گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی



پاسخ تشریحی

آزمون سراسری سال ۹۳

- گروه آزمایشی علوم ریاضی

زبان و ادبیات فارسی

۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

معنی درست واژه:

سعایت: سخن‌چینی

۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

معنی درست واژه‌ها:

مظاهرت: حمایت، پشتیبانی/ ورطه: محلّ هلاکت، جای خطرناک/ حلاوت: شیرینی، شیرین بودن/ وزر: بار گران، بزه، گناه/ حطام: مال دنیا، خرده و ریزه

دقّت کنیم! معنی درست واژه‌ی «ورطه»، «محلّ هلاکت» است، نه «هلاکت»، که متأسّفانه در انتخاب معنی پیشنهادی به این نکته توجّه نشده است.

۳- پاسخ: گزینه‌ی ۳

معنی درست واژه‌ها:

خوالگیر: آشپز، طبّاخ/ تریاق: پادزهر، ضدّ زهر/ بنگ: مادّه‌ای مخدّر که از شاه‌دانه به‌دست می‌آید. (البته در لغت‌نامه‌ی دهخدا «بنگ» معادل «شاه‌دانه» آمده، امّا با توجّه به پاسخ سازمان سنجش، ظاهراً طرّاح سؤال به این مسئله توجّهی نداشته است.)

۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

املای درست واژه:

فصاحت: زبان‌آوری، روانی کلام (فسحت:گشادگی‌خاطر)

۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

املای درست واژه‌ها:

زنّار: کمربندی که زردشتیان یا مسیحیان بر کمر می‌بستند تا از مسلمانان شناخته شوند.

انتصاب: گماشتن، برپا ساختن (انتساب: نسبت داشتن)

مستغلّات: چیزهایی خاص و مخصوص و املاک از قبیل دکّان، کاروان‌سرا، حمّام، خانه و جز آن‌که مالک از کرایه‌ی آن‌ها منتفع گردد.

غرّا: ۱) فصیح و استوار ۲) درخشان

طامات: سخنان پریشان و گزاف برخی درویشان

گزاردن [نعمت]: به‌جا آوردن، ادا کردن (گذاردن: قرار دادن، نهادن، رها کردن)

۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

زبان فارسی، از دوره‌ی «غزنوی» تا حدود صد و پنجاه سال پیش زبان اداری و درباری «هند» و «پاکستان» بود و در همین فاصله‌ی زمانی شاعران و نویسندگان بزرگی چون امیرخسرو دهلوی، فیضی دکنی، زیب‌النّسا، بیدل دهلوی و اقبال ظهور کردند.

۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

دوقدم تا قاف- انسان میوه‌ی نخل- اشراق: میثاق امیر فجر (اثر دیگر: فجر اسلام)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: تنفّس صبح: قیصر امین‌پور/ آواز گلسنگ: فاطمه راکعی

گزینه‌ی ۳: بوته‌زار: علی محمّد افغانی/ آینه‌های ناگهان: قیصر امین‌پور

گزینه‌ی ۴: ترس و لرز: غلامحسین ساعدی/ سفر سوختن: فاطمه راکعی

۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

در حیاط کوچک پاییز در زندان: مهدی اخوان ثالث (م. امید)/ بهشت گم‌شده: میلتون (کمدی الهی: دانته) / شرح احوال و آثار رودکی: سعید نفیسی

۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

استعاره: نسبت دادن «زمین‌گیر بودن» به «دانه‌ی امید» و «دست» به «ابر» تشخیص و استعاره است./ تشبیه: دانه‌ی امید (اضافه‌ی تشبیهی)/ جناس: دست، است (ناقص)

۱۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

مرغ دل/ دام زلف/ دانه‌ی خال/ طایر اندیشه/ دام هوس (۵ تشبیه، همگی از نوع اضافه‌ی تشبیهی)

بررسی آرایه‌ی تشبیه در سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: خار بلا (اضافه‌ی تشبیهی)/ تشبیه چهره به گل

گزینه‌ی ۲: سیل اشک (اضافه‌ی تشبیهی)/ غبار من (اضافه‌ی تشبیهی)

گزینه‌ی ۳: تشبیه قامت به سرو/ عارض به ماه

۱۱- پاسخ: گزینه‌ی ۳

مجاز (بیت «د»): (کف: مجاز از دست)

کنایه (بیت «الف»): روی گرداندن کنایه از جدا شدن و ترک کردن / نعل در آتش نهادن کنایه از بی‌تابی

متناقض‌نما (بیت «ه»): این‌که افتادگی (افتادن) موجب بلندمرتبگی شود.

حسن تعلیل (بیت «ج»): دلیل دشواری قضای روزه، سنگینی روزه و تنها بودن در انجام آن است.

اسلوب معادله (بیت «ب»): من/ گریه آمدن بر خشک‌مغزی‌های زاهد= نخل ماتم/ اشک حسرت ریختن

۱۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

منظور از جابه‌جا شدن مضاف و مضاف‌الیه، وجود «را»ی فکّ اضافه، معادل نقش‌نمای کسره‌ی اضافه است؛ بین مضاف و مضاف‌الیه قرار می‌گیرد و جای آن دو را با هم عوض می‌کند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: غفلت ما را سبب: سببِ غفلت ما

گزینه‌ی ۳: جان غافل را سفر: سفرِ جان غافل

گزینه‌ی ۴: طفل طبعان را دل: دلِ طفل طبعان

۱۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: تو خود (بدل)

گزینه‌ی ۳: شب و روز (معطوف)

گزینه‌ی ۴: راه و رسم (معطوف)

۱۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

بررسی واج میانجی در سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: خیمه‌ی سلطان/ فضای درویش

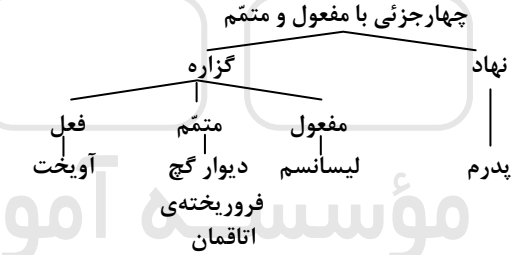
گزینه‌ی ۲: جدایی

گزینه‌ی ۴: آسودگی

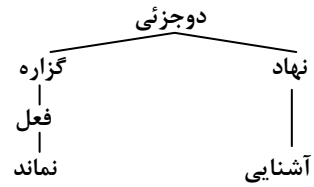
۱۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳

نمودار اجزای اصلی جمله‌ها:

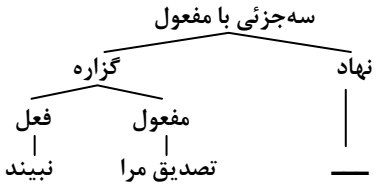
جمله‌ی اوّل



جمله‌ی سوم:



جمله‌ی چهارم:



۱۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

واژه‌های «کیش، هاله، زمین، پروانه، بحران، خسته، تمنّا، کین، معنا، آوا، فرآیند و بیگانه» از یک تکواژ ساخته شده‌اند؛ روی هم، ۱۲ واژه.

بررسی سایر واژه‌ها:

کوشا: کوش +ا/ پسین: پس + ین/ نوشین: نوش + ین/ نالان: نال +ان/ خنده: خند + ه/ رهاورد: ره + اورد / ماله: مال + ه/ سیمین: سیم + ین

۱۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴

مفهوم مشترک مصراع سؤال و ابیات گزینه‌ی ۴: پرهیز از هم‌نشینی با بدان

مفهوم سایر بیت‌ها:

بیت «الف»: عاقبت‌نگری خردمندان **بیت «د»: ناپایداری و بی‌وفایی دنیا**

۱۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

مفهوم گزینه‌ی ۲: خودستایی و تفاخر شاعرانه

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: حتمی بودن مرگ

۱۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی ۴: ناپایداری قدرت دنیوی

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: برتری معشوق و ممدوح بر همگان

گزینه‌ی ۲: عزّت و اعتبار واقعی در عنایت بی‌واسطه‌ی خداوند است.

گزینه‌ی ۳: نکوهش عزّت یافتن مجازی و ناپایدار

۲۰- پاسخ: گزینه‌ی ۲

مفهوم گزینه‌ی ۲: بی‌قراری عارفان

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: ترک تعلّقات دنیوی

دقّت کنیم! در این مورد هم پاسخ سازمان سنجش (گزینه‌ی ۱) کاملاً بی‌پایه و بی‌اهمّیّت است و انتخاب و توجیه کردن آن، درک و باور درستِ داوطلب را نسبت به «مفهوم ترک تعلّقات دنیوی» به‌هم می‌ریزد.

۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

مفهوم گزینه‌ی ۴: نکوهش صورت‌پرستی و ظاهربینی

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: بی‌وفایی روزگار

۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی ۳: هر کسی لیاقت درک راز عشق را ندارد./ صفای باطن، شرط لازم برای درک معنویّات است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: تقابل عشق حقیقی و صورت‌پرستی

گزینه‌ی ۲: نهراسیدن عاشق از دشواری‌های راه عشق

گزینه‌ی ۴: عاقبت وخیم افشای راز عشق

۲۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

مفهوم مشترک بیت سؤال و گزینه‌ی ۱: در دل هر ذرّه، حقیقتی آشکار است./ جلوه‌ی خداوند در تمام ذرّات جهان

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: اشتیاق جهان برای حضور معشوق/ شورانگیزی عشق

گزینه‌ی ۳: توصیف زیبایی طبیعت بهاری/ طلب حضور معشوق

گزینه‌ی ۴: غم هجران و طلب وصل

۲۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

مفهوم گزینه‌ی ۲: مناعت طبع و بلندنظری

مفهوم مشترک سایر گزینه‌ها: پنهان‌نشدنی بودن راز عشق

۲۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

مفهوم مشترک عبارت سؤال و گزینه‌ی ۲: جان‌فشانی عاشقانه/ شرط بقای عاشق فنا شدن در وجود معشوق است.

مفهوم سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: همراهی معشوق با عاشق

گزینه‌ی ۳: مرگ دوستی/ به ستوه آمدن از زندگی

گزینه‌ی ۴: طعنه زدن پنهانی به معشوق و جفاکاری او

زبان عربی

۲۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲

کلمات کلیدی: «هوی نفسک»/ «حتّی لایصل»

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«هوی نفسک»: هوای نفس خود؛ «هوی» مفرد است و نمی‌تواند به‌صورت جمع ترجمه شود. [ردّ گزینه‌های ۱ و ۳]

«حتی لایصل»: تا نرسد؛ فعل مضارع منصوب به‌صورت التزامی ترجمه می‌شود و نیز «لایصل» لازم است و نمی‌تواند به‌صورت متعدی ترجمه شود. [رد گزینه‌های ۱ و ۴]

۲۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

کلمات کلیدی: «هذه الأیّام الماطرة»/ «أُشاهدُ»/ «ألوانها الجمیلة»

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«هذه الأیام الماطرة»: این روزهای بارانی؛ اوّلاً «هذه» باید ترجمه شود. ثانیاً «الأیّام الماطرة» ترکیب وصفی است و «الماطرة» صفت مفرد است و به‌صورت «بارانی» ترجمه می‌شود. [رد سایر گزینه‌ها]

«أُشاهِدُ»: مشاهده می‌کنم. [ردّ سایر گزینه‌ها]

«ألوانها الجمیلة» رنگ‌های زیبای آن؛ ضمیر «ها» و «الجمیلة» باید در ترجمه‌ی گزینه‌ها باشد. [ردّ گزینه‌های ۲ و ۳]

۲۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳

کلمات کلیدی: «سَنذهبُ»/ «قائدنا»/ «لن نترکه»

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«سنذهبُ»: خواهیم رفت؛ فعل مضارع مستقبل (آینده) است. [ردّ گزینه‌های ۱ و ۴]

«قائدنا» فرمانده خود؛ ضمیر «نا» باید ترجمه شود. [ردّ گزینه‌ی ۲]

«لن نترکه»: او را ترک نخواهیم کرد؛ «لن» به همراه فعل مضارع به‌صورت آینده منفی ترجمه خواهد شد. [ردّ گزینه‌های ۱ و ۲]

۲۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

کلمات کلیدی: «في انتهاء ممرّ مدرستنا»/ «نافذة تُفتح»

مقایسه‌ی کلیدها در گزینه‌ها:

«في انتهاء ممرّ مدرستنا»: در انتهای راهرو مدرسه‌ی ما؛ ترکیب اضافی هستند که پشت سر هم باید ترجمه شوند. [ردّ گزینه‌های ۱ و ۳]

«نافذةٌ تُفتح»: پنجره‌ای است که باز می‌شود؛ اولاً «تفتح» جمله وصفیه است و قبل از آن «که» می‌آید؛ ثانیاً فعل مضارع است. [ردّ سایر گزینه‌ها]

۳۰- پاسخ: گزینه‌ی ۲

«رأیتُ»: دیدم؛ اوّلاً فعل ماضی است، ثانیاً متکلم وحده است.

«قد ازداد» زیاد شده بود؛ چون قبل از آن فعل ماضی «رأیتُ» آمده است به‌صورت ماضی بعید ترجمه می‌شود.

ماضی + ماضی = ماضی بعید

« دیدم توجّه فرزندانمان به تلویزیون زیاد شده بود!»

۳۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲

ترجمه‌ی عبارت:«هرکس قبل از سخن گفتن فکر کند از اشتباه سالم می‌ماند!»

ترجمه‌ی گزینه‌های ۱ و ۳

گزینه‌ی ۱: چرا آنچه را انجام نمی‌دهید، می‌گویید!

گزینه‌ی ۳: هرگاه عقل کامل شود، سخن کم می‌شود!

نکته‌ی گزینه‌ی ۲: مصرع دوم این بیت به فکر کردن قبل از سخن گفتن اشاره دارد.

۳۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

کسانی که فکر بسته دارند: «مَن (الّذین) لهم فکرٌ مغلقٌ»؛ حرف جر «لـ» در ابتدای جمله [در اینجا جمله صله است] معنای «دارد» می‌دهد. در ضمن «بسته»؛ اسم است و نمی‌تواند به‌صورت فعل بیاید. [ردّ سایر گزینه‌ها]

دهانشان: فمهم؛ «لسان» به معنای «زبان» و «فم» به معنای «دهان» است [ردّ گزینه‌های ۲ و ۳]

۳۳- سؤال حذف شده است.

مؤسسه آموزشی فرهنگی

■■ ترجمه‌ی متن:

«آیا درختی بلند یا محصولی پاک یا میوه‌ای لذیذ را دیده‌ای؟! آیا این بذری نبوده است که در خاک پنهان بوده و از چشم‌ها مخفی بوده است، سپس زنده شده و از خاک بیرون آمده و آن چیزی شده است که اکنون در طبیعت می‌بینیم؟!

بهار با شکوفه‌هایش و پاکی هوایش بعد از سرمای شدیدی آمده است و برگ‌های درختان بعد از افتادنشان به‌جای خود بازگشتند و آواز پرندگان و سرزندگی و فعالیت بعد از زمانی از ثبات بازگشته است!

آن همان زندگی انسان است! آسانی و سختی، راحتی و بدبختی، طلوع و غروب، پایین و بالا و پس هنگامی که کار این‌گونه باشد نباید نعمت او را مغرور کند آنگاه که (انسان) بالا رود و نباید سختی او را خوار کند آن‌گاه که (انسان) پایین رود؛ بلکه او باید انسانی ماهر و در دو حالت آسایش و ناخوشی ثابت باشد!

معنای کلمات این متن:

۱) سَتِرَ: پنهان شد	۲) التراب: خاک	۳) الأعین: چشم‌ها	۴) اُحییت: زنده شد
۵) برودة: سرما	۶) عاد: بازگشت	۷) سقوط: افتادن	۸) تغرید: آواز خواندن
۹) الحیویّة: سرزندگی	۱۰) النشاط: فعالیت	۱۱) یُسرٌ: آسانی	۱۲) عُسر: سختی
۱۳) شقاء: بدبختی	۱۴) بطر: مغرور شد	۱۵) ذلّل: خوار کرد	۱۶) الشدّة: سختی

۱۷) السّراء و الضّراء: خوشی و ناخوشی

۳۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

ترجمه‌ی عبارت: «انسان باید در دو حالت خوشی و ناخوشی ثابت باشد به‌خاطر ..... !»

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: این‌که آن دو برای پیشرفت انسان مفید هستند، پس فقط به‌وسیله‌ی آن دو پیشرفت وجود دارد!

گزینه‌ی ۲: این‌که زندگی به آن دو آمیخته شده، پس هنگامیکه یکی از آن دو بیاید رفتنش را توقّع داریم!

گزینه‌ی ۳: این‌که پاکی و خوبی زندگی نمی‌آید، مگر بعد از بدبختی و زشتی زندگی!

گزینه‌ی ۴: این‌که امور به دست انسان نیست، پس او مجبور به قبول این حالت‌هاست!

نکته: انسان نباید به خوشی و ناخوشی دنیا دل ببندد، چون این دو به زندگی آمیخته‌اند و انسان باید از دست دادن هر یک را انتظار داشته باشد.

۳۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: بلوغ کارها و پختگی فکرها مانند میوه‌هاست که به گذشت زمان نیاز دارند، پس نباید در خوردن آن‌ها قبل از زمانشان عجله کنیم!

گزینه‌ی ۲: ما مانند بذرها نیاز به پوشش و مخفی شدن قبل از آشکار شدن و آشکار کردن خودمان در جامعه و در میان مردم داریم!

گزینه‌ی ۳: پاکی هوا تمیزی‌اش به این دلالت دارد که حتماً بعد از آلودگی حاصل شده است، پس با هر چیزی باید خلافش را مشاهده کنیم!

گزینه‌ی ۴: ثابت بودن و حرکتی نداشتن در ظاهر اشیاء به حرکت در باطن آن‌ها به زودی اشاره دارد، چه بسا آن‌ها را ببینیم!

نکته: گزینه‌ی ۳ به این اشاره دارد که هر چیزی را با خلافش متوجه می‌شویم، ولی متن به این اشاره دارد که بعد از هر سختی و هر بدی‌ای، آسانی و خوبی است و این‌که انسان خودش را با هر حالتی باید هماهنگ کند.

۳۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

«متن از ما می‌خواهد که .....!»

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: به حال اشیاء نگاه نکنیم بلکه به گذشته و آینده‌ی آن‌ها بنگریم!

گزینه‌ی ۲: در زندگی انسان‌های مغروری نباشیم چرا که دنیای سرای باقی نیست!

گزینه‌ی ۳: به آواز پرندگان و گل‌های بهار و زیبایی دنیا توجه کنیم!

گزینه‌ی ۴: به حالتی توجه کنیم که ما را خوشحال می‌کند، همان‌طور که به حالت سختی‌مان توجه می‌کنیم!

نکته: با توجه به مثال‌های زده شده در درک مطلب متوجه می‌شویم که متن می‌خواهد این را بگوید که به قبل و بعد اشیاء توجه کنیم.

۳۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳

ترجمه‌ی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: زندگی به خودی خود حقیقت انسان را آشکار می‌کند!

گزینه‌ی ۲: زندگی انسان نیاز به خوشی و ناخوشی دارد!

گزینه‌ی ۳: سختی و راحتی هر دو مدرسه‌ای هستند که انسان را تربیت می‌کند!

گزینه‌ی ۴: نعمت و بلا دو علامتی هستند که بالا بودن انسان و پایین بودنش را آشکار می‌کنند!

نکته: مفهوم متن این است که انسان در دو حالت سختی و آسانی باید ثابت‌قدم باشد و از آن‌ها درس بگیرد به همین خاطر در گزینه‌ی ۳ آن را تشبیه به مدرسه‌ای کرده است.

۳۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

حرکت‌گذاری کامل عبارت: «ألم تَكُنْ هذه بذرةً سُتِرتْ في التراب و اختَفَتْ عن الأعْيُنِ ثمَّ خَرجَتْ مِن التراب!»

اشتباهات سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «خُرِجت» ← خَرَجتْ (فعل ماضی معلوم و لازم است.)

گزینه‌ی ۲: «الأعيَنّ ← الأعيُنِ (مجرور به حرف جر است و نیز جمع مکسر «عین» است.)

گزینه‌ی ۳: «بذرةٌ» ← بذرةً (خبر «لم تکن» و منصوب است.)/ «سَتَرتَ» ← سُتِرَتْ (نائب فاعلش ضمیر مستتر «هي» و فعل در صیغه «للغائبة» است.)

۳۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

حرکت گذاری کامل عبارت:

«الرّبيعُ (مبتدا و مرفوع) بأزهارِه و طيب (معطوف و مجرور) هوائِه قد جاء بعدَ برودةٍ (مضاف‌الیه و مجرور) شديدةٍ (صفت و مجرور) و أوراقُ (مبتدا و مرفوع) الأشجارِ عادَتْ إلى مكانِها!»

اشتباهات سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «الربيعَ» ← «الربيعُ» (مبتدا و مرفوع)

گزینه‌ی ۲: «برودةِ» ← «برودةٌ» (مضاف نیست، بلکه موصوف است. پس باید تنوین بگیرد.)

گزینه‌ی ۳: «أوراقِ» ← «أوراقُ» (مبتدا و مرفوع)

۴۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

اشتباهات سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: معتل و أجوف ← معتل و ناقص (از ریشه (رأی))

گزینه‌ی ۲: مزيد ثلاثي من باب «إفعال» ← مجرد ثلاثي/ معرب ← مبني (فعل ماضی است)

گزینه‌ی ۴: فاعله ضمیر «أنت» المستتر ← فاعله ضمیر التاء البارز

۴۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

اشتباهات سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: «للمخاطب» ← «للغائبة»

گزینه‌ی ۳: فعل مجزوم بحرف «لم» و علامة جزمه حذف حرف العلّة ← فعل مجزوم بحرف «لم» و علامة جزمه السکون (حرف علّه به خاطر التقاء الساکنین (یعنی رسیدن دو ساکن به هم) حذف شده است.)

گزینه‌ی ۴: اسمه ضمیر «هی» المستتر ← اسمه «هذه»

۴۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

اشتباهات سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: معرّف بالإضافة ← نکرة

گزینه‌ی ۲: مضاف‌الیه و مجرور ← نعت أو صفة مفردة و مجرور بالتبعية

گزینه‌ی ۴: جامد و مصدر ← مشتق و صفة مشبهة

۴۳- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در صورت سؤال گزینه‌ای را خواسته است که اعراب فرعی در آن نیامده است. اعم از اعراب فرعی اسم و اعراب فرعی فعل

بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «یتعلّمون»: فعل مضارع با اعراب فرعی ثبوت «نون»

ترجمه: برترین دانش‌آموزان من همان کسانی هستند که دانش‌های مفید را می‌آموزند.

گزینه‌ی ۲: «صدیقتان + ک» = «صدیقتاک»: «صدیقتا» فاعل و مرفوع با اعراب فرعی «الف»

ترجمه: آیا دو دوست تو این درس و درس‌های گذشته را فهمیده‌اند؟

گزینه ۳: «المجاهدین»: مضاف‌الیه و مجرور با اعراب فرعی «یاء» و «مذعورین» حال و منصوب با اعراب فرعی «یاء»

دقت داشته باشید «هربوا» فعل ماضی است و فعل‌های ماضی مبنی هستند.

ترجمه: هنگامی که دشمنان شجاعت مجاهدان را دیدند وحشت‌زده فرار کردند!

گزینه‌ی ۴: در این گزینه اعراب فرعی وجود ندارد. «النواحي» اعراب تقدیری دارد و فعل «لنشتريَ» مضارع منصوب با اعراب اصلی است.

ترجمه: آیا در این نواحی دکانی برای این‌که از آن میوه بخریم یافت می‌شود؟

۴۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

فعل مضارع اجوف فقط در دو صیغه‌ی جمع مؤنث حرف علّه‌اش حذف می‌شود و به هنگام مجزوم شدن نیز فقط در صیغه‌های بدون نون حرف علّه‌اش حذف می‌شود. بنابراین «لا تبِعي» ← «لا تبيعي»

ترجمه: ای دختر عزیزم وقتت را به بهایی ناچیز نفروش!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «یصفونَ» فعل مضارع مثال از «وصف» است. «تشفیهم»: فعل مضارع ناقص از «شفي» است.

ترجمه: پزشکان برای بیماران داروهایی را تجویز می‌کنند که آن‌ها را بهبودی می‌بخشد!

گزینه‌ی ۲: «أن یمشیا» فعل مضارع منصوب و ناقص از «مشی» است.

ترجمه: این دو پیرمرد نتوانستند که بر پاهایشان راه بروند!

گزینه‌ی ۴: «لم یَعُدْ» فعل مضارع مجزوم و اجوف از «عاد» است و به خاطر مجزوم شدن حرف علّه‌اش حذف شده است/ «یصلون»: فعل مضارع مثال است و حرف علّه درمضارع مثال حذف می‌شود.

ترجمه: این پژوهشگران در حالی که به هدف‌های علمی‌شان می‌رسیدند، باز نگشتند!

۴۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«إن» حرف شرط است، پس فعل شرط و جواب آن مجزوم است. «یحرصان» و «یتقرّبان» مجزوم نشده‌اند، پس برای جالی خالی مناسب نیستند.

ترجمه: اگر به نیکی‌ها حریص باشید به خدا نزدیک می‌شوید!

۴۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

«غُسِلَتْ» فعل ماضی در صیغه «للغائبة» است و چون ضمیر بارز ندارد و بعد از آن نیز هیچ اسم مرفوعی به‌عنوان نائب فاعل نداریم، پس نائب فاعل آن ضمیر مستتر «هي» است که به «عقول» که جمع غیر عاقل است برمی‌گردد.

ترجمه: گویا عقل‌هایتان شست‌وشو شده است، پس راه زندگیتان را تغییر دادید!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: «اُرسلتُ»: ضمیر بارز «تُ» نائب فاعل است (با توجه به ضمیر «ي» در «إنّي»)

ترجمه: قطعاً من برای آموزش دادن و برای به پایان رساندن مکارم اخلاق فرستاده شده‌ام!

گزینه ۳: «لن تؤیّد آراءُ»: «آراءُ» نائب فاعل است.

ترجمه: نظرات این دانشمند در جلسات علمی تأیید نخواهد شد!

گزینه ۴: «مُنعنا» : ضمیر بارز «نا» نائب فاعل است.

ترجمه: از تنبلی و انداختن کارهایمان بر (گردن) دیگران منع شده‌ایم!

۴۷- پاسخ: گزینه‌ی ۲

«إذا» به معنای «هنگامی که» قید زمان و مفعول‌فیه و محلاً منصوب است.

ترجمه: هنگامی که خواستی کاری را انجام دهی، پس بدان که خدا شاهد توست!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «متأخراً»: حال و منصوب

ترجمه: در جشن دیر حاضر خواهم شد، اگر موافق باشی!

گزینه‌ی ۳: «متی» محلاً مجرور به حرف جر

ترجمه: ای انسان، تا کی خودبینی و غرور در نفست ادامه می‌یابد!

گزینه‌ی ۴: «الیوم» مجرور به حرف جر

ترجمه: در روز بعد اخبار مهمی را در این‌باره خواهی شنید!

۴۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«أنتظر» جمله وصفیه و محلاً مرفوع است./ «طویلة» نیز نعت (صفت) مفرد است.

ترجمه: لحظه‌ی دیدار مادربزرگم لحظه‌ای است که از مدتی طولانی منتظرش هستم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «الذهبیة»/ «المرتفعة»: نعت (صفت) مفرد

ترجمه: اشعه‌ی طلایی خورشید از پشت کوه‌های بلند ظاهر شد!

گزینه‌ی ۲: «المرّة» نعت (صفت) مفرد

ترجمه: من به رضای خدا راضی هستم به هنگام رویارویی با حوادث تلخ روزگار!

گزینه‌ی ۳: «العظیمة» نعت (صفت) مفرد

ترجمه: ای خواهرم باید از ثروت‌های بزرگت انفاق کنی!

