

دفترچه شماره ۲

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد سؤال

مواد امتحانی

۸۰ دقیقه

۱۵۰

۱۰۱

۵۰

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۸۰ دقیقه

۱۰۱- دنباله‌های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ‌تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله‌ها می‌توان یافت که جملات آن عضو مجموعه $\{1, 2, \dots, 100\}$ باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۰۲- کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- (۱) $x = 2$ (۲) $x = 2/5$ (۳) $x = 3$ (۴) $x = 3/5$

۱۰۳- مجموعه‌های A, B, C و D را در نظر بگیرید. تعداد اعضای C ، دو واحد بیشتر از A و تعداد اعضای D ، سه واحد کمتر از B است. اگر تعداد اعضای مجموعه $C \times B$ ، ۲۵ درصد بیشتر از تعداد اعضای مجموعه $A \times B$ و $1/5$ برابر تعداد اعضای مجموعه $A \times D$ باشد، اختلاف تعداد اعضای مجموعه‌های A و B چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۰

۱۰۴- اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $(A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B]))$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) $(A - B)'$ (۲) $B - A$ (۳) B (۴) \emptyset

۱۰۵- کدام گزاره زیر، هم‌ارز منطقی گزاره $q \Leftrightarrow (p \vee q)$ است؟

- (۱) p (۲) $p \vee q$ (۳) q (۴) $\sim p \Leftrightarrow q$

۱۰۶- α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $0 < \beta < \alpha$ و $12\sqrt{2} + 85 = 2\beta^2 + 3\alpha^2$ باشد، مقدار a چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) $13/4$ (۳) $21/5$ (۴) ۲

۱۰۷- اگر $\frac{1}{a^3 + 1} + \frac{1}{a^3 - 1} = 2$ باشد، حاصل $(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3 + 1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3 + 1}})^{1401}$ چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۰۸- تابع $f(x) = x^2 \sqrt{x^2}$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{x^3}, x \leq 0$ (۲) $-\sqrt[3]{x}, x \leq 0$ (۳) $-\sqrt{x^3}, x \geq 0$ (۴) $-\sqrt[3]{x}, x \geq 0$

۱۰۹- فاصله نقطه A روی خط $x + y = a$ از دو نقطه $B(-3, 2)$ و $C(-1, 4)$ به ترتیب برابر $\sqrt{29}$ و ۵ است. مقدار a چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) $1/2$ (۳) $-1/2$ (۴) -۲

۱۱۰- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{2x}}{3x - \sqrt{2}}$ باشد، حاصل $f \circ f \circ f(\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) $1/\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) $1/2$

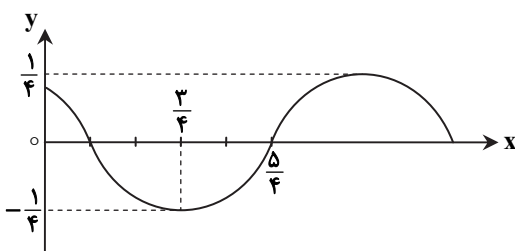
۱۱۱- فرض کنید $5^x = 10$ است. اگر $2^{f(x)} = 20$ باشد، ضابطه f کدام است؟

- (۱) $\frac{2x+1}{x+1}$ (۲) $\frac{x-1}{2x-1}$ (۳) $\frac{2x-1}{x-1}$ (۴) $\frac{x+1}{2x+1}$

۱۱۲- اندازه زاویه A در مثل ABC ، ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است. حاصل $2\cos A \sin B - \sin C$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۱۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx + c)$ را نشان می‌دهد. اگر $b > 0$ و $0 < c < \pi$ باشد، مقدار $\frac{ac}{b}$ کدام است؟



- (۱) $1/16$

- (۲) ۱

- (۳) $1/4\pi$

- (۴) π

۱۱۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ در بازه $[-\pi, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{7\pi}{3}$ (۳) $\frac{9\pi}{4}$ (۴) $\frac{11\pi}{6}$

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۳ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} |x| + [-x] & |x^2| < x^2 \\ 1 + \cos \pi x & |x^2| = x^2 \\ [x^2] - [x] & |x^2| > x^2 \end{cases}$ در چند نقطه ناپیوسته است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) بی‌شمار (۴) در همهٔ نقاط پیوسته است.

