

نمونه سؤالات پایانی نیمسال دوم

۱

ردیف	بارم	سؤال
۱	۱	<p>درستی و نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) نمایش اعشاری کسر $\frac{9}{15}$ متناوب است. (درست- نادرست)</p> <p>ب) حاصل $3^{-2} - 3^{-1}$ عدد $(-\frac{1}{9})$ است. (درست- نادرست)</p> <p>ج) خط $x - 5 = 0$ از مبدأ مختصات می‌گذرد. (درست- نادرست)</p> <p>د) اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشد، آنگاه $a^2 b < 0$ است.</p>
۲	۱	<p>در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.</p> <p>الف) طرف دوم تساوی $\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' =$ برابر با است.</p> <p>ب) نمایش عدد 0.35×10^{-3} به صورت نماد علمی برابر با است.</p> <p>ج) معادله خطی که موازی محور طولها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ بگذرد، به صورت است.</p> <p>د) وجههای جانبی هرم به شکل است.</p>
۳	۱	<p>مناسب‌ترین گزینه را انتخاب کنید.</p> <p>الف) کدام عبارت مخرج $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ را گویا می‌کند؟</p> <p>(۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}$ (۲) $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a^2}}$ (۴) $\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a^2}}$</p> <p>ب) کدام یک از عبارتهای زیر در تجزیه عبارت $x^2 - 13x + 36$ وجود دارد؟</p> <p>(۱) $(x+6)$ (۲) $(x+4)$ (۳) $(x+9)$ (۴) $(x-4)$</p> <p>ج) اگر در معادله خط $y = ax + b$، $a < 0$ و $b > 0$ باشد، آن خط از کدام ناحیه مختصاتی نمی‌گذرد؟</p> <p>(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم</p> <p>د) مساحت رویه کره با مساحت دایره‌ای که نیم کره روی آن ایستاده چه رابطه‌ای دارد؟</p> <p>(۱) دو برابر مساحت دایره است. (۲) سه برابر مساحت دایره است.</p> <p>(۳) چهار برابر مساحت دایره است. (۴) برابر با مساحت دایره است.</p>
۴	۱	<p>اگر مجموعه $A = \{1 - x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 2\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\}$ باشند:</p> <p>الف) مجموعه $B - A$ را با عضوهای مشخص کنید. (۰/۵)</p> <p>ب) اگر یک عدد به تصادف از مجموعه $A \cup B$ انتخاب کنیم چقدر احتمال دارد عدد موردنظر مربع کامل باشد؟ (۰/۵)</p>
۵	۱	<p>به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) مجموعه A را روی محور نمایش دهید. (۰/۵)</p> <p>$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x \leq -3\}$</p> <p>ب) عبارت داده‌شده را بدون نماد قدرمطلق بنویسید. (۰/۵)</p> <p>$4 - 2\sqrt{7}$</p>
۶	۱/۲۵	<p>ثابت کنید هر نقطه که روی نیمساز زاویه قرار دارد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است؟</p>

