

# نمونه سؤالات امتحانی نیمسال اول

## ریاضی ۲ [رشته علوم تجربی]

### فصل های ۱، ۲ و ۳ و درس ۱ فصل ۴



۱- جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. (۲ نمره)

الف) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد روی ..... قرار دارد.

ب) اگر  $f(x) = [2 - x]$ ، آنگاه حاصل  $f(\sqrt{3})$  برابر با ..... است. ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

ج) اگر  $\frac{a-b}{2a+b} = \frac{2}{3}$ ، آنگاه  $\frac{a}{b}$  برابر با ..... است.

د) سهمی  $y = mx^2 + 4x + 1$  بر محور x مماس است اگر مقدار m برابر ..... باشد.

۲- درستی یا نادرستی هر کدام از عبارات زیر را مشخص کنید. (۱/۵ نمره)

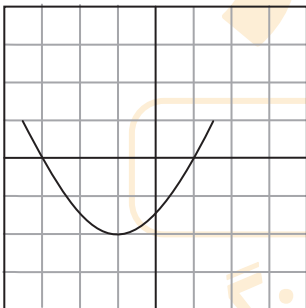
الف) زاویه ۴- رادیان در ربع سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

ب) در دایره‌ای به شعاع ۸ cm طول کمان مقابل به زاویه  $\frac{\pi}{12}$  برابر با  $\frac{2\pi}{3}$  است.

ج) استدلال استقرایی، استدلالی است که بر اساس نتیجه‌گیری منطقی بر پایه واقعیت‌هایی که درستی آنها را پذیرفته‌ایم، بیان می‌شود.

۳- خط  $4x + 3y + 5 = 0$  بر دایره‌ای به مرکز (۴، -۲) مماس است. مساحت دایره را به دست آورید. (۱ نمره)

۴- معادله سهمی زیر را بنویسید. (۱/۵ نمره)



۵- هریک از معادلات زیر را حل نمایید. (۲/۵ نمره)

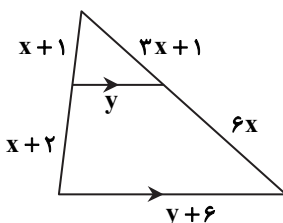
الف)  $(\frac{2x-1}{x-1})^2 - 2(\frac{2x-1}{x-1}) = 0$

ب)  $2 + \sqrt{1+x} = x - 3$

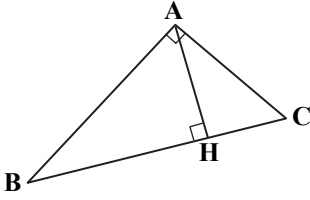
۶- قضیه تالس را به صورت یک قضیه دوشرطی بنویسید و عکس آن را به روش برهان خلف اثبات کنید. (۱/۵ نمره)

۷- روش رسم عمود بر یک خط از نقطه‌ای بیرون آن خط را توضیح دهید. (۱ نمره)

۸- در شکل مقابل مقدار y را بیابید. (۱ نمره)



۹- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، ارتفاع وارد بر وتر  $BC$  رسم شده است. با توجه به اطلاعات داده شده، اندازه پاره‌خط‌های خواسته شده را بیابید. (۱/۵ نمره)  
 $AC = ?$  و  $AB = ?$ ،  $AH = ?$ ،  $BH = ۹$ ،  $BC = ۱۰$



۱۰- تساوی دو تابع زیر را بررسی کنید. (۱ نمره)

$$f(x) = \frac{x^4 - 16}{x^2 + 4} \text{ و } g(x) = x^2 - 4$$

۱۱- الف) دامنه تابع  $f(x) = \frac{x}{x^3 + x^2 - 2x}$  را بیابید. (۰/۷۵ نمره)

ب) تابع وارون تابع خطی  $f(x) = \frac{3}{2}x - 4$  را بیابید. (۰/۵ نمره)

۱۲- نمودار هریک از توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد تابع  $f$  را مشخص کنید. (۱/۷۵ نمره)

$$f(x) = \sqrt{x-2} + 1$$

$$g(x) = [x] - 1 \text{ و } -2 \leq x < 1$$

۱۳- اگر  $f = \{(-1, 2), (2, 4), (0, 3), (3, 0)\}$  و  $g = \{(2, 5), (0, -2), (3, 4), (5, 2)\}$ ، هریک از عبارتهای زیر را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

الف)  $(3g - 5f)(0)$

ب)  $-2f$

ج)  $\frac{g}{f}$

۱۴- زاویه  $200^\circ$  چند رادیان است؟ (۱ نمره)