۴۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

«مُبادرة» مصدر «أُبادر» و مفعول مطلق نوعی است و «تنجیني» جمله‌ی وصفیه است.

ترجمه: هنگامی که به دیگران اعتماد می‌کنم، هرگز اقدامی نخواهم کرد که مرا از خطرات نجات دهد!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «مقرّاً» حال و منصوب

ترجمه: ای خدای من از تو اطاعت می‌کنم و به پروردگاری‌ات شهادت می‌دهم اقرارکنان به این‌که تو خدا و پروردگار من هستی!

گزینه‌ی ۲: «أبداً»: مفعول‌فیه و منصوب

ترجمه: هیچگاه نگران نباش، قطعاً کسی که از هیچ تو را آفرید از خطرها تو را حفظ می‌کند!

گزینه‌ی ۴: «صبراً»: مفعول‌به و منصوب/ «کثیراً»: صفت و منصوب

ترجمه: دیدگاه خاصی برای انسان صبور نسبت به جهان وجود دارد که او را صبر بسیاری می‌دهد!

۵۰- پاسخ: گزینه‌ی ۲

در این عبارت مستثنی‌منه محذوف است. تعریف مستثنی و مستثنی‌منه: مستثنی کلمه‌ای است که بعد از «إلّا» قرار می‌گیرد، مستثنی‌منه کلمه‌ای است که قبل از «إلّا» آمده و مستثنی از آن گرفته شده است.

ترجمه: فقط مؤمنان ضدّ ستم و ستمگران در جهان برمی‌خیزند!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: «واحداً»: مستثنی/ «جمیع»: مستثنی‌منه

ترجمه: مدیر همه‌ی کارمندان را قبول نکرده بود، مگر یکی از آن‌ها!

گزینه‌ی ۳: «العقلاء»: مستثنی/ «الناس»: مستثنی‌منه

ترجمه: اغلب مردم پیرامون خلقتشان فکر نکردند، مگر عاقلان از میان آن‌ها!

گزینه‌ی ۴: «لعب»: مستثنی/ «أعمال»: مستثنی‌منه

ترجمه: مادر امروز مراقب کارهای فرزندانش نبود، مگر بازی کردن بسیارشان!

دین و زندگی

۵۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

تأکید این سؤال بر «موقت‌بودن» نظم پدیده‌ها و قانون‌مندی آن‌هاست. نظم و قانون‌مندی پدیده‌ها از کلمه‌ی «حق» و موقت بودن آن‌ها از کلمه‌ی: «اجل مسمّی: سرآمد معین و مشخص» برداشت می‌شود. با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی ﴿ما خلقنا السّماوات و الأرض و ما بینهما الاّ بالحقّ و اجل مسمّی، ما آسمان‌ها و زمین و آنچه را میان آن دوست، جز به حق و سرآمدی معین و مشخص نیافریدیم﴾ این پیام مفهوم می‌شود که: نظم و قانون‌مندی پدیده‌ها موقت است و این جهان سرآمد معین و فرجام مشخص دارد.

۵۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴

پیام سخن امام علی علیه‌السلام، «خویشتن‌شناسی و شناخت جایگاه انسان در نظام خلقت» است. آیه‌ای که همگام با سخن امام علی علیه‌السلام حاکی از «جایگاه انسان در نظام خلقت» است، آیه‌ی شریفه‌ی ﴿و لقد کرّمنا بنی‌آدم و حملناهم فی البرّ و البحر و رزقناهم من الطیبات و فضلناهم علی کثیر ممّن خلقنا تفضیلاً﴾ می‌باشد. طبق این آیه، خداوند به انسان کرامت بخشیده و بر بسیاری از مخلوقات برتری داده است. آنچه را که در آسمان‌ها و زمین است، برای ما آفریده و توانایی بهره‌مندی از آن‌ها را در وجود ما قرار داده است.

۵۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

آیه‌ی شریفه‌ی ﴿انّی رأیت احد عشر کوکباً، من (در خواب) دیدم که یازده ستاره (بر من سجده می‌کنند)﴾ خواب یوسف پیامبر علیه‌السلام است و تعبیرکننده‌ی آن خود یوسف پیامبر بوده است. زیرا آیه‌ی ۱۰۰ سوره‌ی یوسف علیه‌السلام می‌فرماید: ﴿قال یا أبت هذا تأویل رؤیای من قبل، گفت پدرم این تعبیر همان خوابی است که پیش از این دیده بودم.﴾ آیه‌ی شریفه‌ی ﴿انّی ارانی احمل فوق رأسی خبزاً، من (در خواب) دیدم که بر روی سرم نان می‌برم.﴾ خواب زندانی محکوم به مرگ عزیز مصر است و تعبیرکننده‌ی آن یوسف پیامبر علیه‌السلام بوده است.

۵۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

خداوند در قرآن کریم درباره‌ی خسران‌بارترین (زیان‌کارترین) مردم از نظر کردار و اعمال می‌فرماید: ﴿قل هل ننبئکم بالاخسرین اعمالاً الّذین ضلّ سعیهم فی الحیاة الدّنیا، بگو آیا به شما خبر دهیم که زیان‌کارترین مردم درکارها چه کسانی هستند؟ کسانی که تلاششان در زندگی دنیا گم و تباه شد.﴾

تذکر: آیه‌ی شریفه‌ی ﴿الّذین کفروا بایات ربهم و لقائه﴾ نیز پیرامون زیان‌کارترین انسان‌ها است، اما چون صورت سؤال، عنوانی برای خسران‌بارترین انسان‌ها خواسته، ما ابتدای آیه را که در واقع «عنوان» این افراد می‌شود: «کسانی که سعیشان تباه شد» باید به‌عنوان پاسخ درست انتخاب کنیم.

۵۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

آیه‌ی اوّل می‌فرماید: «بگو همان کسی که نخستین بار انسان را آفرید، او را زنده می‌کند.» این آیه بیان‌گر امکان معاد جسمانی در آخرت یا آفرینش مجدد جسم در آخرت است. آیه‌ی دوم که «باطل» بودن را از آفرینش جهان دور می‌داند، بیان‌گر ضرورت معاد در پرتو حکمت الهی است.

۵۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به عبارت: ﴿النار یعرضون علیها غدوّاً و عشیاً، آتش هر بامداد و شامگاه بر آنان عرضه می‌شوند.﴾، بامداد و شامگاه (روز و شب) داشتن عالم برزخ، حاکی از آن است که بین عالم برزخ و عالم دنیا، مشابهت زمانی حاکم است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۲: این آیه در مورد ظرفیت عالم برزخ است، نه عالم دنیا. ظرفیت عالم برزخ، بسیار بیشتر از دنیا می‌باشد.

گزینه‌ی ۳: آنچه در عالم برزخ و رستاخیز به فعلیت می‌رسد، حکایت‌گر علل طولی است، نه عرضی؛ یعنی پس از دنیا، انسان در عالم برزخ و سپس در رستاخیز، با حقیقت اعمال خود روبه‌رو می‌شود.

گزینه‌ی ۴: از آنجا که این آیه به «جهنم برزخی» اشاره کرده، این گزینه نیز نادرست نیست، زیرا در جهنم برزخی، پس از این‌که پرده‌ها و حجاب‌ها کنار می‌رود، بدکاران با حقیقت اعمال خود روبه‌رو می‌شوند و از طرف دیگر، چون روحشان زنده است و فعالیت آگاهانه دارد، در جهنم برزخی مجازات می‌شوند. به نظر می‌رسد طراح، آیاتی که در آن‌ها به «توفّی» روح اشاره شده را حاکی از «فعالیت آگاهانه‌ی روح» می‌داند.

۵۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳

عبارت «نتبوّء من الجنة حیث نشاء، در بهشت هرجا که بخواهیم جای گیریم» که در گزینه‌ی ۳ آمده بیان‌گر آن است که انسان می‌تواند به مرحله‌ای برسد که تعیین جایگاهش در بهشت به انتخاب خود او باشد.

۵۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

توکل‌کننده‌ای که اهل معرفت باشد، می‌داند که انسان باید در راستای راهیابی به نیازها و خواسته‌هایش، از ابزار و اسباب بهره جوید. زیرا این ابزار و اسباب بنابر حکمت الهی قرار داده شده است. بنابراین در اعتقاد انسان متوکل بر خداوند، استفاده از ابزار و وسایل، نشانه‌ی قبول حکمت الهی است.

توکّل به خداوند در جایی درست است که انسان، مسئولیت و وظیفه‌ی خود را به خوبی انجام دهد.

۵۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱

روزه مصداق کامل تمرین صبر و پایداری در برابر خواهش‌های دل است. از آنجا که یکی از مصادیق صبر، روزه است، آیه‌ی شریفه‌ی ﴿یا ایها الّذین آمنوا استعینوا بالصّبر ...﴾ مبین آن است. با توجه به آیه‌ی شریفه‌ی ﴿کتب علیکم الصّیام ... لعلّکُم تتقون﴾، ثمره و نتیجه‌ی روزه، دست‌یابی به تقوا می باشد.

۶۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

این آیه می‌فرماید: هدایت پیامبر ﷺ که حجت برون است، وقتی مؤثر واقع می‌شود که عقل که حجت درون است، به کار افتد. در نتیجه از این آیه به تقدم حجت درون (عقل) در فهم ضرورت و اثر پذیرفتن از حجت برون (پیامبر) پی می‌بریم.

از لوازم اثرپذیری از پیامبر آن است که تسلیم محض هدایت‌های پیامبر خدا ﷺ باشیم؛ یعنی همان‌طور که آیه‌ی شریفه می‌فرماید، ﴿فقط به ظاهر، به سخنان و گفته‌های او گوش ندهیم، بلکه گوش جان را بر سخنان پیامبر خدا ﷺ باز کنیم و تسلیم هدایت الهی شویم.﴾

۶۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲

از آنجا که امام همه‌ی مسئولیت‌های پیامبر ﷺ به جز دریافت و ابلاغ وحی را دارد، باید صفات و ویژگی‌های خاصی را (مانند عصمت) داشته باشد. تشخیص عصمت برای انسان‌ها ممکن نیست، بنابراین تنها کسی که می‌تواند فرد شایسته‌ی مقام امامت را معرفی کند، خداست. بنابراین ادامه‌ی نقش‌ها و مسئولیت‌های پیامبر ﷺ به جز دریافت وحی از سوی خدا، به‌عهده‌ی امام معصوم منصوب (نصب شده از جانب خدا) است.

یکی از علل ختم نبوت، پیش‌بینی راه‌های پاسخ‌گویی به نیازهای زمانه است. مجموعه‌ی معارف و احکام موجود در قرآن، سیره و سنت پیشوایان دین، به‌گونه‌ای از جانب خداوند طراحی شده که با مراجعه به آن‌ها می‌توان پاسخ به سؤال‌ها و نیازهای جوامع را در همه‌ی دوره‌ها به‌دست آورد.

تذکر: گشوده بودن باب اجتهاد و استنباط احکام توسط فقیهان و مجتهدان، که در گزینه‌های ۱ و ۳ آمده، مربوط به دوران غیبت کبری است، نه هر زمان. به همین جهت پاسخ درست نمی‌باشد.

۶۲- پاسخ گزینه‌ی ۴

در این سؤال هر یک از عبارات مطرح در آیه، حاوی یک پیام است. از عبارت ﴿یا ایّها الرّسول بلّغ ما انزل الیک من ربک، ای پیامبر آنچه از پروردگارت بر تو نازل شده (اعلام جانشینی علی علیه‌السلام) را ابلاغ کن.﴾

مفهوم گزینه‌ی ۳: «حتمیت (ضروری بودن) ابلاغ رسالت خداوند با اعلان ولایت امیر مؤمنان علی علیه‌السلام» دریافت می‌شود. از عبارت ﴿و إن لم تفعل فما بلّغت رسالته، و اگر انجام ندهی، رسالت او را نرسانده‌ای.﴾

مفهوم گزینه‌ی ۱: «هم وزن بودن ابلاغ ولایت با رسالت پر فراز و فرود بیست‌وسه ساله» دریافت می‌شود. عبارت ﴿و الله یعصمک من الناس، و خداوند تو را از مردم در امان می‌دارد.﴾ حاکی از آن است که ابلاغ پیام الهی، همراه با خطرات است و به همین جهت خداوند، به پیامبر ﷺ وعده‌ی مصونیت جانش را می‌دهد.

بنابراین مفهوم گزینه‌ی ۴: «ابلاغ ولایت امیر مؤمنان علیه‌السلام، خالی از هر دغدغه‌ی دل‌آزار است» نادرست است، بلکه ابلاغ ولایت همراه با دغدغه‌ها و خطرات است.

از عبارت ﴿انّ الله لایهدی القوم الکافرین، همانا خداوند گروه کافران را هدایت نمی‌کند.﴾ مفهوم گزینه‌ی ۲: «بی‌نصیبی کافران از هدایت الهی، امری مسلّم و اجتناب‌ناپذیر است.» دریافت می‌شود.

۶۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به عبارت «ما إن تمسّکتم بهما لن تضلّوا ابداً، تا وقتی به این دو تمسک جویید، هرگز گمراه نمی‌شوید.» که در حدیث ثقلین آمده، مسدود (بسته) بودن همیشگی راه ضلالت، با تمسّک به قرآن و عترت حاصل می‌شود.

۶۴- پاسخ: گزینه‌ی ۴

حضرت علی علیه‌السلام فرمودند: «به زودی پس از من زمانی فرا خواهد رسید که کالایی رایج‌تر و فراوان‌تر از قرآن نیست، آن‌گاه که بخواهند به صورت وارونه و به نفع دنیاطلبان معنایش کنند. در آن ایام، در شهرها، چیزی ناشناخته‌تر از معروف و خیر نیست.»

۶۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

تدوین کتب اربعه‌ی شیعه، نمودی از «تبیین معارف اسلامی متناسب با نیازهای نو» از «اقدامات مربوط به مرجعیت دینی» است. اعلان عدم مشروعیت خلافت خلفا، نمودی از مجاهده در راستای ولایت ظاهری است.

۶۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

آنان‌که در زندگی خود با باطل مبارزه نکرده‌اند و با مستکبران مقابله ننموده‌اند، در روز ظهور، به علت عدم آمادگی مانند قوم موسی علیه‌السلام به حضرت مهدی (عج) خواهند گفت: «تو و پروردگارت بروید و بجنگید، ما اینجا می‌نشینیم.»

۶۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴

نکته‌ی این سؤال، انتخاب ازدواج مرد با زن با ایمان است. بنابراین باید عبارتی را انتخاب کنیم که به ازدواج مرد با زن (نه زن با مرد) اشاره دارد.

عبارت ﴿و لا تنکحوا المشرکات حتّی یؤمنّ، و با زنان مشرک ازدواج نکنید تا ایمان بیاورند.﴾ بیان‌گر این معناست. در حالی که عبارت ﴿ولا تنکحوا المشرکین حتّی یؤمنوا، و زنان مسلمان را به ازدواج مردان مشرک درنیاورید.﴾ حاکی از ازدواج زن با مرد با ایمان است.

با توجه به ادامه‌ی آیه، فرجام و نتیجه‌ی اعراض (رویگردانی و عدم توجه) به معیار ایمان در همسر، سوق دادن خانواده به بدبختی ابدی و آتش جهنم است: ﴿اولئک یدعون الی النار﴾

۶۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳
قرآن کریم از کلمه‌ی «نحلة: هدیه و پیشکش» و «صداق: نشانه‌ی صداقت و راستی» برای مهر استفاده کرده است.
اذن ولی (پدر و جد پدری) برای ازدواج دختر، از شروط اصلی عقد است.

۶۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳
آیه‌ی شریفه‌ی ﴿او کسی است که شما را در خشکی و دریا سیر می‌دهد تا هنگامی که در کشتی هستید و آن‌ها با بادی موافق حرکت می‌کنند و بدان خوشحالند. ناگهان طوفان سختی به سراغ کشتی می‌آید و موج از همه جا آن‌ها را فراگیرد و بپندارند که در محاصره‌ی (بلا) گرفتارند، خدا را از روی اخلاص می‌خوانند که اگر ما را از این (خطر) نجات دهی، حتماً از سپاسگزاران خواهیم شد.﴾ بیان‌گر آن است که برخی انسان‌ها در لحظات خطر به یاد خدا می‌افتند. توجه به خدا در چنین لحظاتی گویای آن است که هر کس در فطرت، خود را وابسته به یک قدرت بی‌پایان می‌یابد.
گزینه‌ای که به این مفهوم اشاره نموده، گزینه‌ی ۳ است. فطری بودن توجه به خدا و ظهور آن به هنگام گرفتار آمدن به بلایا.

۷۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱
اداره‌ی جهان و هدایت آن به سوی مقصدی که برایش مقدّر (تعیین) شده است، مرتبط با توحید در ربوبیّت است که پیام آیه‌ی شریفه‌ی ﴿افرأیتم ما تحرثون أأنتم تزرعونه ام نحن الزارعون﴾ حاکی از آن است.

۷۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲
تسلیم بودن در برابر خداوند، مرتبط با توحید در عبادت است. آیه‌ی شریفه‌ی ﴿و لقد بعثنا فی کلّ امة رسولاً أن اعبدوا الله و اجتنبوا الطاغوت﴾ بیان‌گر این توحید است.
تذکر: آیه‌ی شریفه‌ی ﴿اتخذوا احبارهم و رهبانهم ...﴾ که در گزینه‌ی ۴ آمده به شرک در ربوبیّت اشاره دارد، نه توحید در عبادت. زیرا می‌گوید مشرکان، دانشمندان، راهبان و حضرت مسیح علیه‌السلام را به ربوبیّت گرفتند.

۷۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱
شکل عمل (حسن فعلی)، در حکم جسد و کالبد عمل است و قصد و نیت (حسن فاعلی)، به منزله‌ی روح عمل است. با توجه به حدیث پیامبر اکرم صلی‌الله‌علیه‌وآله: «نیّة المؤمن خیر من عمله»، حق تقدم از آنِ دومین (روح عمل یا حسن فاعلی) است.

۷۳- پاسخ: گزینه‌ی ۴
یکی از مصادیق ولایت معنوی، تصرف در عالم است. عبارت ﴿اطعنی فی ما امرتک اجعلک تقول للشیء کن فیکون، مرا در آنچه به تو امر کرده‌ام، اطاعت کن تا تو را چنان قرار دهم که به هر چیز بگویی «باش»، بشود.﴾ حاکی از این مقام است.

۷۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲
یکی از عوامل که زمینه‌ساز شکوفایی اختیار انسان است، «قانون‌مند بودن جهان» می‌باشد. زندگی در یک جهان قانون‌مند، این امکان را به ما می‌دهد که با شناخت و استفاده از قوانین جهان، نیازهای خود را برطرف کنیم، استعدادهای خود را به فعلیت برسانیم و پله‌های کمال را بپیماییم.
نام دیگر این قانون‌مندی و نظم و سامان، «قضا و قدر الهی» است. بنابراین صحنه‌ی بروز و ظهور اختیار انسان، آنجا است که قضا و قدرهای متفاوت، او را احاطه کرده باشند.

۷۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳
آیه‌ی شریفه‌ی ﴿کلّا نمدّ هولاء و هولاء من عطاء ربک﴾ ناظر بر سنت امداد است. بنابراین یا گزینه‌ی ۱ درست است یا ۳. از طرف دیگر، سنت امداد، یک سنت عام است نه خاص. زیرا هم شامل نیکوکاران و هم بدکاران می‌شود. بنابراین گزینه‌ی ۳ درست است.
در سنت امداد می‌گوییم: هر کس با اراده و اختیار خود، راه حق یا باطل را برگزیند، شرایطی برای او فراهم می‌شود که در مسیری که انتخاب کرده، به پیش رود. بنابراین روی آوردن دنیا و لذت‌های دنیایی به برخی انسان‌های گناهکار، نشانه‌ی لطف خداوند به آنان نیست. زیرا از نعمت بی‌پایان الهی محروم مانده‌اند.

زبان انگلیسی

۷۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲
«وقتی دوستت از تو پرسید که آخر هفته‌ات را کجا گذرانده بودی، به او چه گفتی؟»
نکته: کلمه‌ی پرسشی **where** در وسط جلمه به‌کار رفته است. بنابراین ساختار جمله بعد از آن از حالت پرسشی خارج و به‌صورت خبری بیان می‌شود.

۷۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱
«آن مرد آنقدر تند صحبت می‌کرد که [حتی] نمی‌توانستم یک کلمه از چیزی که می‌گفت را متوجه شوم.»
نکته: با توجه به ساختار زیر، **so** درست است:

so+ قید/ صفت + (that + جمله)

۷۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳
«باید تلاش کنی به همه‌ی سؤالات جواب دهی، چه آسان باشند، چه نباشند.»
نکته: ساختار "**whether ... or ...**" به معنی (چه... چه ...، خواه ... خواه ...) زمانی به‌کار می‌رود که با وجود داشتن دو شرط، نتیجه یکسان است.

۷۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲
«والدین ما باید در جلسه‌ی مدرسه شرکت می‌کردند، با وجود این، شرکت نکردند.»
نکته: ساختار "Should have +pp" برای بیان عملی در گذشته به‌کار می‌رود که بایستی انجام می‌شده، ولی انجام نشده است.

۸۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳
«دانشمندان هنوز نمی‌دانند که آیا گونه‌ای از حیات در جایی خارج از منظومه‌ی شمسی وجود دارد [یا نه]. این [موضوع] مدت‌هاست که برای ما معمّا بوده است و به احتمال زیاد در سال‌های بسیار پیش‌رو نیز خواهد بود.»
۱) کاوش، اکتشاف ۲) توقع، انتظار ۳) معمّا، راز ۴) تماس، ارتباط

۸۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴
«هیچ‌کس در کلاس نمی‌خواهد که تِد عضو گروهشان باشد، چون او تقریباً همیشه از انجام دادن کارهایی که به عنوان مسئولیتش به او محوّل می‌شود، خودداری می‌کند.»
۱) تمرین کردن ۲) شامل ... بودن، دربر داشتن
۳) تشویق کردن، ترغیب کردن ۴) انجام دادن، اجرا کردن

۸۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴
«ما در انجام آزمایش مشکل داشتیم، آن آزمایش واقعاً پیچیده‌ای است.»
۱) نگران، مضطرب ۲) ذهنی، روانی ۳) نگران، دلواپس ۴) پیچیده، دشوار

۸۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲
«در نهایت مرگ به رنج او پایان داد؛ او دیگر رنج نمی‌کشد.»
۱) هشدار، اخطار ۲) درد، رنج
۳) افسانه ۴) عدم فعالیت، کوتاهی، تنبلی

۸۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲
«ویتامین‌ها نمی‌توانند توسط بدن‌هایمان تولید شوند؛ ما آن‌ها را از آنچه می‌خوریم یا می‌نوشیم، دریافت می‌کنیم.»
۱) درگیر کردن، مشارکت دادن ۲) تولید کردن، ساختن
۳) تمرکز کردن، متمرکز کردن ۴) قبول کردن، پذیرفتن

۸۵- پاسخ: گزینه‌ی ۱
«تا حال متوجه شده‌اید که درخت‌های همسایه خیلی بلند شده‌اند؟»
۱) خیلی، بسیار ۲) راحت، به‌راحتی ۳) باقدرت، شدیداً ۴) فعالانه، به‌طور فعالی

۸۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳
«ترتیب کلی اجزای مختلف چیزی که ساخته می‌شود، مثل ساختمان، کتاب، دستگاه و غیره، طرح نامیده می‌شود.»
۱) اساس، پایه ۲) پروژه ۳) طرح، نقشه ۴) کاتالوگ

۸۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴
«رئیس جمهور به‌طور کامل در جریان پیشرفت‌های اخیر قرار گرفته است.»
۱) مقایسه کردن با ۲) کشیدن تا، امتداد داشتن تا
۳) آزاد کردن در ۴) در جریانِ ... قرار دادن، مطلع کردن از

■■ ترجمه‌ی Cloze Test:
غذا و پوشش مشکلات سختی را پدید آوردند. دراین مورد اطلاعات زیادی از اسکیموها، یعنی مردم گرینلند و شمال کانادا که خودشان را به زندگی در شرایط بسیار سرد خو داده بودند، فرا گرفته شد. فقدان غذای تازه، به‌خصوص میوه‌ها و سبزیجات به این معنی بود که مسافران قطبی در معرض بیماری کمبود ویتامین ث قرار داشتند که روش پیشگیری از آن تنها در ۱۰۰ سال اخیر به‌طور صحیحی درک شده است. پناهگاه و سوخت مورد نیاز برای آتش مشکلات دیگری هستند که به‌تدریج تا حدودی حل شده‌اند.

۸۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴
۱) درس دادن، تعلیم دادن ۲) کمک کردن به ۳) بهبود بخشیدن، بهتر شدن ۴) یاد گرفتن، فرا گرفتن

۸۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱
۱) شدید، بیش از حد ۲) عظیم‌الجثه، غول‌پیکر ۳) لازم، ضروری ۴) مؤثر، کارآمد

۹۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳
۱) یقیناً، مطمئناً ۲) مستقیماً، یکراست ۳) به‌ویژه، علی‌الخصوص ۴) پیوسته، به‌طور مداوم

۹۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲
۱) اثر، تأثیر ۲) پیشگیری، جلوگیری ۳) بیان، اصطلاح، (چهره) حالت ۴) ارتقاء، ترفیع

۹۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴

۱) موضوع، مادّه ۲) آشغال ۳) ابزار، وسیله ۴) سوخت

■■ ترجمه‌ی درک مطلب ۱:

پیش‌بینی [وضع] آب‌وهوا، کاربرد علم و فناوری برای پیش‌بینی وضعیت جوّی یک محل مشخص است. انسان‌ها برای هزاران سال به‌طور غیر رسمی و از قرن نوزدهم به‌طور رسمی تلاش کرده‌اند آب‌وهوا را پیش‌بینی کنند. پیش‌بینی‌های آب‌وهوا با جمع‌آوری اطلاعات کمّی درباره‌ی وضعیت فعلی جوّ در محل مشخص و با استفاده از درک علمی فرآیندهای جوّی انجام می‌شود تا پیش‌بینی شود که [وضعیت] جوّ در آن محل چگونه خواهد بود.

پیش‌بینی آب‌وهوا که سابقاً یک تلاش کاملاً انسانی [و] عمدتاً برمبنای تغییرات فشار جوّ، شرایط فعلی آب‌وهوا و شرایط آسمان بود، در حال حاضر برمبنای الگوهای رایانه‌ای انجام می‌شود که عوامل جوّی را در نظر می‌گیرند. هنوز [هم] مشارکت انسان برای انتخاب بهترین الگوی آب‌وهوایی که پیش‌بینی برمبنای آن انجام می‌شود، ضروری است که شامل مهارت‌های تشخیص الگوها، ارتباطات از راه دور، دانش عملکرد الگوها و دانش گرایش الگوها می‌باشد. طبیعت دائماً در حال تغییر جوّ، قدرت رایانه‌ای بسیار زیاد مورد نیاز برای حل کردن معادلاتی که جوّ را توصیف می‌کنند، خطاهای موجود در اندازه‌گیری شرایط اولیه و درک ناقص فرآیندهای جوّی به این معنی هستند که هر چه تفاوت بین زمان حاضر و زمانی که پیش‌بینی برای آن انجام می‌گیرد بیشتر شود، دقّت پیش‌بینی‌ها کمتر می‌گردد.

۹۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

«طبق متن، پیش‌بینی آب‌وهوا ..... .»

۱) یک فناوری جدید است. ۲) تاریخچه‌ای قدیمی دارد.

۳) کمتر از ۱۰۰ سال قبل آغاز شد. ۴) همچون گذشته کارآمد نیست.

۹۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

«متن عمدتاً در مورد ..... می‌باشد.»