بارم	ردیف
۱/۷۵	۷
الف) حاصل عبارت مقابل را به صورت عدد توان دار بنویسید. (۰/۷۵)	
$\frac{۲۷^{-۹} \times ۹^۴}{۸۱^{-۵}} =$	
ب) کسر داده شده را تا حد امکان ساده کنید. (۱)	
$\frac{۲\sqrt{۱۸} + ۳\sqrt{۳۲}}{۶\sqrt{۲}} =$	
۱/۷۵	۸
الف) اگر $b - 3a = 5$ و $9a^2 - b^2 = 45$ باشد، مقدار $3a + b$ چند است؟ (۱)	
ب) حاصل عبارت داده شده را با استفاده از اتحاد به دست آورید. (۰/۷۵)	
$(3x^2 + 5)(3x^2 - 8) =$	
۱/۲۵	۹
الف) عبارت کلامی «سه برابر عددی کمتر از ۵ حداقل ۱۳ است.» را به زبان ریاضی بنویسید. (۰/۵)	
ب) مجموعه جواب نامعادله $5x - 4 > 3x + 2$ را به صورت یک مجموعه با نماد ریاضی بنویسید. (۰/۷۵)	
۱/۵	۱۰
الف) خط d به معادله $y = 2x - 1$ را در دستگاه مختصات رسم کنید. (۰/۵)	
ب) معادله خطی را بنویسید که با خط d موازی باشد و از مبدأ مختصات بگذرد. (۰/۵)	
ج) آیا نقطه $A = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$ روی خط d قرار دارد؟ چرا؟ (۰/۵)	
۲	۱۱
الف) شیب خطی که از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} -۳ \\ -۵ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را به دست آورید. (۰/۵)	
ب) مقدار a چقدر باشد تا خط $ay + (a - 4)x + 1 = 0$ موازی محور طولها باشد؟ (۰/۵)	
ج) نقطه تقاطع دو خط $x - y = 1$ و $x + 2y = 4$ را پیدا کنید. (۱)	
۳/۵	۱۲
الف) عبارت گویای $\frac{5x-1}{3-x}$ به ازای چه مقداری از x تعریف نشده است؟ (۰/۵)	
ب) عبارت گویای $\frac{x^2-9}{x^2-x-6}$ را ساده کنید. (۰/۷۵)	
ج) حاصل عبارت $\frac{3}{x+1} - \frac{x+1}{x-1}$ را به دست آورید. (۱)	
د) تقسیم زیر را انجام دهید و باقیمانده را مشخص کنید. (۱/۲۵)	
$2x^4 - x^2 - 3x^3 + 1 \quad \Big \quad x-1$	
۲	۱۳
الف) نیم دایره ای به قطر ۶ cm را حول قطرش به طور کامل دوران داده ایم. حجم شکل حاصل را به دست آورید. (نوشتن فرمول حجم شکل الزامی است). (۱)	
ب) قاعده هرمی به شکل مستطیل به ابعاد ۵ و ۳ است، اگر ارتفاع این هرم ۱۰ باشد، حجم این هرم را به دست آورید. (نوشتن فرمول حجم هرم الزامی است). (۰/۷۵)	
ج) از دوران مثلث قائم الزاویه حول یکی از اضلاع قائمه اش چه حجمی پدید می آید؟ (۰/۲۵)	

پاسخ نامه

-۱

الف) نادرست

$$\frac{9}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow \text{مختوم است.}$$

ب) درست

ج) نادرست

$$x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow \text{خط موازی محور عرض ها است.}$$

د) نادرست

$$a < 0 \Rightarrow a^2 > 0, b > 0 \Rightarrow a^2 b > 0.$$

-۲

الف) \emptyset یا $\{ \}$

ب) $3/5 \times 10^{-5}$

ج) $y = -4$

د) مثلث

-۳

الف) گزینه ۳

ب) گزینه ۴

$$x^2 - 13x + 36 = (x - 4)(x - 9)$$

ج) گزینه ۳

د) گزینه ۳

-۴

الف)

$$A = \{0, 1\} \quad B = \{0, 1, 2, 3\}$$

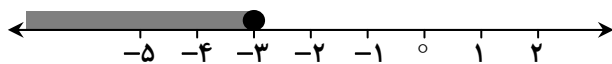
$$B - A = \{2, 3\}$$

ب) مجموعه $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$ است و چهار عضو دارد و از بین این اعضا، ۲ تای آنها $(0, 1)$ مربع کامل هستند؛ پس احتمال

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ خواسته شده برابر است با:}$$

-۵

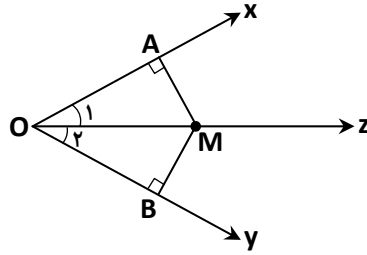
الف)



ب)

$$|4 - 2\sqrt{7}| = |\sqrt{16} - \sqrt{4 \times 7}| = \underbrace{|\sqrt{16} - \sqrt{28}|}_{\text{منفی}} \Rightarrow |4 - 2\sqrt{7}| = -(4 - 2\sqrt{7}) = 2\sqrt{7} - 4$$

-۶



نقطه M را به دلخواه روی نیم خط Oz انتخاب می کنیم؛ داریم:

فرض: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

حکم: $AM = BM$

وتر مشترک $OM = OM$
 طبق فرض $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$

$\xrightarrow{\text{وز}} \triangle OAM \cong \triangle OBM \xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} AM = BM$

-۷

(الف)

$$\frac{27^{-9} \times 9^4}{81^{-5}} = \frac{(3^3)^{-9} \times (3^2)^4}{(3^4)^{-5}} = \frac{3^{-27} \times 3^8}{3^{-20}} = \frac{3^{-19}}{3^{-20}} = 3^1$$