۱۱۷- چندجمله‌ای $p(x) = x^{3n+1} + 2x^{3n} + x^6 + 3x^5 + 16a$ به‌ازای هر عدد طبیعی n بر $x+2$ بخش‌پذیر است. برای $n=1$ ، باقی‌ماندهٔ تقسیم $p(x)$ بر $x^2 + 2x - 3$ کدام است؟

- (۱) $-15x + 24$ (۲) $-15x + 14$ (۳) $-5x + 34$ (۴) $-5x + 44$

۱۱۸- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به‌جز دستهٔ اول و دوم)، برابر بزرگ‌ترین عضو دستهٔ قبل است؛ یعنی $\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9, 10, 11, 12\}, \dots$ میانگین عضوهای دستهٔ سیزدهم، کدام است؟

- (۱) $2304/5$ (۲) $3072/5$ (۳) $4608/5$ (۴) $6144/5$

۱۱۹- تابع $f(x) = \frac{|ax+1| + 2x}{|x|+b}$ دارای دو مجانب افقی و دو مجانب قائم است. اگر هر ریشهٔ مخرج با یکی از حدهای تابع در بی‌نهایت برابر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۰- در نقطهٔ تلاقی منحنی‌های $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos x$ و $g(x) = \frac{3}{2} \sin x$ در بازه $[0, \pi]$ خط مماسی بر منحنی $f(x)$ رسم می‌شود. این خط، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{\pi}{4} - 1$ (۲) $\frac{\pi}{4} - 3$ (۳) $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{8}$ (۴) $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{8}$

۱۲۱- تابع f مشتق‌پذیر و با دورهٔ تناوب ۵ است. اگر $f'(-1) = \frac{3}{2}$ و $f(x) = f(x+1) + f(3x+10)$ باشد، حاصل $g'(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{7}{2}$ (۳) ۶ (۴) $\frac{13}{2}$

۱۲۲- اگر $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(\delta-h) - 2f(\delta-h) + 2}{h(\delta-h)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{30}$ (۲) $-\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $-\frac{13}{15}$

۱۲۳- نقطهٔ $A(-1, 1)$ اکستریم نسبی تابع $y = x^2|x| + 3ax^2 + b$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۲۴- محل تلاقی مجانب‌های تابع هموگرافیک $y = \frac{ax+3}{(a+1)x+(a-1)}$ ، نقطهٔ مینیمم تابع $y = \frac{3}{2}x^2 + x + \frac{5}{6}$ است. نمودار این تابع هموگرافیک، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۲۵- چند عدد طبیعی پنج‌رقمی با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت که ارقام آن یک در میان زوج و فرد باشند؟

- (۱) ۱۸۴۰ (۲) ۱۹۲۰ (۳) ۲۱۶۰ (۴) ۲۴۰۰

۱۲۶- در یک تجربه تصادفی، $S = \{x, y, z\}$ یک فضای نمونه‌ای است. اگر $P(x)$ ، $P(y)$ و $P(z)$ یک دنباله هندسی با قدرنسبت کمتر از واحد، تشکیل دهند و واسطه هندسی آن‌ها $\frac{1}{5}$ باشد، کمترین مقدار احتمال یک پیشامد ساده در S ، چقدر است؟

- (۱) $\frac{2-\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{2-\sqrt{3}}{5}$ (۳) $\frac{2-\sqrt{3}}{10}$ (۴) $\frac{2-\sqrt{2}}{10}$

۱۲۷- در یک کیسه ۱۶ گوی به شماره‌های ۱ تا ۱۶ وجود دارد. دو گوی به‌طور متوالی و بدون جای‌گذاری، به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم شماره گوی دوم از شماره گوی اول کمتر است، با کدام احتمال شماره گوی اول ۱۶ است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{12}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۸- برای برآورد میانگین درآمد افراد یک جامعه از دو نمونه تصادفی استفاده کرده‌ایم. اندازه نمونه دوم را طوری انتخاب می‌کنیم که انحراف معیار برآورد میانگین با نمونه دوم، $\frac{2}{3}$ برابر مقدار محاسبه‌شده با نمونه اول باشد. اندازه نمونه دوم، چند برابر نمونه اول است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $2/25$ (۳) $2/75$ (۴) $3/5$

۱۲۹- میانگین شش داده آماری، عددی طبیعی است و توان دوم انحراف از میانگین این داده‌ها، به صورت $1, b^2, 9, 0, a^2, 9$ است. اگر واریانس این داده‌ها برابر ۴ باشد، مقدار ab کدام است؟ ($a, b \in \mathbb{Z}$)

- (۱) -4 (۲) 4 (۳) 2 (۴) -2

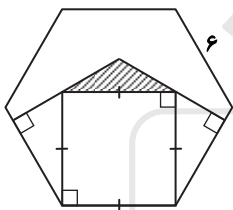
۱۳۰- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، نقطه M وسط ساق AB و عمودمنصف آن، ساق AC را در نقطه N قطع می‌کند. اگر $\widehat{NBC} = 54^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{MNB} چند درجه است؟

- (۱) 48 (۲) 56 (۳) 66 (۴) 78

۱۳۱- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه دو پاره‌خطی که ارتفاع وارد بر وتر، بر روی وتر ایجاد می‌کند $2/5$ و $14/4$ سانتی‌متر است. طول ارتفاع وارد بر وتر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $4/8$ (۲) 6 (۳) $7/2$ (۴) 8

