

نمونه سؤالات پایانی نیمسال اول

۱

بارم	ردیف
۱	۱
۱	۲
۱	۳
۱	۴

درست و نادرست بودن عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(الف) مجموعه عددهای صحیح بین ۳- و ۴- یک زیرمجموعه دارد.

(ب) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ همواره عددی گنگ است.

(ج) هر دو مثلث متساوی الساقین متشابهند.

(د) ساده شده عبارت $\sqrt{(3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2}$ به صورت $3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}$ است.

جاهای خالی را با عدد و یا کلمه مناسب پر کنید.

(الف) اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $|a - b|$ بدون نماد قدر مطلق به صورت است.

(ب) اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، آنگاه $n(A - B)$ برابر با است.

(ج) درستی عبارت «در هر مثلث محل برخورد ارتفاعها درون مثلث است.» را می توان با یک مثال کرد.

(د) حاصل عبارت $\sqrt{8} - 2\sqrt{2}$ برابر با عدد است.

گزینه درست را انتخاب کنید.

(الف) اگر $n(A) = 9$ ، $n(A \cap B) = 5$ و $n(B - A) = 3$ باشد، آنگاه $n(A \cup B)$ حداقل چند عضو دارد؟

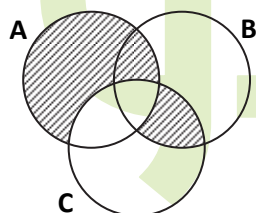
۴ (۴)

۱۲ (۳)

۸ (۲)

۱۷ (۱)

(ب) قسمت هاشورخورده با کدام مجموعه برابر است؟



(۱) $B - (A \cup (B \cap C))$

(۲) $(A - C) \cup [(B \cap C) - A]$

(۳) $A \cup (B \cap C)$

(۴) $(A \cap B) \cup [A - (B \cup C)]$

(ج) اگر $\frac{a}{45}$ یک کسر کوچک تر از واحد باشد، چند عدد طبیعی به جای a می توان قرار داد که نمایش اعشاری کسر

۴ (۴)

۳ بی شمار

۱۲ (۲)

مختوم باشد؟

۵ (۱)

(د) معکوس عدد $(\frac{2}{5})^{-2}$ برابر با کدام گزینه است؟

$\frac{5^{-2}}{2}$ (۴)

$\frac{1}{16}$ (۳)

$(\frac{5}{2})^2$ (۲)

$\frac{6}{25}$ (۱)

عبارتهای ستون اول را به عبارت مناسب و مربوط به آن در ستون دوم وصل کنید. (یک عبارت در ستون دوم اضافه است.)

ستون دوم	ستون اول
• الف) ۲	• (۱) به عضوهای یک مجموعه ۳ عضو اضافه کرده ایم، زیر مجموعه هایش x برابر شد.
• ب) ۴	• (۲) دهمین رقم بعد از اعشار در نمایش اعشاری $\frac{8}{33}$ این عدد است.
• ج) ۶	• (۳) حاصل عبارت $ 1 - \sqrt{7} \times \sqrt{7} + 1 $ برابر این عدد است.
• د) ۸	

بارم

ردیف

۱ مجموعه‌های $A = \{3x - 1, 3\}$ و $B = \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}, 2y + 5, \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \right\}$ با هم برابرند. مقادیرهای x و y را بیابید.

۶ با توجه به مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 = x\}$ و $B = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$ و C عددهای حسابی کوچک‌تر از ۳، به سؤالات داده شده مربوط به همین مجموعه‌ها پاسخ دهید.
الف) اعضای هر ۳ مجموعه را داخل آکولاد بنویسید.

$$A = \{ \quad \}$$

$$B = \{ \quad \}$$

$$C = \{ \quad \}$$

۰/۷۵

ب) عضوهای مجموعه $(A - B) \cup C$ را بنویسید.

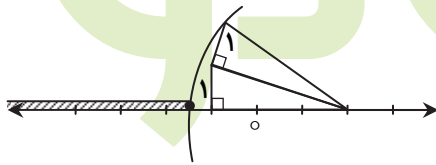
۰/۵

ج) طرف دیگر تساوی $n(B \cap C) =$ را بنویسید. ابتدا عضوهای $B \cap C$ را بنویسید.