۱) دلایلی که انسان‌ها به پیش‌بینی آب‌وهوا گرایش دارند

۲) شرایطی که هواشناسان در آن‌ها اشتباه می‌کنند

۳) تعریف پیش‌بینی آب‌وهوا و روش انجام آن

۴) روش‌های اولیه‌ی مورد استفاده برای پیش‌بینی شرایط آب‌وهوا

۹۵- پاسخ: گزینه‌ی ۱

«متن در مورد نقش انسان‌ها در پیش‌بینی‌های مدرن آب‌وهوا چه چیزی را بیان می‌کند؟»

۱) کار انسان یک ضرورت است.

۲) هیچ نیازی به انسان‌ها نیست.

۳) حتی افرادی که هیچ دانش تخصصی [هم] ندارند، می‌توانند پیش‌بینی آب‌وهوا را انجام دهند.

۴) در حال حاضر آن به نسبت وضعیت الگوهای کمتر امروزی، به دخالت انسان بیشتر وابسته است.

۹۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

کلمه‌ی **which** نزدیک به پایان پاراگراف ۲ به **time** اشاره دارد.

۱) فرآیندها ۲) پیش‌بینی‌ها ۳) تفاوت زمان حاضر ۴) زمان، وقت

■■ ترجمه‌ی درک مطلب ۲:

مسئولان باغ‌وحش‌ها می‌گویند که نگران حیوانات هستند. با این حال، بیشتر باغ‌وحش‌ها، به‌جای این‌که زیستگاه‌هایی حفاظت‌کننده [برای حیوانات] باشند، «مجموعه‌ای» از «اقلام» جالب باقی مانده‌اند. باغ‌وحش‌ها به مردم آموزش می‌دهند که در اسارت نگه داشتن حیوانات قابل قبول است. با وجود این، حیوانات در باغ‌وحش، کسل، محدود، تنها و دور از زیستگاه‌های طبیعی‌شان هستند.

باغ‌وحش‌ها ادعا می‌کنند که به مردم آموزش می‌دهند، اما در حقیقت، بازدیدکنندگان هیچ چیز معناداری را در مورد رفتار طبیعی، هوش یا زیبایی حیوانات یاد نمی‌گیرند. بیشتر فضاهای باغ‌وحش‌ها کاملاً کوچک هستند و بازدیدکنندگان به‌ندرت می‌توانند رفتار طبیعی حیوانات را در این فضاهای غیر طبیعی مشاهده کنند. آن‌ها همچنین نمی‌توانند از برچسب‌های روی قفس‌ها که فقط فهرستی از نام و غذای گونه‌ها و محل زندگی معمول آن‌ها ارائه می‌کنند، چیز زیادی یاد بگیرند.

این حیوانات با هم در فضاهایی کوچک نگه داشته می‌شوند، بدون هیچ [امکان] تنها بودن و فرصت کم برای انگیزش روحی یا فعالیت جسمی. این منجر به رفتاری غیر عادی و خود نابودساز می‌شود که **zoochosis** نامیده می‌شود. بنیاد [حیوانات] آزاد به دنیا آمده، در یک تحقیق جهانی پی برد که **zoochosis** در بین حیوانات [حبس شده] در فضاهای کوچک یا قفس‌ها متداول است. تحقیق دیگری نشان داد که فیل‌ها ۲۲ درصد از زمانشان را مشغول رفتارهای غیرعادی مثل حرکات پی‌درپی سر یا گاز زدن میله‌های قفس هستند. خرس‌ها ۳۰ درصد از وقت‌شان را با راه رفتن به جلو و عقب می‌گذرانند. این‌ها همه نشانه‌های افسردگی هستند.

باغ‌وحش‌ها همچنین ادعا می‌کنند که حیوانات را از انقراض نجات می‌دهند. با این حال، اغلب باغ‌وحش‌هایی که حیوانات در معرض خطر، مثل گربه‌سانان بزرگ یا فیل‌های آسیایی را پرورش می‌دهند، آن‌ها را در محیط طبیعی آزاد نمی‌کنند. باغ‌وحش‌ها در مورد برنامه‌های پرورش حیوانات‌شان خیلی صحبت می‌کنند. یکی از دلایل [این کار] تسکین نگرانی مردم درباره‌ی گونه‌های در معرض خطر است. دلیل دیگر جذب کردن مشتری‌های زیادی است که از دیدن بچه‌ی حیوانات لذت می‌برند. چند مسابقه نام‌گذاری بچه حیوانات دیده‌ایم؟

در نهایت ما تنها در صورتی گونه‌های در معرض خطر را نجات خواهیم داد که زیستگاه‌های آن‌ها را حفظ کنیم. ما همچنین باید جلوی کشتن آن‌ها توسط انسان‌ها را بگیریم. ما به‌جای حمایت از باغ‌وحش‌ها، باید از گروه‌هایی حمایت کنیم که برای حفاظت از حیوانات کار می‌کنند و زیستگاه‌های آن‌ها را در طبیعت حفظ کنیم.

۹۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

«نویسنده‌ی این متن به‌طور غیر مستقیم می‌گوید که باغ‌وحش‌ها ..... .»

۱) به شکلی منفی بر روی حیواناتی که پناه می‌دهند، تأثیر می‌گذارند

۲) رفتار حیوانات و همچنین غذای طبیعی آن‌ها را تغییر می‌دهند

۳) متأسفانه ضروری هستند و ما نمی‌توانیم بدون آن‌ها سر کنیم

۴) باید بهتر تحت کنترل قرار گیرند تا مفید باشند

۹۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«طبق متن، اطلاعاتی که بازدیدکنندگان از دیدن حیوانات در باغ‌وحش‌ها در مورد آن کسب می‌کنند ..... .»

۱) به همان میزانی است که آن‌ها می‌توانند از مشاهده‌ی حیوانات در طبیعت کسب کنند

۲) برای داشتن کاربرد عملی به اندازه‌ی کافی مفید است

۳) کاملاً غلط و گمراه‌کننده است

۴) ناقص و محدود است

۹۹- پاسخ: گزینه‌ی ۴

«در متن همه‌ی موارد زیر در مورد حیواناتی که در باغ‌وحش نگه داشته می‌شوند، ذکر شده است به‌جز این‌که این نوع حیوانات ..... .»

۱) تنها بودنشان را از دست می‌دهند

۲) از نظر جسمی به اندازه‌ی کافی فعال نیستند

۳) این فرصت را کسب نمی‌کنند که از نظر روحی انگیزش پیدا کنند

۴) اغلب به عنوان چیزی استفاده می‌شوند که محققان برای انجام آزمایش نیاز دارند

۱۰۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

«پاراگراف آخر متن شامل تعدادی ..... می‌باشد.»

۱) شکایت ۲) مقایسه ۳) پیشنهاد ۴) هشدار، اخطار

مؤسسه آموزشی فرهنگی

ریاضیات

۱۰۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

داریم:

$$\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}} = (۲^{\frac{۳}{۲}})^{\frac{۱}{۳}} = \sqrt{۲}$$

پس عبارت مورد نظر برابر است با:

$$(\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}})\times\sqrt{۲} = \underbrace{\sqrt{۴-۲\sqrt{۳}}}_{(\sqrt{۳}-۱)^۲} + \underbrace{\sqrt{۴+۲\sqrt{۳}}}_{(\sqrt{۳}+۱)^۲} = |\sqrt{۳}-۱|+|\sqrt{۳}+۱| = ۲\sqrt{۳}$$

۱۰۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$f(x)=۲x-۵\ ,\ g=\{(۲,۵),(۳,۴),(۱,۶),\underbrace{(۴,۷)}_{*},(۸,۱)\}$$

با توجه به فرض داریم:

$$(f^{-۱}og)(a)=۶ \Rightarrow \overbrace{(fof^{-۱}og)(a)=f(۶)}^{\text{همدیگر را خنثی می‌کنند.}} \Rightarrow g(a)=۲\times۶-۵=۷ \xrightarrow{*} a=۴$$

۱۰۳- پاسخ: گزینه‌ی ۳

جدول تعیین علامت عبارت $xf(x)$ را رسم می‌کنیم.

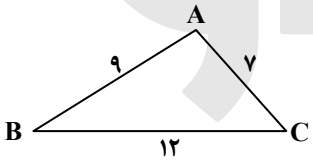
$$f(x)=۱-(\frac{۱}{۲})^x$$

x		۰	
x	−	۰	+
f(x)	−	۰	+
xf(x)	+	۰	+

با توجه به جدول تعیین علامت فوق، عبارت $xf(x)$ همواره نامنفی است، پس دامنه‌ی تابع $y=\sqrt{xf(x)}$ همان $\mathbb{R}=(-\infty,+\infty)$ است.

۱۰۴- پاسخ: گزینه‌ی ۴

راه‌حل اول: با نوشتن مساحت سینوسی برای رأس B از مثلث ABC داریم:



$$S=\frac{۱}{۲}\times۹\times۱۲\,Sin\hat{B}=۵۴\,Sin\hat{B}$$

از طرفی طبق قضیه ی کسینوس‌ها برای رأس B داریم:

$$b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\,Cos\hat{B} \Rightarrow Cos\hat{B}=\frac{۱۲^۲+۹^۲-۷^۲}{۲\times۱۲\times۹}=\frac{۱۷۶}{۲\times۱۲\times۹}=\frac{۲۲}{۲۷}$$

در نتیجه:

$$Sin\hat{B}=\sqrt{۱-Cos^۲\hat{B}}=\sqrt{۱-\frac{۲۲^۲}{۲۷^۲}}=\sqrt{\frac{۲۷^۲-۲۲^۲}{۲۷^۲}}=\frac{\sqrt{۵\times۴۹}}{۲۷}=\frac{۷\sqrt{۵}}{۲۷} \Rightarrow S_{ABC}=۵۴(\frac{۷\sqrt{۵}}{۲۷})=۱۴\sqrt{۵}$$

راه‌حل دوم (رابطه‌ی هرون): اگر P برابر نصف محیط مثلث ABC باشد، آنگاه مساحت این مثلث برابر خواهد بود با:

$$S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

طبق رابطه‌ی هرون در این مثلث داریم:

$$P=\frac{۱۲+۹+۷}{۲}=۱۴ \Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{۱۴(۱۴-۱۲)(۱۴-۹)(۱۴-۷)}=\sqrt{۱۴\times۲\times۵\times۷}=۱۴\sqrt{۵}$$

۱۰۵- پاسخ: گزینه‌ی ۱

می‌دانیم:

$$\begin{cases} t^{۱۲}-۱=(t-۱)(t^{۱۱}+t^{۱۰}+\cdots+t+۱) \\ t^{۱۲}-۱=(t^۳-۱)(t^۹+t^۶+t^۳+۱) \end{cases}$$

در نتیجه داریم:

$$\frac{t^{۱۱}+t^{۱۰}+\cdots+t+۱}{t^۹+t^۶+t^۳+۱}=\frac{\frac{t^{۱۲}-۱}{t-۱}}{\frac{t^{۱۲}-۱}{t^۳-۱}}=\frac{t^۳-۱}{t-۱}=t^۲+t+۱=(t+\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۳}{۴}=(\frac{-۱+\sqrt{۵}}{۲}+\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۴}+\frac{۳}{۴}=۲$$

۱۰۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

راه‌حل اول: نقطه‌ی $P(x,0)$ را روی محور xها انتخاب می‌کنیم. باید $|PA-PB|$ بیشترین مقدار را داشته باشد:

$$PA-PB=\sqrt{(x-1)^2+25}-\sqrt{(x-7)^2+4}=f(x)$$

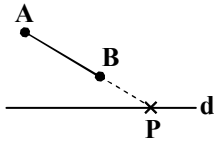
برای یافتن نقاط اکسترمم $f(x)$، از تابع $f(x)$ مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f'(x)=\frac{(x-1)}{\sqrt{(x-1)^2+25}}-\frac{(x-7)}{\sqrt{(x-7)^2+4}}=0 \Rightarrow \frac{(x-1)}{\sqrt{(x-1)^2+25}}=\frac{(x-7)}{\sqrt{(x-7)^2+4}}$$

اگر طرفین تساوی اخیر را به توان ۲ رسانده و معکوس کنیم، پس از ساده کردن داریم:

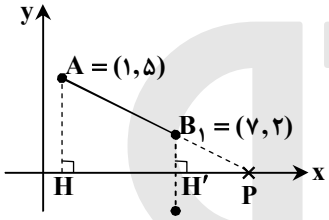
$$\frac{25}{(x-1)^2}=\frac{4}{(x-7)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} 5|x-7|=2|x-1| \Rightarrow 5x-35=\pm(2x-2)$$

$$\begin{cases}5x-35=2x-2 \Rightarrow 3x=33 \Rightarrow x=11\\ 5x-35=-2x+2 \Rightarrow 7x=37 \Rightarrow x=\frac{37}{7}\end{cases}$$



توجه کنید که به ازای $x=11$ بیشترین مقدار تفاضل فواصل و به ازای $x=\frac{37}{7}$ کمترین مقدار برای تفاضل فواصل مورد نظر به دست می‌آید.

راه‌حل دوم:



نکته: اگر مطابق شکل، نقاط A و B در یک طرف خط d قرار داشته باشد، برای یافتن نقطه‌ای روی d مانند P که تفاضل فواصل آن از A و B (یعنی $PA-PB$) بیشترین مقدار ممکن باشد، پاره‌خط AB را امتداد می‌دهیم تا خط d را قطع کند، نقطه‌ی تقاطع همان نقطه‌ی مورد نظر است که به ازای آن، حاصل $|PA-PB|$ برابر با طول پاره‌خط AB خواهد شد. (این موضوع به نام «مسئله‌ی دوم هرون» معروف است.)

مطابق شکل، ابتدا قرینه‌ی B را نسبت به محور xها یافته و آن را B_1 می‌نامیم. سپس A را به B_1 وصل و امتداد می‌دهیم تا در نقطه‌ی $P(x,0)$، محور xها را قطع کند. در مثلث AHP طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\overset{\triangle}{AHP}: B_1H' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{PH'}{PH}=\frac{B_1H'}{AH} \Rightarrow \frac{x-7}{x-1}=\frac{2}{5} \Rightarrow 5x-35=2x-2 \Rightarrow 3x=33 \Rightarrow x=11$$

۱۰۷- پاسخ: گزینه‌ی ۲

ابتدا دامنه‌ی تابع اولی را به دست می‌آوریم:

$$y=\sqrt{5+4x-x^2}=\sqrt{-(x^2-4x-5)}=\sqrt{\underbrace{-(x-5)(x+1)}_{\text{باید نامنفی باشد}}} \Rightarrow D_y: -1\le x\le 5$$

طبق فرض باید رابطه‌ی زیر برقرار باشد:

$$\sqrt{5+4x-x^2}>|x-3|+2 \begin{cases}\xrightarrow{x\ge 3} 5+4x-x^2>(x-1)^2 & (1)\\ \xrightarrow{x<3} 5+4x-x^2>(5-x)^2 & (2)\end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow 2x^2-6x-4<0 \Rightarrow x^2-3x-2<0 \Rightarrow \frac{3-\sqrt{17}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{17}}{2} \xrightarrow{x\ge 3} 3\le x\le \frac{3+\sqrt{17}}{2} \quad (I)$$

$$(2) \Rightarrow 2x^2-14x+20<0 \Rightarrow \underbrace{x^2-7x+10}_{(x-2)(x-5)}<0 \Rightarrow 2<x<5 \xrightarrow{x<3} 2<x<3 \quad (II)$$

اجتماع (I) و (II): $2<x<\frac{3+\sqrt{17}}{2}$ (بازه‌ی مورد نظر)

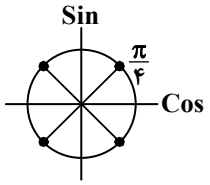
۱۰۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳

از $g(x)=2x-3$ نتیجه می‌شود $x=\frac{g(x)+3}{2}$، لذا داریم:

$$f(g(x))=4(x^2-4x+5) \xrightarrow{g(x)=m} f(m)=4\left(\left(\frac{m+3}{2}\right)^2-4\left(\frac{m+3}{2}\right)+5\right) \Rightarrow f(m)=m^2-2m+5$$

ضابطه‌ی تابع

۱۰۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲



می‌دانیم $Sin۳x = ۳Sinx - ۴Sin^۳x$، پس:

$$\frac{Sin۳x}{Sinx} = ۲Cos^۲x \Rightarrow \frac{۳Sinx - ۴Sin^۳x}{Sinx} = ۲(۱-Sin^۲x) \Rightarrow ۳-۴Sin^۲x = ۲-۲Sin^۲x$$

$$\Rightarrow ۲Sin^۲x = ۱ \Rightarrow Sinx = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

جواب کلی این معادله به صورت $\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ است.

۱۱۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

اگر $\alpha = Sin^{-۱}\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ باشد، آن‌گاه:

$$Sin\alpha = \frac{۲\sqrt{۲}}{۳} \Rightarrow Cos\alpha = \sqrt{۱-Sin^۲\alpha} = \sqrt{۱-\frac{۸}{۹}} = \frac{۱}{۳}$$

در نتیجه داریم:

$$Cos۳\alpha = ۴Cos^۳\alpha - ۳Cos\alpha = \frac{۴}{۲۷} - ۱ = -\frac{۲۳}{۲۷}$$

۱۱۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲

راه‌حل اول:

$$L = \lim_{x\to۰}\frac{\overbrace{۱-Sin^۲x}^{Cos^۲x} - \sqrt{Cosx}}{x^۲} = \lim_{x\to۰}\frac{۱-\sqrt{Cosx}}{x^۲} - \underbrace{\lim_{x\to۰}(\frac{Sinx}{x})^۲}_{۱} = \lim_{x\to۰}\frac{۱-Cosx}{(۱+\sqrt{Cosx})x^۲} - ۱$$

به ازای $x\to۰$، هم‌ارزی $۱-Cosx \approx \frac{x^۲}{۲}$ برقرار است، پس:

$$L = \lim_{x\to۰}\frac{\frac{x^۲}{۲}}{۲x^۲} - ۱ = \frac{۱}{۴} - ۱ = -\frac{۳}{۴}$$

راه‌حل دوم: با استفاده از قاعده‌ی هوپیتال داریم:

$$L = \lim_{x\to۰}\frac{Cos^۲x - \sqrt{Cosx}}{x^۲} = \frac{۰}{۰} \xrightarrow{Hop} \lim_{x\to۰}\frac{-۲CosxSinx + \frac{Sinx}{۲\sqrt{Cosx}}}{۲x} = \lim_{x\to۰}\frac{-۲Sinx + \frac{Sinx}{۲}}{۲x} = \lim_{x\to۰}\frac{-\frac{۳}{۲}Sinx}{۲x} = -\frac{۳}{۴}$$

۱۱۲-پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$y = Cos^۲(tan^{-۱}x) \Rightarrow y' = \underbrace{(tan^{-۱}x)'}_{\frac{۱}{۱+x^۲}} \times ۲Cos(tan^{-۱}x)\times(-Sin(tan^{-۱}x))$$

$$\Rightarrow y'\Big|_{x=۱} = \frac{۱}{۱+۱}\times ۲Cos(tan^{-۱}۱)\times(-Sin(tan^{-۱}۱)) \xrightarrow{tan^{-۱}۱=\frac{\pi}{۴}} y'\Big|_{x=۱} = -\frac{۱}{۲}$$

۱۱۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق فرض سؤال داریم:

نقطه‌ی همگرایی دنباله: $\lim_{x\to\infty}\frac{۴n+۱}{۳n-۲} = \frac{۴}{۳}$

$$\left|\frac{۴n+۱}{۳n-۲} - \frac{۴}{۳}\right| < ۰/۰۲ \Rightarrow \left|\frac{۱۱}{۳(۳n-۲)}\right| < \frac{۱}{۵۰} \Rightarrow ۳n-۲ > \frac{۵۰\times۱۱}{۳} \Rightarrow n > \frac{۱۸۵/\overline{۳}}{۳} \Rightarrow n \geq ۶۲$$

(۱۸۳/$\overline{۳}$ و ۶۱/۰۰۰)

پس $min(n_\circ) = ۶۲$

۱۱۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

می‌دانیم که به ازای $x \to ۰$ ، هم‌ارزی $\left[\frac{۱}{x}\right] \approx \frac{۱}{x}$ برقرار است، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

متناهی: $\lim\limits_{x \to ۰^-} x\left[\frac{۱}{x}\right] = \lim\limits_{x \to ۰^-} x \times \frac{۱}{x} = ۱$

(۲) متناهی: $\lim\limits_{x \to ۰^+} x\left[\frac{۱}{x}\right] = \lim\limits_{x \to ۰^+} x \times \frac{۱}{x} = ۱$

(۳) نامتناهی: $\lim\limits_{x \to -\infty} x\left[\frac{۱}{x}\right] = (-\infty)\left[\frac{۱}{-\infty}\right] = (-\infty)\underbrace{\left[۰^-\right]}_{-۱} = +\infty$

(۴) متناهی: $\lim\limits_{x \to +\infty} x\left[\frac{۱}{x}\right] = (+\infty)\left[\frac{۱}{+\infty}\right] = (+\infty)\underbrace{\left[۰^+\right]}_{۰} = ۰$

۱۱۵- پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به گزینه‌ها، پیوستگی تابع را در اعداد صحیح فرد و زوج بررسی می‌کنیم:

الف) به ازای مقادیر فرد x، عبارت $\sin\frac{\pi}{۲}x$ یکی از دو مقدار غیر صفر ± ۱ است در حالی که برای عبارت $(-۱)^{[x]}$، حد چپ برابر $+۱$ و حد راست برابر -۱ خواهد بود. در نتیجه حد چپ و راست تابع $f(x) = (-۱)^{[x]}\sin\frac{\pi}{۲}x$ در نقاط صحیح فرد با هم برابر نیست و لذا در این نقاط پیوسته نیست.

ب) به ازای مقادیر زوج x، عبارت $\sin\frac{\pi}{۲}x$ برابر صفر است که با توجه به متناهی بودن مقدار $(-۱)^{[x]}$ نتیجه می‌گیریم که مقدار حد تابع f در نقاط صحیح زوج برابر صفر است. با توجه به اینکه مقدار تابع نیز در این نقاط برابر صفر است، پس تابع در این نقاط پیوسته است.

۱۱۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به فرض داریم:

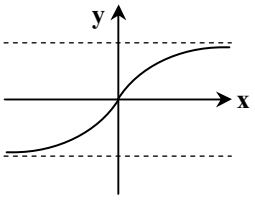
$$\lim_{x \to ۳} \frac{x-۴}{۲x^۲+ax+b} = -\infty \Rightarrow \frac{-۱}{\lim\limits_{x \to ۳}(۲x^۲+ax+b)} = -\infty$$

پس باید عبارت $۲x^۲+ax+b$ به ازای $x = ۳$ ، صفر شود و در این نقطه، تغییر علامت ندهد. به عبارت دیگر $x = ۳$ ریشه‌ی مضاعف معادله‌ی $۲x^۲+ax+b = ۰$ باشد، یعنی:

$$۲x^۲+ax+b = ۲(x-۳)^۲ = ۲x^۲-۱۲x+۱۸ \Rightarrow \begin{cases} a = -۱۲ \\ b = ۱۸ \end{cases}$$

در نتیجه: $a+b = ۶$.

۱۱۷- گزینه‌ی ۱ و ۲



با توجه به نمودار f نتیجه می‌گیریم که مقدار تابع f' در $x = ۰$ عددی مثبت بوده و با افزایش x، مقادیر آن به سمت صفر (به صورت مجانبی) کاهش می‌یابد. همچنین از آنجا که f تابعی فرد است، نتیجه می‌شود که f' تابعی زوج خواهد بود. پس هر دو نمودار گزینه‌های (۱) و (۲) برای f' قابل قبول است. توجه کنید که تفاوت دو نمودار (۱) و (۲) در این موضوع است که تابع f در $x = ۰$ مشتق دوم دارد یا خیر که از روی نمودار تابع f، این موضوع را نمی‌توان دریافت!

