

دفترچه شماره ۲

آزمون سراسری خارج کشور - سال ۱۴۰۱

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی

وقت پیشنهادی

تا شماره

از شماره

تعداد سؤال

مواد امتحانی

۸۰ دقیقه

۱۵۰

۱۰۱

۵۰

ریاضیات

مدت پاسخ‌گویی: ۸۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۵۰

ریاضیات

وقت پیشنهادی: ۸۰ دقیقه

۱۰۱- یک دانش آموز مربع‌هایی رسم می‌کند که مساحت هر مربع، ۹ برابر مساحت مربع رسم‌شده قبلی است. محیط این مربع‌ها، تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند. قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۰۲- نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m-1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{18}$ (۲) $-\frac{5}{18}$ (۳) $-\frac{7}{6}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۰۳- اگر U مجموعه مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشد، کدام مورد درست است؟

- (۱) $A = B$ (۲) $A = \emptyset$ (۳) $B = U$ (۴) $B = \emptyset$

۱۰۴- اگر A و B دو مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$ با کدام مجموعه برابر است؟

- (۱) A (۲) \emptyset (۳) $A - B$ (۴) $A' - B'$

۱۰۵- ارزش گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$ در کدام حالت زیر درست است؟

- (۱) p درست، q نادرست، r درست (۲) p نادرست، q نادرست، r نادرست

- (۳) p درست، q درست، r نادرست (۴) p نادرست، q درست، r نادرست

۱۰۶- اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$ باشند، به‌ازای کدام مقدار a ، به‌ترتیب سه عدد α ، a و β تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۰۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$ ، $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ باشد، مقدار k چقدر است؟

- (۱) $-\frac{27}{5}$ (۲) $\frac{27}{5}$ (۳) -۳ (۴) ۳

۱۰۸- تابع با ضابطه $y = \sqrt{(x+1)^2} - |3x-6|$ در یک بازه نزولی است. ضابطه وارون تابع در این بازه، کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}x - 7$ ، $x \geq 2$ (۲) $-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ ، $x \leq 3$ (۳) $-2x + 14$ ، $x \leq 3$ (۴) $-2x - \frac{14}{3}$ ، $x \geq 2$

۱۰۹- نمودارهای دو تابع $y = |x+2| + |x-1|$ و $3y + x = 17$ در دو نقطه A و B متقاطع هستند. اندازه پاره خط AB ، کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $4\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۱۱۰- فاصله نقطه تقاطع تابع $y = x^3 + 3x - 12$ با وارون خود، از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

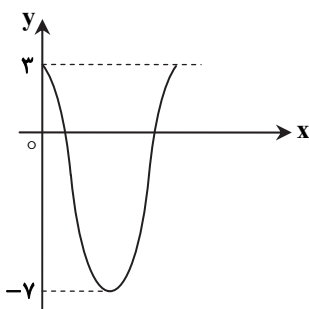
۱۱۱- اگر $a^2 + 9b^2 = 10ab$ باشد، مقدار $\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)$ ، واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟

- (۱) $\log a$ ، $\log 3b$ (۲) $\log a$ ، $\log b$ (۳) $\log \sqrt{a}$ ، $\log \sqrt{b}$ (۴) $\log \sqrt{a}$ ، $\log \sqrt{3b}$

۱۱۲- اگر انتهای کمان x در ربع سوم و $\frac{1-\sin x}{1+\sin x}$ باشد، مقدار صحیح $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۱۳- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = a \cos x + b$ را نشان می‌دهد، مقدار $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$

- (۲) $\frac{11}{2}$

- (۳) $-\frac{1}{2}$

- (۴) $-\frac{11}{2}$

۱۱۴- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\sin(x + \frac{\pi}{4})\cos(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{5\pi}{4}$

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2-3x} - \sqrt{2-5x}}{\sqrt{2-\cos x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱۶- تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & x > 0 \\ |b - x| & x = 0 \\ [x] - 2a & x < 0 \end{cases}$ یک تابع همواره پیوسته است. مقدار حقیقی $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{25}{16}$

۱۱۷- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $p(x) = x^2 + 4x + 5$ برابر $x + 2$ است. اگر $f(1) = 13$ و $f(-1) = 11$ باشد، خارج‌قسمت این تقسیم کدام مورد می‌تواند باشد؟

- (۱) $-x + 2$ (۲) $2x - 1$ (۳) $2x - 2$ (۴) $-2x + 3$

۱۱۸- اعداد طبیعی طوری دسته‌بندی شده‌اند که تعداد عضوهای هر دسته (به جز دستهٔ اول) برابر بزرگ‌ترین عضو دستهٔ قبل است؛ یعنی $\{1, 2\}$ ، $\{3, 4\}$ ، $\{5, 6, 7, 8\}$ ، ... میانهٔ عضوهای دستهٔ سیزدهم، کدام است؟

