

۱- درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. (۱ نمره)

الف) حاصل ضرب هر عدد گویا در یک عدد گنگ، عددی گنگ است.

ب) اگر $a | b$ ، آن‌گاه $[a, b] = |b|$

ج) تعداد رئوس زوج هر گراف، عددی فرد است.

د) عدد احاطه‌گری گراف P_1 با عدد احاطه‌گری گراف C_{12} برابر است.

۲- جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. (۱/۵ نمره)

الف) در گراف G از مرتبه ۱۰ اگر $\chi(G) = 1$ باشد، حداکثر تعداد یال‌ها برابر است.

ب) مجموع کل درایه‌های مربع لاتین مرتبه ۶ برابر است.

ج) تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۵ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر است.

۳- اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $4 - c^2 - 2ab \geq 2a^2 + 2b^2 + 2bc$ (۱ نمره)

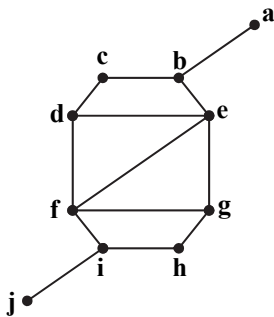
۴- اگر $a | 4k + 4$ و $a | 4k + 6$ ، در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟ (۱ نمره)

۵- باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر اعداد ۵ و ۶ به ترتیب ۲ و ۴ است. باقی‌مانده تقسیم a بر ۳۰ را با ارائه راه حل به دست آورید. (۱/۵ نمره)

۶- در معادله سیاله $17x + 12y = 5$ ، بزرگ‌ترین عدد دورقمی برای x و کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی برای y چه اعدادی هستند؟ (۲ نمره)

۷- با اضافه کردن ۶ یال به یک گراف ۳- منتظم، یک گراف کامل به دست می‌آید. مرتبه و اندازه این گراف را به دست آورید. (۱ نمره)

۸- گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف، به سؤالات زیر پاسخ دهید. (۵/۰ نمره)

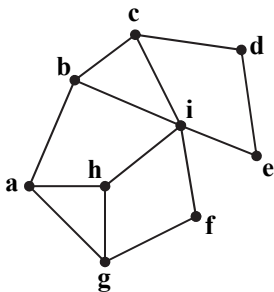


الف) مجموعه $N_G(j)$ را بنویسید.

ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس f بنویسید.

ج) درجه رأس e در گراف \bar{G} را مشخص کنید.

۹- گراف زیر را در نظر بگیرید. (۱/۵ نمره)



الف) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۶ عضوی بنویسید.

ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۳ عضوی بنویسید.

ج) با اضافه کردن چه یالی، عدد احاطه‌گری گراف، ۲ خواهد شد؟

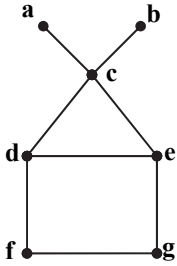
۱۰- گراف مرتبه ۱۰ با عدد احاطه‌گری ۴ رسم کنید که: (۱ نمره)

الف) یک γ -مجموعه یکتا با اندازه ۴ داشته باشد.

ب) بیش از یک γ -مجموعه با اندازه ۴ داشته باشد.

-۱۱

الف) عدد احاطه‌گری گراف زیر را با ذکر دلیل تعیین کنید. (۱/۷۵ نمره)



ب) تمام ۷- مجموعه‌های گراف را بنویسید.

۱۲- اگر داشته باشیم $A = \{2, 3, 5, 7\}$ و $B = \{x, y, z, t, p, q\}$ ، در این صورت چند رمز با شش کاراکتر متمایز می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B بوده و همواره حروف کنار هم باشند؟ (۱ نمره)

۱۳- معادله $10 = x_1 + x_2 + 2x_3$ چند جواب صحیح و مثبت دارد؟ (۱/۵ نمره)

۱۴- قرار است ۳ برادر با ۳ نوع موتورسیکلت متمایز در ۳ پیست موتورسواری متفاوت در سه روز آخر هفته در مسابقات شرکت کنند به طوری که هر برادر با هر موتورسیکلت در هر پیست، یک بار مسابقه داده باشد و نیز هر موتورسیکلت در هر پیست دقیقاً یک بار استفاده شده باشد. برای این مسئله برنامه‌ریزی کنید. (۱ نمره)

۱۵- با ارقام ۱، ۳، ۵، ۷ و ۹، چند عدد چهاررقمی می‌توان ساخت به طوری که شامل حداقل یک رقم ۱ و حداقل یک رقم ۹ باشد؟ (۱/۵ نمره)

۱۶- حداقل چند نفر در یک سمینار حضور داشته باشند تا به یقین بتوان گفت حداقل ۶ نفر از آن‌ها ماه و روز هفته تولد یکسان دارند؟ چرا؟ (۱ نمره)