۱۱۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳

معادله‌ی تمام خطوط گذرا از نقطه‌ی $A(۲,-۱)$ با شیب m به صورت کلی مقابل است:

$$y = m(x-۲)-۱$$

برای یافتن شیب خطوط مماس رسم شده بر منحنی $y = \frac{۱}{۲}x^۲ - x$ از نقطه‌ی $A(۲,-۱)$ ، کافی است خطوط گذرا از نقطه‌ی A را با منحنی فوق تلاقی دهیم و به دنبال ریشه‌های مضاعف آن باشیم:

$$\frac{۱}{۲}x^۲ - x = m(x-۲)-۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}x^۲ - (m+۱)x + (۲m+۱) = ۰$$

$$\xrightarrow{\text{ریشه‌ی مضاعف}} \Delta = (m+۱)^۲ - ۲(۲m+۱) = ۰ \Rightarrow \Delta = m^۲ - ۲m - ۱ = ۰ \Rightarrow m_۱, m_۲ = \frac{۲ \pm \sqrt{۸}}{۲} = ۱ \pm \sqrt{۲}$$

اگر زاویه‌ی بین این دو مماس را θ در نظر بگیریم، آن‌گاه:

$$\tan\theta=\left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|=\frac{2\sqrt{2}}{1-1}=\text{تعریف نشده}\Rightarrow\theta=\frac{\pi}{2}$$

۱۱۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

کافی است معادل تابع را به‌ازای $x\to(-3)^+$ پیدا کرده و از آن مشتق بگیریم:

$$x\to(-3)^+:f(x)=(-3+x)\sqrt[3]{9x}\Rightarrow f'(x)=\sqrt[3]{9x}+(x-3)\times\frac{9}{3\sqrt[3]{(9x)^2}}\Rightarrow f'((-3)^+)=-3+(-6)\times\frac{9}{3\times9}=-5$$

۱۲۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

اولاً مختصات نقطه‌ی تماس در معادله‌ی خط مماس صدق می‌کند، ثانیاً شیب خط مماس برابر مشتق تابع در نقطه‌ی تماس است، پس:

$$2y+x=7:\begin{cases}x=3\Rightarrow y=2\Rightarrow f(3)=2\ \text{یا}\ f^{-1}(2)=3\\ y=-\frac{x}{2}+\frac{7}{3}\Rightarrow f'(3)=-\frac{1}{2}\end{cases}$$

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه‌ی $g(x)=\frac{1}{x}f^{-1}(x)$ داریم:

$$(x)=-\frac{1}{x^2}f^{-1}(x)+\frac{1}{x}(f^{-1}(x))'=-\frac{1}{x^2}f^{-1}(x)+\frac{1}{x}\times\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}\Rightarrow g'(2)=-\frac{1}{4}f^{-1}(2)+\frac{1}{2}\times\frac{1}{f'(\underbrace{f^{-1}(2)}_{3})}=-\frac{3}{4}-1=-\frac{7}{4}$$

۱۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

چون تابع $f(x)=x^3e^{-x}$ صعودی و تقعرش رو به بالا است، پس باید توأماً $f'(x)>0$ و $f''(x)>0$ باشد:

$$f'(x)=3x^2e^{-x}-x^3e^{-x}=(3-x)x^2e^{-x}\xrightarrow{f'(x)>0}x<3\qquad(I)$$

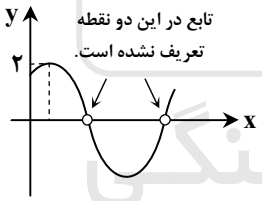
$$f''(x)=-x^2e^{-x}+(3-x)(2x)e^{-x}-(3-x)x^2e^{-x}=(x^2-6x+6)xe^{-x}$$

ریشه‌های $x^2-6x+6=0$ برابر $3\pm\sqrt{3}$ و جدول تعیین علامت $f''(x)$ به صورت مقابل است. پس در بازه‌های $0<x<3-\sqrt{3}$ و $x>3+\sqrt{3}$ داریم $f''(x)>0$ که با اشتراک با بازه‌ی (I)، بازه‌ی $(0,3-\sqrt{3})$ به دست می‌آید که مورد نظر سؤال است.

x		0		$3-\sqrt{3}$		$3+\sqrt{3}$	
$f''(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

۱۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به ۲ نقطه‌ای که تابع در آن‌ها تعریف نشده است، نتیجه می‌گیریم که این دو نقطه هم ریشه‌ی مخرج و هم ریشه‌ی صورت هستند:



$$\text{مخرج}:\ Sinx+Cosx=0\Rightarrow\tan x=-1\xrightarrow{x\ \text{اولین مقدار مثبت}}x=\frac{3\pi}{4}$$

$$\text{صورت}:\ (aSin2x+b)\Big|_{x=\frac{3\pi}{4}}=0\Rightarrow\underbrace{aSin\frac{3\pi}{2}}_{-1}+b=0\Rightarrow a=b$$

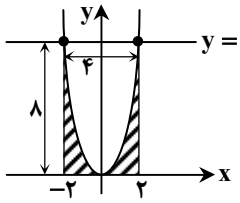
پس ضابطه‌ی تابع f به صورت زیر ساده می‌شود:

$$f(x)=\frac{a(\overbrace{\sin 2x}^{2SinxCosx}+1)}{Sinx+Cosx}=\frac{a(Sinx+Cosx)^2}{Sinx+Cosx}=a(Sinx+Cosx)=a\sqrt{2}Sin(x+\frac{\pi}{4})$$

چون $\max(Sin(x+\frac{\pi}{4}))=1$، لذا با توجه به اینکه $\max(f(x))=2$ است، نتیجه می‌شود که:

$$a\sqrt{2}=2\Rightarrow a=\sqrt{2}$$

۱۲۳- پاسخ: گزینه‌ی ۴



خط $y=8$ نمودار تابع $y=x^2|x|$ را در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۲- قطع می‌کند. از آنجا که تابع $y=x^2|x|$ زوج است، پس مساحت ناحیه‌ی مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

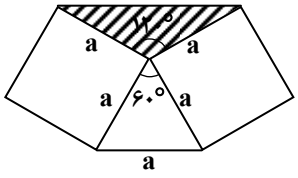
$$S=4\times8-\int_{-2}^{2}x^2|x|dx=32-2\int_{0}^{2}x^3dx=32-2(\frac{x^4}{4})\Big|_{0}^{2}=32-\frac{1}{2}(16-0)=32-8=24$$

۱۲۴- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$\int_{1}^{16}\left[\sqrt{x}\right]dx=\int_{1}^{4}\left[\sqrt{x}\right]dx+\int_{4}^{9}\left[\sqrt{x}\right]dx+\int_{9}^{16}\left[\sqrt{x}\right]dx=\int_{1}^{4}dx+\int_{4}^{9}2\,dx+\int_{9}^{16}3\,dx$$
$$=(4-1)+2(9-4)+3(16-9)=3+10+21=34$$

۱۲۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳

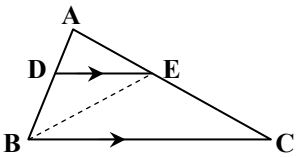
اگر طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع را a در نظر بگیریم، آن‌گاه با توجه به فرض و شکل مقابل داریم:



$$\begin{cases} S_1=\frac{1}{2}a\times a\times \sin 120^\circ=a^2\frac{\sqrt{3}}{4} : \text{مساحت مثلث هاشور خورده} \\ S_2=\frac{a^2\sqrt{3}}{4} : \text{مساحت مثلث اصلی} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2}=1$$

۱۲۶- پاسخ: گزینه‌ی ۲

طبق فرض داریم:



$$AD=\frac{4}{5}DB \Rightarrow \frac{AD}{DB}=\frac{4}{5} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{AB}=\frac{4}{9}$$

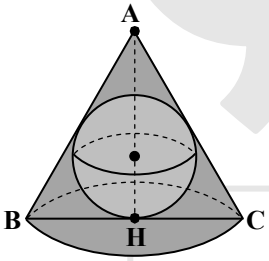
از آنجا که $DE \parallel BC$، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{4}{9} \quad (*)$$

در ذوزنقه‌ی $BDEC$، نسبت مساحت مثلث‌های EBC و EBD برابر است با نسبت قاعده‌های BC و DE، یعنی:

$$\frac{S_{EBC}}{S_{EBD}}=\frac{BC}{DE}\overset{*}{=}\frac{9}{4}=2/25$$

۱۲۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴

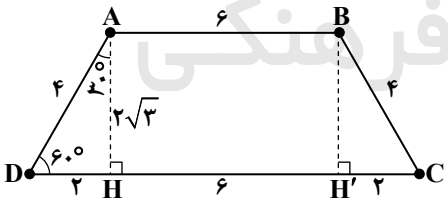


مطابق شکل، از دوران مثلث ABC حول ارتفاع AH یک مخروط به شعاع قاعده‌ی $r=\frac{BC}{2}=\sqrt{3}$ و ارتفاع $h=AH=2\sqrt{3}(\frac{\sqrt{3}}{2})=3$ و همچنین از دوران دایره‌ی محاطی حول ارتفاع AH، یک کره به شعاع $R=\frac{AH}{3}=1$ پدید می‌آید.

لذا حجم مورد نظر برابر است با:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h-\frac{4}{3}\pi R^3=3\pi-\frac{4}{3}\pi=\frac{5\pi}{3}$$

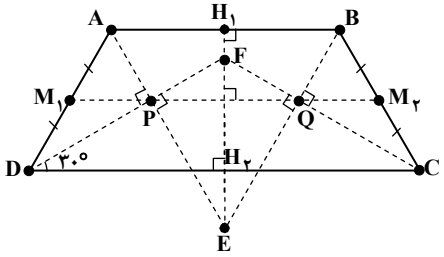
۱۲۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴



مطابق شکل، در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ADH با زاویه‌ی 30° طول وتر برابر ۴ و طول ضلع قائمه‌ی دیگر برابر $2\sqrt{3}$ است.

نقطه‌ی برخورد نیمسازهای داخلی $\hat{A}$ و $\hat{B}$ را E در نظر می‌گیریم. مثلث ABE مثلثی متساوی‌الاضلاع به ضلع ۶ و ارتفاع $EH_1=6(\frac{\sqrt{3}}{2})=3\sqrt{3}$ است.

نقطه‌ی برخورد نیمسازهای داخلی $\hat{C}$ و $\hat{D}$ را F در نظر می‌گیریم. در مثلث CDF، طول ارتفاع وارد بر قاعده‌ی CD برابر $FH_2=DH_2\times\tan 30^\circ=\frac{5\sqrt{3}}{3}$ است.



پس داریم:

ارتفاع ذوزنقه‌ی $ABCD$

$$FE=EH_1-FH_1=EH_1-(\overbrace{H_1H_2-FH_2}^{\uparrow})=EH_1+FH_2-H_1H_2=3\sqrt{3}+\frac{5\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

نقطه‌ی برخورد نیمسازهای $\hat{A}$ و $\hat{D}$ را P و نقطه‌ی برخورد نیمسازهای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را Q در نظر می‌گیریم. از آنجا که قاعده‌های AB و CD موازی‌اند، اولاً رئوس P و Q قائمه‌اند، ثانیاً نقاط P و Q روی خطی قرار می‌گیرند که از وسط ساق‌های ذوزنقه می‌گذرند (چرا؟)، پس:

$$M_1M_2 = \frac{AB+CD}{2} = 8$$

$$\Rightarrow PQ = M_1M_2 - (PM_1 + QM_2) = 4$$

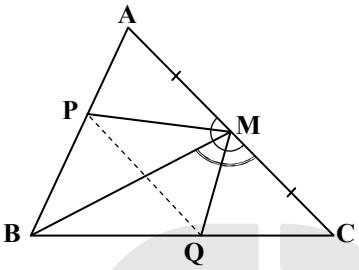
$$PM_1 = QM_2 = \frac{AD}{2} = 2$$

در چهارضلعی $PFQE$، قطرهای PQ و FE بر هم عمودند، پس مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{FE \times PQ}{2} = \frac{\frac{8\sqrt{3}}{3} \times 4}{2} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

۱۲۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

پاره‌خط PQ موازی ضلع AC است، زیرا داریم:



$$\begin{cases} \text{نیمساز } A\hat{M}B: \ MP: \frac{BP}{PA} = \frac{MB}{MA} \quad (*) \\ \text{نیمساز } C\hat{M}B: \ MQ: \frac{BQ}{QC} = \frac{MB}{MC} \end{cases}$$

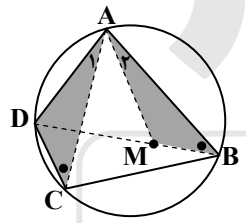
$$\xrightarrow{BM \text{ میانه‌ی ضلع } AC} \frac{BP}{PA} = \frac{BQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel AC$$

و در نتیجه خواهیم داشت:

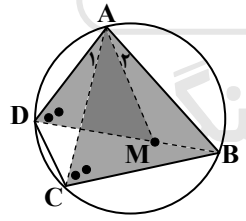
$$PQ \parallel AC \Rightarrow \frac{PQ}{AC} = \frac{PB}{BA} \xrightarrow{\text{مجموع در مخرج رابطه (*)}} \frac{PQ}{AC} = \frac{MB}{MA+MB} \Rightarrow \frac{PQ}{6} = \frac{5}{5+3} \Rightarrow PQ = 3/75$$

۱۳۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

مطابق شکل، دو جفت مثلث متشابه با هم می‌توان یافت که با نوشتن تناسب اضلاع در یکی از آن‌ها، حاصل مورد نظر به دست می‌آید:



$$\begin{cases} A\hat{B}D = A\hat{C}D = \frac{\overset{\frown}{AD}}{2} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \overset{\triangle}{ADC} \sim \overset{\triangle}{AMB}$$



$$\begin{cases} D\hat{A}M = C\hat{A}B \\ A\hat{D}M = A\hat{C}B = \frac{\overset{\frown}{AB}}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \overset{\triangle}{ADM} \sim \overset{\triangle}{ACB}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DM}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AD \cdot BC = DM \cdot AC$$

۱۳۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

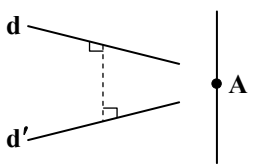
تصویر خط مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$T(x,y) = (2y-1, x+3) = (x', y') \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x'+1}{2} \\ x = y' - 3 \end{cases} \quad (*)$$

$$L: 2x+3y = 6 \xrightarrow{(*)} 2y' - 6 + \frac{3x'}{2} + \frac{3}{2} = 6 \Rightarrow L': 4y' + 3x' = 21$$

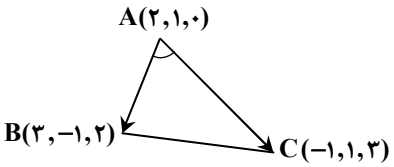
در بین گزینه‌ها فقط نقطه‌ی $(7,0)$ روی L' واقع است.

۱۳۲- پاسخ: گزینه‌ی ۲



برای دو خط متنافر d و d' ، راستای عمودمشترک این دو خط بر هر دوی آن‌ها عمود است. لذا کافی است از نقطه‌ی A خطی موازی راستای عمودمشترک d و d' رسم کنیم که منحصر به فرد است.

۱۳۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱



برای یافتن $\hat{A}$Cos از ضرب داخلی دو بردار $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}=B-A=(-۱,-۲,۲) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}|=۳\\ \overrightarrow{AC}=C-A=(-۳,۰,۳) \Rightarrow |\overrightarrow{AC}|=۳\sqrt{۲}\end{cases}$$

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\hat{A}\Rightarrow \hat{A}=\frac{-۳+۰+۶}{۳\times۳\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۶}$$

۱۳۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

می‌دانیم حجم متوازی‌السطوح بنا شده روی سه بردار u، v و w برابر با قدرمطلق ضرب مختلط این سه بردار یعنی، $|u\cdot(v\times w)|$ است، پس حجم متوازی‌السطوح ساخته شده روی سه بردار $a\times b$، b و a برابر خواهد بود با:

$$\begin{cases}V=|\underbrace{(a\times b)}_{u}\cdot(\underbrace{a}_{v}\times\underbrace{b}_{w})|=|a\times b|^{۲}=۷۵\\ a\times b=(۱,-۲,۳)\times(۲,۱,-۱)=(-۱,۷,۵)\Rightarrow |a\times b|=\sqrt{۱+۴۹+۲۵}=\sqrt{۷۵}\end{cases}$$

۱۳۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

راه‌حل اول:

دو نقطه‌ی $A_۱$ و $A_۲$ را روی این دو خط متنافر در نظر گرفته و تصویر قائم بردار $\overrightarrow{A_۱A_۲}$ را روی ضرب خارجی بردارهای هادی این دو خط $(u_۱\times u_۲)$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}d_۱:\frac{x-۲}{۱}=\frac{y+۲}{-۱}=\frac{z}{۳}\\ A_۱=(۲,-۲,۰)\\ u_۱=(۱,-۱,۳)\end{cases}\qquad d_۲:\begin{cases}x=۲y-۱\\ z=۳y-۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}d_۲:\frac{x+۱}{۲}=y=\frac{z+۲}{۳}\\ A_۲=(-۱,۰,-۲)\\ u_۲=(۲,۳,۱)\end{cases}$$

$$\overrightarrow{A_۱A_۲}=(-۳,۲,-۲)\ ,\ u_۱\times u_۲=(-۶,۳,۳)$$

$d_۱$ و $d_۲$ طول عمودمشترک : $h=\frac{|\overrightarrow{A_۱A_۲}\cdot(u_۱\times u_۲)|}{|u_۱\times u_۲|}=\frac{|۱۸+۶-۶|}{\sqrt{۳۶+۹+۹}}=\frac{۱۸}{۳\sqrt{۶}}=\sqrt{۶}$

راه‌حل دوم:

معادلات دو خط را به صورت پارامتری نوشته و با کمی تأمل و تیزهوشی به دونبال دو جفت صفحه‌ی موازی می‌گردیم که این دو خط روی آن صفحات باشند. فاصله‌ی بین این دو صفحه‌ی موازی، طول عمود مشترک مورد نظر است:

$$d_۱:\frac{x-۲}{۱}=\frac{y+۲}{-۱}=\frac{z}{۳}=t\Rightarrow\begin{cases}x=t+۲\Rightarrow ۲x=۲t+۴\\ \begin{cases}y=-t-۲\\ z=۳t\end{cases}\Rightarrow y+z=۲t-۲\end{cases}\Rightarrow \boxed{P:۲x-y-z=۶}$$

دو جفت صفحه‌ی موازی

$$d_۲:\begin{cases}x=۲y-۱\\ z=۳y-۲\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=۲t'-۱\Rightarrow ۲x=۴t'-۲\\ \begin{cases}y=t'\\ z=۳t'-۲\end{cases}\Rightarrow y+z=۴t'-۲\end{cases}\Rightarrow \boxed{P_۲:۲x-y-z=۰}$$

فاصله‌ی بین دو صفحه‌ی موازی $P_۱$ و $P_۲$ برابر است با:

$$\frac{|۶-۰|}{\sqrt{۴+۱+۱}}=\frac{۶}{\sqrt{۶}}=\sqrt{۶}$$

۱۳۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

طبق تعریف بیضی، مجموع فواصل هر نقطه‌ی بیضی از دو کانون آن برابر مقدار ثابت $۲a$ است. معادله‌ی بیضی را استاندارد می‌کنیم:

$$۳x^{۲}+۴y^{۲}+۱۸x-۱۶y=۵\Rightarrow ۳(x^{۲}+۶x)+۴(y^{۲}-۴y)=۵\Rightarrow ۳(x+۳)^{۲}-۲۷+۴(y-۲)^{۲}-۱۶=۵$$

$$\Rightarrow ۳(x+۳)^{۲}+۴(y-۲)^{۲}=۴۸\Rightarrow\frac{(x+۳)^{۲}}{۱۶}+\frac{(y-۲)^{۲}}{۱۲}=۱\Rightarrow\begin{cases}a^{۲}=۱۶\Rightarrow a=۴\\ b^{۲}=۱۲\Rightarrow b=۲\sqrt{۳}\end{cases}$$

پس مقدار مورد نظر برابر $۲a=۸$ است.

۱۳۷- پاسخ: گزینه‌ی ۴

راه‌حل اول: معادله‌ی این هذلولی با دو خط مجانب داده شده به صورت $(y+2x)(y-2x-4)=k$ است. نقطه‌ی $M=(\frac{3}{2},5)$ روی این هذلولی است، پس:

$$(5+3)(5-3-4)=k \Rightarrow k=-16$$

معادله‌ی هذلولی را استاندارد می‌کنیم:

$$(y+2x)(y-2x-4)=-16 \Rightarrow y^2-4x^2-4y-8x=-16 \Rightarrow (y-2)^2-4-4(x+1)^2+4=-16 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{4}-\frac{(y-2)^2}{16}=1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=16 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2+b^2=20 \Rightarrow c=2\sqrt{5}$$

پس فاصله‌ی دو کانون این هذلولی برابر $2c=4\sqrt{5}$ است.

راه‌حل دوم:

نکته: حاصل‌ضرب فواصل هر نقطه‌ی هذلولی از دو خط مجانب آن برابر $\frac{a^2b^2}{c^2}$ است.

فاصله‌ی نقطه‌ی $M=(\frac{3}{2},5)$ از دو خط مجانب $y+2x=0$ و $y-2x-4=0$ به‌ترتیب $h_1=\frac{8}{\sqrt{5}}$ و $h_2=\frac{2}{\sqrt{5}}$ است، پس:

$$\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{16}{5} \quad (1)$$

از طرفی چون شیب خطوط مجانب، قرینه ی هم هستند، پس هذلولی افقی یا قائم است.

فرض می‌کنیم که هذلولی افقی است (تأثیری در محاسبات ندارد)، لذا شیب خطوط مجانب به صورت $m=\pm\frac{b}{a}$ است، پس:

$$\frac{b}{a}=2 \Rightarrow b=2a \quad (2)$$

در هذلولی، رابطه‌ی $c^2=a^2+b^2$ برقرار است، لذا از روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{a^2(4a^2)}{a^2+4a^2}=\frac{16}{5} \Rightarrow \frac{4a^4}{5a^2}=\frac{16}{5} \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=2 \xrightarrow{(2)} b=4$$

در نتیجه $c=\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{5}$ و فاصله‌ی کانونی هذلولی برابر $2c=4\sqrt{5}$ است.

۱۳۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

دترمینان فوق را با تفکیک به دو دترمینان، ساده‌تر می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} a+b & b & ab \\ b+c & c & bc \\ a+c & a & ac \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b & b & ab \\ c & c & bc \\ a & a & ac \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & b & ab \\ b & c & bc \\ c & a & ac \end{vmatrix}$$

(دو ستون برابر — صفر)

از سطرهای اول، دوم و سوم به‌ترتیب مقادیر ab و bc، ac را فاکتور می‌گیریم و سپس مقدار abc را یک بار در ستون اول و بار دیگر در ستون دوم ضرب می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} a & b & ab \\ b & c & bc \\ c & a & ac \end{vmatrix} = (ab)(bc)(ac)\begin{vmatrix} \frac{1}{b} & \frac{1}{a} & 1 \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{b} & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{c} & 1 \end{vmatrix} = (abc)(abc)\begin{vmatrix} \frac{1}{b} & \frac{1}{a} & 1 \\ \frac{1}{c} & \frac{1}{b} & 1 \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{c} & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ac & bc & 1 \\ ab & ac & 1 \\ bc & ab & 1 \end{vmatrix}$$

از آنجا که دترمینان هر ماتریس با ترانهاده‌اش برابر است، پس:

$$\begin{vmatrix} ac & bc & 1 \\ ab & ac & 1 \\ bc & ab & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ac & ab & bc \\ bc & ac & ab \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \\ ac & ab & bc \end{vmatrix} = -D$$

(ترانهاده — جابه‌جایی سطرهای اول و سوم)

۱۳۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$T(x,y)=(2x-y,3x-4y) \Rightarrow \text{ماتریس تبدیل}: A=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 3 & -4\end{bmatrix}$$

راه‌حل اول:

$$A^{-1}=\frac{1}{2\times(-4)-(-1)\times 3}\begin{bmatrix}-4 & -(-1)\\ -3 & 2\end{bmatrix}=-\frac{1}{5}\begin{bmatrix}-4 & 1\\ -3 & 2\end{bmatrix}$$

$$\alpha A+\beta I=A^{-1} \Rightarrow \begin{bmatrix}2\alpha & -\alpha\\ 3\alpha & -4\alpha\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\beta & 0\\ 0 & \beta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{4}{5} & -\frac{1}{5}\\ \frac{3}{5} & -\frac{2}{5}\end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases}2\alpha+\beta=\frac{4}{5}\\ -\alpha=-\frac{1}{5} \Rightarrow \alpha=\frac{1}{5}\end{cases} \Rightarrow \beta=\frac{2}{5}$$

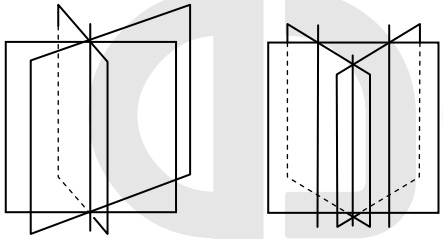
راه‌حل دوم:

نکته: ماتریس $A=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$ در معادله‌ی ماتریسی $A^2-(a+d)A+|A|I=O$ صدق می‌کند.

با توجه به رابطه‌ی $\alpha A+\beta I=A^{-1}$ و نکته‌ی فوق داریم:

$$\alpha A+\beta I=A^{-1} \xrightarrow{\times A} \alpha A^2+\beta A-I=O \Rightarrow A^2+\frac{\beta}{\alpha}A-\frac{1}{\alpha}I=O \Rightarrow \begin{cases}\frac{\beta}{\alpha}=-(a+d)=-(2-4)=2\\ -\frac{1}{\alpha}=|A|=-8+3=-5\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\alpha=\frac{1}{5}\\ \beta=\frac{2}{5}\end{cases}$$

۱۴۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱



دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر است، پس با توجه به ضرایب، سه صفحه یا در یک خط مشترک هستند یا فصل مشترک دوبه‌دوی آن‌ها با هم موازی است.

راه‌حل اول:

از معادله‌ی اول، یکی از متغیرها (مثلاً z) را بر حسب دوتای دیگر نوشته و در دو معادله‌ی دیگر جایگذاری می‌کنیم:

$$\text{معادله‌ی اول}: 2x-y+z=6 \Rightarrow z=-2x+y+6$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در معادلات دیگر}} \begin{cases}x+3y-(-2x+y+6)=4 \Rightarrow 3x+2y=10\\ x-11y+5(-2x+y+6)=2 \Rightarrow -9x-6y=-28\end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{9}=-\frac{2}{6}\neq-\frac{10}{28}$$

دو خط فوق با هم موازی و غیرمنطبق هستند، پس فصل مشترک دوبه‌دوی صفحات با هم موازی‌اند.

راه‌حل دوم: سعی می‌کنیم با استفاده از معادلات دو تا از صفحات، معادله‌ی صفحه‌ای موازی با (یا همان) صفحه‌ی سوم را به دست آوریم:

$$\begin{cases}P_1,P_2:\begin{bmatrix}2 & -1 & 1\\ 1 & 3 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6\\ 4\end{bmatrix} \Rightarrow 2P_1-3P_2=\underbrace{\begin{bmatrix}1 & -11 & 5\end{bmatrix}}_{Q}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=[0]\\ P_3:\begin{bmatrix}1 & -11 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}=[2]\end{cases}$$

صفحه‌ی $Q=2P_1-3P_2$ موازی (و غیرمنطبق بر) صفحه‌ی P_3 است، پس فصل مشترک دوبه‌دوی صفحات با هم موازی‌اند.

۱۴۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

مطابق جدول داده‌های $y_i=x_i-44$ داده شده است:

$x-44$	-3	-1	1	3	5
فراوانی	4	7	5	3	1

$$\bar{y}=\frac{\sum f_i(x_i-44)}{\sum f_i}=\frac{-12-7+5+9+5}{20}=0 \Rightarrow \overline{x-44}=0 \Rightarrow \bar{x}=44$$

با توجه به تعریف واریانس داریم:

$$\sigma^2=\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{\sum f_i}=\frac{4(-3)^2+7(-1)^2+5(1)^2+3(3)^2+1(5)^2}{20}=\frac{100}{20}=5$$

$$\Rightarrow \sigma=\sqrt{5} \Rightarrow \text{ضریب تغییرات}: C\cdot V=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{5}}{44}\simeq\frac{2/2}{44}=\frac{1}{20}=0/05$$

۱۴۲- پاسخ: گزینه‌ی ۲

دقت عمل کارگری بیشتر است که ضریب تغییرات کمتری داشته باشد:

$$\begin{cases} A: ۱۴,۱۵,۱۵,۱۶,۱۷,۱۹ \Rightarrow \bar{a}=۱۶ \Rightarrow a_i-۱۶: -۲,-۱,-۱,۰,۱,۳ \\ B: ۱۴,۱۴,۱۶,۱۷,۱۷,۱۸ \Rightarrow \bar{b}=۱۶ \Rightarrow b_i-۱۶: -۲,-۲,۰,۱,۱,۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_A^۲ = \frac{۴+۱+۱+۰+۱+۹}{۶} = \frac{۸}{۳} \\ \sigma_B^۲ = \frac{۴+۴+۰+۱+۱+۴}{۶} = \frac{۷}{۳} \end{cases} \xrightarrow[\bar{a}=\bar{b}]{\sigma_A>\sigma_B} (C\cdot V)_A > (C\cdot V)_B$$

در نتیجه دقت عمل کارگر B بیشتر است.

۱۴۳- پاسخ: گزینه‌ی ۳

عدد یک به همراه اعداد اول کوچک‌تر از ۳۰، در مجموع ۱۱ عدد دوبه‌دو نسبت به هم اول هستند.

$$۱,۲,۳,۵,۷,۱۱,۱۳,۱۷,۱۹,۲۳,۲۹$$

به غیر از این ۱۱ عدد، هیچ عامل اول کوچک‌تر یا مساوی ۳۰ وجود ندارد، لذا بقیه‌ی اعداد مرکب بوده و عوامل اولشان در بین اعداد اول کوچک‌تر از ۳۰ است.

پس طبق اصل لانه کبوتری، اگر حداقل ۱۲ عدد از بین اعداد ۱ تا ۳۰ انتخاب کنیم، حتماً دوتای آن‌ها عامل اول مشترک دارند.

۱۴۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

می‌دانیم:

$$(A\times B)\cap(B\times A) = (A\cap B)^۲$$

$$\begin{cases} A = \{x\in\mathbb{N}\ ,\ ۵<x^۲<۵۰\} = \{۳,۴,۵,۶,۷\} \\ B = \{۳k-۲\,|\,k\in\mathbb{Z}\ ,\ ۱\le k\le ۴\} = \{۱,۴,۷,۱۰\} \end{cases} \Rightarrow A\cap B = \{۴,۷\}$$

پس ضرب دکارتی $(A\cap B)^۲$ یک مجموعه‌ی ۴ عضوی بوده و دارای $۲^۴ = ۱۶$ زیرمجموعه است.

۱۴۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

افرازهای مجموعه‌ی ۵ عضوی $A=\{a,b,c,d,e\}$ که فقط یک مجموعه‌ی تک عضوی دارند، به یکی از دو حالت زیر است:

(۱) $\boxed{\bullet\,|\,\bullet\ \bullet\ \bullet\ \bullet}$ تعداد $= \binom{۵}{۱}\binom{۴}{۴} = ۵$

(۲) $\boxed{\bullet\,|\,\bullet\ \bullet\,|\,\bullet\ \bullet}$ تعداد $= \frac{\binom{۵}{۱}\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲}}{۲!} = ۱۵$

دو مجموعه‌ی دو عضوی

پس $۵+۱۵ = ۲۰$ افراز مطلوب است.

