تابع ثابت :

مشتق تابع $f(x) = c$ همواره صفر است و بالعکس اگر مشتق تابعی برابر صـــفر باشد، آن تابع همواره تابعی ثابت است.

توابع صعودی و نزولی :

تابع $f(x)$ را در بازه (a, b) صعودی گویند هرگاه به ازای هر x که $x_1, x_2 \in (a, b)$:

اگر $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1)$

و نزولی گویند هرگاه:

اگر $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \leq f(x_1)$

تابع $f(x)$ را در بازه (a, b) صعودی اکید گویند هرگاه به ازای هر x که $x_1, x_2 \in (a, b)$:

اگر $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1)$

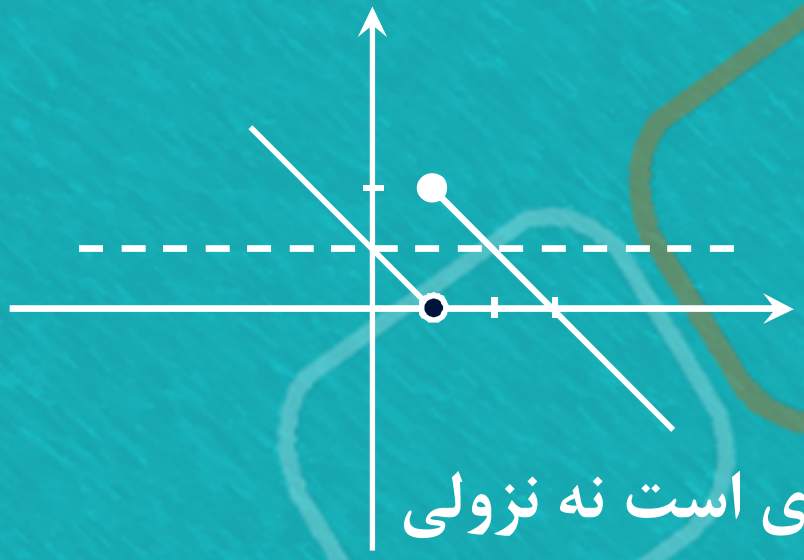
و نزولی اکید گویند هرگاه:

اگر $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1)$

مثال: کدام یک از توابع زیر نزولی (اکید) است؟

۱) $f(x)=\begin{cases} -x+1 & x<1 \\ -x+3 & x\geq 1 \end{cases}$

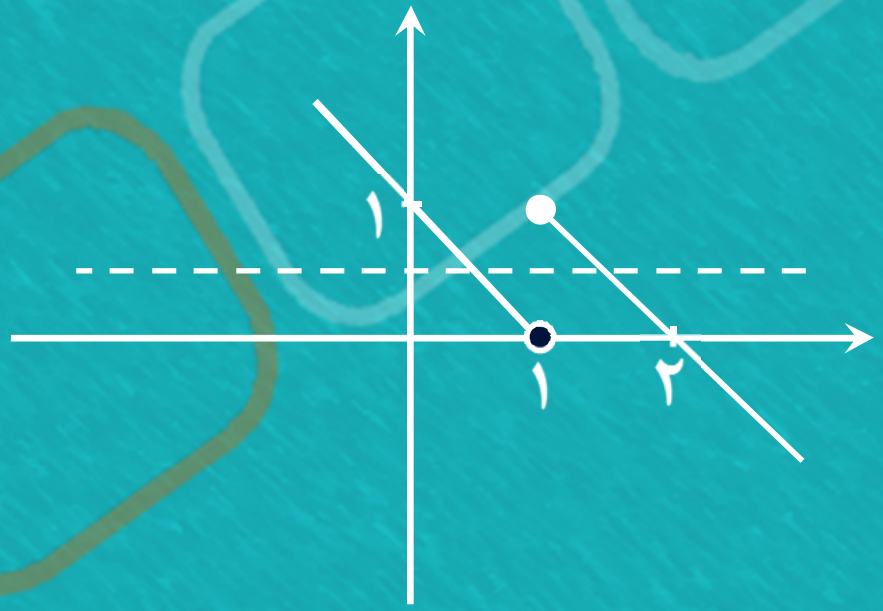
حل:



