ گرم است.

$$2N_A H \times \frac{1N_A CH_4}{4N_A H} \times \frac{1mol\,CH_4}{1N_A CH_4} \times \frac{16g\,CH_4}{1mol\,CH_4} = 8g\,CH_4$$

پ) درست: شمار اتم‌ها در ۰/۵ مول گاز گوگرد دی‌اکسید $(0/5N_A(SO_2) \times 3 = 1/5N_A atom)$ با شمار اتم‌های اکسیژن در ۰/۲۵ مول گلوکز $(C_6H_{12}O_6)$ $(0/25N_A \times 6 = 1/5N_A O)$ برابر است.

ت) درست: اگر جرم شمار $5N_A$ (۵ مول که جرم آن ۵ برابر جرم مولی است) از مولکول‌های ماده‌ای با فرمول مولکولی X_4 برابر ۶۲۰ گرم (پس جرم مولی آن ۱۲۴ گرم بر مول و جرم مولی عنصر X برابر ۳۱ گرم بر مول می‌شود) باشد، جرم مولی عنصر X، ۳۱ گرم بر مول است.

$$5 \times \text{جرم مولی } X_4 = 620 \Rightarrow \text{جرم مولی } X_4 = 124 = 4 \times \text{جرم مولی } X \Rightarrow \text{جرم مولی } X = 31\frac{g}{mol}$$

۵۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل ۱)

می‌دانیم در ناحیه مرئی طیف نشری عنصر هیدروژن، ۴ نور وجود دارد که کمترین انرژی مربوط به نوری با طول موج ۶۵۶ نانومتر بوده که در نتیجه انتقال الکترون از لایه سوم به لایه دوم نشر می‌شود (انتقال ۲ در شکل). پس انتقال‌های ۱ و ۴ هم نورهایی در ناحیه مرئی و انتقال ۳ نوری با انرژی کمتر از نورهایی مرئی نشر می‌کند.

بیشترین انرژی برای انتقال ۱ است، بعد ۴، بعد ۲ و در آخر ۳ که در دستهٔ مرئی هم نیست. یعنی انرژی انتقال‌ها به‌صورت زیر است:

$1 > 4 > 2 > 3$

دلایل نادرست بودن سایر گزینه‌ها:

۲) انتقال ۳ در ناحیهٔ فروسرخ قرار دارد.

۳) این انتقال، از لایهٔ ۵ به ۲ است ولی انتقال ۴ از لایهٔ ۴ به ۲ است.

۴) هرچه انرژی بیشتر باشد، انحراف از منشور (ضریب شکست) بیشتر است. بنابراین میزان انحراف پرتو حاصل از انتقال‌های ۱ و ۴ از پرتو حاصل از انتقال ۲ بیشتر است.

۶۰- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۱)

الکترون‌های با $n+l=5$ در زیرلایه‌های $5s$، $4p$ و $3d$ وجود دارند و پس از الکترون‌های با $n+l=4$ که در زیرلایه‌های $4s$ و $3p$ وجود دارند، به ساختار الکترونی اتم وارد شده‌اند (قاعده آفبا). در زیرلایه‌های $5s$، $4p$ و $3d$ باید جمعاً ۸ الکترون وجود داشته باشد: $3d^8$ (بین $3d$، $5s$ و $4p$ ابتدا $3d$ پر خواهد شد.)

$$_{28}E=[Ar]3d^8/4s^2$$

۶۱- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ تا ۳)

موارد «الف» و «ت» درست است.

الف) Cu_2S و K_3P: تنها یون تک اتمی وجود دارد. مجموع شمار یون‌ها در مس (I) سولفید، برابر ۳ و در پتاسیم فسفید ۴ است.

ت) تمام اتم‌ها به آرایش گاز نجیب می‌رسند.

$$H \rightarrow He \qquad Si, Cl \rightarrow Ar \qquad C, N, O \rightarrow Ne \qquad Br \rightarrow K$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در فرمول شیمیایی ترکیب حاصل از کاتیون مربوط به ترکیب CrY_2 (Cr^{2+}) و آنیون مربوط به ترکیب CuX (X^- آنیون ممکن است یا X^{2-} باشد)، مجموع شمار یون‌ها ۲ یا ۳ است.