۱۴۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

رابطه‌ی فوق روی $\mathbb{R}^۲$ خواص بازتابی و تقارنی دارد، ولی ترایایی نیست، لذا هم‌ارزی نیست.

$(a,b)R(a,b): ab=ba$ بازتابی ✓

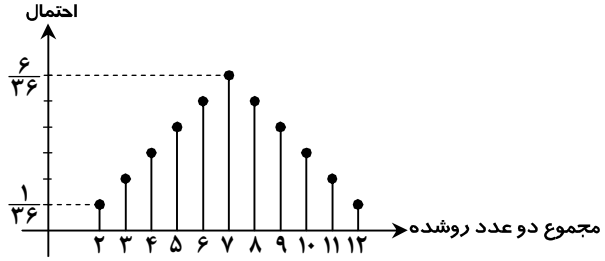
$(a,b)R(c,d): ad=bc \Rightarrow cb=da \Rightarrow (c,d)R(a,b)$ تقارنی ✓

$(۲,۱)R(۰,۰)\ ,\ (۰,۰)R(۱,۲)\ ,\ (۲,۱)\not R(۱,۲)$ ترایایی ✗

۱۴۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

در پرتاب دو تاس، توزیع احتمال و تابع جرم احتمال «مجموع دو عدد روشده» به صورت روبه‌رو است:

$$P(X=x) = \frac{۶-|۷-x|}{۳۶}$$



احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(X=۲,۳,۵,۷,۱۱) = \frac{۱+۲+۴+۶+۲}{۳۶} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

۱۴۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

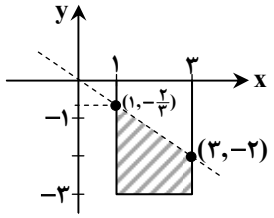
دلتای معادله‌ی $ax^2+bx-5=0$ به صورت $\Delta=b^2+20a$ می‌باشد. چون $a\in[1,3]$ در نتیجه دلتای معادله عددی مثبت بوده و معادله همواره دارای دو جواب ساده است.

احتمال اینکه مجموع جواب‌های این معادله، یعنی $-\frac{b}{a}$ بیشتر از $\frac{2}{3}$ باشد، به صورت زیر به دست می‌آید.

برای راحتی کار، به جای a و b به‌ترتیب X و Y در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} \text{فضای نمونه‌ای: } X\in[1,3]\ ,\ Y\in[-3,0] \\ \text{ناحیه‌ی مطلوب: } -\frac{Y}{X}>\frac{2}{3} \xrightarrow{X>0} Y<-\frac{2}{3}X \end{cases}$$

ناحیه‌ی مطلوب یک ذوزنقه به طول قاعده‌های ۱ و $\frac{7}{3}$ و طول ارتفاع ۲ است، پس احتمال مورد نظر برابر است با:



$$P=\frac{S_{\text{هاشور خورده}}}{S_{\text{مستطیل}}}=\frac{\frac{2(\frac{7}{3}+1)}{2}}{2\times3}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$$

۱۴۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

این گراف دارای $p=6$ رأس است. در مورد این گراف داریم:

$$\sum \deg v_i=2q \Rightarrow 4+3+1+a+b+c=2q$$

از طرفی طبق فرض $q=\frac{3}{2}p$ است، پس $2q=3\times6=18$ و در نتیجه:

$$8+a+b+c=18 \Rightarrow a+b+c=10$$

چون مرتبه‌ی این گراف ساده $p=6$ است، پس حداکثر درجه‌ی رئوس گراف برابر ۵ می‌تواند باشد. براساس این موضوع داریم:

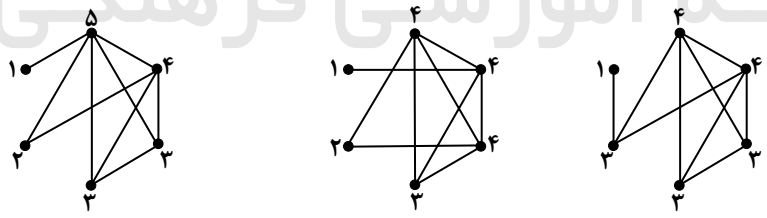
(ه) (د) (ج) (ب) (الف)

$$a+b+c=10 \Rightarrow \{a,b,c\}=\{5,5,0\},\{5,4,1\},\{5,3,2\},\{4,4,2\},\{4,3,3\}$$

(الف) ۵,۵,۴,۳,۱,۰ (غیر ساده، چون در گراف ساده‌ی مرتبه‌ی ۶، درجه‌ی رئوس ۵ و صفر همزمان وجود ندارند.)

(ب) ۵,۴,۴,۳,۱,۱ (غیر ساده، چون در گراف ساده‌ی مرتبه‌ی ۶، اگر درجه‌ی رئوس ۵ و ۴ وجود داشته باشد، آن‌گاه حداکثر یک رأس درجه‌ی ۱ خواهد داشت. توسط الگوریتم هاول- حکیمی نیز می‌توان به این موضوع پی برد.)

(ج) ۵,۴,۳,۳,۲,۱ (د) ۴,۴,۴,۳,۲,۱ (ه) ۴,۴,۳,۳,۳,۱



با توجه به نمودارهای فوق، تنها سه جواب برای مجموعه‌ی $\{a,b,c\}$ وجود دارد.

۱۵۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

ابتدا عدد مورد نظر را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\overline{abcabc}=\overline{abc000}+\overline{abc}=\overline{abc}(1001)=7\times11\times13\overline{abc}$$

چون هفت برابر عدد فوق، مربع کامل است، پس باید عدد سه‌رقمی $\overline{abc}$ به صورت $11\times13k^2$ باشد، یعنی $\overline{abc}=143k^2$

چون $\overline{abc}$ سه رقمی است، فقط مقادیر $k=1,2$ قابل قبول است، پس:

$$\overline{abc}=\begin{cases} k=1 \Rightarrow 143 \\ k=2 \Rightarrow 572 \end{cases} \Rightarrow \overline{abc}\text{ مجموع ارقام}=8,14$$

۱۵۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

طبق فرض: $\overline{۲abc} = (a۰bc)_۶ \Rightarrow ۲(۱۰۰a+۱۰b+c) = ۶^۳a+۶b+c \Rightarrow \boxed{۱۶a = ۱۴b+c}$ (*)

از آنجا که a، b و c ارقامی در مبنای ۶ هستند، پس $۰ < a \le ۵$ و $c \le ۵$ و $b \ge ۰$ و از رابطه‌ی (*) فقط دو حالت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} a=۱ , b=۱ , c=۲ \Rightarrow N=۱۱۲ \\ a=۲ , b=۲ , c=۴ \Rightarrow N=۲۲۴ \end{cases}$$

عدد ۲۲۴ از مربع کامل $۱۵^۲ = ۲۲۵$ یک واحد کمتر است.

۱۵۲- پاسخ: گزینه‌ی ۲

اگر ب.م.م دو عدد $۵n-۲$ و $۷n+۳$ را d در نظر بگیریم، طبق فرض باید $d \neq ۱$ باشد، داریم:

$$(۵n-۲, ۷n+۳) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid ۵n-۲ \xrightarrow{\times ۷} d \mid ۳۵n-۱۴ \\ d \mid ۷n+۳ \xrightarrow{\times ۵} d \mid ۳۵n+۱۵ \end{cases} \Rightarrow d \mid ۲۹ \xrightarrow{d \neq ۱} d = ۲۹$$

پس هر دو عدد $۵n-۲$ و $۷n+۳$ مضرب ۲۹ هستند، لذا:

$$۵n-۲ \overset{۲۹}{\equiv} ۰ \Rightarrow ۵n \overset{۲۹}{\equiv} ۲ \xrightarrow{\times ۶} ۳۰n \overset{۲۹}{\equiv} ۱۲ \Rightarrow n \overset{۲۹}{\equiv} ۱۲ \xrightarrow{\text{دو رقمی}} n = \underbrace{۱۲,۴۱,۷۰,۹۹}_{\text{چهار مقدار}}$$

۱۵۳- پاسخ: گزینه‌ی ۳

از آنجا که رابطه‌ی هم‌ارزی شامل (a,b) است، پس دو عضو a و b در یک کلاس هم‌ارزی قرار دارند و لذا این دو عضو را با هم به عنوان یک عضو به نام x در نظر می‌گیریم.

تعداد رابطه‌های هم‌ارزی روی مجموعه‌ی $\{x,c,d\}$ معادل است با تعداد افرازهای این مجموعه‌ی سه عضوی، یعنی ۵ رابطه با شرایط مذکور وجود دارد.

۱۵۴- پاسخ: گزینه‌ی ۴

مطابق فرض، تعداد جواب‌های معادله‌ی روبه‌رو با شرط مذکور مورد نظر است:

$$\begin{cases} x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۱۰ \\ ۰ \le x_i < ۶ \end{cases}$$

اگر $A_۱$، $A_۲$ و $A_۳$ را به‌ترتیب، مجموعه جواب‌هایی در نظر بگیریم که در آن‌ها به ترتیب $x_۱ \ge ۶$، $x_۲ \ge ۶$ و $x_۳ \ge ۶$ باشد، تعداد جواب‌های مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|U| - |A_۱ \cup A_۲ \cup A_۳| = |U| - (|A_۱| + |A_۲| + |A_۳| - |A_۱ \cap A_۲| - |A_۱ \cap A_۳| - |A_۲ \cap A_۳| + |A_۱ \cap A_۲ \cap A_۳|)$$

$$= \binom{۱۰+۳-۱}{۳-۱} - (۳ \times \binom{۱۰-۶+۳-۱}{۳-۱} - ۳ \times ۰ + ۰) = \binom{۱۲}{۲} - ۳ \times \binom{۶}{۲} = ۶۶ - ۴۵ = ۲۱$$

۱۵۵- پاسخ: گزینه‌ی ۲

P(هر ۴ مهره هم رنگ) $= P$(۲ مهره‌ی ظرف اول سفید) $\times P$(۲ مهره‌ی ظرف دوم سفید) $+ P$(۲ مهره‌ی ظرف اول سیاه) $\times P$(۲ مهره‌ی ظرف دوم سیاه)

$$= \frac{\binom{۵}{۲} \times \binom{۴}{۲} + \binom{۳}{۲} \times \binom{۲}{۲}}{\binom{۸}{۲} \times \binom{۶}{۲}} = \frac{۱۰ \times ۶ + ۳ \times ۱}{۲۸ \times ۱۵} = \frac{۶۳}{۲۸ \times ۱۵} = \frac{۳}{۲۰} = ۰/۱۵$$

فیزیک

۱۵۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در ابتدا با توجه به اینکه برآیند دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ هم‌اندازه با $\vec{A}$ و در جهت مثبت محور y و فاقد مؤلفه‌ای در راستای محور x است. بردار $\vec{B}$ را به دست می‌آوریم:

$$\vec{A} = ۹\vec{i} + ۱۲\vec{j} \Rightarrow |\vec{A}| = \sqrt{۹^۲ + ۱۲^۲} = ۱۵ \quad (\vec{A} \text{ محاسبه‌ی اندازه‌ی}) \xrightarrow[\text{اطلاعات سؤال}]{\text{با توجه به}} \vec{R} = ۰\vec{i} + ۱۵\vec{j}$$

$\vec{B} = \alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$ ($\vec{B}$ فرم کلی برای)

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} \Rightarrow ۰\vec{i} + ۱۵\vec{j} = (۹+\alpha)\vec{i} + (۱۲+\beta)\vec{j} \Rightarrow \begin{cases} ۱۲+\beta = ۱۵ \Rightarrow \beta = ۳ \\ ۹+\alpha = ۰ \Rightarrow \alpha = -۹ \end{cases}$$

حال با داشتن دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$، اندازه‌ی تفاضل آن‌ها را به دست می‌آوریم:

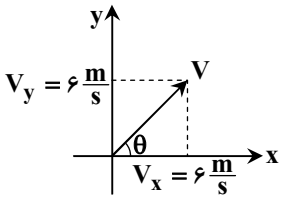
$$\begin{cases}\vec{B}=-9\vec{i}+3\vec{i}\\ \vec{A}=9\vec{i}+12\vec{i}\end{cases}\Rightarrow \vec{A}-\vec{B}=18\vec{i}+9\vec{j}\Rightarrow |\vec{A}-\vec{B}|=\sqrt{18^2+9^2}=\sqrt{(2\times 9)^2+9^2}\Rightarrow |\vec{A}-\vec{B}|=\sqrt{9^2(2^2+1)}=9\sqrt{5}$$

روش دیگر: می‌دانیم $\vec{A}+\vec{B}=15\vec{j}$ و $\vec{A}=9\vec{i}+12\vec{j}$ است. برای محاسبه‌ی $\vec{A}-\vec{B}$ کافی است $\vec{A}+\vec{B}$ را قرینه کرده و با $2\vec{A}$ جمع کنیم:

$$\vec{A}-\vec{B}=2\vec{A}-(\vec{A}+\vec{B})=2(9\vec{i}+12\vec{j})-(0\vec{i}+15\vec{j})=18\vec{i}+9\vec{j}$$

$$|\vec{A}-\vec{B}|=\sqrt{18^2+9^2}=\sqrt{(9\times 2)^2+9^2}=9\sqrt{2^2+1}=9\sqrt{5}$$

۱۵۷- پاسخ: گزینه‌ی ۲



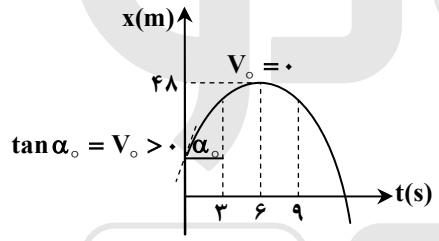
$$\vec{r}=(6t)\vec{i}+(-t^2+8t)\vec{j}\xrightarrow{\vec{V}=\frac{d\vec{r}}{dt}}\vec{V}=6\vec{i}+(-2t+8)\vec{j}\xrightarrow{t=1s}\vec{V}=\underset{V_x}{6}\vec{i}+\underset{V_y}{6}\vec{j}$$

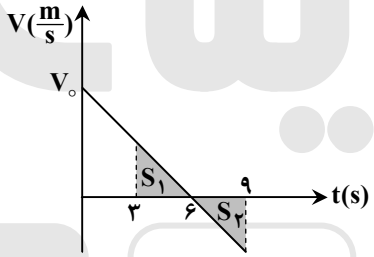
$$\Rightarrow \tan\theta=\frac{V_y}{V_x}=\frac{6}{6}=1\Rightarrow \theta=45^\circ$$ زاویه‌ای که بردار سرعت با محور x می‌سازد

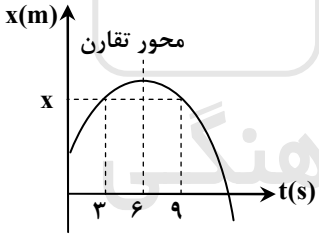
۱۵۸- پاسخ: گزینه‌ی ۱

همان طور که از روی نمودار مکان- زمان مشاهده می‌شود، در بازه‌های زمانی یکسان درقبل و بعد از لحظه‌ی توقف، مقدار مسافت پیموده شده توسط متحرک یکسان است. این موضوع یعنی در این مسئله در بازه‌ی $0<t<6s$ و $6s<t<12s$ مسافت‌های پیموده شده برابر است.

$$\begin{cases}|S_1|=|S_2|\xrightarrow{\text{مطابق صورت سؤال}}\underbrace{|S_1|+|S_2|}_{\text{مسافت طی شده}}=12m\Rightarrow 2S_1=12\Rightarrow S_1=6m\\ \Delta x=|S_1|-|S_2|=6-6=0\end{cases}$$





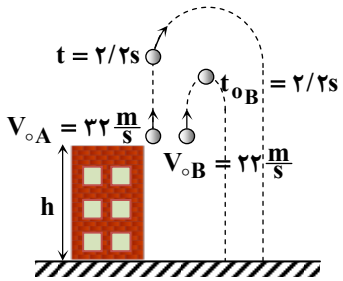


روش دیگر: سهمی نسبت به خط عبوری از رأس آن دارای تقارن است و با توجه به این تقارن، در $t_1=3s$ و $t_2=9s$ که فاصله‌ی یکسانی از رأس سهمی دارند، مکان متحرک یکسان بوده و جابه‌جایی متحرک در این بازه‌ی زمانی صفر است.

$$\begin{cases}t_1=3s\Rightarrow x_1=x\\ t_2=9s\Rightarrow x_2=x\end{cases}\Rightarrow \Delta x=x_2-x_1=0$$

۱۵۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

روش اول: با توجه به نوشتن معادله‌ی مکان- زمان برای دو گلوله‌ی A و B، فاصله‌ی آن‌ها در لحظه‌ی t برابر است با:



$$\begin{cases}y_A=-\frac{1}{2}gt^2+V_{0A}t+y_0=-5t^2+32t+h\\ y_B=-\frac{1}{2}gt^2+V_{0B}t+y_0=-5t^2+22t+h\end{cases}\Rightarrow y_A-y_B=10t$$

$$t_{0B}=\frac{V_{0B}}{g}=\frac{22}{10}=2/2s\xrightarrow[t=t_{OB}]{\text{فاصله‌ی دو گلوله در}}y_A-y_B=10(2/2)=22m$$

روش دوم: در این روش شما می‌توانید از مفهوم سرعت نسبی استفاده کنید:

$$\begin{cases}\text{زمان اوج گلوله‌ی B}: t_{0B}=\frac{V_{0B}}{g}=\frac{22}{10}=2/2s\\ \text{اختلاف ارتفاع دو گلوله‌ی A و B از هم}=V_{\text{نسبی}}\times t=(32-22)\times 2/2=10\times 2/2=22m\end{cases}$$

۱۶۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

در حرکت گلوله در دو حالت با توجه به روابط زیر داریم:

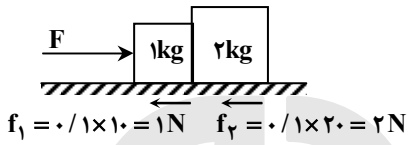
$$\begin{cases} h_{\circ} = \frac{V_{\circ}^{2}}{2g} \quad (1) : \text{ارتفاع اوج در پرتاب در راستای قائم} \\ R = \frac{V_{\circ}^{2}\sin 2\alpha}{g} \Rightarrow R_{max} = \frac{V_{\circ}^{2}\sin(2\times 45^{\circ})}{g} = \frac{V_{\circ}^{2}}{g} \quad (2) : \text{بیشترین برد در حرکت پرتابی در } \alpha = 45^{\circ} \text{ است.} \end{cases}$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{R_{max}}{h_{\circ}} = \frac{\frac{V_{\circ}^{2}}{g}}{\frac{V_{\circ}^{2}}{2g}} = 2 \Rightarrow R_{max} = 2\times h_{\circ} \xrightarrow{h_{\circ}=80m} R_{max} = 2\times 80 = 160m$$

۱۶۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

در اغلب مسائل پارامتری مانند این تست، دانش‌آموزان می‌توانند با انتخاب اعدادی دلخواه، مسئله را به یک مثال عددی ساده تبدیل کنند. در اینجا با فرض $m_1 = 1kg$ ، $m_2 = 2kg$ ، $\mu_k = 0/1$ و $F = 30N$ ، مسئله را در دو حالت حل می‌کنیم:

حالت اول:



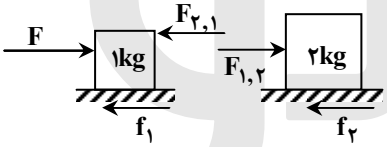
$f_1 = 0/1\times 10 = 1N \quad f_2 = 0/1\times 20 = 2N$

$$a = \frac{F-(f_1+f_2)}{m_1+m_2} = \frac{30-(1+2)}{1+2} = 9\frac{m}{s^2} \Rightarrow a_1 = a_2 = 9\frac{m}{s^2}$$

نوشتن قانون دوم نیوتون برای m_2 : $\sum F = m_2 a$

$$\Rightarrow F_{1,2} - f_2 = m_2\times a \Rightarrow F_{1,2} - 2 = 2\times 9 \Rightarrow F_{1,2} = 20N$$

حالت دوم:



$$\mu_{k2} = \frac{1}{2}\mu_{k1} = \frac{1}{2}\times 0/1 = 0/05 \Rightarrow f_1' = \frac{1}{2}f_1 = 0/5N \ , \ f_2' = \frac{1}{2}f_2 = 1N$$

$$a = \frac{F-(f_1'+f_2')}{m_1+m_2} = \frac{30-(0/5+1)}{3} = 9/5\frac{m}{s^2}$$

نوشتن قانون دوم نیوتون برای m_2 : $\sum F = m_2 a'$

$$\Rightarrow F_{1,2}' - f_2' = m_2\times a' \Rightarrow F_{1,2}' - 1 = 2\times 9/5 \Rightarrow F_{1,2}' = 20N$$

همان طور که مشاهده کردید، نیروی بین دو جسم در دو حالت یکسان است.

روش دوم: برای حل سریع‌تر این مسئله با توجه به حرکت کردن مجموعه و یکسان بودن ضریب اصطکاک برای دو بسته از مفهوم تناسب در دینامیک استفاده می‌کنیم:

$$\text{حال اول}: \begin{cases} F \xrightarrow{\text{شتاب می‌دهد}} m_1+m_2 \\ F_{1,2} \xrightarrow{\text{شتاب می‌دهد}} m_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{F}{m_1+m_2} = \frac{F_{1,2}}{m_2} \Rightarrow F_{1,2} = \frac{m_2}{m_1+m_2}F \quad (1)$$

$$\text{حال دوم}: \begin{cases} F \xrightarrow{\text{شتاب می‌دهد}} m_1+m_2 \\ F_{1,2}' \xrightarrow{\text{شتاب می‌دهد}} m_2 \end{cases} \Rightarrow F_{1,2}' = \frac{m_2}{m_1+m_2}F \quad (1)$$

$$(1),(2) \Rightarrow F_{1,2} = F_{1,2}' \Rightarrow \frac{F_{1,2}'}{F_{1,2}} = 1$$

تذکر: دانش‌آموزان عزیز توجه کنند که حتماً مقادیر ضریب اصطکاک بین دو جسم با سطح افقی باید برای هر دو جسم مقداری برابر باشد و مجموعه نیز حرکت کند تا شرایط استفاده از تناسب ارائه شده برقرار گردد.

۱۶۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به روابط زیر، داریم:

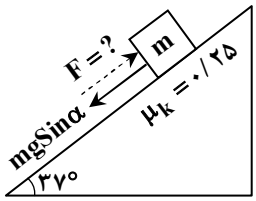
$$\begin{cases} P = mV \Rightarrow V = \frac{P}{m} \\ K = \frac{1}{2}mV^{2} \Rightarrow K = \frac{1}{2}m(\frac{P}{m})^{2} \Rightarrow K = \frac{P^{2}}{2m} \end{cases}$$

(این رابطه را به خاطر بسپارید)

۱۶۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

برای پاسخ دادن به این تست گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا با مقایسه‌ی مقادیر نیروی موافق و مخالف حرکت بر روی سطح شیب‌دار، جهت حرکت جسم در غیاب نیروی F را به دست می‌آوریم:



رابطه‌ی (۱) $f_k = \mu_k N = \mu_k (mgCos\alpha) = ۰/۲۵ \times (۲۰ \times ۱۰ \times ۰/۸) = ۴۰N$

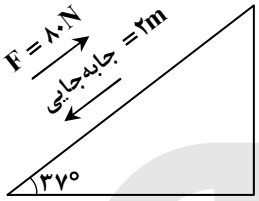
رابطه‌ی (۲) $mgSin\alpha = ۲۰ \times ۱۰ \times Sin۳۷^\circ = ۱۲۰N$

جسم تمایل به حرکت با شتاب به سمت پایین دارد. $\Rightarrow$ مقایسه‌ی (۱) و (۲) $\Rightarrow mgSin\alpha > f_k$

گام دوم: اکنون می‌تواند دریافت که برای حرکت یکنواخت جسم به سمت پایین لازم است که نیرویی به موازات سطح شیب‌دار بر جسم اعمال شود که جهت این نیرو باید به سمت بالا باشد. در این شرایط این نیرو با کمک f_k می‌تواند برآیند نیروهای وارد بر جسم را صفر کند و مقدار F از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

قانون دوم نیوتون: $\sum F = ma \xrightarrow{a=۰} F + f_k = mgSin\alpha \Rightarrow F + ۴۰ = ۱۲۰ \Rightarrow F = ۸۰N$

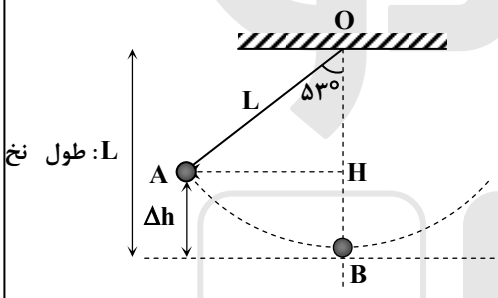
گام سوم: برای محاسبه‌ی کار این نیرو، باید به بردار F و جابه جایی توجه کنید که با توجه به خلاف جهت بودن آن‌ها می‌توان نوشت:



$W_F = F d Cos۱۸۰^\circ = ۸۰ \times ۲ \times (-۱) = -۱۶۰J$

۱۶۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

ابتدا با نوشتن قانون پایستگی، انرژی مکانیکی بین A و B داریم:

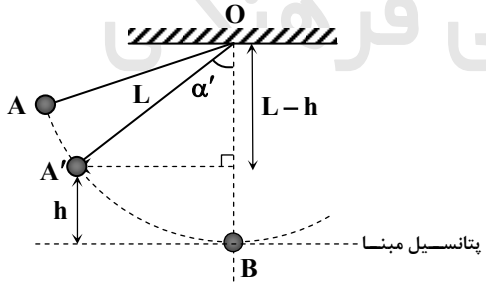


اصل بقای انرژی مکانیکی: $E_A = E_B \Rightarrow mg\Delta h = \frac{۱}{۲}mV_B^۲ \Rightarrow V_B = \sqrt{۲g\Delta h}$

$\Delta h = OB - OH = L - LCos\alpha = L(۱ - Cos\alpha) \Rightarrow V_B = \sqrt{۲gL(۱ - Cos\alpha)}$

$V_B = \sqrt{۲ \times ۱۰ \times ۱ \times (۱ - Cos۵۳^\circ)} = ۲\sqrt{۲}\frac{m}{s}$

حال فرض کنید، می‌خواهیم زاویه‌ای را بیابیم که سرعت گلوله در آن $\frac{\sqrt{۲}}{۲}V_B$ است. برای این منظور داریم:



$V_{A'} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}V_B = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times ۲\sqrt{۲} = ۲\frac{m}{s}$

$K_{A'} + U_{A'} = K_B + U_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۲)^۲ + m \times ۱۰ \times h$

$= \frac{۱}{۲} \times m \times (۲\sqrt{۲})^۲ + ۰ \Rightarrow h = \frac{۱}{۵}m = ۰/۲m$

$Cos\alpha' = \frac{L-h}{L} = \frac{۱ - \frac{۱}{۵}}{۱} = \frac{۴}{۵} \Rightarrow \alpha' = ۳۷^\circ$

۱۶۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

با توجه به اینکه آسانسور به صورت تندشونده به سمت پایین حرکت می‌کند، می‌توان نوشت:

تندشونده × پایین $= (+) \times (-) = - \Rightarrow N = m(g-a) = ۸۰(۱۰ - ۲) = ۶۴۰N$

۱۶۶- پاسخ گزینه‌ی ۱

با توجه به اطلاعات داده شده، تغییر مساحت ۱ درصد مساحت اولیه بوده و داریم:

$\Delta A = A_\circ(\beta)\Delta\theta \Rightarrow ۰/۰۱A_\circ = A_\circ \beta \times ۲۵۰ \Rightarrow \beta = ۴ \times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}$ (ضریب انبساط سطحی)

ضریب انبساط خطی $\alpha = \frac{۱}{۲}\beta = ۲ \times ۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}$

۱۶۷- پاسخ: گزینه‌ی ۲

برای پاسخ دادن به این تست به نکات زیر توجه کنید:

۱) چون بعد از رسیدن به تعادل مقداری یخ صفر درجه‌ی سلسیوس باقی مانده است، بنابراین دمای نهایی مخلوط آب و یخ صفر درجه‌ی سلسیوس می‌باشد.

