


زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید. (۱ نمره)

الف) اگر f و g دو تابع اکیداً صعودی باشند، آن‌گاه تابع $f-g$ اکیداً نزولی است.

ب) در تابع $y = \sqrt[3]{x-1}$ خط $x=1$ مماس قائم است.

ج) نمودار تابع $f(x) = \frac{[x]}{3-x}$ در مجاورت مجانب قائم خود به صورت  است.

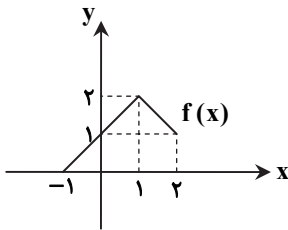
۲- جاهای خالی را با یک عدد یا یک عبارت مناسب پر کنید. (۱/۲۵ نمره)

الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (3-2x-5x^2)$ برابر است.

ب) اگر $f(x) = \sin^2 x$ باشد، مقدار $f''(\frac{\pi}{12})$ برابر است.

ج) نمودار تابع $y = (x-2)^3 + 2$ از ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

۳- نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل است: (۱/۲۵ نمره)



الف) نمودار تابع $y = f(1-2x)$ را رسم کنید.

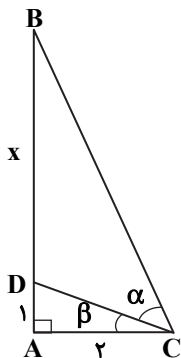
ب) بازه‌هایی که تابع $y = f(1-2x)$ در آن صعودی و یا نزولی است را مشخص کنید.

۴- مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چندجمله‌ای $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ بر $x-2$ بخش‌پذیر بوده و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر -3 باشد. (۱ نمره)

۵- تابع مثلثاتی با ضابطه $y = c + a \sin bx$ مفروض است. اگر دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم آن به ترتیب برابر 4π ، -1 و -7 باشد، مقادیر a ، b و c را به دست آورید. (۱ نمره)

۶- معادله مثلثاتی $5 = \sin x (2 \sin x - 9)$ را حل کنید. (۱ نمره)

۷- در مثلث شکل مقابل، زاویه α برابر 45° است. مقدار x را بیابید. (۱ نمره)



۸- حدود زیر را در صورت وجود بیابید. (۱ نمره)

الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x+2}{x^2+2x+1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt[3]{x^3}}{2\sqrt{x} + x}$

زمان پاسخ‌گویی: ۱۲۰ دقیقه

۹- نقطه برخورد مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ را به دست آورید. (۱ نمره)

۱۰- با استفاده از تعریف مشتق، نشان دهید $x = 1$ یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq 1 \\ 2x - 1 & x > 1 \end{cases}$ است. (۱/۵ نمره)

۱۱- با محاسبه مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ ، معادله خط مماس بر آن را در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{3}$ روی منحنی بنویسید. (۱ نمره)

۱۲- مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). (۲ نمره)

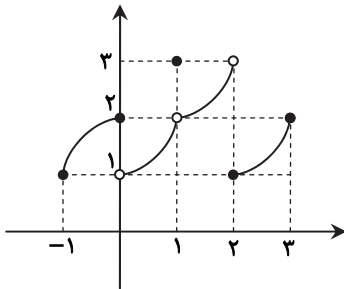
الف) $f(x) = \sqrt{3x+2}(x^3+1)$

ب) $g(x) = \frac{\tan x^2}{x^2-1}$

۱۳- در تابع « $f(x) = 4(1 - \frac{x}{10})^2$ » آهنگ تغییر متوسط در بازه $[0, 10]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x = a$ برابر است. مقدار a را بیابید. (۱ نمره)

۱۴- در تابع « $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ » مقادیر b, c و d را به گونه‌ای بیابید که $x = 3$ طول یکی از نقاط اکسترمم نسبی آن و نقطه $(1, -1)$ نقطه عطف آن باشد. (۲ نمره)

۱۵- در شکل زیر، نمودار تابع f رسم شده است. طول نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی و مقدار ماکزیمم مطلق تابع را تعیین کنید. (۱ نمره)



۱۶- به کمک جدول رفتار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ نمودار تابع $y = |f(x)|$ را رسم کنید. (۲ نمره)