

۱- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

الف) اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه‌جا کنیم، یک قضیهٔ دو شرطی حاصل می‌شود.

ب) توابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$  و  $g(x) = 1$  با هم مساوی هستند.

ج) در تابع  $y = a^x$  اگر  $0 < a < 1$  باشد، با افزایش مقدار  $x$ ، مقادیر  $y$  کاهش می‌یابد.

د) تابع  $y = [x]$  در نقاطی با طول صحیح، فقط پیوستگی راست دارد. ([ ] نماد جزء صحیح است).

۲- جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. (۰/۷۵ نمره)

الف) مرکز دایره‌ای که هر سه ضلع یک مثلث بر آن مماس باشند، محل برخورد ..... آن مثلث است.

ب) در دایره‌ای به شعاع ۱۰ واحد، طول کمان مقابل به زاویهٔ مرکزی  $\frac{\pi}{5}$  رادیان برابر ..... است.

ج) اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل باشند و  $P(A) = 2P(B) = \frac{1}{4}$ ، آن‌گاه  $P(A \cap B')$  برابر ..... است.

۳- گزینهٔ درست را انتخاب کنید. (۱ نمره)

الف) معادلهٔ درجه دومی که ریشه‌های آن  $\frac{3+\sqrt{5}}{4}$  و  $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$  باشند، کدام است؟

(۱)  $4x^2 + 1 = 6x$       (۲)  $4x^2 - 1 = 6x$       (۳)  $4x^2 + 6x = 1$       (۴)  $4x^2 + 6x = -1$

ب) حاصل  $25^{\log_5 3}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{3}$       (۲) ۹      (۳)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       (۴)  $3\sqrt{5}$

ج) تابع  $f(x) = a[x] + [-x]$  در  $x = 2$  حد دارد. مقدار  $a$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است).

(۱) -۲      (۲) ۲      (۳) -۱      (۴) ۱

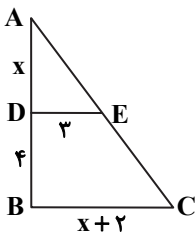
د) اگر به همهٔ داده‌های آماری، ۲ برابر میانگین آن‌ها را اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات اولیه می‌شود؟

(۱)  $\frac{1}{3}$       (۲) ۲      (۳) ۳      (۴)  $\frac{1}{2}$

۴- خط  $4x + 3y + 7 = 0$  بر دایره‌ای به مرکز  $O(\alpha, 1)$  و شعاع ۲ سانتی‌متر مماس است. تمام مقادیر ممکن برای  $\alpha$  را به دست آورید. (۱ نمره)

۵- معادلهٔ  $x + \sqrt{x+3} = 3$  را حل کنید. (۰/۷۵ نمره)

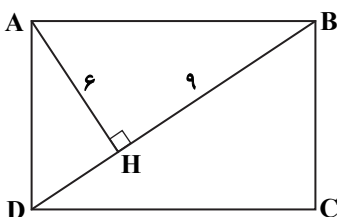
۶- در شکل روبه‌رو  $DE \parallel BC$  است. مقدار  $x$  را به دست آورید. (۱ نمره)



۷-

الف)  $AB = 12$  و  $A'B' = 8$  به ترتیب اضلاع بزرگ‌تر دو مثلث متشابه  $ABC$  و  $A'B'C'$  هستند، نسبت مساحت مثلث  $ABC$  به مساحت مثلث  $A'B'C'$  را به دست آورید.

ب) در مستطیل مقابل، طول پاره خط  $DH$  را محاسبه کنید. (۱ نمره)



-۸

الف) نمودار تابع  $y = 1 - \sqrt{x+2}$  را رسم کنید.

ب) اگر  $[2x] = 3$  باشد، حدود  $x$  را به دست آورید. (۱ نمره)

۹- الف) اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  و  $g(x) = \frac{x-3}{x-4}$  باشند، دامنه تابع  $\frac{f}{g}$  را به دست آورید.

ب) وارون تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$  را به دست آورید. (۱/۲۵ نمره)

۱۰- الف) حاصل  $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(-\frac{25\pi}{6}\right)$  را به دست آورید.

ب) اگر  $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{18}\right)$ ، کوچک‌ترین مقدار مثبت برای  $x$  را به دست آورید. (۱/۷۵ نمره)

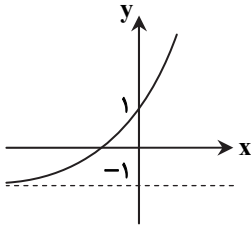
۱۱- ابتدا نمودار تابع  $y = \cos x$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم کرده و سپس نمودار تابع  $f(x) = 2\cos x - 1$  را در همان بازه رسم کنید و برد آن را مشخص کنید. (۱ نمره)

-۱۲

الف) اگر  $\log_3 2 \approx 0.63$  و  $\log_3 3 \approx 0.48$ ، حاصل  $\log_9 \frac{5}{4}$  را به دست آورید.

ب) معادله لگاریتمی  $\log_7(x+1) + \log_7(x-2) = 2$  را حل کنید. (۲ نمره)

۱۳- شکل روبه‌رو نمودار تابع  $f(x) = 2^{x-a} + b$  است. مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست آورید. (۱ نمره)



۱۴- نمودار تابع  $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1}$  را رسم کنید و حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  را به دست آورید. (۰/۷۵ نمره)

۱۵- حاصل حد مقابل را به دست آورید. (۱ نمره)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{3x^2 - 27}$$

۱۶- مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری بیابید که تابع زیر در  $x = 1$  پیوسته باشد. [ نماد جزء صحیح است. ] (۱/۲۵ نمره)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{[2x] + a}{|2x - 1|} & x < 1 \\ b - 1 & x = 1 \\ 2 \tan \frac{\pi x}{4} & x > 1 \end{cases}$$

۱۷- احتمال قبولی رضا در کنکور برابر  $0.5$  است. اگر او در آزمون‌های گزینه‌دو شرکت کند، احتمال قبولی او در کنکور برابر  $0.6$  می‌شود. اگر

احتمال اینکه رضا در آزمون‌های گزینه‌دو شرکت کند برابر  $\frac{1}{3}$  باشد، چقدر احتمال دارد او در آزمون‌های گزینه‌دو شرکت کند یا در کنکور

قبول شود؟ (۱/۲۵ نمره)

۱۸- داده‌های آماری ۵، ۹، ۵، ۱۱، ۱۰ را در نظر بگیرید. (۱/۲۵ نمره)

الف) میانه داده‌ها را به دست آورید.

ب) واریانس داده‌ها را محاسبه کنید.

موفق باشید