- (۱) $6144/5$ (۲) $6145/5$ (۳) $12289/5$ (۴) $12288/5$

۱۱۹- نقطهٔ $A(-\frac{1}{2}, 3)$ محل تلاقی مجانب‌های نمودار $y = \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + ax + 1}$ است. مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۱

۱۲۰- در کدام نقطه از منحنی $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر $6y - 3x = 1$ عمود است؟

- (۱) $(-2, 17)$ (۲) $(-1, 10)$ (۳) $(1, 2)$ (۴) $(2, 1)$

۱۲۱- اگر f تابع مشتق‌پذیر، $g(x) = f(\tan^2 x + \sqrt{2}\cos x)$ و $g'(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$ باشد، مقدار $f'(2)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۲۲- در بازهٔ $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin x \cos 2x$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \sin^4 x - \cos^4 x$ است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۲۳- نقاط $A(0, 0)$ و $B(1, 1)$ نقاط اکسترمم نسبی تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ هستند، حاصل ab کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۶

۱۲۴- در یک مطب ۵ صندلی در یک ردیف قرار دارد. ۷ بیمار هم‌زمان وارد مطب می‌شوند. به چند طریق بیماران می‌توانند روی ۵ صندلی بنشینند، به طوری که دو نفر از آن‌ها نخواهند کنار هم بنشینند؟

- (۱) ۱۵۶۰ (۲) ۱۸۰۰ (۳) ۲۰۴۰ (۴) ۲۲۸۰

۱۲۵- دو تاس همگن را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک عدد مضرب ۳ و مجموع دو عدد روشده برابر ۷ است؟

- (۱) $\frac{1}{18}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۲۶- مجموعهٔ $S = \{x, y, z, t, w\}$ ، فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و $A = \{x, y\}$ ، $B = \{x, y, z, t\}$ و $C = \{x, y, w\}$ سه

پیشامد از S هستند. اگر $P(A) = \frac{1}{7}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $P(C)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{24}{35}$ (۲) $\frac{16}{35}$ (۳) $\frac{19}{35}$ (۴) $\frac{11}{35}$

۱۲۷- فرض کنید علی و حسن دو کماندار باشند که با احتمال های $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{4}$ به هدف می‌زنند. اگر هر کدام از آن‌ها یک بار تیراندازی کنند و بدانیم حداقل یک تیر به هدف اصابت کرده است، با کدام احتمال علی به هدف زده است؟

- (۱) $\frac{15}{19}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{17}{25}$

۱۲۸- از اعداد صفر تا N ، پنج عدد ۱۱، ۸، ۵، ۲، ۹ به تصادف انتخاب شده‌اند. برآورد نقطه N به کمک میانگین، کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

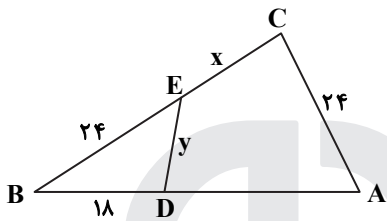
۱۲۹- در یک مطالعه آماری ۸۳ داده جمع آوری شده است. اگر توان دوم انحراف از میانگین داده‌ها برابر ۱ یا صفر باشد، حداقل چند داده با میانگین این داده‌ها برابر هستند؟

- (۱) صفر (۲) ۱۳ (۳) ۳ (۴) ۱

۱۳۰- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $\hat{A} = 80^\circ$ و عمودمنصف‌های دو ساق مثلث، قاعده BC را در نقاط M و N قطع می‌کند. کوچک‌ترین زاویه مثلث AMN چند درجه است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۱۳۱- در شکل زیر، $E\hat{C}A = E\hat{D}E$ و $AB = 48$ است. مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟



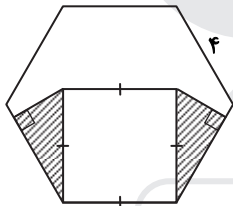
(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۲

۱۳۲- در شش‌ضلعی منتظم زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده چند سانتی‌متر مربع است؟



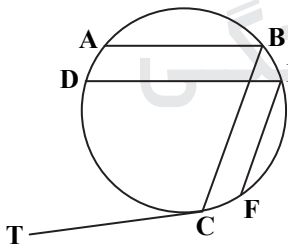
(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{3}$