۷ در پرتاب هم‌زمان دو تاس چقدر احتمال دارد که مجموعه دو عدد روشده حداکثر ۵ شود؟ تمام حالت‌ها را بنویسید.

۸ به سؤالات داده شده پاسخ دهید.
الف) بین دو عدد ۲ و $\sqrt{3}$ دو عدد گنگ بنویسید.
ب) مجموعه متناظر با محور داده شده را به زبان ریاضی بنویسید.

۱



۰/۵

ج) عدد $\sqrt{21} + 3 -$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

۱

د) حاصل $A = \frac{1 - \frac{2}{3}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{12}} \div \left(-1\frac{1}{3}\right)$ را به دست آورید.

۰/۲۵

ه) نمایش اعشاری کسر $\frac{15}{24}$ به کدام یک از حالت‌های مختوم و یا متناوب است؟

۰/۷۵

و) اگر $a = -1/5$ و $b = \frac{1}{4}$ و $c = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $|2a - b - c| - 2$ را به دست آورید.

۹ ...

الف) درستی و یا نادرستی استدلال زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

۰/۵

مستطیل چهارضلعی است که قطرهایشان با هم برابرند. \Leftrightarrow چهارضلعی ABCD مستطیل است.
در چهارضلعی ABCD قطرها با هم برابرند.

۱/۲۵

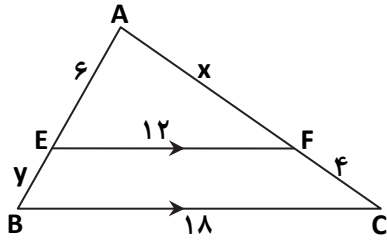
ب) در مثلث ABC ارتفاع‌های وارد بر AB و AC با هم برابرند، ثابت کنید مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

۰/۷۵

ج) هریک سانتی‌متر روی یک نقشه معادل ۵۰ متر در واقعیت است. اگر فاصله دو نقطه در واقعیت ۳ متر باشد، روی نقشه چند سانتی‌متر است؟

بارم

۱



ردیف

۱۰

مثلث ABC با مثلث AEF متشابه است.

الف) نسبت تشابه این دو مثلث را بیابید.

ب) مقدار x و y را مشخص کنید.

... ۱۱

۱

الف) حاصل عبارت $A = \frac{4^{-11} \times 16^3}{(0.125)^7 \times 8^{10}}$ را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

۱

ب) حاصل عبارت مقابل را به دست آورده و به صورت نماد علمی بنویسید.

$$\frac{12/5 \times 10^{-2}}{0.0025 \times 10^{-19}} =$$

۱

ج) حاصل عبارت رادیکالی $A = \frac{3\sqrt{12} + \sqrt{27} - 2\sqrt{75}}{\sqrt{12}}$ را به ساده ترین صورت بنویسید.

د) مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

۰/۷۵

$$\frac{3b}{\sqrt[3]{9b}}$$

موفق باشید.



پاسخنامه

۱-

الف) درست. مجموعه عددهای صحیح بین ۳- و ۴- یک زیرمجموعه دارد. این مجموعه یک مجموعه تهی است و تنها یک زیرمجموعه دارد که خودش است.

ب) نادرست. مثلاً حاصل ضرب $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ و عدد گویا است.

ج) نادرست.

د) درست.

$$\sqrt{(3\sqrt{5} - 5\sqrt{3})^2} = \left| \overset{\text{منفی}}{3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}} \right| = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{5}$$

۲-

الف) $b - a$

$$\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases} \Rightarrow \left| \overset{\text{منفی}}{a - b} \right| = -(a - b) = b - a$$

ب) $n(A)$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = n(A) - 0 = n(A)$$

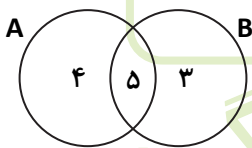
ج) نقض

د) صفر

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{8} - 2\sqrt{2} = 0$$

۳-

الف) گزینه ۳



$$n(A \cup B) = 4 + 5 + 3 = 12$$

ب) گزینه ۲

ج) گزینه ۴. کسری نمایش اعشاری مختوم دارد که در تجزیه مخرجش فقط عاملهای ۲ یا ۵ باشد. بنابراین کسر $\frac{a}{45}$ که به صورت

