

تذکرات مهم ↓

👉 آزمون آزمایشی مرحله ۱۷ گزینه دو، در روز جمعه جمعه ۱۰ فروردین ۱۴۰۴ برگزار می گردد.


👉 داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات تلایبی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و ... ، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وب سایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

👉 در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

👉 کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۶ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

 [gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

گروه ریاضی

گروه ریاضی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	مستوفی دروس	دستیاران
علی صادقی • نیکو دهقان	حسین شفیق زاده • ایمان اردستانی	مستوفی دروس: علی افضل زاده	دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری
محمد امین خدابخنده • امیرورودی	علی نعمت • سید محسن میراسلامی	مستوفی دروس: سعید اکبرزاده	دستیار: هادی کاظم نژاد
محمد امین خدابخنده • امیرورودی	امیدرضا پورحسینی • علیرضا شریف خطیبی	مستوفی دروس: سعید اکبرزاده	دستیار: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم	علی افضل زاده • مهرداد کیوان	مستوفی دروس: ایمان اردستانی	دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
	وحید رباعی	مستوفی دروس: حسین افسری	دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی

گروه علوم

گروه علوم: ۱۴۰۳-۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	مستوفی دروس	دستیاران
بتول خواجه پور • حسین ایمانی پور • مرتضی فرهنگد	امیر کبیری راد • محمد یازوگی • علی پناهی شایق • بهرام میرحبیبی • منصور کهن دل	مستوفی دروس: امیر کبیری راد	دستیار: پرسا کامکار
سید علیرضا کشفیان • نرگس سادات حسینی • مریم کلی حسنلو	علی نعیمی • احمد رضوانی • جمال خم خاجی	مستوفی دروس: منصور داودوندی	دستیار: ساناز دریکوندی
محمد احمدی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • مهداد ملاصالحی • محمدعلی توسلی فر	مستوفی دروس: شهرام شاه پرویزی	
فرزانه صاعدی • آیتا هرطونیان	فرزانه رجایی • فرزانه صاعدی	مستوفی دروس: شکبیا کریمی	

گروه انسانی

گروه انسانی: ۱۴۰۳-۱۴۰۴

کارشناسان	طراحان	مستوفی دروس	دستیاران
سپهر سالار کیا • سید محمد صادق حسام زاده • محمدحسن مزروعی • عرشیا شریفیان	محمد رضا لمسه چی • عماد فیض آبادی	مستوفی دروس: محمد رضا پیرو	دستیار: حسنا محمدی
هستی ناصح • نیایش غریبی • مهتاب شیرازی	فروغ تیموریان • محمد زمان کبیر	مستوفی دروس: الهام رضایی	دستیار: فاطمه صفری
ثنا کاشیان • فاطمه انوری	سیده ضحی سکاکی	مستوفی دروس: سیده ضحی سکاکی	دستیار: حسین اصفهانی
سارا حمزه • فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • یکتا فضل الهی • صبا پهلوان	اسرافیل قربانپور • پدرام علیمرادی • عرفان جالیزی	مستوفی دروس: پویا رضاداد	
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	بهرز یحیی • فاطمه نیتی	مستوفی دروس: مهسا اصغری	دستیار: ثنا کاشیان
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	شهرام امامی	مستوفی دروس: الناز گنج کار	دستیار: الهه ریاحی نسب
مهدی مشایخی • مهتاب بیشه • محمدعلی مهرآبادی • فرزاد مختاری نژاد	احمد خداداد حسینی • سعید رحیمیان	مستوفی دروس: سعید رحیمیان	دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمد حسین خدام
کوثر عدی	حسین خاکساری • ظاهره کریمی • علی محسنی	مستوفی دروس: امیر محمد بیگی	دستیار: محمدرضا مبارکی