نه صعودی است نه نزولی

نکته: در توابع چند ضابطـــه‌ای برای بررسی یکنوایی اکیـــد تابـــع لازم است تابـــع در هر ضابطه‌اش یکنوا باشد واشتراک برد ضابطه‌ها تهی باشد

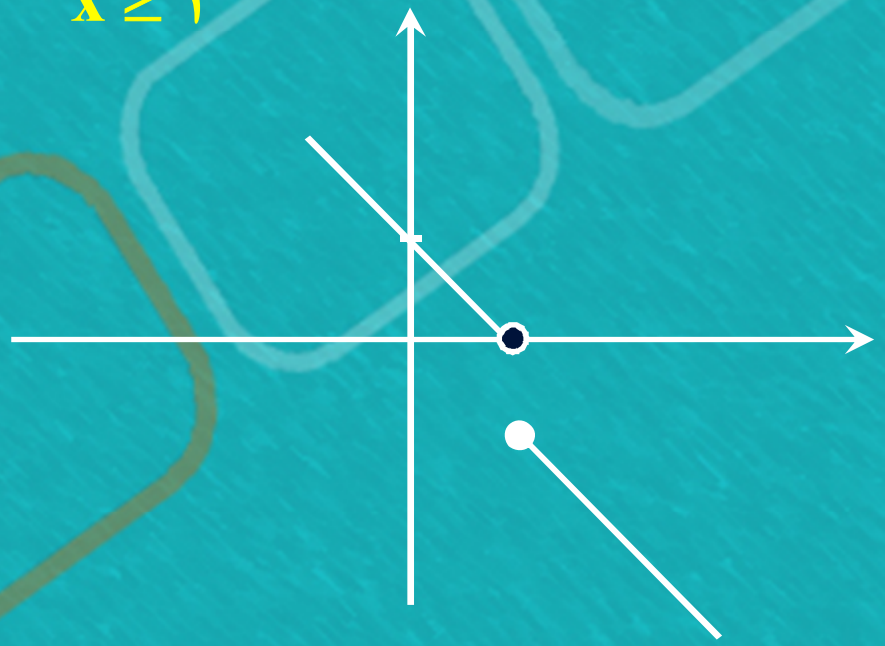
۲) $f(x)=\begin{cases} -x+۱ & x<۱ \\ -x+۲ & x\geq ۱ \end{cases}$



نه صعودی است نه نزولی

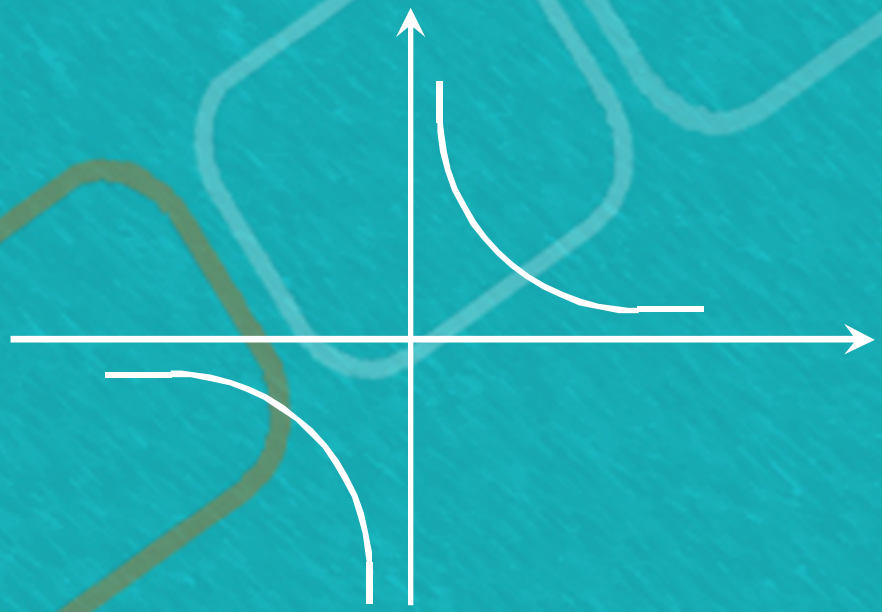
۳) $f(x) = \begin{cases} -x+۱ & x < ۱ \\ -x & x \geq ۱ \end{cases}$

نزولی اکید است.