کسر کوچکتر از واحد است، فقط از عددهای ۹، ۱۸، ۲۷، ۳۶ می توان استفاده کرد. بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

د) گزینه ۳

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{4}{25} = 0.16$$

نمونه سؤالات پایانی نیمسال اول

۵

-۴

(۱) ← د

(۲) ← ب

(۳) ← ج

بررسی موارد ستون اول:

(۱) اگر ۳ عضو به عضوهای یک مجموعه اضافه شود، زیرمجموعه‌هایش 2^3 یعنی ۸ برابر می‌شود.

(۲) کسر $\frac{8}{33}$ به صورت $0.242424\dots$ است، بنابراین دهمین رقم ۴ است.

$$\frac{8}{33} = 0.\overline{24}$$

(۳)

$$\overbrace{|1-\sqrt{7}|}^{\text{منفی}} \times |\sqrt{7}+1| = (\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1) = 7 + \sqrt{7} - \sqrt{7} - 1 = 6$$

-۵

$$A = \{3x-1, 3\}$$

$$B = \left\{ \frac{2}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}, 2y+5, \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} \right\} \Rightarrow B = \{2, 2y+5, \sqrt{4}\} \xrightarrow{\sqrt{4}=2} \{2, 2y+5\}$$

$$\{3x-1, 3\} = \{2, 2y+5\} \Rightarrow \begin{cases} 3x-1=2 \Rightarrow 3x=3 \Rightarrow x=1 \\ 2y+5=3 \Rightarrow 2y=-2 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

-۶

(الف)

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 = x\} \Rightarrow A = \{-1, 0, 1\}$$

$$B = \left\{ x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, \overbrace{-2, -1, 0, 1, 2}^{-2 \leq x \leq 2} \right\} \Rightarrow \{3, 0, -1\}$$

$$C = \{0, 1, 2\}$$

(ب)

$$(A-B) \cup C = \{1\} \cup \{0, 1, 2\} = \{0, 1, 2\}$$

(ج)

$$n(B \cap C) = 1$$

$$B \cap C = \{0\}$$

-۷

حداکثر ۵ یعنی خود ۵ و کمتر از ۵، یعنی مجموع دو تاس ۵ یا ۴ یا ۳ یا ۲ شود.

$$۲ \text{ مجموع} \Rightarrow (۱, ۱)$$

$$۳ \text{ مجموع} \Rightarrow (۱, ۲), (۲, ۱)$$

$$۴ \text{ مجموع} \Rightarrow (۱, ۳), (۳, ۱), (۲, ۲)$$

$$۵ \text{ مجموع} \Rightarrow (۱, ۴), (۴, ۱), (۲, ۳), (۳, ۲)$$

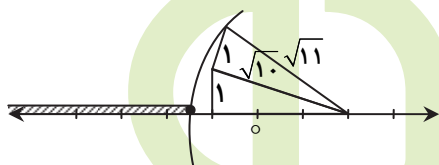
$$\frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$$

-۸

الف) عدد ۲ را به صورت $\sqrt{۴}$ می‌نویسیم. اکنون بین دو عدد $\sqrt{۳}$ و $\sqrt{۴}$ دو عدد گنگ می‌نویسیم، بی‌شمار عدد گنگ بین این دو عدد قرار دارد، مثال:

$$\sqrt{۳/۱}, \sqrt{۳/۲}, \sqrt{۳/۳}, \dots$$

ب)



$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2 - \sqrt{11}\}$$

ج) راه حل اول:

$$-۳ + \sqrt{۲۱} \Rightarrow \sqrt{۱۶} < \sqrt{۲۱} < \sqrt{۲۵} \Rightarrow ۴ < \sqrt{۲۱} < ۵ \Rightarrow -۳ + ۴ < -۳ + \sqrt{۲۱} < -۳ + ۵ \Rightarrow ۱ < -۳ + \sqrt{۲۱} < ۲$$

بین دو عدد صحیح ۱ و ۲ قرار دارد.