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: اگر هر عضو از دامنه تابع f ، دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، تابع را همانی و ضابطه آن $f(x) = x$ است.
نکته: تابعی مانند f را که برد آن شامل یک عضو است، تابع ثابت می‌نامیم. اگر این عضو را k بنامیم تابع ثابت را معمولاً با $f(x) = k$ نمایش می‌دهیم.
با توجه به اینکه f تابعی همانی است، پس ضابطه آن $f(x) = x$ است و داریم:

$$\begin{cases} a+1=0 \Rightarrow a=-1 \\ -b=1 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow g(x)=-1-1+1=-1 \Rightarrow \text{نقطه } (2,-1) \in g \\ c-1=0 \Rightarrow c=1 \end{cases}$$

۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۲)

$$\text{نکته: } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

توجه کنید که $40 - 3 = 37$ نفر از دانش‌آموزان به والیبال یا بسکتبال علاقه‌مند هستند، اگر مجموعه علاقه‌مندان به والیبال را با V و مجموعه علاقه‌مندان به بسکتبال را با B نشان دهیم، داریم:

$$n(V \cup B) = 37 \Rightarrow n(V) + n(B) - n(V \cap B) = 37 \Rightarrow 30 + 15 - n(V \cap B) = 37 \Rightarrow n(V \cap B) = 8$$

۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a > 0$ ، آنگاه دهانه سهمی روبه‌بالاست و به‌ازای $x = -\frac{b}{2a}$ کمترین (مینیمم) مقدار تابع درجه دوم موردنظر به‌دست می‌آید.

$$y = (x-2)^2 + 2x = x^2 - 4x + 4 + 2x = x^2 - 2x + 4$$

ابتدا ضابطه سهمی را به‌صورت استاندارد می‌نویسیم:

طول رأس سهمی برابر است با:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

بنابراین عرض رأس سهمی که همان کمترین مقدار سهمی است برابر است با: $\min = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(1) = 1^2 - 2 \times 1 + 4 = 3$

۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: هرگاه $a > 0$ ، برای هر دو عدد طبیعی m و n ، توان کسری و غیرصحیح $\frac{m}{n}$ چنین تعریف می‌شود: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

$$A = \frac{10}{\sqrt[4]{5^3}} \times \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5^4}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{5}}{5} = 2\sqrt[3]{5}$$

با توجه به اینکه $125 = 5^3$ داریم:

۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

فضای نمونه‌ای این آزمایش، شامل تمامی شمارنده‌های طبیعی عدد ۶۰ است، پس:

پیشامد کمتر از ۷ آمدن عدد روی کارت برابر $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است.

پس احتمال خواسته‌شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس‌های ۲ و ۳)

$$\text{نکته: } \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

نکته: شیب هر خط برابر است با تانژانت زاویه‌ای که خط با جهت مثبت محور طول‌ها می‌سازد.

واضح است که شیب خط برابر ۲ است، پس $\tan \alpha = 2$ و داریم:

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + 2^2 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{1}{5}}$$

 α زاویه‌ای حاده است ($\tan \alpha > 0$)، پس $\cos \alpha$ عددی مثبت است؛ بنابراین:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

نکته: اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه $ac = b^2$ و b را واسطه هندسی بین دو عدد a و b می‌نامیم.
نکته: جمله عمومی یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدرنسبت d به صورت روبه‌رو است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

چون جمله نهم واسطه هندسی بین جملات چهارم و نوزدهم است، پس داریم:

$$(a_9)^2 = (a_4)(a_{14}) \Rightarrow (a_1 + 8d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 16a_1d + 64d^2 = a_1^2 + 14a_1d + 33d^2$$

$$\Rightarrow 10d^2 - 5a_1d = 0 \Rightarrow 5d(2d - a_1) = 0 \xrightarrow{d \neq 0} a_1 = 2d \Rightarrow \frac{a_1}{d} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته: به دنباله‌ای که فاصله هر دو جمله متوالی در آن عددی ثابت باشد، دنباله حسابی می‌گویند.

نکته: جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است.