مؤسسه آموزشی فرهنگی

# پاسخ تشریحی

## ریاضی ۲ [رشته علوم تجربی]

-۱

الف) نیمساز زاویه

ب) صفر

$$f(\sqrt{3}) = [2 - \sqrt{3}] = 2 + [-\sqrt{3}] = 2 + (-2) = 0$$

ج) ۵-

$$\frac{a-b}{2a+b} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a+2b=2a-2b \Rightarrow a=-5b \Rightarrow \frac{a}{b} = -5$$

د)  $m = 4$

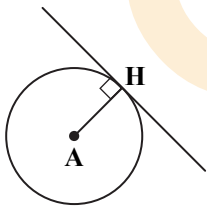
$$\Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4m = 0 \Rightarrow m = 4$$

۲- الف) نادرست (ناحیه دوم)

ب) درست

ج) نادرست (استدلال استنتاجی)

-۳



$$AH = \frac{|4(-2) + 2(4) + 5|}{\sqrt{16+9}} = \frac{9}{5} = 1/8$$

$$S_{\text{دایره}} = (1/8)^2 \times \pi = 3/24\pi$$

-۴

چون سهمی محور Xها را در دو نقطه  $x = -3$  و  $x = 1$  قطع کرده است، پس داریم:

$$f(x) = a(x-1)(x+3)$$

حال مختصات رأس سهمی را در ضابطه سهمی صدق می دهیم.

$$\text{رأس } (-1, -2) \Rightarrow f(-1) = -2 \Rightarrow a(-2) \times 2 = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \frac{1}{4}(x-1)(x+3) = \frac{1}{4}(x^2 + 2x - 3) = \frac{1}{4}x^2 + x - \frac{3}{4}$$

-۵

$$\text{الف) } \frac{2x-1}{x-1} = t \Rightarrow t^2 - 2t = 0 \Rightarrow t(t-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow \frac{2x-1}{x-1} = 0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \checkmark \\ t=2 \Rightarrow \frac{2x-1}{x-1} = 2 \Rightarrow 2x-1=2x-2 \Rightarrow -1=-2 \times \end{cases}$$

$$\text{ب) } 2 + \sqrt{1+x} = x-3 \Rightarrow \sqrt{1+x} = x-5 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x+1 = x^2 - 10x + 25$$

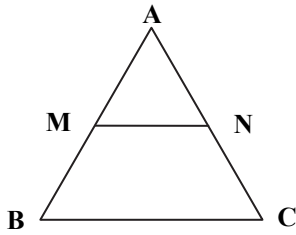
$$\Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=8 \end{cases}$$

حال ریشه ها را در معادله اولیه امتحان می کنیم.

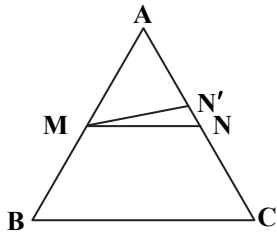
$$x=3 \Rightarrow \sqrt{3+1} = 3-5 \Rightarrow 2 = -2 \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow x=3 \text{ غیر قابل قبول}$$

$$x=8 \Rightarrow \sqrt{8+1} = 8-5 \Rightarrow 3 = 3 \Rightarrow x=8 \text{ جواب}$$

۶- در مثلث مقابل، اگر  $MN \parallel BC$ ، آنگاه  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$  و برعکس.



حال عکس قضیه تالس را اثبات می‌کنیم.



فرض:  $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$   
حکم:  $MN \parallel BC$

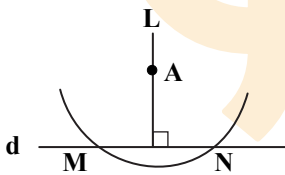
اگر  $MN$  با  $BC$  موازی نباشد، خودمان  $MN'$  را موازی  $BC$  رسم می‌کنیم و داریم:

$$\left. \begin{array}{l} MN' \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN'}{N'C} \\ \text{فرض} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{AN'}{N'C} \Rightarrow \frac{AN}{AN+NC} = \frac{AN'}{AN'+N'C} \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{AN'}{AC} \Rightarrow AN = AN'$$

پس  $N$  و  $N'$  برهم منطبق هستند و  $MN \parallel BC$  است.