راه حل دوم:

$$\sqrt{۲۱} = ۴/۵ \Rightarrow -۳ + ۴/۵ = ۱/۵$$

پس $-۳ + \sqrt{۲۱}$ بین دو عدد صحیح ۱ و ۲ قرار دارد.

د)

$$A = \frac{1 - \frac{2}{3}}{\frac{1 \times 2}{6 \times 2} + \frac{1}{12}} \div \left(-1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{12}} \div \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} \div \left(-\frac{4}{3}\right) = -1$$

ه) نمایش اعشاری کسر $\frac{۱۵}{۲۴}$ مختوم است، چون فقط عامل ۲ در مخرج وجود دارد.

$$\frac{۱۵}{۲۴} = \frac{۵}{۸}$$

و)

$$|2a - b - c| - 2 \xrightarrow{\substack{a = -1/5, b = 1/4 = .25 \\ c = 3/4 = .75}} \left| \overbrace{2 \times (-1/5) - .25 - .75}^{-4} \right| - 2 = |-4| - 2 = 4 - 2 = 2$$

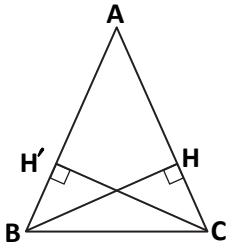
نمونه سؤالات پایانی نیمسال اول

۷

۹-

الف) نادرست. چون در ذوزنقه متساوی الساقین که یک چهارضلعی است نیز قطرها با هم برابرند، ولی مستطیل نیست، پس ممکن است چهارضلعی ABCD یک ذوزنقه متساوی الساقین باشد.

ب) ابتدا شکل مسئله را رسم می کنیم و سپس فرض و حکم را می نویسیم:



فرض: $BH = CH$

حکم: ΔABC متساوی الساقین: $AB = AC$, $\hat{B} = \hat{C}$

همنهشتی دو مثلث BHC و BCH' را ثابت می کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{وتر مشترک } BC = BC \\ \text{طبق فرض } BH = CH' \\ H = H' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وض}} \Delta BHC \cong \Delta CBH' \xrightarrow{\text{تساوی اجزای}} \hat{B} = \hat{C}$$

پس چون دو زاویه مجاور به BC یعنی \hat{B} و \hat{C} با هم برابر شدند، پس مثلث ABC متساوی الساقین است و AB و AC با هم برابر می شوند. ج) ابتدا باید واحدهای نقشه و واقعیت را یکسان کنیم.

$$50m = 5000cm$$

$$\frac{1}{5000} = \frac{x}{300} \Rightarrow x = \frac{300}{5000} = \frac{6}{100}$$

فاصله بین این دو نقطه در نقشه ۰/۰۶ متر است.

۱۰-

الف) نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه، نسبت تشابه است.

$$\text{نسبت تشابه: } \frac{EF}{BC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{6}{6+y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 6+y=9 \Rightarrow y=3$$

$$\frac{AF}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2x+8=3x \Rightarrow x=8$$

۱۱-

$$A = \frac{4^{-11} \times 16^3}{(0.125)^7 \times 8^{10}} = \frac{(2^2)^{-11} \times (2^4)^3}{8^{-7} \times 8^{10}} = \frac{2^{-10}}{(2^3)^3} = \frac{2^{-10}}{2^9} = \frac{1}{2^{19}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{19} \quad \text{الف)}$$

$$\frac{12/5 \times 10^{-2}}{2/5 \times 10^{-3}} = \frac{5 \times 10^{-2}}{10^{-3} \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{-2} \times 10^{22} = 5 \times 10^{20} \quad \text{ب)}$$

$$A = \frac{3\sqrt{12} + \sqrt{27} - 2\sqrt{75}}{\sqrt{12}} = \frac{3 \times 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 2 \times 5\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 10\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{-1\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = -\frac{1}{2} \quad \text{ج)}$$

$$\frac{3b}{\sqrt[3]{9b}} = \frac{3b}{\sqrt[3]{3^2 \times b}} \times \frac{\sqrt[3]{3 \times b^2}}{\sqrt[3]{3 \times b^2}} = \frac{3b \times \sqrt[3]{3 \times b^2}}{\sqrt[3]{3 \times b^2}} = \sqrt[3]{3b^2} \quad \text{د)}$$