جمله اول این دنباله برابر 54° است، پس زوایای چهارضلعی به صورت زیر هستند:

$$\hat{A} = 54^\circ, \hat{B} = 54^\circ + d, \hat{C} = 54^\circ + 2d, \hat{D} = 54^\circ + 3d$$

می‌دانیم مجموع زوایای هر چهارضلعی 360° است، پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow 4 \times 54^\circ + (1+2+3)d = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 4 \times 54^\circ + 6d = 360^\circ \Rightarrow d = \frac{360^\circ - 4 \times 54^\circ}{6}$$

$$\Rightarrow d = 60^\circ - 4 \times 9^\circ \Rightarrow d = 24^\circ$$

بنابراین زوایای این چهارضلعی به صورت $\hat{A} = 54^\circ$ ، $\hat{B} = 78^\circ$ ، $\hat{C} = 102^\circ$ ، $\hat{D} = 126^\circ$ هستند که زاویه 102° در بین گزینه‌ها وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۱)

۹- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به عبارت داده شده، حاصل تفاضل دو مجموعه برابر بازه $(1, 4)$ شده است. اگر a عددی کوچک‌تر یا مساوی -3 باشد، حاصل نمی‌تواند مجموعه داده شده باشد. به طور مثال:

$$a = -3 \Rightarrow [-3, 4) - (-3, 1] = (1, 4) \cup \{-3\}$$

$$a = -4 \Rightarrow [-4, 4) - (-3, 1] = [-4, -3] \cup (1, 4)$$

از طرفی a عددی بزرگ‌تر از 1 هم نمی‌تواند باشد، زیرا حاصل عبارت مجموعه داده شده نمی‌شود. به طور مثال:

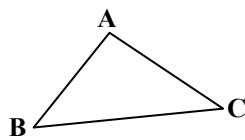
$$a = 2 \Rightarrow [2, 4) - (-3, 1] = [2, 4)$$

بنابراین a هر عددی در بازه $[-3, 1]$ می‌تواند باشد که 4 عدد صحیح در این بازه قرار دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۱۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

قطر AC را رسم می‌کنیم. دو مثلث ABC و ADC به حالت سه ضلع با هم مساوی هستند، پس

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ و با توجه به قائمه بودن زاویه } \hat{A} \text{ داریم:}$$

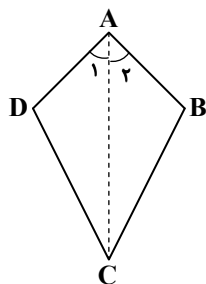
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 45^\circ$$

بنابراین مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر است با:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}_1 = AB \times 5\sqrt{2} \times \sin 45^\circ \\ &= AB \times 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5 \times AB \end{aligned}$$

بنابراین با توجه به اینکه مساحت چهارضلعی برابر 30 است، داریم:

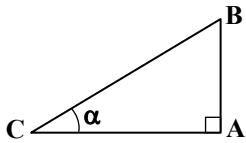
$$5 \times AB = 30 \Rightarrow AB = 6$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در شکل روبه‌رو داریم:



$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC}$$

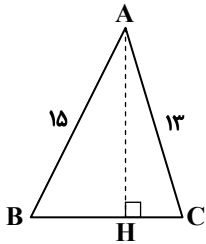
$$\cot \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}} = \frac{AC}{AB}$$

نکته: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

نکته: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

ارتفاع AH را در این مثلث رسم می‌کنیم. با توجه به اندازه $\tan \hat{B}$ داریم:

$$\tan \hat{B} = \frac{4}{3} \Rightarrow 1 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \hat{B}} \Rightarrow \cos^2 \hat{B} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \hat{B} = \frac{3}{5}, \sin \hat{B} = \frac{4}{5}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABH داریم: $\sin \hat{B} = \frac{AH}{AB}$, $\cos \hat{B} = \frac{BH}{AB}$: بنابراین با توجه به مقادیر $\sin \hat{B}$ و $\cos \hat{B}$ داریم:

$$BH = AB \times \cos \hat{B} = 15 \times \frac{3}{5} = 9, AH = AB \times \sin \hat{B} = 15 \times \frac{4}{5} = 12$$