پ) طی تولید شدن ۲ مول از ترکیب CaO، ۴ مول الکترون بین اتم‌ها مبادله می‌شود: $Ca^{2+} + O^{2-} \rightarrow CaO$

۶۲- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ تا ۳)

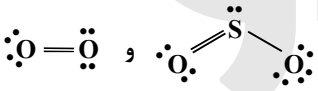
تنها نام و فرمول شیمیایی در ستون ۱ بدون اشکال است:

	۲	۳	۴	۵
نام	آمونیوم نیترات	فسفر تری کلرید	منیزیم فسفات	دی نیتروژن مونو اکسید
فرمول شیمیایی	NH_4NO_3	PCl_3	$Mg_3(PO_4)_2$	N_2O

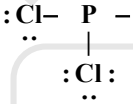
۶۳- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل ۲)

بررسی گزینه‌ها:

۱) مولکول گوگرد دی‌اکسید (۶ جفت الکترون ناپیوندی و ۶ الکترون پیوندی) - مولکول اکسیژن (۴ جفت الکترون ناپیوندی و ۴ الکترون پیوندی)

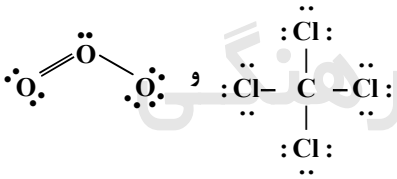


۲) $:C\equiv O:$ و



مولکول کربن مونوکسید (۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۶ الکترون پیوندی) - مولکول فسفر تری کلرید (۹ جفت الکترون ناپیوندی و ۶ الکترون پیوندی)

۳) مولکول کربن تتراکلرید (۱۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۸ الکترون پیوندی) - مولکول اوزون (۶ جفت الکترون ناپیوندی و ۶ الکترون پیوندی)



۴) $:N\equiv N:$ و $H-C\equiv N:$

مولکول نیتروژن (۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۶ الکترون پیوندی) - مولکول هیدروژن سیانید (۱ جفت الکترون ناپیوندی و ۸ الکترون پیوندی)

۶۴- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۲)

با توجه به دمای سطح زمین و انتهای تروپوسفر و با استفاده از این مطلب که در تروپوسفر به‌ازای هر کیلومتر افزایش در ارتفاع، ۶ درجه سانتی‌گراد دمای هوا کاهش می‌یابد، تروپوسفر تا ۱۱/۵ کیلومتری از سطح را پوشانده است.

دمای ۲۳۲ کلوین معادل ۴۱- درجه سلسیوس است. با افزایش ارتفاع در استراتوسفر دمای هوا به‌ازای هر کیلومتر ۲/۸ درجه سلسیوس افزایش می‌یابد. از ۵۵- تا ۴۱- درجه سلسیوس دما ۱۴ درجه سانتی‌گراد افزایش یافته است که معادل ۵ کیلومتر افزایش ارتفاع است. پس در ارتفاع ۱۶/۵ کیلومتری دمای هوا ۲۳۲ کلوین است.

ارتفاع از سطح زمین	۰	۱۱/۵km	در تروپوسفر ⇒
دما °C	۵۵-	۱۴	
ارتفاع از سطح زمین	x	۱۱/۵km	در استراتوسفر ⇒
دما °C	۴۱-	۵۵-	

$$\frac{-41-(-55)}{2/8}=5\,km \Rightarrow \text{بعد از توپوسفر} \Rightarrow 11/5+5=16/5\,km \text{ بالاتر از سطح زمین}$$

۶۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل ۲)

در نمونه‌ای از هوا با فشار $1atm$ و دمای -100 درجه سلسیوس (کربن دی‌اکسید و رطوبت وجود ندارند)، درصد حجمی سایر اجزاء بیشتر از درصد حجمی آن‌ها در نمونه‌ای از هوا با فشار $1atm$ و دمای ۲۵ درجه سلسیوس است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) در هوای مایعی با دمای -200 درجه سلسیوس هلیم وجود ندارد یا مقدار آن قابل چشم‌پوشی کردن است.

۳) طی تقطیر جزءبه‌جزء نمونه‌ای از هوای مایع با دمای -200 درجه سانتی‌گراد، ابتدا گاز نیتروژن، سپس گاز آرگون، بعد از آن گاز اکسیژن از مخلوط خارج می‌شوند (در روند مایع‌سازی هوا، کربن دی‌اکسید به‌صورت جامد از مخلوط جدا شده است).

۴) اگر دمای نمونه‌ای از هوای مایع که با کاهش دما تا -200 درجه سانتی‌گراد تهیه شده است، تا -190 درجه سانتی‌گراد افزایش یابد، نیتروژن به جوش آمده و خارج می‌شود ولی اجزائی مانند اکسیژن و آرگون همچنان مایع هستند.