(ب)

$$\frac{2\sqrt{18} + 3\sqrt{32}}{6\sqrt{2}} = \frac{2 \times 3\sqrt{2} + 3 \times 4\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2} + 12\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = \frac{18\sqrt{2}}{6\sqrt{2}} = 3$$

-۸

(الف) طبق صورت سؤال داریم:

$$9a^2 - b^2 = (3a - b)(3a + b) = 45 \Rightarrow -(b - 3a)(3a + b) = 45 \Rightarrow -(\Delta)(3a + b) = 45 \Rightarrow (3a + b) = \frac{45}{-5} = -9$$

(ب)

$$(3x^2 + 5)(3x^2 - 8) = 9x^4 - 9x^2 - 40$$

-۹

(الف)

$$5 - 3x \geq 13$$

(ب)

$$5x - 4 > 3x + 2 \Rightarrow 5x - 3x > 4 + 2 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow x > 3$$

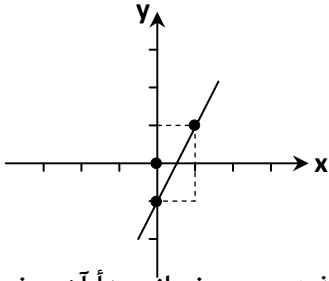
مجموعه جواب: $\{x | x \in \mathbb{R}, x > 3\}$

نمونه سؤالات پایانی نیمسال دوم

۵

-۱۰

(الف)



x	۰	۱
y	-۱	۱
$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$

(ب) چون خط جدید باید با خط d موازی باشد؛ پس شیب آن ۲ است و چون از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس عرض از مبدأ آن صفر است؛ بنابراین معادله خط به صورت روبه‌رو است:

$$y = 2x$$

(ج)

نقطه $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۵ \end{bmatrix}$ روی خط d قرار دارد. $\Rightarrow 5 = 2 \times 3 - 1 \Rightarrow 5 = 5$

-۱۱

(الف)

$$\text{شیب خط} = \frac{3 - (-5)}{-1 - (-3)} = \frac{8}{2} = 4$$

(ب) چون خط موازی محور طول‌هاست پس معادله آن به صورت $y = m$ است؛ در نتیجه ضریب x باید صفر باشد:

$$a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

(ج) برای پیدا کردن نقطه تقاطع دو خط، باید دستگاه زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + y = -1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$3y = 3 \Rightarrow y = 1$$

$$x - y = 1 \xrightarrow{y=1} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین نقطه تقاطع $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$ است.

-۱۲

(الف)

$$3 - x = 0 \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

بنابراین عبارت به ازای $x = 3$ تعریف نشده می‌شود.

(ب)

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x+3}{x+2}$$

(ج)

$$\frac{3}{x+1} - \frac{(x+1)}{x-1} = \frac{3(x-1) - (x+1)(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{3x - 3 - x^2 - 2x - 1}{(x+1)(x-1)} = \frac{-x^2 + x - 4}{(x+1)(x-1)}$$

(د) ابتدا چندجمله‌ای مقسوم را بر اساس درجه x از بزرگ به کوچک مرتب می‌کنیم و سپس تقسیم را انجام می‌دهیم.

$$\begin{array}{r}
 2x^4 - 3x^3 - x^2 + 1 \quad | \quad \begin{array}{r} x-1 \\ 2x^3 - x^2 - 2x - 2 \end{array} \\
 \hline
 \pm 2x^4 \mp 2x^3 \\
 \hline
 -x^3 - x^2 + 1 \\
 \pm x^3 \pm x^2 \\
 \hline
 -2x^2 + 1 \\
 \mp 2x^2 \pm 2x \\
 \hline
 -2x + 1 \\
 \mp 2x \pm 2 \\
 \hline
 -1
 \end{array}$$

باقیمانده ۱- است.

-۱۳

(الف) شکل حاصل یک کره است.

$$3 = \text{شعاع} \Rightarrow 6 = \text{قطر}$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow V = \frac{4}{3} \times \frac{3}{14} \times 3^3 = 113/0.4 \text{ سانتی متر مکعب}$$

(ب)

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3}Sh \Rightarrow V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} \times 3 \times 5 \times 10 = 50$$

(ج) مخروط