اکنون با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث ACH داریم:

$$AC^2 = CH^2 + AH^2 \Rightarrow 13^2 = CH^2 + 12^2 \Rightarrow CH^2 = 25 \Rightarrow CH = 5$$

بنابراین طول ضلع BC برابر است با:

$$BC = BH + CH = 9 + 5 = 14$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر n زوج باشد، داریم: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

راه حل اول:

عبارت موردنظر برابر است با:

$$A = \sqrt{2+\sqrt{3}} \times (\sqrt{3}-1) = \sqrt{2+\sqrt{3}} \times \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{2+\sqrt{3}} \times \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(2+\sqrt{3}) \times 2(2-\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{2} \sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \sqrt{2} \times \sqrt{4-3} = \sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$$

راه حل دوم:

اگر عبارت موردنظر را A بنامیم، ابتدا مقدار $\sqrt{2} \times A$ را پیدا می‌کنیم:

$$\sqrt{2} \times A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} \times (\sqrt{3}-1) = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} (\sqrt{3}-1) = (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) = 3-1=2$$

بنابراین داریم:

$$\sqrt{2}A = 2 \Rightarrow A = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

۱۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: $(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

ابتدا مخرج کسر اول را گویا می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x+2}} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 2^2}{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 2^2} = \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4}{(\sqrt[3]{x})^3 + 2^3} = \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4}{x+8}$$

بنابراین عبارت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x+2}} - \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x}}{x+8} = \frac{(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4) - (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x})}{x+8} = \frac{-\sqrt[3]{x} + 4}{x+8}$$

بنابراین:

$$f(x) = 4 - \sqrt[3]{x}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر a عددی مثبت باشد و $|u| < a$ ، آنگاه:

$$-a < u < a$$

با توجه به نکته، نامعادله را حل می‌کنیم:

$$||2x-1|-3| < 4 \Rightarrow -4 < |2x-1|-3 < 4 \Rightarrow -1 < |2x-1| < 7$$

نامساوی $-1 < |2x-1|$ به‌ازای تمامی مقادیر حقیقی x برقرار است، پس تنها به حل نامعادله $|2x-1| < 7$ می‌پردازیم:

$$|2x-1| < 7 \Rightarrow -7 < 2x-1 < 7 \Rightarrow -6 < 2x < 8 \Rightarrow -3 < x < 4$$

بنابراین $(a, b) = (-3, 4)$ ، پس:

$$b - a = 7$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

یک طرف نامعادله را به‌طرف دیگر منتقل کرده و با کمک گرفتن از جدول تعیین علامت نامعادله را حل می‌کنیم:

$$4x+1 \leq \frac{13x+1}{x+2} \Rightarrow 0 \leq \frac{13x+1}{x+2} - (4x+1)$$

$$\Rightarrow \frac{13x+1-(4x+1)(x+2)}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{13x+1-4x^2-9x-2}{x+2} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-4x^2+4x-1}{x+2} \geq 0$$

x		-2	$\frac{1}{2}$	
$-4x^2+4x-1$	-	-	-	-
$x+2$	-	+	+	+
$\frac{-4x^2+4x-1}{x+2}$	+	-	-	-

تعریف نشده

پس مجموعه جواب این نامعادله، مجموعه $\left\{\frac{1}{2}\right\} \cup (-\infty, -2)$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۱)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: تعداد جایگشت‌های متمایز n شیء متفاوت برابر $n!$ است.

می‌دانیم این ۷ کتاب مختلف را می‌توان به ۷! حالت در کنار هم قرار داد. تعداد حالت‌هایی را که در آن‌ها دو کتاب علوم کنار هم هستند، محاسبه و از تعداد کل حالات کم می‌کنیم تا تعداد حالتی به دست آید که کتاب‌های علوم کنار هم نیستند.