۶۶- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۲)

اول برای K_2MnO_4 و $KMnO_4$ یک عدد برابر انتخاب می‌کنیم چون Mn فقط در این ۲ ترکیب وجود دارد.

ضریب KIO_4 با KI برابر خواهد بود، چون I فقط در این ۲ است a قرار می‌دهیم.

ضریب KOH ۲ برابر ضریب H_2O خواهد بود. چون H فقط در این ۲ ترکیب حضور دارد.

$$\text{معادله برای K} = 2+a+2b = 4+a \Rightarrow b=1$$

$$\text{معادله برای O} = 8+2 = 8+4a+1 \Rightarrow a=\frac{1}{4}$$

همهٔ ضریب‌ها را در ۴ ضرب می‌کنیم.

در نهایت معادلهٔ موازنه شده به‌صورت زیر است:

$$8KMnO_4 + KI + 8KOH \rightarrow 8K_2MnO_4 + 1KIO_4 + 4H_2O$$

تفاوت مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها برابر ۴ است.

$$8+1+8-(8+1+4)=4$$

$$2KMnO_4 + \overset{a}{K}I + \overset{2b}{K}OH \rightarrow 2K_2MnO_4 + \overset{a}{K}IO_4 + \overset{b}{H_2}O$$

۶۷- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۲)

اکسیدهای فلزی در آب، محلول بازی ایجاد کرده و رنگ کاغذ pH را آبی می‌کنند.

اکسیدهای نافلزی در آب، محلول اسیدی ایجاد کرده و رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کنند.

عنصر X فلزی است که تنها کاتیون با بار $+2$ ایجاد می‌کند و Y نافلزی است که در گروه ۱۶ جدول قرار دارد (در ساختار YO_2 با وجود ۶ جفت الکترون ناپیوندی و ۳ جفت الکترون پیوندی، Y دارای ۶ الکترون ظرفیتی است).

$$\text{ظرفیت برای Y } 6e^- \Rightarrow 2\times6=12e^- \Rightarrow 3\times2+6\times2=18e^-$$

بررسی موارد نادرست گزینه‌ها:

۱) XY_2 (ترکیب X و Y ترکیبی یونی و یک‌به‌یک است.)

۲) X_2Y (ترکیب X و Y ترکیبی یونی و یک‌به‌یک است.)

۴) YH_2 (عنصر Y در ترکیب با هیدروژن ترکیبی مولکولی با فرمول مولکولی YH_2 ایجاد می‌کند.)

۶۸- پاسخ: گزینهٔ ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل ۲)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) افزایش گاز کربن دی‌اکسید در هواکره، باعث تشدید اثر گلخانه‌ای و گرم‌تر شدن زمین می‌شود.

۲) در ایجاد اثر گلخانه‌ای، نقش هواکره برای زمین، مشابه نقش پوشش پلاستیکی برای گلخانه‌ها است.

۳) در اثر افزایش گازهای گلخانه‌ای مانند بخار آب در هواکره، میانگین دما افزایش و تفاوت حداقل و حداکثر دمای شبانه‌روز کاهش می‌یابد.

۶۹- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل ۲)

فرمول شیمیایی	جرم مولی $(\frac{g}{mol})$	نقطه جوش $(°C)$
O_2	۳۲	-183
O_3	۴۸	-112

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) چون جرم‌ها یکسان است و جرم مولی O_2 کمتر است، پس اکسیژن مول بیشتری دارد. اگر در دمایی معین دو ظرف با حجم‌های یکسان با جرم‌های برابری از گازهای اوزون و اکسیژن پر شوند (شمار مول گاز اکسیژن بیشتر است)، فشار نمونه اوزون کمتر از فشار نمونه گاز اکسیژن است.

ت) تفاوت نقطه جوش اوزون و اکسیژن به تفاوت‌های فیزیکی این دو ماده مربوط است و نمی‌توان از آن نتیجه گرفت که مولکول‌های اوزون واکنش‌پذیری بیشتری از مولکول‌های اکسیژن دارند.