-۷

دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاع دلخواه چنان رسم می‌کنیم که خط  $d$  را در دو نقطه  $M$  و  $N$  قطع کند، عمودمنصف  $MN$  را رسم می‌کنیم. (خط  $L$ ) چون  $AM = AN$  پس  $A$  روی عمودمنصف  $MN$  قرار دارد، در نتیجه خط  $L$  خطی است که از  $A$  گذشته و بر خط  $d$  عمود است.

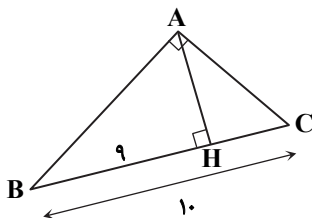


-۸

$$\frac{3x+1}{6x} = \frac{x+1}{x+2} = 3x^2 + 6x + x + 2 = 6x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \quad \checkmark \\ x=-\frac{2}{3} \quad \times \end{cases}$$

$$\frac{y}{y+6} = \frac{x+1}{x+1+x+2} \xrightarrow{x=1} \frac{y}{y+6} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5y = 2y + 12 \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 4$$

-۹



$$\begin{aligned} CH &= 10 - 9 = 1 \\ AH^2 &= CH \cdot BH = 1 \times 9 = 9 \Rightarrow AH = 3 \\ AB^2 &= BH \cdot BC = 9 \times 10 \Rightarrow AB = 3\sqrt{10} \\ AC^2 &= CH \cdot BC = 1 \times 10 \Rightarrow AC = \sqrt{10} \end{aligned}$$

-۱۰

$$\begin{cases} D_f = \mathbb{R} \\ D_g = \mathbb{R} \end{cases}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 + 4} = \frac{(x^2 - 4)(x^2 + 4)}{x^2 + 4} = x^2 - 4 = g(x)$$

دو تابع با هم مساوی هستند.

-۱۱  
(الف)

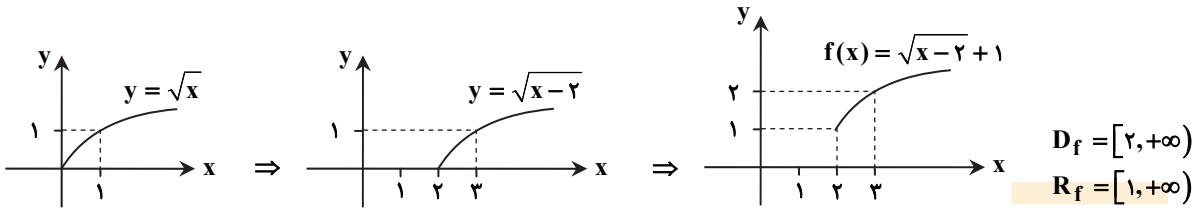
$$\text{الف) } f(x) = \frac{x}{x^3 + x^2 - 2x}$$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 + x - 2) = 0 \Rightarrow x(x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, -2, 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 1\}$$

(ب)

$$f(x) = \frac{3}{2}x - 4 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 4 \Rightarrow 2y = 3x - 8 \Rightarrow x = \frac{2y+8}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+8}{3}$$

-۱۲

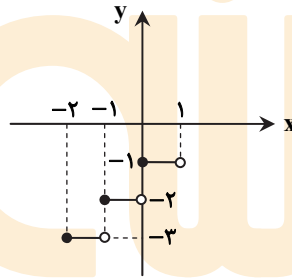


$$g(x) = [x] - 1 \text{ و } -2 \leq x < 1$$

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow g(x) = -2 - 1 = -3$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow g(x) = -1 - 1 = -2$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow g(x) = 0 - 1 = -1$$



-۱۳

$$f = \{(-1, 2), (2, 4), (0, 3), (3, 0)\}$$

$$g = \{(2, 5), (0, -2), (3, 4), (5, 2)\}$$

$$\text{الف) } (3g - 5f)(0) = 3g(0) - 5f(0) = 3(-2) - 5 \times 3 = -6 - 15 = -21$$

$$\text{ب) } -2f = \{(-1, -4), (2, -8), (0, -6), (3, 0)\}$$

$$\text{ج) } D_f = \{-1, 2, 0, 3\} \text{ و } D_g = \{2, 0, 3, 5\} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{2, 0, 3\}$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ \left(2, \frac{5}{4}\right), \left(0, \frac{-2}{3}\right), \left(3, \frac{4}{0}\right) \right\} = \left\{ \left(2, \frac{5}{4}\right), \left(0, \frac{-2}{3}\right) \right\}$$

تعریف نشده

-۱۴

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{200^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{200\pi}{180} = \frac{10\pi}{9} \text{ رادیان}$$