

مثال: حد زیر را برای تابع $f(x) = x^2 + 2x$ با استفاده از تعریف مشتق بیابید.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1-2h)}{h}$$

حل:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+\sqrt{h}) - f(1) + f(1) - f(1-\sqrt{h})}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+\sqrt{h}) - f(1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-\sqrt{h}) - f(1)}{h}$$

$$= \sqrt{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+\sqrt{h}) - f(1)}{\sqrt{h}} + \sqrt{h} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-\sqrt{h}) - f(1)}{-\sqrt{h}}$$

$$= \sqrt{h} \times \lim_{H \rightarrow 0} \frac{f(1+H) - f(1)}{H} + \sqrt{h} \lim_{H \rightarrow 0} \frac{f(1+H) - f(1)}{H}$$

$$= \sqrt{h} \times f'(1) + \sqrt{h} f'(1) = 2\sqrt{h} f'(1) = 2(\sqrt{h} \times 1 + \sqrt{h}) = 2\sqrt{h}$$