

ردیف	نمره	سوال
۱	۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر برای دو ماتریس مربعی و هم مرتبه A و B و عدد حقیقی r داشته باشیم $rA = rB$، آن گاه $A = B$.</p> <p>ب) دو ماتریس مربعی $A \neq \bar{O}$ و $B \neq \bar{O}$ وجود دارند به طوری که $AB = \bar{O}$.</p> <p>ج) در دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دو خط موازی اند و هیچ نقطه مشترکی ندارند.</p> <p>د) دترمینان وارون هر ماتریس مربعی وارون پذیر برابر است با معکوس دترمینان آن ماتریس.</p>
۲	۱	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، ماتریس نام دارد.</p> <p>ب) حاصل ضرب هر ماتریس مربعی وارون پذیر در وارونش برابر ماتریس است.</p> <p>ج) شرط لازم و کافی برای آنکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد، آن است که</p> <p>د) اگر A ماتریسی 3×3 و $A = 5$ باشد، مقدار $3A$ برابر است.</p>
۳	۱	<p>در هر مورد گزینه درست را انتخاب کنید.</p> <p>الف) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ مجموع درایه های ماتریس A^5 کدام است؟</p> <p>۱ (۱) ۶۳ (۲) -۶۵ (۳) -۱ (۴)</p> <p>ب) اگر $A^2 = 2A$ باشد، حاصل $(A - 2I)^2$ کدام است؟</p> <p>۱) $2I + 4A$ ۲) $A + 4I$ ۳) $4I - 2A$ ۴) $2I + 3A$</p> <p>ج) اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه مجموع درایه های روی قطر اصلی $A^{14 \cdot 3} + A^{20 \cdot 24}$ کدام است؟</p> <p>۱) -۱ ۲) ۲ ۳) -۳ ۴) ۴</p> <p>د) در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$ حاصل $\left \frac{A}{ A^{-1} } \right$ کدام است؟</p> <p>۱) ۲۵۶ ۲) -۲۵۶ ۳) -۵۱۲ ۴) ۵۱۲</p>
۴	۱/۵	<p>اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $i - j = 0$ و $\begin{cases} -1 & i - j < 0 \\ 0 & i - j = 0 \\ 1 & i - j > 0 \end{cases}$، ماتریس $A^2 + I^2$ را به دست آورید.</p>
۵	۱/۵	<p>اگر ماتریس های $A = \begin{bmatrix} m & n \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشند، حاصل $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -n \end{bmatrix} [n \ 2 \ -m]$ را بیابید.</p>
۶	۱/۵	<p>به ازای چه مقداری از k دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x - ky = 3 \\ kx - 8y = k + 2 \end{cases}$ جواب ندارد؟</p>

ردیف	نمره	
۷	۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} A & 0 & 1 \\ -5 & A & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ را به روش ساروس به دست آورید.
۸	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) خطوط d و l موازیند و از دوران d حول l سطحی ایجاد شده است. اگر صفحه P عمود بر خط l باشد، سطح مقطع صفحه P و سطح ایجاد شده یک دایره است. ب) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی، یک هذلولی است. ج) مکان هندسی مرکز همه دایرههایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس اند، نیم خطی است عمود بر d در نقطه A . د) رابطه ضمنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ هیچ نقطه ای از صفحه را مشخص نمی کند، اگر و فقط اگر $a^2 + b^2 < 4c$.
۹	۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه یا فضا است که همه آنها یک ویژگی داشته باشند و هر نقطه که این ویژگی را داشته باشد، عضو این مجموعه باشد. ب) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نبوده و با مولد موازی باشد و از رأس سطح مخروطی عبور نکند، فصل مشترک حاصل، یک خواهد بود. ج) معادله گسترده $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ با شرط یک نقطه را نمایش می دهد. د) نقطه $A(1, -1)$ ، دایره به معادله $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$ قرار دارد.
۱۰	۱	معادله ضمنی $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5k = 0$ مفروض است. الف) مقدار k را طوری تعیین کنید که این معادله، دایره باشد. ب) به ازای $k = \frac{-4}{5}$ مرکز و شعاع دایره را تعیین کنید.
۱۱	۲	مکان هندسی هریک از مجموعه نقاط زیر را بنویسید. الف) نقاطی از صفحه که از دو نقطه A و B به فاصله یکسان قرار دارند. ب) نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله یکسان r قرار دارند. ج) مرکز همه دایرههایی در صفحه با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه این دایره مماس خارجی اند.
۱۲	۱/۵	نقاط A ، B و C در صفحه مفروض اند. با رسم شکل، نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از C به فاصله 5 واحد باشد. (در تعداد جوابهای مسأله بحث کنید).
۱۳	۱/۵	معادله دایره ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهایی از آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.
۱۴	۱/۵	وضعیت دایره به معادله $x^2 + y^2 - 6x + 12y + 20 = 0$ را نسبت به دایره ای به معادله $x^2 + y^2 = 9$ مشخص کنید.
۱۵	۱/۵	وضعیت خط $3x + y = 0$ را نسبت به دایره $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ تعیین کنید.