۱۳۳- در شکل زیر، $AB \parallel DE$ و $EF \parallel BC$ است. اگر $\widehat{AB} = 60^\circ$ ، $\widehat{CD} = 100^\circ$ و $\widehat{EF} = 80^\circ$ باشد، اندازه \hat{BCT} چند درجه است؟



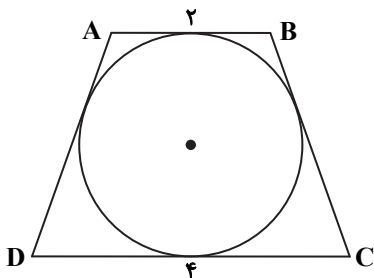
(۱) ۹۰

(۲) ۹۵

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۱۰

۱۳۴- در شکل زیر، دوزنقه متساوی‌الساقین $ABCD$ بر دایره‌ای محیط شده است. مساحت این دایره کدام است؟



(۱) 2π

(۲) 4π

(۳) 6π

(۴) 8π

۱۳۵- طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس خارج، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر شعاع دایره بزرگتر است. شعاع دایره بزرگتر، چند برابر شعاع دایره کوچکتر است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{16}{3}$

۱۳۶- در مربع ABCD، نقطه (۴, ۱) رأس A و عرض رأس‌های C و D به ترتیب ۱ و ۳ است. اگر بازتاب نقطه C نسبت به محور yها بر خودش منطبق شود، فاصله بازتاب نقطه D نسبت به قطر AC از مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{13}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴) $\sqrt{7}$

۱۳۷- اضلاع مثلثی با اعداد ۴، ۵ و ۶ متناسب است. نیمساز زاویه متوسط را رسم می‌کنیم. مساحت مثلث اصلی، چند برابر مساحت کوچکترین مثلث حاصل از رسم این نیمساز است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) ۳

۱۳۸- ماتریس $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$ ، I ماتریس همانی و α و β دو عدد حقیقی هستند که $\alpha A + \beta I = A^{-1}$. مقدار $\frac{\beta}{\alpha}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۲

۱۳۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس A^3 کدام است؟

- (۱) $[1 \ -1 \ 0]$ (۲) $[9 \ 12 \ 16]$ (۳) $[1 \ 0 \ -2]$ (۴) $[9 \ 5 \ -7]$

۱۴۰- معادله دایره‌ای که بر دو دایره $x^2 - 8x + y^2 + 15 = 0$ و $x^2 - 2x + y^2 = 0$ مماس خارج است و مرکزش روی یکی از محورهای قرار دارد، کدام است؟

- (۱) $x^2 + y^2 + 5x + 6 = 0$ (۲) $x^2 + y^2 - 5x + 6 = 0$
(۳) $4x^2 + 4y^2 - 20x + 25 = 0$ (۴) $4x^2 + 4y^2 + 20x + 25 = 0$

۱۴۱- فاصله دو کانون بیضی $x^2 + 4y^2 - 16y - 2x + 16 = 0$ ، کدام است؟

- (۱) $\sqrt{15}$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴۲- معادله‌های هم‌نهشتی $ax \equiv 2n^2 + 3n$ و $ax \equiv 2n + 1$ دارای جواب هستند. سه برابر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک a و ۵، کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۳

۱۴۳- رقم یکان عدد $(2! + 4! + \dots + 26!)(2! + 4! + \dots + 25!)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۸

۱۴۴- اگر y بزرگ‌ترین عدد سه‌رقمی باشد که در معادله سیاله خطی $15x + 21y = 9$ صدق کند، مقدار قرینه x کدام است؟

- (۱) ۱۳۹۸ (۲) ۱۳۹۹ (۳) ۱۳۹۱ (۴) ۱۳۹۰

۱۴۵- گراف G با ۹ رأس، غیر تهی، غیر کامل و K -منتظم است. بیشترین مقدار K، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۴۶- در گراف G، مجموعه همسایگی باز هر رأس دارای ۲ عضو است. اگر $q(\bar{G}) = 3q(G)$ باشد، مقدار $p(G)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴۷- در گراف با درجه رأس‌های ۳، ۳، ۳، ۳، ۱، دو رأس با کمترین درجه، غیرمجاورند. تعداد دورها به طول ۳ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۴۸- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + \sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 4$ کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۲۰ (۳) ۳۱ (۴) ۱۸

۱۴۹- در یک کلاس ۶۵ نفری، بیشترین مقدار n به گونه‌ای که مطمئن باشیم، حداقل n نفر دارای ماه تولد یکسان هستند، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۵۰- در گراف G، مجموعه همسایگی بسته هر رأس دارای ۴ عضو است. اگر $p(G) = 6$ باشد، مقدار $q(G)$ چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