

۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (۰/۷۵ نمره)

(الف) تابع $f(x) = -\log x$ روی دامنه خود اکیداً نزولی است.

(ب) تابع $f(x) = [x]$ روی بازه $[1, 2]$ مشتق‌پذیر است.

(ج) اگر $f'(a) = 0$ ، آن‌گاه $x = a$ طول نقطهٔ اکسترمم نسبی تابع f است.

۲- در جاهای خالی عدد یا عبارت مناسب قرار دهید. (۰/۷۵ نمره)

(الف) اگر $f^{-1}(x) = 2x$ و $g(x) = x^3 - 1$ ، آن‌گاه $(f^{-1} \circ g^{-1})(7)$ برابر است.

(ب) اگر $f'(5) = 7$ ، مشتق تابع $y = f(x^2 + 1)$ در $x = 2$ برابر است.

(ج) از دوران یک نیم‌دایره حول قطر آن یک پدید می‌آید.

۳- در سؤالات زیر گزینهٔ درست را انتخاب کنید. (۰/۵ نمره)

(الف) اگر $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{4}$

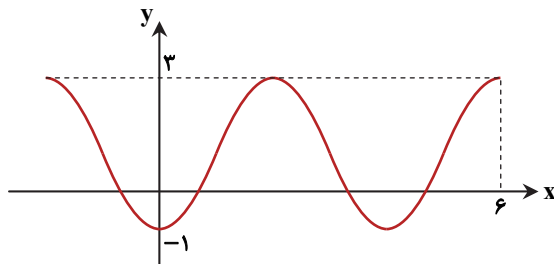
(ب) باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + 2x^2 + mx - 5$ بر $x + 2$ برابر $3m$ است. مقدار m کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۴- نمودار تابع $y = \sqrt{2x+1}$ را ابتدا ۳ واحد در امتداد محور طول‌ها به سمت چپ می‌آوریم و سپس با ضریب ۲ انبساط افقی می‌دهیم. ضابطهٔ تابع جدید را بنویسید. (۰/۵ نمره)

۵- توابع $f(x) = \sqrt{25-x^2}$ و $g(x) = \frac{x}{x-4}$ مفروض‌اند. دامنهٔ تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به‌دست آورید. (۱/۵ نمره)

۶- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + c$ یا



$y = a \cos bx + c$ است. با محاسبهٔ مقادیر a ، b و c ، ضابطهٔ تابع را

به‌دست آورید. ($b > 0$) (۱ نمره)

۷- معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin^2 x + 5 \cos x + 1 = 0$ را حل کنید. (۱/۲۵ نمره)

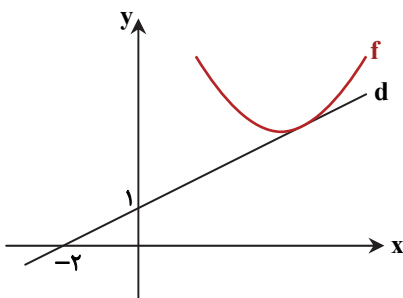
۸- حاصل‌دهای زیر را به‌دست آورید. (۱/۷۵ نمره)

(الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{2x+8}}{x^2 - 4x}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 + x}{4x^2 - x^3}$

۹- حدود a را طوری به‌دست آورید که $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{[x]} + a}{x^2 - 9} = +\infty$. [] نماد جزء صحیح است. (۰/۵ نمره)

۱۰- مطابق شکل روبه‌رو، خط d در نقطه‌ای به طول $x = 4$ بر تابع f مماس است.

حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - 3}{2h}$ را به‌دست آورید. (۱ نمره)



۱۱- مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست.) (۱/۷۵ نمره)

الف) $f(x) = (\sqrt{3x+1})(x^3 - 2x)^3$

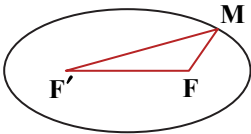
ب) $g(x) = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x^2-1}$

۱۲- آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x) = \frac{2x}{x+2}$ در نقطه‌ای به طول $x = a$ با آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه $[-1, 2]$ برابر است. مقدار a را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

۱۳- تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + x$ مفروض است. با رسم جدول تغییرات، نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع f را به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۱۴- حاصل ضرب دو عدد حقیقی و مثبت x و y برابر ۲۴ است، مقادیر x و y را طوری بیابید که $3x + 2y$ کمترین مقدار باشد. (۱/۲۵ نمره)

۱۵- در بیضی مقابل که $2a$ ، $2b$ و $2c$ به ترتیب قطر بزرگ، قطر کوچک و فاصله کانونی آن هستند، محیط مثلث MFF' برابر ۱۶ است. اگر خروج از مرکز بیضی برابر $6/10$ باشد، مقادیر a ، b و c را به دست آورید. (F و F' کانون‌های بیضی هستند.) (۱/۲۵ نمره)



۱۶- معادلات دایره‌های $C(O, r)$ و $C'(O', r')$ به ترتیب به صورت $x^2 + y^2 - 4x = 12$ و $(x+1)^2 + (y-m)^2 = 81$ است. مقادیر ممکن برای m را طوری بیابید که دو دایره مماس درون باشند. (۱/۵ نمره)

۱۷- دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره سفید و ۳ مهره زرد و ظرف دوم شامل ۵ مهره سفید و ۴ مهره زرد است. از طرف اول یک مهره به تصادف انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم به تصادف انتخاب می‌کنیم. به چه احتمالی این مهره زرد است؟ (۲ نمره)