۴) $f(x) = \frac{۱}{x}$

نه صعودی است نه نزولی



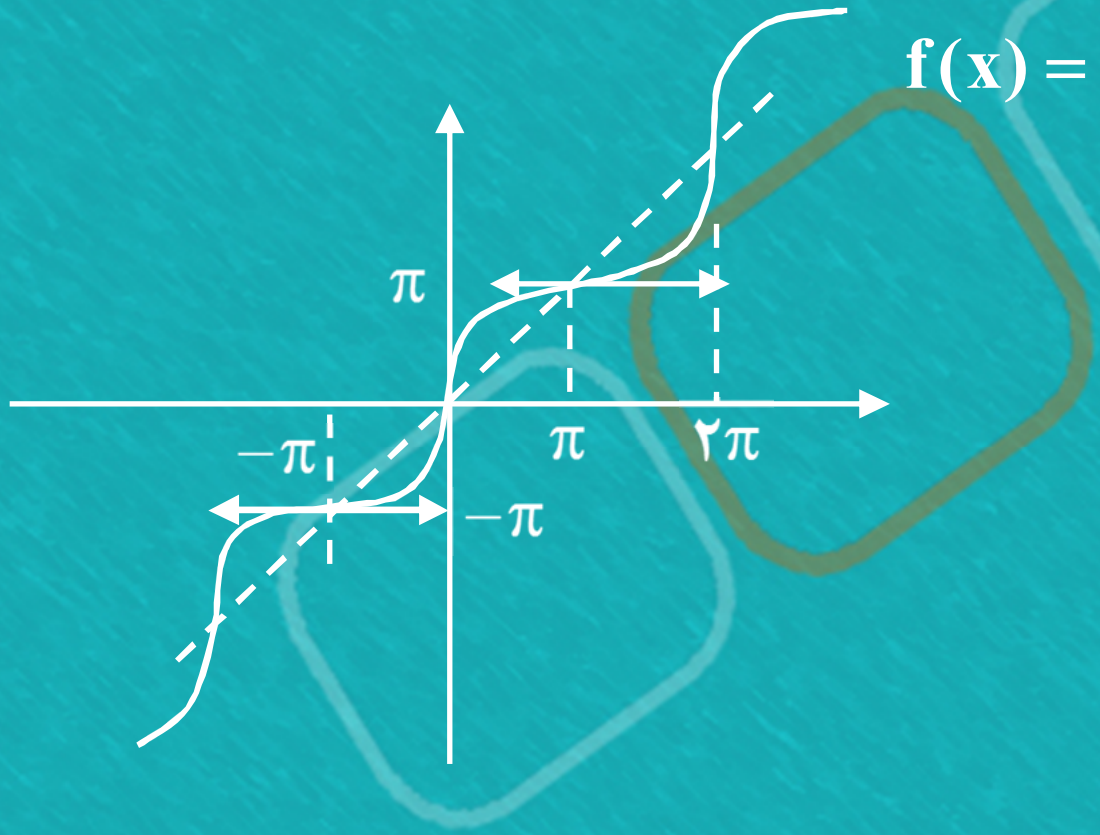
قضیه:

اگر تابع f در بازه (a, b) مشتق‌پذیر باشد، آنگاه در این بازه صعودی است

هرگاه برای $x \in (a, b)$ داشته باشیم : $f'(x) \geq 0$

و نزولی است هرگاه $f'(x) \leq 0$.

توجه: اگر تابع در نقاط محدودی (نه در طول یک بازه) دارای مشتق برابر صفر باشد، بازهم می‌توان از قضیه فوق برای تشخیص صعودی یا نزولی بودن تابع استفاده کرد. مثلاً در تابع $f(x) = x + \sin x$



$$f'(x) = ۱ + \cos x$$

مشتق در نقاط محدودی برابر صفر است اما تابع صعودی (اکید) می‌باشد پس اگر f' برابر صفر شد، باید بررسی کنیم که آیا تابع در یک بازه برابر عدد ثابت بوده است یا در یک نقطه محدود مشتق آن صفر شده است.



$$x > x_1 \Rightarrow f(x) \geq f(x_1) \Rightarrow \lim_{x \to x_1} \frac{f(x) - f(x_1) \geq 0}{x - x_1 \geq 0} \geq 0$$