۷۰- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۲)

معادله‌های شیمیایی واکنش‌های انجام شده:

$$2H_2(g)+O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l)$$
$$CH_4(g)+2O_2(g) \rightarrow CO_2(g)+2H_2O(l)$$

با توجه به حجم گاز کربن دی‌اکسید تولید شده می‌توان شمار مول گاز متان در مخلوط اولیه و جرم آب تولید شده از سوختن گاز متان را محاسبه کرد:

$$6/72L\,CO_2 \times \frac{1mol\,CO_2}{22/4L\,CO_2} \times \frac{1mol\,CH_4}{1mol\,CO_2} = 0/3mol\,CH_4$$

$$6/72L\,CO_2 \times \frac{1mol\,CO_2}{22/4L\,CO_2} \times \frac{2mol\,H_2O}{1mol\,CO_2} \times \frac{18g\,H_2O}{1mol\,H_2O} = 10/8g\,H_2O$$

پس مقدار $3/6 = (14/4 - 10/8)$ گرم آب از سوختن گاز هیدروژن حاصل شده است:

$$3/6g\,H_2O \times \frac{1mol\,H_2O}{18g\,H_2O} \times \frac{2mol\,H_2}{2mol\,H_2O} = 0/2mol\,H_2$$

در مخلوط گازی نسبت حجم دو گاز با نسبت شمار مول‌های آن‌ها برابر است، پس:

$$\text{درصد حجمی گاز هیدروژن} = \frac{0/2}{(0/2+0/3)} \times 100 = \%40$$

۷۱- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۳)

در محلول ۰/۰۲ مولار منیزیم کلرید ($MgCl_2$، واحد فرمولی دارای ۳ یون است) غلظت مولی یون‌ها ۰/۰۶ مول بر لیتر است، پس در محلول آلومینیوم سولفات ($Al_2(SO_4)_3$) غلظت مولی یون سولفات ۰/۰۶ و غلظت مولی محلول ۰/۰۲ مول بر لیتر است:

$$0/4L\,Al_2(SO_4)_3(aq) \times \frac{0/02mol\,Al_2(SO_4)_3}{1L\,Al_2(SO_4)_3(aq)} \times \frac{342g\,Al_2(SO_4)_3}{1mol\,Al_2(SO_4)_3} = 2/736g\,Al_2(SO_4)_3$$

۷۲- پاسخ: گزینهٔ ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$250g\,NaNO_3(aq) \times \frac{1/7g\,NaNO_3}{100g\,NaNO_3(aq)} \times \frac{23g\,Na}{85g\,NaNO_3} = 1/15g\,Na$$

$$150g\,NaOH(aq) \times \frac{2g\,NaOH}{100g\,NaOH(aq)} \times \frac{23g\,Na}{40g\,NaOH} = 1/725g\,Na$$

پس در محلول نهایی به جرم $400 = (250+150)$ گرم، $2/875$ گرم سدیم وجود دارد:

$$\text{غلظت یون سدیم} = \frac{2/875}{400} \times 1000000 = 7187/5ppm$$

۷۳- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطه: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۳)

با توجه به نمودار انحلال‌پذیری، معادلهٔ انحلال‌پذیری ماده X به‌صورت $S = -0/6\theta + 40$ است. با افزایش دما انحلال‌پذیری مادهٔ X کاهش می‌یابد.

در دمای ۲۰ درجه سانتی‌گراد، انحلال‌پذیری ماده ۲۸ گرم در ۱۰۰ گرم آب است، (با استفاده از معادلهٔ انحال‌پذیری) پس در ۳۲۰ گرم محلول سیرشده ۷۰ گرم حل‌شونده وجود دارد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) اگر محلولی سیرشده از این ماده را گرم کنیم مقداری از حل‌شونده ته‌نشین شده تا محلولی سیرشده و رقیق‌تر حاصل شود. (با افزایش دما انحلال‌پذیری کم می‌شود.)

۳) افزایش دمای هر محلول سیرشده آن، به‌ازای ۱۰۰ گرم آب موجود در محلول، ۰/۶ گرم از مادهٔ X ته‌نشین می‌شود.

۴) در دمای ۳۰ درجه سانتی‌گراد (انحلال‌پذیری برای ۲۲ گرم در ۱۰۰ گرم آب است) غلظت محلول سیرشده این ماده کمتر از ۲۲ درصد جرمی است.

$$\text{درصد جرمی} = \frac{22}{122} \times 100$$

۷۴- پاسخ: گزینهٔ ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل ۳)

NO قطبی و O_2 ناقطبی پس NO برخلاف O_2 در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) هر دو ماده قطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

۲) هر دو ماده قطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

۴) هر دو ماده ناقطبی‌اند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

۷۵- پاسخ: گزینهٔ ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطه: دانش * شیمی ۱ (فصل ۳)

موارد «الف» و «ت» درست است.

یون فسفات و یون کلسیم به ترکیب نامحلول در آب کلسیم فسفات ($Ca_3(PO_4)_2$) تبدیل شده که شمار کاتیون‌های آن بیشتر از شمار آنیون‌ها هستند.