اگر دو کتاب علوم را یک بسته در نظر بگیریم، کل کتاب‌ها را می‌توانیم به $6! \times 2!$ حالت کنار هم قرار دهیم، بنابراین حالت‌هایی که کتاب‌های علوم کنار هم نیستند، برابر است با:

$$7! - 6! \times 2! = 7 \times 6! - 6! \times 2 = 6!(7-2) = 5 \times 6!$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

۱۷- پاسخ: گزینه ۴

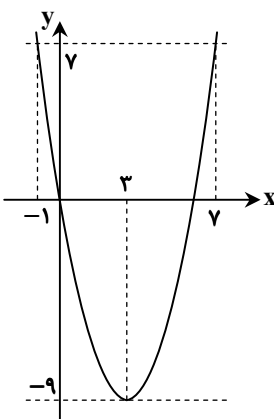
نکته: سهمی با ضابطه $y = ax^2 + bx + c$ را در نظر می‌گیریم. طول رأس این سهمی

$$\text{است. } x = -\frac{b}{2a}$$

برای یافتن جواب نامعادله $k < x^2 - 6x < 7$ ، باید محدوده‌ای از x را بیابیم که تابع $f(x) = x^2 - 6x$ بین دو خط افقی $y = k$ و $y = 7$ واقع شود. نمودار تابع f یک سهمی رو به بالا است که رأس آن نقطه $(3, -9)$ است.

از آنجا که جواب‌های معادله $x^2 - 6x = 7$ دو عدد $x = -1$ و $x = 7$ هستند، تابع f در دو نقطه با طول‌های -1 و 7 خط $y = 7$ را قطع می‌کند و اگر $x^2 - 6x < 7$ ، پس $-1 < x < 7$ اگر جواب کل نامعادله به‌صورت $(a, c) - \{b\}$ باشد، پس دقیقاً برابر عرض رأس سهمی است و b نیز برابر طول رأس سهمی است، پس:

$$a + b + c + k = -1 + 3 + 7 + (-9) = 0$$



▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳

نکته: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$, $\tan \alpha \times \cot \alpha = 1$ نکته: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

ابتدا فرض مسئله را ساده می‌کنیم:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 1 \times (1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{12} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \pm \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

اکنون مقدار $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = \frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^3 \alpha} = \frac{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha}{\sin^3 \alpha \times \cos^3 \alpha} = \frac{\frac{3}{4}}{\left(\pm \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^3} = \frac{\frac{3}{4}}{\pm \frac{1}{24\sqrt{3}}} = \pm \frac{3}{4} \times 24\sqrt{3} = \pm 18\sqrt{3}$$

اکنون با به توان دو رساندن، مقدار خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = \pm 18\sqrt{3} \Rightarrow (\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha)^2 = (\pm 18\sqrt{3})^2 \Rightarrow \tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha + 2 \tan^3 \alpha \times \cot^3 \alpha = 324 \times 3$$

$$\Rightarrow \tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha + 2 = 972 \Rightarrow \tan^6 \alpha + \cot^6 \alpha = 970$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

نکته: $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

با استفاده از روش دسته‌بندی عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$P(x) = (x^5 + x^4 + x^3) + (x^2 + x + 1) = x^3(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^3 + 1) = (x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$$

پس در تجزیه $P(x)$ عامل $x^2 - x + 1$ وجود دارد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر A پیشامدی از فضای نمونه S باشد، احتمال رخداد پیشامد A برابر $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ است.نکته: تعداد انتخاب r شیء از n شیء متمایز (بدون ترتیب) از رابطه روبه‌رو به دست می‌آید:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

فرض کنیم تعداد مهره‌های قرمز برابر n باشد، داریم:

$$n(S) = \binom{n+4}{2} = \frac{(n+4)(n+3)}{2} = \frac{n^2 + 7n + 12}{2}$$

۴ آبی
n قرمز

$$n(A) = \binom{4}{1} \binom{n}{1} + \binom{4}{2} = 4n + 6$$

حدافل یکی از مهره‌ها آبی باشد

$$P(A) = \frac{4n+6}{\frac{n^2+7n+12}{2}} \Rightarrow P(A) = \frac{2(4n+6)}{n^2+7n+12} = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{4n+6}{n^2+7n+12} = \frac{3}{7} \Rightarrow 3n^2 + 21n + 36 = 28n + 42$$

