

۱- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

(الف) اگر تابع f در بازه (a, b) پیوسته باشد، آن‌گاه در تمامی نقاط این بازه پیوسته است.

(ب) یک رادیان، اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به کمانی از دایره است که طول آن کمان ۱ واحد باشد.

(ج) تابع f یک‌به‌یک است، هرگاه هر دو عضو متمایز در دامنه f به دو عضو متمایز در برد آن نظیر شود.

(د) نمودار $y = 3^x$ همواره بالای نمودار $y = 2^x$ قرار دارد.

۲- عبارت درست را از داخل کمانک (پرانترز) انتخاب کنید. (۱ نمره)

(الف) تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{[x]+4}$ در $x = -3$ حد (دارد- ندارد).

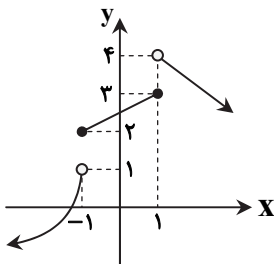
(ب) دو تابع $f(x) = (x^2)^2$ و $g(x) = (x^2)^{\frac{1}{2}}$ با هم مساوی (هستند- نیستند).

(ج) $\cos 3$ عددی (مثبت- منفی) است.

(د) بُرد تابع $f(x) = \log_3 x$ $(\mathbb{R}, (0, +\infty))$ است.

۳- گزینه درست را انتخاب کنید. (۱ نمره)

(الف) شکل روبه‌رو، نمودار تابع f است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) صفر

(ب) حاصل $\frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)}{\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)}$ کدام است؟

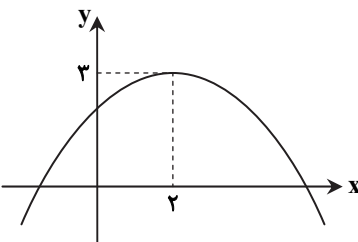
$-\tan \alpha$ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

$\tan \alpha$ (۱)

(ج) با توجه به نمودار f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]$ کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

(۴) موجود نیست.

(د) مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی $1, 4, 7, \dots$ کدام است؟

۵۷۰ (۴)

۵۸۰ (۳)

۵۶۰ (۲)

۵۹۰ (۱)

۴- خط $2x + y = 6$ به دایره C به مرکز $O(-1, 0)$ مماس است. (۵/۱ نمره)

(الف) شعاع دایره C را بیابید.

(ب) بررسی کنید آیا نقطه $A(2, -4)$ روی دایره قرار دارد یا خیر.

۵- معادلات زیر را به روش جبری حل کنید. (۲/۲۵ نمره)

الف) $||x-3|=2$

ب) $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$

۶- برای تابع $f: [2, 5] \rightarrow [-3, 1]$ ، کدام یک از نمایش‌های زیر نیز قابل قبول است؟ (ممکن است بیش از یک مورد درست باشد). (۵/۰ نمره)

الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
ب) $f(x) = |x-3| - 1$

الف) $f: [2, 5] \rightarrow [-1, 1]$
 $f(x) = |x-3| - 1$

د) $f: [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = |x-3| - 1$

ج) $f: [2, 5] \rightarrow [0, 1]$
 $f(x) = |x-3| - 1$

۷- نمودار تابع $f(x) = -\left[\frac{1}{3}x\right] + 1$ را در بازه $[-3, 6]$ رسم کنید. (۱ نمره)

۸- اگر $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-3} - 1$ باشد: (۲ نمره)

الف) دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ را به دست آورید.

ب) مقدار $f^{-1}(1)$ را به دست آورید.

ج) حاصل $\left(\frac{f}{g}\right)(3)$ را به دست آورید.

۹- نمودار تابع $y = -3^x + 3$ را رسم کنید. (۵/۰ نمره)

۱۰- معادله $\log 3 = \log(x-2) - 2 \log(2x+1)$ را حل کنید. (۱/۲۵ نمره)

۱۱- نیمه عمر یک ماده ۱۰ سال است. بعد از گذشت چند سال از ۱۰ گرم آن، ۱ گرم باقی می‌ماند؟ (۷۵/۰ نمره) ($\log 2 = 0.3$)

۱۲- الف) حاصل عبارت $\tan\left(-\frac{25\pi}{3}\right) \times \cos 57^\circ$ را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

ب) اگر α در ربع دوم باشد و $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ ، حاصل $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ را به دست آورید. (۷۵/۰ نمره)

۱۳- نشان دهید $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \tan \alpha$. (۷۵/۰ نمره)

۱۴- نمودار تابع $y = |\cos x| - 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. (۵/۰ نمره)

۱۵- مقدار حدهای زیر را بیابید. (۳ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{5x - 10}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x - \pi}{\sin x}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{|1 - \cos 2x|}$

۱۶- مقدار a و b را طوری بیابید که تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & x < 2 \\ a - 1 & x = 2 \\ x + b & x > 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است). (۱ نمره)

موفق باشید