۱۳۲- در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



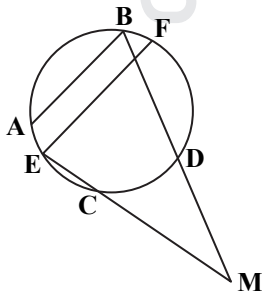
- (۱) $3\sqrt{3}$

- (۲) $2\sqrt{3}$

- (۳) 3

- (۴) 2

۱۳۳- در شکل زیر، $AB \parallel EF$ و اندازه کمان‌های $\widehat{AE} = 15^\circ$ ، $\widehat{EC} = 80^\circ$ و $\widehat{FD} = 100^\circ$ است. اگر $\widehat{BME} = 20^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{ABD} چند درجه است؟



- (۱) $71/25$

- (۲) 74

- (۳) 75

- (۴) $78/75$

۱۳۴- یک دوزنقه متساوی‌الساقین با طول قاعده‌های a و 6 واحد، بر دایره‌ای به مساحت 15π محیط است. مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{25}{3}$ (۲) 8 (۳) $\frac{32}{3}$ (۴) 10

۱۳۵- طول خط‌المركزین دو دایره مماس درونی $3/5$ سانتی‌متر و مساحت ناحیه محدود بین آن‌ها 21π سانتی‌متر مربع است. شعاع دایره کوچک‌تر، چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $1/25$ (۲) $1/75$ (۳) $2/25$ (۴) $2/75$

۱۳۶- در مربع ABCD، نقطه (۵، ۳) رأس B و طول رأس‌های C و D به ترتیب ۵/۵ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه D نسبت به محور xها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه C نسبت به قطر BD از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) ۲/۵ (۲) $\sqrt{6/5}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۲

۱۳۷- نیمساز داخلی زاویه A در مثلث ABC، ضلع مقابل را به پاره‌های ۳/۵ و ۲/۵ واحدی تقسیم کرده است. اگر اندازه زاویه C برابر ۶۰ درجه باشد، ضلع کوچک‌تر مثلث چند واحد است؟

- (۱) ۳/۷۵ (۲) ۴/۲۵ (۳) ۴/۷۵ (۴) ۵/۲۵

۱۳۸- اگر $A = \begin{bmatrix} x & -1 & -x \\ 0 & 0 & 4 \\ y & z & z \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 2z & \frac{1}{2} & 2 \\ 2z & 0 & -4y \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$ و ماتریس AB به‌ازای $y \in \mathbb{Z}$ ماتریس اسکالر باشد، مقدار xy کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۳۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ و ماتریس X در رابطه ماتریسی $X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ صدق کند، کوچک‌ترین درایه قطر اصلی ماتریس

X کدام است؟

- (۱) -۱۵ (۲) -۳ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۴۰- به‌ازای هر m، معادله $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره C است. اگر نقطه $A(-1, 1)$ روی دایره C باشد، محیط دایره C کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}\pi$ (۲) 2π (۳) 3π (۴) $2\sqrt{3}\pi$

۱۴۱- در سهمی $2y^2 - 2ay + 8x + b = 0$ نقطه $(-1, 1)$ رأس سهمی است، مقدار $\frac{a}{b}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۴۲- سه بردار $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ، $\vec{b} = (-1, 2, 0)$ و \vec{c} غیرواحد در یک صفحه و $\vec{h} = (x, y, 4)$ بردار ارتفاع متوازی‌السطوح حاصل از این سه بردار است. اگر $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$ و $\vec{b} \cdot \vec{c} = 5$ باشد، اندازه بردار \vec{c} کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{19}$ (۴) $\sqrt{21}$

۱۴۳- دو بردار که اندازه یکی دو برابر دیگری است، با هم زاویه 60° می‌سازند. زاویه بین بردار بزرگ‌تر و تفاضل دو بردار، چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

۱۴۴- نقاط (a, b) روی منحنی $y = \frac{3x-1}{x+2}$ قرار دارند. اگر $a, b \in \mathbb{Z}$ باشند، چند نقطه با این ویژگی روی این منحنی قرار دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۵- دو عدد $a^2 - 1$ و $a^2 + 6$ ، رقم یکان برابری دارند. رقم یکان $a^2 + a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴۶- اگر x و y هر دو عدد طبیعی باشند، معادله سیاله خطی $12x + 11y = 759$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۴۷- در یک گراف کامل $p(G) = \Delta^2(G) - 2\delta(G)$ است. مقدار $p(G)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴۸- درجه رأس‌های یک گراف ساده و همبند به‌صورت اعداد a، b، c، ۳، ۴، ۴، ۵ هستند. اگر تعداد یال‌های این گراف ۱/۵ برابر

$(a + b + c)$ باشد، چند حالت مختلف برای مجموعه $\{a, b, c\}$ وجود دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۴۹- چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۶۰۰۰ با مجموع ارقام ۸ وجود دارد؟

- (۱) ۱۵۵ (۲) ۱۶۵ (۳) ۱۶۴ (۴) ۱۵۸

۱۵۰- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ انتخاب شود تا مطمئن شویم دو زیرمجموعه با اشتراک تهی در آن‌ها وجود دارد؟

- (۱) ۶۵ (۲) ۶۴ (۳) ۴۵ (۴) ۴۶