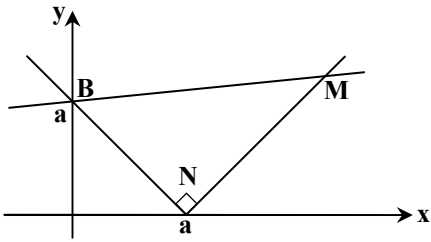
$$\Rightarrow 3n^2 - 7n - 6 = 0 \Rightarrow (n-3)(3n+2) = 0 \xrightarrow{n>0} n = 3$$

بنابراین احتمال آبی بودن مهره انتخابی برابر است با:

$$\frac{\binom{4}{1}}{\binom{7}{1}} = \frac{4}{7}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ ، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود.



ابتدا به کمک رسم هر دو نمودار در یک محور مختصات داریم:

برای یافتن مختصات نقطه M دو خط $\begin{cases} y = \frac{x}{2} + a \\ y = x - a \end{cases}$ را با هم تلاقی می‌دهیم و داریم:

$$\frac{x}{2} + a = x - a \Rightarrow \frac{x}{2} = 2a \Rightarrow x = 4a \Rightarrow M(4a, 2a)$$

برای به دست آوردن مساحت مثلث BMN ، کافی است طول دو ضلع MN و NB را به دست آوریم، داریم:

$$M(4a, 2a), N(a, 0) \Rightarrow MN = \sqrt{9a^2 + 4a^2} \stackrel{a>0}{=} 3a\sqrt{2}$$

$$N(a, 0), B(0, a) \Rightarrow NB = \sqrt{(a-0)^2 + (0-a)^2} = \sqrt{2a^2} \stackrel{a>0}{=} a\sqrt{2}$$

مثلث BNM در رأس N قائم‌الزاویه است، پس:

$$\text{مساحت} = \frac{1}{2} MN \cdot NB = \frac{1}{2} a\sqrt{2} \times 3a\sqrt{2} = 3a^2$$

مطابق فرض مساحت این مثلث برابر است با ۴۸، بنابراین:

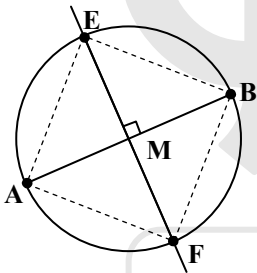
$$3a^2 = 48 \Rightarrow a^2 = 16 \xrightarrow{a>0} a = 4$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر در یک چهارضلعی، قطرها برابر و عمودمنصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی مربع است. چون نقاط A, B, E, F روی دایره‌ای به مرکز M هستند، داریم:

$$AM = BM = EM = FM \Rightarrow AM + BM = EM + FM \Rightarrow AB = EF \quad (1)$$

$$\begin{cases} AM = BM \\ EM = FM \Rightarrow EF \text{ و } AB \text{ عمودمنصف یکدیگرند.} \\ AB \perp EF \end{cases} \quad (2)$$



از (۱) و (۲) با توجه به نکته بالا نتیجه می‌گیریم چهارضلعی $AEBF$ مربع است.

۲۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

با توجه به اطلاعات مسئله شکل مقابل را می‌توان رسم کرد.

