

۱- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (۱ نمره)

الف) اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x-1 & x \\ 0 & y \end{bmatrix}$  اسکالر باشد، مجموع درایه‌های  $A$  ..... است.

ب) دترمینان ماتریس قطری  $\begin{bmatrix} a & b & a-1 \\ 0 & b+1 & b \\ 1-a & 0 & 3a \end{bmatrix}$  برابر ..... است.

ج) شرط لازم و کافی برای وارون‌پذیری ماتریس مربعی  $A$  آن است که دترمینان ماتریس  $A$  ..... باشد.

د) دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} (m+1)x + y = 3 \\ -x + (m+1)y = 5 \end{cases}$  به‌ازای همه مقادیر  $m$  ..... جواب دارد.

۲- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

الف) در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  که در آن  $a_{ij} = \frac{2ij}{j+1}$  باشد، بزرگ‌ترین درایه سطر سوم عدد ۴ است.

ب) اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$  باشد،  $|-A|$  برابر ۸ است.

ج) اگر  $AB = \bar{O}$  باشد، یکی از دو ماتریس  $A$  یا  $B$  برابر  $\bar{O}$  می‌باشد.

د) اگر  $A^2 = A$  و  $A$  ماتریسی وارون‌پذیر باشد، آن‌گاه  $A$  ماتریس همانی است.

۳- ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با تعریف  $a_{ij} = \begin{cases} j^2 - 1 & i < j \\ i + j & i = j \\ i^2 - j^2 & i > j \end{cases}$  مفروض است. ماتریس  $A$  را با درایه‌هایش نمایش دهید. (۱ نمره)

۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$  باشند،  $a$  و  $b$  را طوری بیابید که حاصل ضرب  $B \times A$  ماتریس قطری باشد. (۱ نمره)

۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های  $A^{14 \times 2}$  را به‌دست آورید. (۱/۵ نمره)

۶- حاصل دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & -3 \end{bmatrix}$  را بیابید. (۱ نمره)

۷- دستگاه معادلات خطی  $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 4x + 3y = 10 \end{cases}$  را به روش ماتریس وارون حل کنید. (۱ نمره)

۸- ثابت کنید وارون یک ماتریس در صورت وجود یکتاست. (۱/۵ نمره)

۹- در معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x & 3 \end{bmatrix}$  مقدار  $x$  را بیابید. (۱ نمره)

۱۰- به‌ازای کدام مقدار  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} 3x + (m+3)y = 9 \\ (m-1)x + 4y = 6 \end{cases}$  فاقد جواب است؟ (۱ نمره)

۱۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 6 & 1 \\ 2 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $BA$  را بیابید. (۱/۵ نمره)

۱۲-  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  و  $|KI - A| = 0$  است. عدد  $K$  را بیابید. (۱/۵ نمره)

۱۳- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  مفروض است. اگر  $A^{-1} = mA + nI$  باشد، حاصل  $m + n$  را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۴- اگر  $2A = \begin{bmatrix} |A| & -1 \\ 4 & |A| \end{bmatrix}$  باشد، در این صورت  $|3A^{-1}|$  را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۵- اگر  $\begin{vmatrix} 1 & bc & 2a \\ 1 & 2ac & b \\ 1 & 2ab & c \end{vmatrix} = m$  باشد، حاصل  $\begin{vmatrix} 2a & 1 & 4a^2 \\ b & 1 & b^2 \\ c & 1 & c^2 \end{vmatrix}$  را بر حسب  $m$  به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۶- اگر  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  و  $A + \frac{A}{|A|} = |A|$  باشد، حاصل  $|A^{-1}| \cdot |A^{-1}|$  را به دست آورید. ( $|A| \neq 0$ ) (۱/۵ نمره)