۲) مقدار گرمایی که برای رسیدن به تعادل گرمایی از دست می‌دهد، دقیقاً برابر است با مقدار گرمایی که یخ می‌گیرد تا دمایش از دمای $-۲۰^\circ C$ به دمای $۰^\circ C$ (دمای تعادل) رسیده و مقداری از آن ذوب شود.

۳) در ادامه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$Q_۱ = mc_{آب}\Delta\theta = ۲۵۰\times ۴/۲\times(۰-۲۰)$: کل گرمایی که آب از دست می‌دهد

$Q_۲ = (m'c_{یخ}\ \Delta\theta)+(m'-۵۰)L_F = m'\times ۲/۱\times(۰-(-۲۰))+(m'-۵۰)\times ۳۳۶$: گرمایی که یخ می‌گیرد

$$|Q_۱| = Q_۲ \Rightarrow ۲۵۰\times ۴/۲\times ۲۰ = m'\times ۲/۱\times ۲۰+(m'-۵۰)\times ۳۳۶$$

$$\xrightarrow[\text{طرفین به ۲۱}]{\text{ساده کردن}} ۲۵۰\times ۴ = m'\times ۲+(m'-۵۰)\times ۱۶ \Rightarrow ۱۸۰۰ = ۱۸m' \Rightarrow m' = ۱۰۰g$$

نگاه دیگر: در حل اینگونه از سؤالات راحت‌تر است تا از مقادیر $c_{آب} = ۱\frac{cal}{g^\circ C}$ و $c_{یخ} = ۰/۵\frac{cal}{g^\circ C}$ و $L_F = ۸۰\frac{cal}{g}$ استفاده کنیم تا محاسبات سؤال راحت‌تر شود و داریم:

$Q_۱ = mc\Delta\theta = ۲۵۰\times ۱\times(-۲۰) = -۵۰۰۰cal$: کل گرمایی که آب از دست می‌دهد

$Q_۲ = (m'c\Delta\theta)+(m'-۵۰)L_F = m'\times ۰/۵\times ۲۰+(m'-۵۰)\times ۸۰ = ۹۰m'-۴۰۰۰$: کل گرمایی که یخ می‌گیرد

$$\Rightarrow |Q_۱| = Q_۲ \Rightarrow ۵۰۰۰ = ۹۰m'-۴۰۰۰ \Rightarrow ۹۰۰۰ = ۹۰m' \Rightarrow m' = ۱۰۰g$$

تذکر مهم: در حل این مسئله فراموش نشود که ابتدا باید دمای تمام جرم یخ اولیه با جذب گرما، به دمای ذوب (صفر درجه‌ی سلسیوس) برسد و سپس مقداری از آن با جذب گرمای نهان ذوب، آب شود و در آخر ۵۰ گرم از یخ صفردرجه‌ی سلسیوس باقی می‌ماند.

۱۶۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

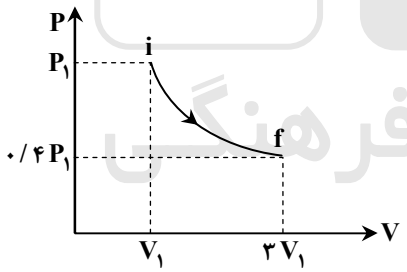
با توجه به اینکه فرآیند در فشار ثابت انجام می‌شود، داریم:

$$W_{محیط} = -P\Delta V = -nR\Delta T = -۲\times ۸/۳\times(۸۰-۳۰) = -۸۳۰J$$

تذکر: این فرآیند انبساطی است (چرا؟) و در یک فرآیند انبساطی علامت کار انجام شده توسط محیط روی دستگاه منفی می‌باشد.

۱۶۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

برای پاسخ دادن به این سؤال به تحلیل گزینه‌ها می‌پردازیم:



گزینه‌ی ۱:

برای هم‌دما بودن یک فرآیند ترمودینامیکی باید در تمامی مراحل و نقاط مسیر دمای گاز (یا حاصل ضرب PV) ثابت بماند و چون $P_iV_i \neq P_fV_f$ است، بنابراین $T_i \neq T_f$ بوده و فرآیند نمی‌تواند هم‌دما باشد.

دقت: حتی اگر دمای گاز در نقاط i و f نیز یکسان باشد، نمی‌توان هم‌دما بودن فرآیند را به طور قطعی نتیجه گرفت.

گزینه‌ی ۴:

از آنجایی که حجم گاز در فرآیند دائماً در حال افزایش است (انبساط)، بنابراین کار انجام شده روی گاز علامت منفی دارد و گزینه‌ی (۴) صحیح نمی‌باشد.

گزینه‌های (۲) و (۳): با کمک قانون دوم ترمودینامیک، می‌توان به سادگی دریافت که دستگاه در این فرآیند گرما جذب نموده است. فرض کنیم گاز کامل تک‌اتمی باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{cases}\Delta U = Q+W \\ \Delta U_{if} = U_f-U_i = \frac{۳}{۲}(P_fV_f-P_iV_i) = \frac{۳}{۲}[(۰/۴P_۱)\times(۳V_۱)-(P_۱\times V_۱)] = ۰/۳P_۱V_۱ \Rightarrow \Delta U>۰\end{cases}$$

$$\overset{\oplus}{\Delta U} = Q+\overset{\ominus}{W} \xrightarrow[W<۰]{\Delta U>۰} Q>۰ \Rightarrow$$ دستگاه گرما جذب کرده است، بنابراین فرآیند نمی‌تواند بی‌دررو باشد.

۱۷۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

برای پاسخ داده به این سؤال به نکات زیر توجه کنید:

۱) ابتدا یخچال باید با جذب گرما از درون منبع سرد، دمای آب $10^\circ C$ را به آب $0^\circ C$ برساند و سپس با جذب گرمای نهان انجماد، آن را به یخ $0^\circ C$ و سرانجام یخ $0^\circ C$ را به یخ $-8^\circ C$ تبدیل کند.

تبدیل آب $10^\circ C$ به آب $0^\circ C$ — گرمای نهان انجماد — تبدیل یخ $0^\circ C$ به یخ $-8^\circ C$

$$Q_C = |\overbrace{mc\Delta\theta}| + |\overbrace{mL_F}| + |\overbrace{mc_{\text{یخ}}\ \Delta\theta}| = 2\times 4200\times(10-0) + 2\times 336000 + 2\times 2100\times(0-(-8))$$

$$\Rightarrow Q_C = 84000 + 672000 + 33600 = 789600J = 789/6kJ$$

۲) مقدار گرمای داده شده به منبع گرم برابر مجموع گرمای جذب شده از منبع سرد و کل کار دریافتی توسط یخچال است، یعنی داریم:

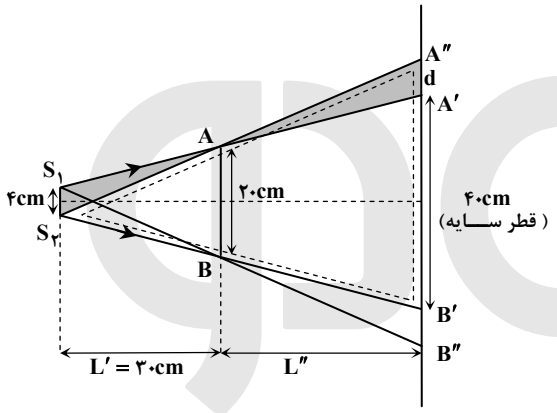
$$|Q_H| = Q_C + W$$

$$K = \frac{Q_C}{W} \Rightarrow W = \frac{Q_C}{K} = \frac{789/6}{4} = 197/4kJ$$

$$|Q_H| = Q_C + W = 789/6 + 197/4 = 987kJ$$

۱۷۱- پاسخ: گزینه‌ی ۲

ابتدا باید شکل مناسبی که متناسب با شرایط مسئله باشد را رسم کنید و سپس از تشابه مثلث‌های $\overset{\triangle}{S_1S_2A}$ و $\overset{\triangle}{AA'A''}$ می‌توان نوشت:



$$\frac{S_1S_2}{A'A''} = \frac{L'}{L''} \Rightarrow \frac{4}{d} = \frac{30}{L''} \Rightarrow L'' = 7/5d$$

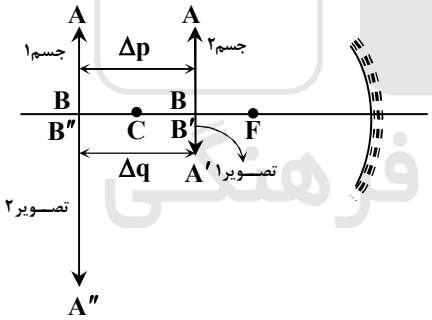
در ادامه با نوشتن روابط مربوط به تشابه مثلث‌های $\overset{\triangle}{AS_2B}$ و $\overset{\triangle}{S_2A''B'}$ و با توجه به دانستن مقدار L'' می‌توان نوشت:

$$\frac{AB}{A''B''} = \frac{L'}{L'+L''} \Rightarrow \frac{20}{40+d} = \frac{30}{30+7/5d}$$

$$\Rightarrow 60+15d = 120+3d \Rightarrow d = 5cm \text{ (پهنای نیم‌سایه)}$$

۱۷۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

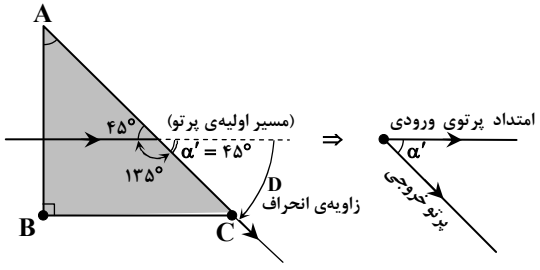
در آینه‌ی مقعر اگر جسم در مکان تصویر قرار گیرد، تصویر به مکان جسم منتقل می‌شود و در این حالت بزرگ‌نمایی وارونه شده و به عبارتی مقادیر p و q با هم عوض می‌شوند:



$$m_1 = \frac{A'B'}{AB} = \frac{1}{4} \xrightarrow[\text{منتقل می‌شود}]{\text{جسم به مکان تصویر}} m_2 = \frac{A''B''}{AB} = 4$$: حالت ۲ : حالت ۱

۱۷۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

با توجه به شکل مقابل می‌توان دریافت که مقدار زاویه‌ی α' برابر ۴۵ درجه است و در نتیجه میزان زاویه‌ی انحراف پرتوی $(\hat{D})$ معادل و برابر زاویه‌ی α' یعنی ۴۵ درجه می‌باشد و گزینه‌ی ۲ نادرست است.



گزینه‌ی ۱:

$$i_c = 45^\circ \Rightarrow \sin i_c = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{n} \Rightarrow n = \sqrt{2}$$

گزینه‌ی ۴:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{V_1}{c} \Rightarrow \frac{V_1}{c} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۷۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

با توجه به روابط عدسی‌ها (و آینه‌های کروی) داریم:

$$\left.\begin{array}{l} m=\dfrac{|q|}{p} \Rightarrow q=\pm mp \\ \dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{q}=\dfrac{1}{f} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{1}{p}\pm\frac{1}{mp}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{m\pm1}{mp}=\frac{1}{f} \Rightarrow mp=(m\pm1)f \Rightarrow p=(1\pm\frac{1}{m})f$$

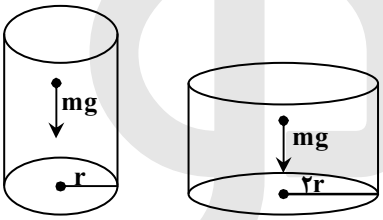
تصویر در هر دو حالت حقیقی است و داریم:

$$\text{حالت اول}: \begin{cases} m_1=\dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2} \\ p_1=(1+\dfrac{1}{m_1})f=(1+2)f \Rightarrow p_1=3f \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{حالت دوم}: \begin{cases} m_2=\dfrac{A''B''}{AB}=\dfrac{8}{4}=2 \\ p_2=(1+\dfrac{1}{m_2})f=(1+\dfrac{1}{2})f \Rightarrow p_2=\dfrac{3}{2}f \quad (2) \end{cases}$$

$$(1),(2) \Rightarrow \Delta p=|p_1-p_2|=|3f-1/5f|=1/5f=30cm \Rightarrow f=20cm=+0/2m \Rightarrow \text{توان عدسی } D=\frac{1}{f}=\frac{1}{+0/2}=5 \text{ دیوپتر}$$

۱۷۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴



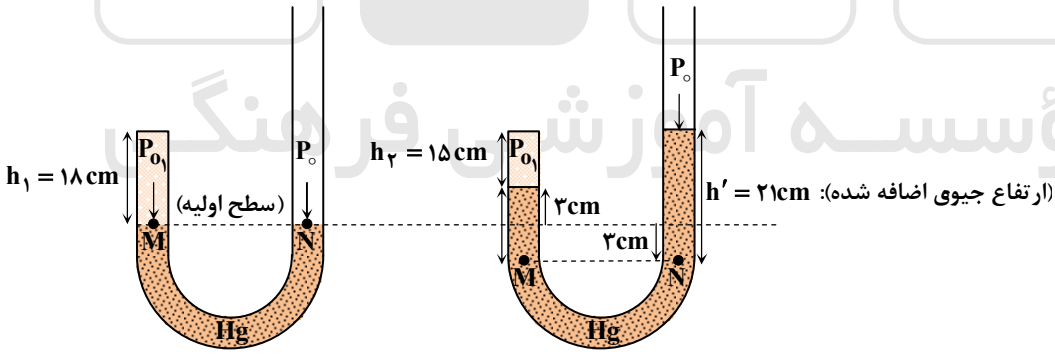
با توجه به رابطه‌ی $A=\pi r^2$ و دو برابر بودن شعاع قاعده‌ی B نسبت به A، مساحت قاعده‌ی استوانه‌ی B چهار برابر مساحت قاعده‌ی استوانه‌ی A است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$A=\pi r^2 \xrightarrow{r_B=2r_A} A_B=4A_A$$

$$P=\frac{F}{A}=\frac{mg}{A} \xrightarrow{A_B=4A_A} P_B=\frac{1}{4}P_A \Rightarrow \frac{P_A}{P_B}=4$$

۱۷۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

برای حل این مسئله ابتدا با رسم وضعیت قرار گرفتن جیوه دردو طرف لوله‌ی U شکل و بررسی نقاط هم‌فشار M و N در دو حالت جداگانه، فشار هوای محبوس شده در لوله در هر حالت محاسبه می‌شود:



$$(1): P_M=P_N \Rightarrow P_{G_1}=P_0$$

$$(2): P_M=P_N \xrightarrow{\text{سطح هم‌فشار}} P_{G_2}+\rho gh''=P_0+\rho gh' \Rightarrow P_{G_2}+6cmHg=P_0+21cmHg \Rightarrow P_{G_2}=P_0+15cmHg$$

$$\text{(با توجه به ثابت ماندن تعداد مول گاز)} \Rightarrow \frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2} \xrightarrow[\text{دما ثابت است}]{T_1=T_2} P_0\times(A\times h_1)=(P_0+15)\times(A\times h_2)$$

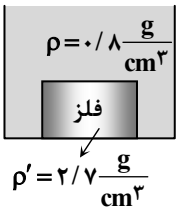
$$P_0\times18=(P_0+15)\times15 \Rightarrow 3P_0=225 \Rightarrow P_0=75cmHg$$

* با توجه به اینکه سطح مقطع لوله $1cm^2$ است، با ریختن $21cm^3$ جیوه در داخل آن، ارتفاع جیوه 21cm افزایش می‌یابد.

$$V=Ah \Rightarrow 21=1\times h \Rightarrow h=21cm$$

۱۷۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

در این مسئله باید دقت شود که حجم الکل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است.

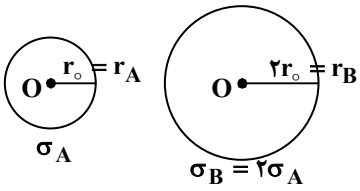


برای الکل : $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{۱۶۰}{V} \Rightarrow V = \frac{۱۶۰}{۰/۸} = ۲۰۰ cm^۳$

برای قطعه فلز : $\rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{m'}{۲۰۰} \Rightarrow$ جرم قطعه فلز : $m' = ۵۴۰\ g$

۱۷۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

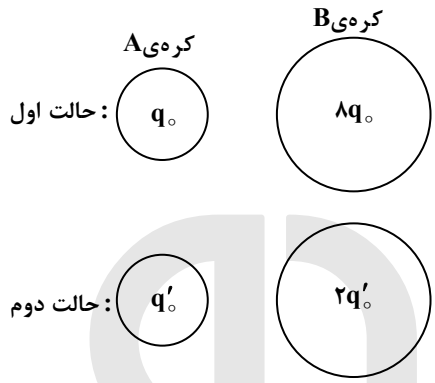
به بررسی دو حالت مطرح شده در سؤال می‌پردازیم:



حالت اول : $\sigma_B = ۲\sigma_A \Rightarrow \frac{q_B}{۴\pi(r_B)^۲} = ۲\frac{q_A}{۴\pi(r_A)^۲} \xrightarrow{r_B = ۲r_A} q_B = ۸q_A$

طبق صورت سؤال: حالت دوم $\Rightarrow \frac{q'_B}{q'_A} = \frac{r_B}{r_A} = ۲ \Rightarrow q'_B = ۲q'_A$

در ادامه‌ی حل می‌توان با انتخاب $q_A = q_۰$ و $q_B = ۸q_۰$ و توجه به این نکته که بعد از انتقال مقداری بار از کره‌ی بزرگ‌تر به کره‌ی کوچک‌تر، باید بار کره‌ی بزرگ‌تر دو برابر بار کره‌ی کوچک‌تر باشد، مسئله را حل می‌کنیم. همچنین دقت کنید که مجموع بار دو کره ثابت باقی می‌ماند.



$$\begin{cases} q_{کل} = q_۰ + ۸q_۰ = ۹q_۰ \\ q'_{کل} = q'_۰ + ۲q'_۰ = ۳q'_۰ \end{cases} \xrightarrow{q'_{کل} = q_{کل}} ۳q'_۰ = ۹q_۰ \Rightarrow q'_۰ = ۳q_۰$$

با توجه به روابط فوق بار کره‌ی B از مقدار اولیه‌ی $۸q_۰$ به مقدار ثانویه‌ی $۶q_۰$ کاهش یافته یعنی مقدار $۲q_۰$ از بار کره‌ی بزرگ‌تر به کره‌ی کوچک‌تر منتقل شده و بار کره‌ی کوچک‌تر از $q_۰$ به $۳q_۰$ تغییر یافته است. این مقدار بار جابه‌جا شده $\frac{۲}{۸}$ بار اولیه یعنی معادل ۲۵ درصد آن است.

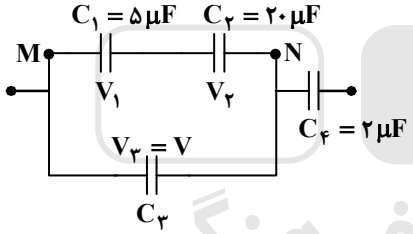
$|\Delta q_B| = ۸q_۰ - ۲q'_۰ \xrightarrow{q'_۰ = ۳q_۰} |\Delta q_B| = ۲q_۰ \Rightarrow$ درصد بار جابه‌جا شده بین دو کره : $\frac{|\Delta q_B|}{q_{۱B}} \times ۱۰۰ = \frac{۲q_۰}{۸q_۰} \times ۱۰۰ = ۲۵٪$

۱۷۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱

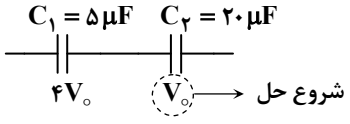
برای حل این سؤال مراحل زیر را دنبال می‌کنیم:

۱) اگر ولتاژ دو سر خازن $C_۳$ برابر V ولت فرض شود، آن‌گاه ولتاژ کل دو سر خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ نیز برابر با V است (در اتصال موازی ولتاژها یکسان است).

۲) خازن‌های $C_۱$ و $C_۲$ به طور متوالی به یکدیگر متصل‌اند و ظرفیت خازن $C_۲$ چهار برابر خازن $C_۱$ است. بنابراین ولتاژ دو سر آن $\frac{۱}{۴}$ برابر ولتاژ دو سر خازن $C_۱$ است.



$$V = V_۰ + ۴V_۰ = ۵V_۰ \Rightarrow V_۰ = \frac{۱}{۵}V$$



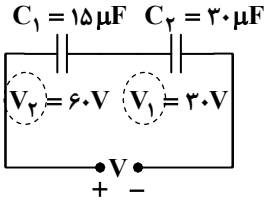
$$V_۱ = ۴V_۰ = ۴(\frac{۱}{۵}V) = \frac{۴}{۵}V \xrightarrow{\text{خواسته‌ی مسئله}} \frac{V_۱}{V_۳} = \frac{\frac{۴}{۵}V}{V} = \frac{۴}{۵}$$

۱۸۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

برای پاسخ دادن به این سؤال به نکات زیر توجه شود:

۱) در اتصال متوالی چندین خازن به یکدیگر، آسیب‌پذیرترین خازن از نظر ولتاژ، خازنی است که ظرفیت کمتری دارد، زیرا ولتاژ کل به نسبت عکس ظرفیت‌ها تقسیم می‌شود. بنابراین ولتاژ دو سر خازن $C_۱$ نباید از مقدار حداکثر ولتاژ قابل تحمل که برابر با ۶۰ ولت است، بیشتر باشد.

۲) اگر ولتاژ دو سر خازن $C_۲$ برابر $V_۰$ فرض شود، آن‌گاه ولتاژ خازن $C_۱$ معادل با $۲V_۰$ است (چرا؟) و اگر بیشترین ولتاژ یعنی $۲V_۰$ را برابر ولتاژ مجاز قرار دهیم، ولتاژ دو سر هر دو خازن به دست می‌آید و از روی آن‌ها انرژی خازن‌ها قابل محاسبه است:

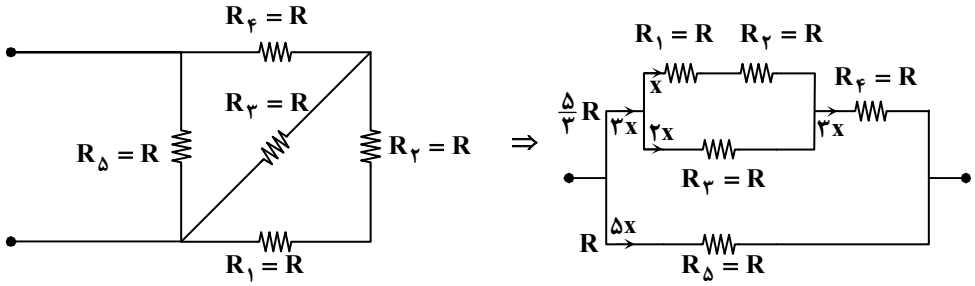


$$U_{max} = U_۱ + U_۲ = \frac{۱}{۲}C_۱V_۱^۲ + \frac{۱}{۲}C_۲V_۲^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۵ \times (۶۰)^۲ + \frac{۱}{۲} \times ۳۰ \times (۳۰)^۲ = ۴۰/۵ \times ۱۰^۳ \mu J$$

$$\Rightarrow U_{max} = (۴۰/۵ \times ۱۰^۳) \times ۱۰^{-۳} mJ = ۴۰/۵\ mJ$$

۱۸۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

شکل ساده‌ی شده‌ی مدار به صورت زیر است. اگر جریان در مقاومت‌های R_1 و R_2 را x فرض کنیم، با توجه به خواص مقاومت‌های موازی جریان در سایر مقاومت‌ها مطابق شکل مقابل به دست می‌آید:



در این مدار، مقاومت R_5 بیشترین توان را داشته (حاصل RI^2 برای آن بزرگ‌تر است) و برای محاسبه‌ی حداکثر توان آن را برابر ۲۰ وات قرار می‌دهیم و به کمک آن توان سایر مقاومت‌ها را می‌یابیم، به همین منظور داریم:

$$\begin{cases} P_5 = RI_5^2 = R\times(5x)^2 = 20W \Rightarrow Rx^2 = \frac{20}{25} \\ P_1 = P_2 = R(x)^2 = \frac{20}{25}W \\ P_3 = R(2x)^2 = 4Rx^2 = 4\times\frac{20}{25}W \\ P_4 = R(3x)^2 = 9Rx^2 = 9\times\frac{20}{25}W \end{cases} \Rightarrow P_{کل} = P_1+P_2+P_3+P_4+P_5 = 32W$$

روش دیگر: در این مدار ولتاژ دو سر مجموعه برابر ولتاژ دو سر R_5 است (چرا؟) و به صورت زیر می‌توان توان مجموعه را به دست آورد:

$$\begin{cases} P_{کل} = \frac{V^2}{R_T} \\ P_5 = \frac{V^2}{R} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{کل}}{P_5} = \frac{R}{R_T} \Rightarrow P_{کل} = 20\times\frac{R}{\frac{R\times\frac{5}{3}R}{R+\frac{5}{3}R}} = 20\times\frac{R}{\frac{5}{8}R} = 20\times\frac{8}{5} = 32W$$

۱۸۲- پاسخ: گزینه‌ی ۴

با توجه به رابطه‌ی $\Delta R = R_1\alpha\Delta\theta$ داریم:

$$R_2 = 46/8\Omega \ , \ R_1 = 40\Omega \Rightarrow \Delta R = 46/8 - 40 = 6/8\Omega$$

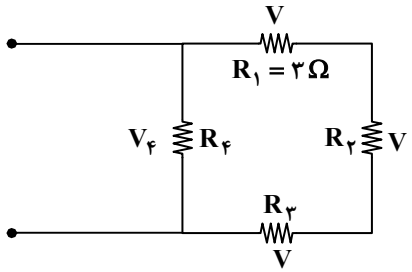
$$\Delta R = R_1\alpha\Delta\theta \Rightarrow 6/8 = 40\times 0/0068\times(\theta-20) \Rightarrow \theta_2 - 20 = 25 \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ C$$

۱۸۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

برای پاسخ داده به این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با توجه به اینکه مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 سری هستند، جریان عبوری از آن‌ها با هم برابر است و چون طبق صورت سؤال توان مصرفی این مقاومت‌ها با هم برابر است $(P = RI^2)$، بنابراین مقدار مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 نیز با هم برابر است.

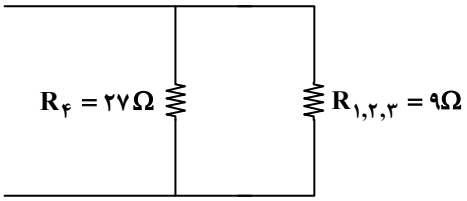
$$R_1 = R_2 = R_3 = 3\Omega$$



گام دوم: با توجه به سری بودن مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 و هم‌اندازه بودن مقاومت‌های آن‌ها، ولتاژ دو سر آن‌ها با هم برابر است $(V_1 = V_2 = V_3 = V)$ بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت R_4 برابر $V_4 = V+V+V = 3V$ می‌باشد و از رابطه‌ی $P = \frac{V^2}{R}$ برای برابر قرار دادن توان دو مقاومت R_1 و R_4 می‌توان استفاده کرد:

$$\text{طبق صورت سؤال : } P_1 = P_4 \xrightarrow{P=\frac{V^2}{R}} \frac{V^2}{3} = \frac{(3V)^2}{R_4} \Rightarrow R_4 = 27\Omega$$

گام سوم: محاسبه‌ی مقاومت معادل:



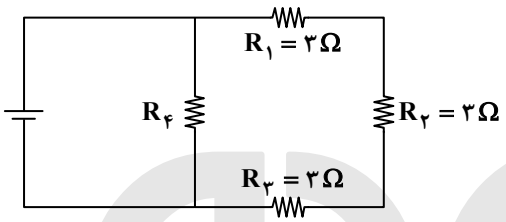
$R_۱$ ، $R_۲$ و $R_۳$ سری‌اند $\Rightarrow R_{۱,۲,۳} = R_۱ + R_۲ + R_۳ = ۳ + ۳ + ۳ = ۹\Omega$

$$R_T = \frac{۹ \times ۲۷}{۹ + ۲۷} = \frac{۲۷}{۴}\Omega$$

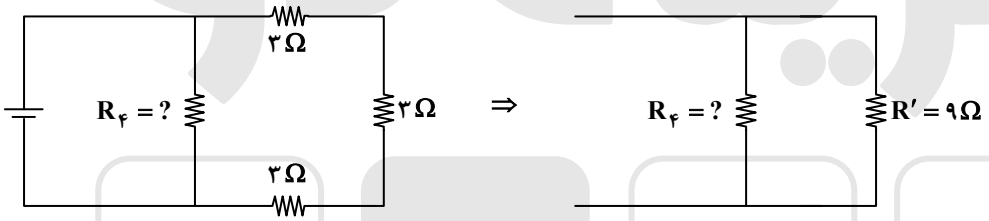
روش دیگر: می‌خواهیم تست را ساده‌تر حل کنیم. برای این منظور با حذف گزینه‌ها و تحلیل آن‌ها، حل را دنبال می‌کنیم که به صورت زیر است:

۱) $\frac{۲۷}{۴}$ ۲) $\frac{۹}{۲}$ ۳) ۱۸ ۴) ۹

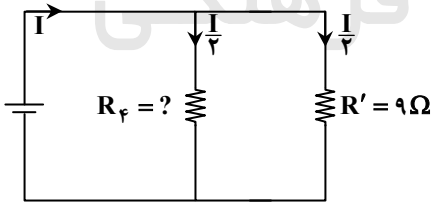
نکته‌ی ۱: مطابق صورت سؤال توان مصرفی تمام مقاومت‌ها با هم برابر است، بنابراین چون از تمام مقاومت‌های $R_۱$ ، $R_۲$ و $R_۳$ جریان یکسانی عبور می‌کند، باید مقدار مقاومت الکتریکی آن‌ها یکسان و برابر باشد، یعنی $R_۱ = R_۲ = R_۳ = ۳\Omega$.



نکته‌ی ۲: در اتصال موازی مقاومت‌های $R' = ۹\Omega$ و $R_۴$ مقاومت معادل باید از هر کدام از مقاومت‌ها کوچک‌تر باشد $\left[R_T < R_۴ \ , \ R_T < ۹\Omega\right]$، بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ حذف می‌شوند و نمی‌توانند درست باشند.



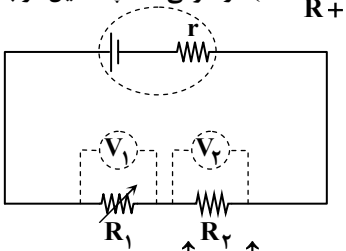
نکته‌ی ۳: اگر مقاومت معادل $R_۴$ و $R' = ۹\Omega$ برابر $\frac{۹}{۲}\Omega$ (مطابق گزینه‌ی ۲) باشد، آن‌گاه باید مقدار $R_۴$ معادل ۹Ω باشد. به سادگی می‌توان دریافت در این شرایط توان مصرفی $R_۴$ با مجموع توان مصرفی ۳ مقاومت ۳Ω برابر می‌شود و نه با توان مصرفی هر کدام از آن‌ها، که مورد نظر ما نمی‌باشد.



بنابراین با حذف سه گزینه‌ی نادرست، تنها گزینه‌ی ۱ می‌تواند درست باشد.

۱۸۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

با افزایش مقاومت $R_۱$ ، مقاومت کل مدار افزایش یافته و در نتیجه جریان کل مدار کاهش می‌یابد $\left(I = \frac{\varepsilon}{R + r}\right)$. از طرفی افت پتانسیل در باتری برابر rI است. بنابراین افت پتانسیل در باتری نیز کاهش می‌یابد.



$R_۱$: با افزایش مقدار $\Rightarrow R_T = R_۱ + R_۲ \Rightarrow I_{کل} \downarrow \Rightarrow$ افت پتانسیل در باتری $= \underset{\text{ثابت}}{I} \cdot r \downarrow$ افت پتانسیل $\downarrow$

از طرفی مجموع ولتاژ دو سر R_1 و R_2 برابر $V_{کل} = \varepsilon - rI$ می‌باشد.

$V_{کل} = \varepsilon - r\overset{\downarrow}{(I)} \Rightarrow V_{کل} \uparrow \Rightarrow$ بنابراین $V_{کل}$ افزایش می‌یابد.

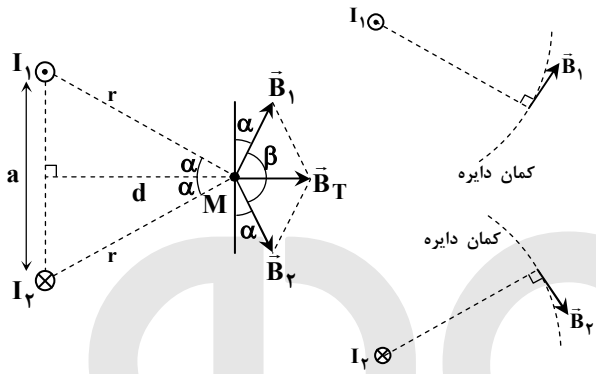
برای مقاومت R_2 : $V_2 = R_2 I_2 \xrightarrow{I_2 = I} V_2 \downarrow = \overset{\text{ثابت}}{(R_2)} I \downarrow$

تحلیل ولتاژ کل دو سر مدار : $(V_{کل}) \uparrow = V_1 + (V_2) \downarrow \Rightarrow$ V_1 باید افزایش یابد تا تساوی برقرار شود.

۱۸۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

با توجه به برابر بودن جریان دو سیم و فاصله‌ی دو سیم از نقطه‌ی M بزرگی میدان مغناطیسی دو سیم در این نقطه هم‌اندازه است. از طرفی با توجه به شکل زیر، زاویه‌ی بین بردارهای میدان ناشی از دو سیم در نقطه‌ی M برابر است با: $\alpha + \frac{\beta}{2} = 90^\circ \Rightarrow \beta = 180^\circ - \alpha$

در این صورت می‌توان نوشت:



$$B_1 = B_2 = B = \frac{\mu_\circ}{2\pi}\frac{I}{d'} = \frac{\mu_\circ}{2\pi}\frac{I}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}}$$

$$B_T = 2B\cos\frac{\beta}{2} = 2B\cos\left(\frac{\pi - 2\alpha}{2}\right) = 2B\overbrace{\cos}^{\sin\alpha}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\Rightarrow B_T = 2\times\left[\frac{\mu_\circ}{2\pi}\frac{I}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}}\right]\times\underbrace{\frac{\overbrace{\frac{a}{2}}^{\text{ضلع مقابل}}}{\sqrt{d^2 + \frac{a^2}{4}}}}_{\text{وتر}}$$

$$B_T = 2\times\left[\frac{\mu_\circ I}{2\pi}\times\frac{\frac{a}{2}}{(d^2 + \frac{a^2}{4})}\right] = \frac{2\mu_\circ Ia}{\pi(4d^2 + a^2)}$$

۱۸۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

به تحلیل هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی ۱: با توجه به تساوی انرژی جنبشی پروتون و آلفا می‌نویسیم:

$$\begin{cases} K_\alpha = K_P \Rightarrow \frac{1}{2}m_\alpha V_\alpha^2 = \frac{1}{2}m_P V_P^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(4m_P)V_\alpha^2 = \frac{1}{2}m_P V_P^2 \Rightarrow V_\alpha = \frac{1}{2}V_P \\ m_\alpha = 4m_P \end{cases}$$

گزینه‌ی ۱ نادرست است.

گزینه‌ی ۲: در مقایسه‌ی تکانه‌ی پروتون و آلفا می‌نویسیم:

$$P = mV \Rightarrow \frac{P_\alpha}{P_P} = \frac{m_\alpha}{m_P}\times\frac{V_\alpha}{V_P} = \frac{4m_P}{m_P}\times\frac{\frac{1}{2}V_P}{V_P} = 2 \Rightarrow P_\alpha = 2P_P$$

(گزینه‌ی ۲ نادرست است.)

گزینه‌ی ۳: در مقایسه‌ی شعاع پروتون و آلفا داریم:

نیروی مغناطیسی : $F_B = qVB\sin 90^\circ$

$$\xrightarrow{F_B = F_c} qVB\sin 90^\circ = m\frac{V^2}{R} \Rightarrow Bq = m\frac{V}{R} \Rightarrow \underset{\text{شعاع دوران}}{R} = \frac{mV}{Bq}$$

نیروی مرکزگرا : $F_c = m\frac{V^2}{R}$

$$\frac{R_\alpha}{R_P} = \frac{m_\alpha}{m_P}\times\frac{V_\alpha}{V_P}\times\frac{q_P}{q_\alpha} = 4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = 1 \Rightarrow R_\alpha = R_P \Rightarrow$$ شعاع مسیر ذره‌ی α با شعاع مسیر پروتون برابر است.

گزینه‌ی ۳ درست است. دقت شود که اندازه‌ی بار الکتریکی ذره‌ی α (که معادل He^{2+} است، دو برابر اندازه‌ی بار پروتون می‌باشد.)

گزینه‌ی ۴: در مقایسه‌ی نیروی مغناطیسی پروتون و آلفا می‌توان نوشت:

$$F = qVB\sin 90^\circ \Rightarrow \frac{F_P}{F_\alpha} = \frac{V_P}{V_\alpha}\times\frac{q_P}{q_\alpha} = 2\times\frac{1}{2} = 1$$

(گزینه‌ی ۴ نادرست است)

۱۸۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$\begin{cases} I = 2\sqrt{2}\,Sin300t \Rightarrow I_{max} = 2\sqrt{2}\,A \\ U_{max} = \frac{1}{2}LI_{max}^2 \Rightarrow 0/8 = \frac{1}{2}L(2\sqrt{2})^2 \Rightarrow L = 0/2\,H \end{cases}$$

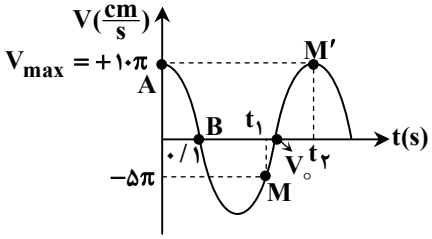
مشتق I نسبت به t

$$\text{قانون القای فارادی: } \varepsilon = -L\frac{dI}{dt} = -\overbrace{0/2(2\sqrt{2}\times 300Cos(300t))}^{\uparrow} = -120\sqrt{2}\,Cos(300t) \Rightarrow \varepsilon = 120\sqrt{2}\,Cos(300t-\pi)$$

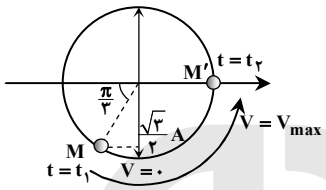
۱۸۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

برای حل این تست به مراحل زیر توجه کنید:

مرحله‌ی ۱: با توجه به دایره‌ی مرجع از آنجایی که در نقطه‌ی M علامت سرعت منفی است. بنابراین فاز نقطه‌ی M در ربع دوم یا سوم قرار دارد و با توجه به این نکته که لحظه‌ای بعد اندازه‌ی سرعت ذره‌ی M در حال کاهش است، بنابراین موقعیت نقطه‌ی M در ربع سوم قرار می‌گیرد.



مرحله‌ی دوم: در این مرحله فاز نقطه‌ی M را محاسبه می‌کنیم:



$$\text{در نقطه‌ی M: } \frac{V}{V_{max}} = \frac{-5\pi}{10\pi} = -\frac{1}{2} = Cos\varphi_M$$

$$\Rightarrow Sin\varphi_M = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y_M = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

مرحله‌ی سوم: در این مرحله با محاسبه‌ی تغییر فاز متحرک از M تا M'، طول بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \Delta\varphi_{MM'} = (\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3})+\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{3}\,rad \\ \text{زمان از A تا B} = \frac{T}{4} = 0/1s \Rightarrow T = 0/4s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/4} = 5\pi\frac{rad}{s} \\ \Delta\varphi_{MM'} = \omega\Delta t \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = (5\pi)\times\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{15}s \end{cases}$$

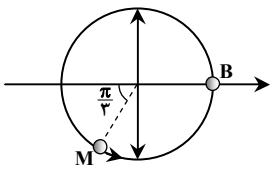
از طرفی دقت شود که دامنه‌ی حرکت 2cm است.

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow 10\pi = A(5\pi) \Rightarrow A = 2cm$$

مرحله‌ی ۴: در این مرحله با محاسبه‌ی جابه‌جایی متحرک، مقدار سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \bar{V} = \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ \Delta y = y_{M'} - y_M = 0-(-\frac{\sqrt{3}}{2}A) = \frac{\sqrt{3}}{2}A = \sqrt{3}\,cm \end{cases} \Rightarrow \bar{V} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{15}} = 7/5\sqrt{3}\,\frac{cm}{s}$$

نگاه دیگر: با توجه به نمودار، از لحظه ی صفر تا ۰/۱ ثانیه معادل با $\frac{T}{4}$ و همچنین $V_{max} = 10\pi$ است و با توجه به آن‌ها می‌توان نوشت:



$$\frac{T}{4} = 0/1 \Rightarrow T = 0/4s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0/4} = 5\pi\frac{rad}{s}$$

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow 10\pi = A\times 5\pi \Rightarrow A = 2cm$$

$$V_{t_1} = \pm\omega\sqrt{A^2-y_{t_1}^2} \Rightarrow -5\pi = 5\pi\sqrt{2^2-y_{t_1}^2} \Rightarrow 4-y_{t_1}^2 = 1$$

$$\Rightarrow y_{t_1} = -\sqrt{3}\,cm = -\frac{\sqrt{3}}{2}A$$

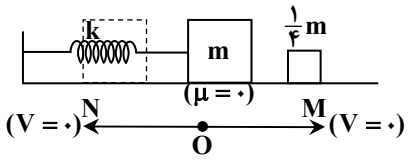
در ادامه می‌توان گفت زمان حرکت از بعد $(-\frac{\sqrt{3}}{2}A)$ تا لحظه‌ی t_2 که بعد آن صفر و سرعت حداکثر است، برابر است با:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta t \Rightarrow (\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3})+\frac{\pi}{2} = 5\pi\times\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{2\pi}{3}}{5\pi} = \frac{2\pi}{15\pi} = \frac{1}{7/5}s$$

$$\Rightarrow \bar{V} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y_2-y_1}{\Delta t} = \frac{0-(-\frac{\sqrt{3}}{2}A)}{\frac{1}{7/5}} = 7/5\frac{\sqrt{3}}{2}A = 7/5\sqrt{3}\,\frac{cm}{s}$$

۱۸۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

برای پاسخ دادن به این تست به نکات زیر توجه کنید:



۱) برای مشخص کردن دامنه‌ی نوسان در یک حرکت هماهنگ ساده، میزان حداکثر انحراف وزنه از مرکز نوسان مدنظر می‌باشد و در نتیجه هنگامی که $\frac{3}{4}$ جرم وزنه در نقطه‌ی M از آن جدا می‌شود، میزان انحراف وزنه‌ی سبک‌شده‌ی جدید از مرکز تعادل نسبت به حالت قبل تغییری نکرده و این یعنی دامنه‌ی نوسان ثابت باقی می‌ماند $(A_2 = A_1)$.

۲) با جدا شدن $\frac{3}{4}$ جرم از جرم وزنه $(m_2 = m_1 - \frac{3}{4}m_1 = \frac{1}{4}m_1)$، مقدار ثابت فنر کماکان ثابت باقی می‌ماند و برای محاسبه‌ی تغییرات بسامد داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \xrightarrow{k\ \text{ثابت}} \frac{f_2}{f_1} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{m_1}{\frac{1}{4}m_1}} = 2 \Rightarrow f_2 = 2f_1$$

۱۹۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

ابتدا باید توجه کنید که فاصله‌ی هر دو نقطه‌ی در فاز مخالف برابر $\frac{\lambda}{2}$ نمی‌باشد، بلکه فقط فاصله‌ی بین دو نقطه در فاز مخالف متوالی برابر $\frac{\lambda}{2}$ است و در حالت کلی فاصله‌ی بین نقاط در فاز مخالف مضرب فردی از $\frac{\lambda}{2}$ است $((2n-1)\frac{\lambda}{2})$ و با توجه به این توضیح، عبارت گزینه‌ی ۱ نادرست است.

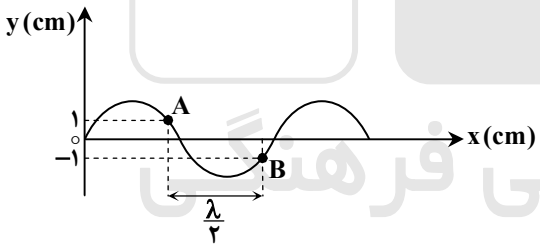
۱۹۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به روابط زیر و اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\rho = 4\frac{g}{cm^3} = 4000\frac{kg}{m^3}\ ,\ D = 1mm\ ,\ L = 40cm\ ,\ F = 30N\ ,\ f_1 = ?$$

$$\begin{cases} f_n = \frac{nV}{2L} \\ V = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\cdot\pi}} \end{cases} \Rightarrow f_n = \frac{n}{LD}\sqrt{\frac{F}{\rho\cdot\pi}} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{0/4\times(1\times10^{-3})}\sqrt{\frac{30}{(4\times10^3)\times3}} = 125\,Hz$$

۱۹۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

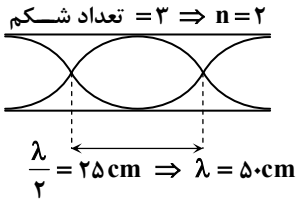


در این سؤال به سادگی می‌توان دریافت که نقاط A و B در فاز متقابل هستند و می‌دانیم که دو نقطه در فاز متقابل (مانند A و B)، در هر لحظه‌ی دلخواه بزرگی سرعت و شتاب یکسان دارند.

$$\begin{cases} a_A = -a_B \\ V_A = -V_B \end{cases} \Rightarrow |a_A| = |a_B| \xrightarrow{\text{در لحظه‌ی } t = \frac{1}{300}s} \left|\frac{a_A}{a_B}\right| = 1$$

۱۹۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

فاصله‌ی دو گره متوالی برابر نصف طول موج می‌باشد و می‌توان نوشت:

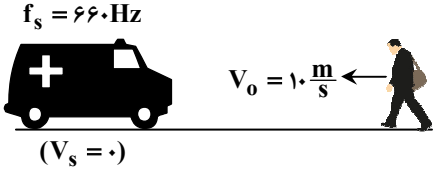


$$\text{طول لوله‌ی صوتی}: L = n\frac{\lambda}{2} = 2\times\frac{\lambda}{2} = 50cm = 0/5m$$

$$\text{بسامد هماهنگ اصلی}: f_1 = \frac{V}{2L} = \frac{340}{2\times0/5} = 340\,Hz$$

۱۹۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

همان طور که می‌دانیم هنگام نزدیک شدن شنونده به منبع، بسامد احساسی توسط شنونده از بسامد واقعی منبع بزرگ‌تر است و داریم:



$$\begin{cases} V_o = 36\frac{km}{h} \Rightarrow V_o = \frac{36}{3/6} = 10\,\frac{m}{s} \\ f_o = \frac{V+V_o}{V-V_s}f_s = \frac{330+10}{330-0}\times660 = 680\,Hz \end{cases}$$

۱۹۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در رادارها برای ردیابی هواپیماها و یا کشتی‌ها، از امواج رادیویی استفاده می‌شود.

۱۹۶- پاسخ: گزینه‌ی ۴

اختلاف زمانی امواج به وسط نوار تاریک پنجم عبارت است از:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = (2m-1)\frac{T}{2} \xrightarrow{m=5} 6\times10^{-15} = (2\times5-1)\frac{T}{2} \Rightarrow T = \frac{4}{3}\times10^{-15}\,s$$

در ادامه با توجه به اینکه $f = \frac{c}{\lambda}$ می‌باشد، داریم:

$$f = \frac{c}{\lambda} \xrightarrow{f=\frac{1}{T}} \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = cT = 3\times10^{8}\times\frac{4}{3}\times10^{-15} = 4\times10^{-7}\,m = 4\times10^{-7}\times10^{9}\,nm = 400\,nm$$

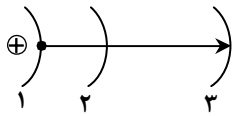
۱۹۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به اینکه هر الکترون‌ولت (eV) برابر $1/6\times10^{-19}\,J$ است، داریم:

$$h = 6/6\times10^{-34}\,Js\times\frac{1eV}{1/6\times10^{-19}\,J} = \frac{33}{8}\times10^{-15}\,eV\cdot s$$

۱۹۸- پاسخ: گزینه‌ی ۲

در مقایسه‌ی دو مدار اول و سوم داریم:



$$\begin{cases} r_n = n^2 r_1 \Rightarrow \frac{r_3}{r_1} = (\frac{n_3}{n_1})^2 = (\frac{3}{1})^2 = 9 \Rightarrow r_3 = 9r_1 \\ E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \frac{E_3}{E_1} = (\frac{n_1}{n_3})^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow E_3 = \frac{1}{9}E_1 \end{cases}$$

۱۹۹- پاسخ: گزینه‌ی ۳

در اجسام نارسانا، اختلاف انرژی بین آخرین نوار پر و اولین نوار خالی بسیار زیاد است و در حدود 5eV می‌باشد و گزینه‌ی ۳ درست است.

۲۰۰- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به رابطه‌ی $E = mc^2$ داریم:

$$m = 2mg = 2\times10^{-3}\,g = 2\times10^{-6}\,kg\ ,\ c = 3\times10^{8}\,\frac{m}{s}\ ,\ E = ?$$

$$E = mc^2 = (2\times10^{-6})(3\times10^{8})^2 = 18\times10^{10}\,J \xrightarrow[kW\cdot h]{\text{تبدیل J به}} E = \frac{18\times10^{10}}{36\times10^{5}}5\times10^{4}\,kW\cdot h$$

تذکر: هر کیلووات ساعت برابر $36\times10^{5}\,J$ است.

$$1kW\cdot h = 1\times(10^{3}\,W)\times(3600\,s) = 36\times10^{5}\,J$$

شیمی

۲۰۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

در تشکیل طیف نشری خطی اتم هیدروژن، پرتوی بنفش که طول موج کمتر و انرژی بیشتری دارد، نسبت به مسیر اولیه‌ی برخورد به منشور، انحراف بیشتری دارد.

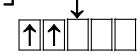
۲۰۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

بررسی چهار گزینه:

گزینه‌ی ۱:

در اتم تیتانیم $(_{22}Ti)$ تنها دو الکترون در زیرلایه‌ی 3d دارای مجموعه‌ی عددهای کوانتومی $n=3$ ، $l=2$ و $m_s = +\frac{1}{2}$ هستند.

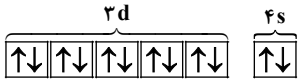
$$_{22}Ti : [_{18}Ar] \quad 3d^2 \quad 4s^2$$



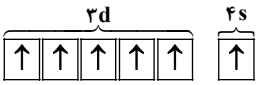
گزینه‌ی ۲: عدد کوانتومی اصلی (n)، قبل از شرودینگر، در مدل اتمی بور برای مشخص کردن ترازهای انرژی به کار برده شد.

گزینه‌ی ۳: با توجه به آرایش الکترونی $_{30}Zn$ و $_{24}Cr$ ، تعداد الکترون‌های با اسپین $+\frac{1}{2}$ در این دو اتم برابر است.

$$_{30}Zn : [_{18}Ar]3d^{10}4s^2 \rightarrow$$



$$_{24}Cr : [_{18}Ar]3d^{5}4s^{1} \rightarrow$$



گزینه‌ی ۴: نخستین بار آنگستروم چهار خط طیف نشری هیدروژن را یافت و نه سال بعد موفق به اندازه‌گیری طول موج آن‌ها شد.

۲۰۳- پاسخ: گزینه‌ی ۱

اتم تریتیم ($_{1}^{3}T$) یک الکترون، یک پروتون و دو نوترون دارد.

$$m_{\text{کل}} = m_e + m_p + 2m_n = m_e + 1840m_e + 2(1850m_e) = 5541m_e$$

$$m_e = 0/00054\,amu \Rightarrow m_{\text{کل}} = 5541\times 0/00054 = 2/992\,amu$$

$$1\,amu = 1/66\times 10^{-24}\,g \Rightarrow m_{\text{کل}} = 2/992\,amu \times \frac{1/66\times 10^{-24}\,g}{1\,amu} \simeq 4/96\times 10^{-24}\,g$$

۲۰۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

با توجه به فرمول ترکیب‌های یونی داده شده، عنصر A فلز گروه ۱ و عنصر X فلز گروه ۲ در تناوب سوم هستند. (Mg , Na)

بررسی چهار گزینه:

۱) هر دو عنصر A و X در دوره‌ی سوم، الکترونی در زیرلایه‌ی $(l = 2)\,d$ ندارند.

۲) اتم A در گروه ۱، پس از نخستین یونش و جدا شدن نخستین الکترون، به آرایش گاز نجیب می‌رسد و انرژی دومین یونش آن نسبت به عنصر X در گروه ۲ بیشتر است.

۳) همان طور که گفته شد، عناصر A و X به‌ترتیب در گروه‌های ۱ (IA) و ۲ (IIA) قرار دارند.

۴) با توجه به اینکه A فلز قلیایی و X فلز قلیایی خاکی است واکنش‌پذیری A بیشتر از X می‌باشد.

۲۰۵- پاسخ: گزینه‌ی ۳

تفاوت عدد اتمی $_{52}A$ با گاز نجیب هم‌دوره‌اش ($_{54}Xe$) برابر ۲ است و در نتیجه با $_{34}X$ که عدد اتمی آن از گاز نجیب $_{36}Kr$ دو واحد کمتر است، هم‌گروه می‌باشد. همچنین $_{52}A$ یک شبه‌فلز است که آرایش الکترونی آن به $5p^4$ ختم می‌شود:

$$_{52}A : [_{36}Kr]\,4d^{10}5s^2 5p^4$$

۲۰۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

انرژی شبکه‌ی بلور با شعاع یون‌ها رابطه‌ی عکس دارد. بنابراین نمودارهای A، B و C به‌ترتیب مربوط به Li، Na و K می‌باشند. در ضمن با توجه به نمودار، تغییر انرژی شبکه‌ی بلور با F^- بیشتر از سایر هالوژن‌ها است.

۲۰۷- پاسخ: گزینه‌ی ۳

با توجه به جرم مولی نمک‌های متبلور قبل و بعد از گرما دادن می‌توان روابط زیر را نوشت: (جرم مولی Na_2SO_4 خشک برابر $142\,g\cdot mol^{-1}$ است.)

$$\text{جرم مولی}\,(Na_2SO_4 , 8H_2O) = (142 + (8\times 18)) = 142 + 144$$

$$\text{جرم مولی}\,(Na_2SO_4 , xH_2O) = 142 + 18x$$

با در نظر گرفتن تغییر جرم که مربوط به تبخیر آب بوده است، می‌توان گفت جرم نمک باقی‌مانده، ۸۱/۱ درصد جرم اولیه است. همچنین با توجه به اینکه صورت سؤال تغییر جرم را برحسب درصد بیان کرده است، مقدار اولیه‌ی نمک (۰/۱ مول) تأثیری در روند سؤال ندارد.

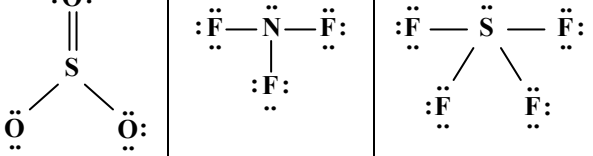
$$\frac{\text{جرم } Na_2SO_4\cdot xH_2O}{\text{جرم } Na_2SO_4\cdot 8H_2O} = \frac{81/1}{100} = \frac{142+18x}{142+144} \Rightarrow x = 4/99 \simeq 5$$

۲۰۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

وجود جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی و ایجاد دافعه با قلمروهای پیوندی، باعث تغییر زاویه ی پیوندی، شکل هندسی و قطبیت مولکول می‌شود، ولی تأثیری در طول و انرژی پیوندها ندارد.

۲۰۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

ساختار لوویس و نسبت شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی لایه‌ی ظرفیت اتم‌ها به شمار جفت الکترون‌های پیوندی اتم‌ها برای ترکیب‌های داده شده به صورت زیر است:

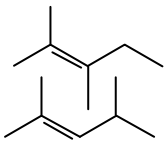
ترکیب	گوگرد (IV) فلوئورید	نیتروژن تری‌فلوئورید	گوگرد تری‌اکسید	کربن دی‌سولفید
ساختار لوویس				
شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی / شمار جفت الکترون‌های پیوندی	$\frac{13}{4}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{4}{4}$

بر این اساس، نسبت خواسته شده، در مولکول NF_3 بزرگ‌تر از بقیه است.

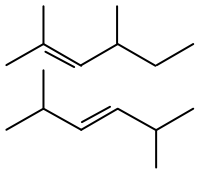
۲۱۰- پاسخ: گزینه‌ی ۴

آلکنی را می‌توان از هر دو سوی مولکول شماره‌گذاری کرد که کاملاً متقارن باشد. به بیان دیگر، پیوند دوگانه دقیقاً در وسط زنجیر اصلی باشد و شاخه‌های فرعی نسبت به مرکز مولکول (نسبت به پیوند دوگانه) قرینه باشد. این ویژگی فقط در مورد ترکیب موجود در گزینه‌ی ۴ صدق می‌کند.

۱) ۲، ۳- دی‌متیل- ۲- پنتن



۲) ۲، ۴- دی‌متیل- ۲- هگزن

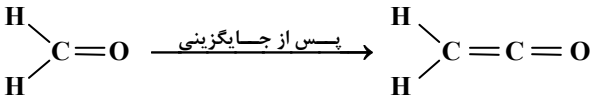


۳) ۲، ۴- دی‌متیل- ۲- پنتن

۴) ۲، ۵- دی‌متیل- ۳- هگزن

۲۱۱- پاسخ: گزینه‌ی ۱

اگر در مولکول متانال (H_2CO)، اتم اکسیژن با گروه $C=O$ جایگزین شود، مولکول کتن به دست می‌آید که دارای ۶ جفت الکترون پیوندی است.



۲۱۲- پاسخ: گزینه‌ی ۲

معادله‌ی واکنش به صورت زیر است:

$$3H_2SO_{4(aq)} + 2AlPO_{4(s)} \rightarrow Al_2(SO_4)_{3(aq)} + 2H_3PO_{4(aq)}$$

$$H_2SO_4 : \frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{24/5\,g\,H_2SO_4}{3\times 98} = \frac{1}{12}$$

$$AlPO_4 : \frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{0/2\,mol\,AlPO_4}{2} = \frac{1}{10}$$

سولفوریک اسید محدودکننده است.

جرم فسفریک اسید تشکیل شده را می‌توان توسط محدودکننده‌ی (H_2SO_4) به دست آورد.

$$\frac{\text{گرم سولفوریک اسید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \times \frac{\text{گرم فسفریک اسید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{24/5\,g\,H_2SO_4}{3\times 98} = \frac{x\,g\,H_3PO_4}{2\times 98} \Rightarrow x \simeq 16/3\,g\,H_3PO_4$$

۲۱۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\text{جرم محلول} = 25\,mL \times \frac{0/98\,g}{1\,mL} = 24/5\,g$$

$$\text{درصد جرمی آمونیاک} = \frac{\text{جرم آمونیاک}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \Rightarrow 34 = \frac{x\,g}{24/5\,g} \times 100 \Rightarrow x = 8/33\,g\,NH_3$$

$$?\,mol\,NH_3 = 8/33\,g\,NH_3 \times \frac{1\,mol\,NH_3}{17\,g\,NH_3} = 0/49\,mol\,NH_3$$

$$\text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}} = \frac{0/49\,mol}{0/025\,L} = 19/6\,mol\cdot L^{-1}$$

۲۱۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

معادله‌ی واکنش به صورت زیر است:

$$MnO_{2(s)} + 4HCl_{(aq)} \rightarrow MnCl_{2(aq)} + Cl_{2(g)} + 2H_2O_{(l)}$$

با ضرب کردن چگالی Cl_2 در حجم Cl_2، مسئله از حالت جرمی- حجمی، تبدیل به جرمی- جرمی می‌شود:

$$\frac{\text{گرم ناخالص منگنز (IV) اکسید} \times \frac{P}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x\,g\,MnO_2\,(\text{ناخالص}) \times \frac{75}{100}}{1\times 87} = \frac{14/2\,L\,Cl_2 \times 1/25\,\frac{g}{L}}{1\times 71}$$

$$\Rightarrow x = 29\,g\,MnO_2\ (\text{ناخالص})$$

۲۱۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$?\,mol\,Fe = 9/033\times 10^{22}\,atom\,Fe \times \frac{1\,mol\,Fe}{6/022\times 10^{23}\,atom\,Fe} = 0/15\,mol\,Fe$$

$$Fe_{(s)} + H_2SO_{4(aq)} \rightarrow FeSO_{4(aq)} + H_{2(g)}$$

با ضرب کردن چگالی H_2 در حجم H_2، مسئله از حالت مولی- حجمی تبدیل به مولی- جرمی می‌شود:

$$\frac{\text{مول}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{گرم هیدروژن}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{0/15\,mol\,Fe}{1} = \frac{x\,L\,H_2 \times 0/08\,\frac{g}{L}}{1\times 2} \Rightarrow x = 3/75\,L\,H_2$$

۲۱۶- پاسخ: گزینه‌ی ۱

ابتدا گرمای لازم برای به جوش آوردن ۱۲۵ گرم آب با دمای $10^\circ C$ را در فشار $1atm$ محاسبه می‌کنیم:

$$q = mc\Delta T = 125 \times 4/2 \times (100 - 10) = 47250J = 47/25kJ$$

معادله‌ی واکنش استاندارد سوختن متانول به صورت زیر است:

$$CH_3OH_{(l)} + \frac{3}{2}O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 2H_2O_{(l)} + q$$

$$\frac{\text{گرم متانول}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرما}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{x\,g\ CH_3OH}{1 \times 32} = \frac{47/25kJ}{700} \Rightarrow x = 2/16g\ CH_3OH$$

۲۱۷- پاسخ: گزینه‌ی ۲

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل فرآورده‌ها}] - [\text{مجموع آنتالپی استاندارد تشکیل واکنش‌دهنده‌ها}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2(130/5) + 6(-286)] - [2(-46) + 2(-75) + 3(0)] = -1213kJ$$

$$\frac{\text{گرم آمونیاک}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرما}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{8/5NH_3}{2 \times 17} = \frac{xkJ}{1213} \Rightarrow x = 303/25kJ$$

۲۱۸- پاسخ: گزینه‌ی ۴

۱) ظرفیت گرمایی ویژه‌ی هر ماده برای $1g$ از آن ماده اندازه‌گیری می‌شود و برخلاف ظرفیت گرمایی به مقدار ماده بستگی ندارد.

۲) به محاسبات زیر توجه کنید:

$$\left.\begin{array}{l} \text{ظرفیت گرمایی ۹ گرم آب} = m \cdot c = 9 \times 4/2 = 37/8J \cdot {}^\circ C^{-1} \\ \text{ظرفیت گرمایی ۹/۴۵ گرم مس} = m \cdot c = 9/45 \times 0/4 = 3/78J \cdot {}^\circ C^{-1} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{37/8}{3/78} = 10$$

۴) ظرفیت گرمایی ویژه و مولی بخار آب از آب مایع کمتر است. به همین ترتیب، می‌توان گفت در جرم برابر (نه در حجم برابر) ظرفیت گرمایی بخار آب نیز از مایع کمتر است.

۲۱۹- پاسخ: گزینه‌ی ۱

معادله‌ی واکنش هدف به صورت زیر است:

$$ClF_{(g)} + F_{2(g)} \rightarrow ClF_{3(l)} \quad ; \quad \Delta H_{\text{هدف}} = ?$$

۱) $ClF_{(g)}$ فقط در واکنش (a) وجود دارد. پس واکنش کمکی (a) را به ۲ تقسیم می‌کنیم.

۲) $F_{2(g)}$ فقط در واکنش کمکی (b) وجود دارد. پس واکنش کمکی (b) را به ۲ تقسیم می‌کنیم.

۳) $ClF_{3(l)}$ فقط در واکنش کمکی (c) وجود دارد. پس واکنش کمکی (c) را معکوس کرده و بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

$$\left\{\begin{array}{ll} \frac{1}{2}O_{2(g)} + ClF_{(g)} \rightarrow \frac{1}{2}Cl_2O_{(g)} + \frac{1}{2}OF_{2(g)} & \Delta H'_1 = +84kJ \\ \frac{1}{2}O_{2(g)} + F_{2(g)} \rightarrow OF_{2(g)} & \Delta H'_2 = -22kJ \\ \frac{1}{2}Cl_2O_{(g)} + \frac{3}{2}OF_{2(g)} \rightarrow ClF_{3(l)} + O_{2(g)} & \Delta H'_3 = -197kJ \end{array}\right.$$

$$ClF_{(g)} + F_{2(g)} \rightarrow ClF_{3(l)} \qquad \Delta H_{\text{هدف}} = -135kJ$$

۲۲۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

برای محاسبه‌ی مولالیته‌ی محلول، باید مول حل‌شونده را به کیلوگرم حلال تقسیم نماییم. محلول ۶ مولار سولفوریک اسید، دارای ۶ مول حل‌شونده در یک لیتر ($1000mL$) محلول است.

$$\text{چگالی محلول} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 1/5g \cdot mL^{-1} = \frac{\text{جرم محلول}}{1000mL} \Rightarrow \text{جرم محلول} = 1500g$$

$$\text{جرم حل‌شونده} = 6mol\ H_2SO_4 \times \frac{98g\ H_2SO_4}{1mol\ H_2SO_4} = 588g\ H_2SO_4$$

$$\text{جرم حلال} = \text{جرم محلول} - \text{جرم حل‌شونده} = 1500g - 588g = 912g = 0/912kg\ H_2O$$

$$\text{غلظت مولال} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{کیلوگرم حلال}} = \frac{6mol}{0/912kg} = 6/58mol \cdot kg^{-1}$$

مؤسسه آموزشی فرهنگی

۲۲۱- پاسخ: گزینه‌ی ۳

بررسی چهار گزینه:

۱) $CaSO_4$ **در آب نامحلول است.**

۲) استون به هر میزان در آب حل می‌شود، ولی باریم سولفات $(BaSO_4)$ **نامحلول در آب است و رسوب می‌کند. بنابراین مخلوط آب، باریم سولفات و استون دارای یک فصل مشترک است.**

۳) به محاسبات زیر توجه کنید:

$$\left.\begin{array}{l}\text{جرم مولی فنول } (C_6H_5OH) = 94\\ \text{جرم مولی تولوئن } (C_6H_5CH_3) = 92\end{array}\right\} \text{تفاوت} = 2g$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{جرم مولی متانول } (CH_3OH) = 12+3(1)+16+1 = 32\\ \text{جرم مولی متانال } H_2CO = 2(1)+12+16 = 30\end{array}\right\} \text{تفاوت} = 32-30 = 2g$$

۴) با افزایش تعداد کربن، انحلال‌پذیری الکل‌ها در حلال‌های ناقطبی بیشتر می‌شود. بنابراین انحلال‌پذیری هگزانول $(CH_3(CH_2)_5OH)$ **در حلال‌های ناقطبی از انحلال‌پذیری اتانول** (CH_3CH_2OH) **در این حلال‌ها بیشتر است.**

۲۲۲- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta T = 150 \times 4/2 \times (40-25) = 9450J \quad \text{(آب)}$$

$$q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta T = 8/4 \times 1 \times (40-25) = 126J \quad \text{(پتاسیم هیدروکسید)}$$

$$q_{\text{کل}} = q_1 + q_2 = 9450J + 126J = 9576J = 9/576kJ$$

اکنون می‌توان گرمای انحلال یک مول KOH **در آب را به دست آورد.**

$$\frac{\text{گرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرما}}{|\Delta H|} \Rightarrow \frac{8/4g\ KOH}{1\times 56} = \frac{9/576kJ}{|\Delta H|} \Rightarrow |\Delta H| = 63/8kJ \cdot mol^{-1}$$

۲۲۳- پاسخ: گزینه‌ی ۲

نقطه‌ی A **نشان می‌دهد که محلول دارای** $60g$ **حل‌شونده در** $100g$ **آب است.**

بررسی چهار گزینه:

۱) انحلال‌پذیری KCl **در دمای** $20^\circ C$ **برابر** $32g$ **در** $100g$ **آب است. بنابراین اگر محلول** KCl **از** $70^\circ C$ **تا** $20^\circ C$ **سرد شود،** $60-32 = 28g$ **رسوب تشکیل می‌شود.**

۲) انحلال‌پذیری $NaNO_3$ **در دمای** $20^\circ C$ **برابر** $88g$ **در** $100g$ **آب است که از** $60g$ **مربوط به نقطه‌ی** A **بیشتر است. بنابراین اگر محلول** $NaNO_3$ **از دمای** $70^\circ C$ **تا** $20^\circ C$ **سرد شود، رسوبی تشکیل نمی‌شود و همچنان محلول** $NaNO_3$ **سیرنشده باقی می‌ماند.**

۳) انحلال‌پذیری $K_2Cr_2O_7$ **در دمای** $20^\circ C$ **برابر** $12g$ **در** $100g$ **گرم آب است، بنابراین اگر محلول** $K_2Cr_2O_7$ **از** $70^\circ C$ **تا** $20^\circ C$ **سرد شود،** $60-12 = 48g$ **رسوب تشکیل می‌شود.**

۴) انحلال‌پذیری $Pb(NO_3)_2$ **در دمای** $20^\circ C$ **برابر** $55g$ **در** $100g$ **گرم آب است، بنابراین اگر محلول** $Pb(NO_3)_2$ **از** $70^\circ C$ **تا** $20^\circ C$ **سرد شود،** $60-55 = 5g$ **رسوب تشکیل می‌شود.**

۲۲۴- پاسخ: گزینه‌ی ۲

برای تعیین سرعت متوسط واکنش در فاصله‌ی زمانی t_2 **تا** t_3 **به صورت زیر عمل می‌کنیم:**

$$\Delta[A] = \frac{\Delta n_A}{V} = \frac{(9-12)\times 0/05mol}{4L} = \frac{-0/15mol}{4L}$$

$$\Delta t = 20min$$

$$\bar{R}_{A(t_2-t_3)} = \frac{-\Delta[A]}{\Delta t} = \frac{-(-\frac{0/15mol}{4L})}{20min} = 1/875\times 10^{-3}\ mol\cdot L^{-1}\cdot min^{-1}$$

نسبت سرعت متوسط واکنش از t_2 **تا** t_3 **به سرعت متوسط آن از** t_3 **تا** t_4 **با توجه به برابری بازه‌ی زمانی آن‌ها (۲۰ دقیقه) با نسبت تغییر تعداد گوی‌های آن‌ها تعیین می‌شود.**

$$\frac{\bar{R}_{A(t_2-t_3)}}{\bar{R}_{A(t_3-t_4)}} = \frac{\text{تغییر تعداد گوی‌های } A \text{ در بازه‌ی زمانی } t_2 \text{ تا } t_3}{\text{تغییر تعداد گوی‌های } A \text{ در بازه‌ی زمانی } t_3 \text{ تا } t_4} = \frac{9-12}{7-9} = 1/5$$

۲۲۵- پاسخ: گزینه‌ی ۴

برای به دست آوردن معادله‌ی کلی واکنش، گونه‌های یکسان در دو سوی واکنش‌ها را حذف می‌کنیم:

۱) $۲NO_{(g)} \rightarrow \cancel{N_۲O_{۲(g)}}$

۲) $۲H_{۲(g)} \rightarrow \cancel{۴H_{(g)}}$

۳) $\cancel{N_۲O_{۲(g)}} + \cancel{H_{(g)}} \rightarrow \cancel{N_۲O_{(g)}} + \cancel{HO_{(g)}}$

۴) $\cancel{۲HO_{(g)}} + \cancel{۲H_{(g)}} \rightarrow ۲H_۲O_{(g)}$

۵) $\cancel{H_{(g)}} + \cancel{N_۲O_{(g)}} \rightarrow \cancel{HO_{(g)}} + N_{۲(g)}$

(واکنش کلی) $۲NO_{(g)} + ۲H_{۲(g)} \rightarrow ۲H_۲O_{(g)} + N_{۲(g)}$

۲۲۶- پاسخ: گزینه‌ی ۳

در واکنش هیدروژن‌دار کردن کاتالیزشده‌ی آلکن‌ها، هر چه اندازه‌ی ذرات کاتالیزگر کوچک‌تر باشد، سطح تماس افزایش یافته و سرعت واکنش بیشتر می‌شود.

۲۲۷- پاسخ: گزینه‌ی ۱

با توجه به اینکه در هر ساعت غلظت ماده‌ی اولیه نصف می‌شود، برای تجزیه‌ی ٪۹۳/۷۵ از آن باید ۴ مرتبه غلظت را نصف کرد $(٪۹۳/۷۵ = ٪۲۵ + ٪۱۲/۵ + ٪۶/۲۵ + ٪۵۰)$، پس زمان لازم برای این فرآیند ۴ ساعت می‌باشد.

۲۲۸- پاسخ: گزینه‌ی ۳

ابتدا خارج قسمت واکنش را تعریف می‌کنیم:

$$Q = \frac{[NO]^۲}{[N_۲][O_۲]} = \frac{(\frac{۰/۲۵}{۰/۲۵})^۲}{(\frac{۰/۵}{۰/۲۵})(\frac{۰/۵}{۰/۲۵})} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{K = ۴\times۱۰^{-۴}} K < Q$$

با توجه به اینکه $K < Q$ می‌باشد، پس تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود. در نتیجه‌ی تغییر غلظت فرآورده منفی و تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها مثبت است.

ماده	$N_{۲(g)} + O_{۲(g)} \rightleftharpoons ۲NO_{(g)}$		
غلظت اولیه	۲	۲	۱
تغییر غلظت	$+x$	$+x$	$-۲x$
غلظت تعادلی	$۲+x$	$۲+x$	$۱-۲x$

$$K = \frac{[NO]^۲}{[N_۲][O_۲]} \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۴} = \frac{(۱-۲x)^۲}{(۲+x)^۲} \xrightarrow{\text{جذر}} ۲\times۱۰^{-۲} = \frac{۱-۲x}{۲+x} \Rightarrow x = ۰/۴۷۵$$

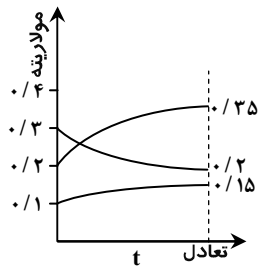
$$[NO]_{\text{تعادلی}} = ۱-۲x = ۱-۲(۰/۴۷۵) = ۰/۰۵ mol\cdot L^{-۱}$$

۲۲۹- پاسخ: گزینه‌ی ۲

خارج قسمت واکنش به صورت زیر تعیین می‌شود. چون حجم ظرف یک لیتر است، تعداد مول‌گونه‌ها با غلظت‌های مولی آن‌ها برابر است.

$$Q = \frac{[C]^۲}{[A][B]^۳} = \frac{(۰/۳)^۲}{(۰/۱)(۰/۲)^۳} = ۱۱۲/۵ mol^{-۲}\cdot L^۲ \Rightarrow K < Q$$

چون $K < Q$ می‌باشد، تعادل به سمت چپ جابه‌جا می‌شود، یعنی فرآورده مصرف و واکنش‌دهنده‌ها تولید می‌شوند. از این رو نمودار تغییر غلظت فرآورده (C) نزولی و نمودار تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها (A و B) صعودی است. پس باید شاهد یک نمودار نزولی و دو نمودار صعودی باشیم. (رد گزینه‌های ۳و۴). ضمناً تغییر غلظت گونه‌ها باید متناسب با ضرایب استوکیومتری آن‌ها باشد که این موضوع در نمودار گزینه‌ی (۲) کاملاً رعایت شده است. با تقسیم تغییر غلظت گونه‌ها به کوچک‌ترین آن‌ها، ساده‌ترین نسبت میان آن‌ها که همان ضرایب استوکیومتری واکنش است، به دست می‌آید.



ماده‌ی C $\Rightarrow \frac{۰/۱}{۰/۰۵} = ۲ \Rightarrow$ ضریب استوکیومتری $\Rightarrow$ تغییر غلظت $= ۰/۲ - ۰/۳ = -۰/۱M$

ماده‌ی A $\Rightarrow \frac{۰/۰۵}{۰/۰۵} = ۱ \Rightarrow$ ضریب استوکیومتری $\Rightarrow$ تغییر غلظت $= ۰/۱۵ - ۰/۱ = +۰/۰۵M$

ماده‌ی B $\Rightarrow \frac{۰/۱۵}{۰/۰۵} = ۳ \Rightarrow$ ضریب استوکیومتری $\Rightarrow$ تغییر غلظت $= ۰/۳۵ - ۰/۲ = +۰/۱۵M$

۲۳۰- پاسخ: گزینه‌ی ۱

آبکافت استرها، یک واکنش برگشت‌پذیر و بسیار آهسته است. استرها بر اثر آبکافت به کربوکسیلیک اسید و الکل سازنده‌ی خود تبدیل می‌شوند.

$$\text{آب} + \text{استر} \rightleftharpoons \text{الکل} + \text{کربوکسیلیک اسید} \quad (\text{آبکافت استر})$$

۲۳۱- پاسخ: گزینه‌ی ۴

$$pH_1 = -\log(C_M \cdot n \cdot \alpha) = -\log(۰/۰۱ \times ۱ \times ۱) = ۲$$
$$pH_۲ = ۲pH_۱ = ۲ \times ۲ = ۴$$

غلظت محلول HCl پس از افزودن KOH به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$C_M \cdot n \cdot \alpha = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۴} = ۰/۰۰۰۱ mol \cdot L^{-۱}$$
$$\text{تغییر غلظت HCl} = ۰/۰۱ - ۰/۰۰۰۱ = ۰/۰۰۹۹ mol \cdot L^{-۱}$$

اکنون جرم KOH مورد نیاز برای خنثی کردن دو لیتر محلول ۰/۰۰۹۹ مولار HCl را به دست می‌آوریم:

$$\underset{x\,g}{KOH_{(s)}} + \underset{۰/۰۰۹۹M \times ۲L}{HCl_{(aq)}} \rightarrow KCl_{(aq)} + H_۲O_{(l)}$$

$$۱ \times ۵۶ \qquad ۱ \qquad \Rightarrow x = ۱/۱۰۸ g = ۱/۱۱ g\, KOH_{(s)}$$

۲۳۲- پاسخ: گزینه‌ی ۱

$$pH = ۱۱ \Rightarrow pOH = ۳ \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۳} mol \cdot L^{-۱}$$
$$[OH^-] = C_M \cdot n \cdot \alpha \rightarrow ۱۰^{-۳} = C_M \times ۱ \times ۰/۰۲ \Rightarrow C_M = ۰/۰۵ \ mol \cdot L^{-۱}$$
$$C_M = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow ۰/۰۵ = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{۰/۲۵ L} \Rightarrow \text{مول حل‌شونده} = ۰/۰۱۲۵ mol\, BOH_{(s)} \quad (\text{غلظت مولی})$$
$$\text{جرم حل‌شونده} = ۰/۰۱۲۵ mol\, BOH \times \frac{۸۰ g}{۱ mol} = ۱ g\, BOH_{(s)}$$

۲۳۳- پاسخ: گزینه‌ی ۳

سدیم مذاب به دست آمده را نباید درون آب سرد جمع‌آوری کرد. در شیمی سال دوم خواندیم که واکنش‌پذیری فلزهای قلیایی نظیر سدیم با آب بسیار زیاد است و سدیم سریع با آب وارد واکنش شده و از بین می‌رود:

$$۲Na_{(s)} + ۲H_۲O_{(l)} \rightarrow ۲NaOH_{(aq)} + H_{۲(g)}$$

۲۳۴- پاسخ: گزینه‌ی ۳

$$A^{۲+}_{(aq)} + B_{(s)} \rightarrow \overset{e^-}{\downarrow} B^{۲+}_{(aq)} + A_{(s)} \qquad E^\circ < ۰ \Rightarrow \text{واکنش در جهت برگشت انجام می‌شود.}$$

$$\overset{e^-}{\downarrow} B_{(s)} + D^{۲+}_{(aq)} \rightarrow B^{۲+}_{(aq)} + D_{(s)} \qquad E^\circ > ۰ \Rightarrow \text{واکنش در جهت رفت انجام می‌شود.}$$

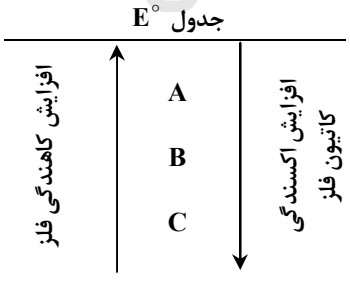
با توجه به جهت انجام دو واکنش فوق، ترتیب قرار گرفتن A، B و D در جدول E° به صورت زیر است:

بررسی چهار گزینه:

۱) کاهندگی: $A > B > D$

۲) اکسندگی: $D^{۲+} > B^{۲+} > A^{۲+}$

۳) قدرت الکترون‌دهی A از D بیشتر است. بنابراین واکنش زیر در شرایط استاندارد به طور خودبه‌خودی در جهت رفت انجام می‌شود.



$$\overset{e^-}{\downarrow} A_{(s)} + D^{۲+}_{(aq)} \rightarrow A^{۲+}_{(aq)} + D_{(s)}$$

۴) اگر E° الکترود D برابر ۰/۳۳+ باشد، نمی‌توان نتیجه گرفت که فلز A همواره با محلول HCl واکنش می‌دهد. واکنش‌پذیری فلز A با محلول HCl بستگی به این دارد که E° فلز A مثبت یا منفی باشد.

۲۳۵- پاسخ: گزینه‌ی ۱

اگر الکترود جیوه به الکترود آهن تغییر یابد، E° سلول به اندازه‌ی ۱/۲۹ ولت کاهش می‌یابد.

$$E^\circ(Zn-Hg) = +۰/۸۵ - (-۰/۷۶) = ۱/۶۱ \text{ ولت}$$
$$E^\circ(Zn-Fe) = -۰/۴۴ - (-۰/۷۶) = ۰/۳۲ \text{ ولت}$$
$$\text{تفاوت} = ۰/۳۲ - ۱/۶۱ = -۱/۲۹ \text{ ولت}$$