دقت کنید که طول اضلاع مثلث در رابطه فیثاغورس صدق می‌کنند، پس مثلث قائم‌الزاویه است.

$$2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4 + 12 = 16 = 4^2$$

در مثلث قائم‌الزاویه، محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها، وسط وتر است. همچنین میانه وارد بر

وتر نصف وتر است، بنابراین:

$$AM = \frac{BC}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

از B بر CD عمود BH را رسم می‌کنیم:

$$DH = AB = 3 \Rightarrow CH = DC - DH = 6 - 3 = 3$$

با توجه به رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BCH داریم:

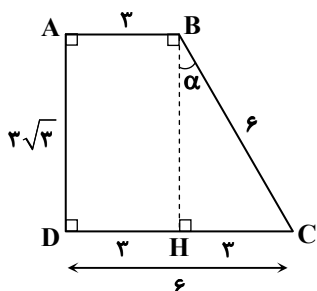
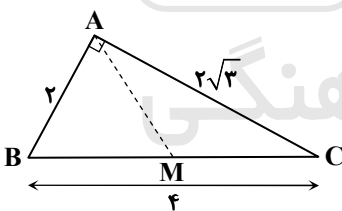
$$BC = \sqrt{CH^2 + BH^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{9 + 27} = 6$$

ضلع روبه‌رو به زاویه α نصف وتر است، بنابراین:

$$\triangle BHC : CH = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{\alpha} = 30^\circ$$

بنابراین زاویه B برابر است با:

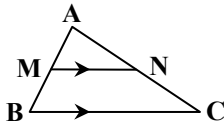
$$\hat{B} = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$$



۲۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته (تعمیم قضیه تالس): اگر در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، آن گاه:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

ابتدا شکل مسئله را رسم می‌کنیم. فرض کنیم $MA = x$ و $MB = y$. با توجه به نکته داریم:

$$\begin{cases} \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{x}{x+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4x + 24 \Rightarrow 5x = 24 \Rightarrow x = 4/8 \\ \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{y}{y+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9y = 4y + 20 \Rightarrow 5y = 20 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

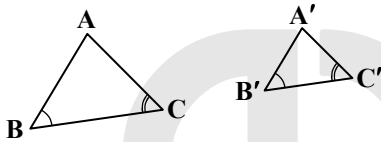
بنابراین محیط مثلث MAB برابر است با:

$$MA + MB + AB = 4/8 + 4 + 4 = 12/8$$

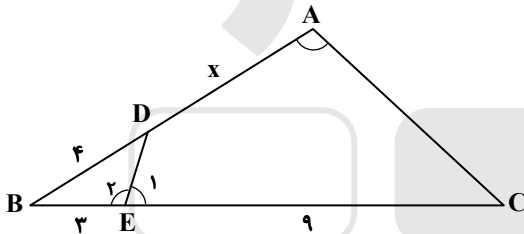
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۲۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته: هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$(\hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}') \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

نکته: مجموع زاویه‌های داخلی هر چهار ضلعی محدب برابر 360° است.طبق فرض، دو زاویه روبه‌روی چهارضلعی ACED مکمل‌اند. با توجه به این‌که مجموع زوایای داخلی این چهارضلعی 360° است، نتیجهمی‌شود که زاویه‌های روبه‌روی این چهارضلعی مکمل‌اند؛ به عنوان مثال: $\hat{A} + \hat{E}_1 = 180^\circ$.با توجه به این‌که $\hat{E}_1 + \hat{E}_2 = 180^\circ$ ، نتیجه می‌شود:

$$\hat{A} = \hat{E}_2$$

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{E}_2 \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle ABC \sim \triangle BDE \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع متناظر}} \frac{BC}{BD} = \frac{AB}{BE} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{x+4}{3} \Rightarrow x+4=9 \Rightarrow x=5$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

اولاً با توجه به نکته بالا، اندازه وتر مثلث $2\sqrt{10}$ است.

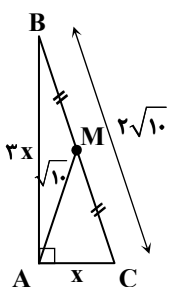
ثانیاً با توجه به شکل مقابل و اطلاعات مسئله، به کمک قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 9x^2 + x^2 = 40$$

$$\Rightarrow 10x^2 = 40 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \begin{cases} AB = 6 \\ AC = 2 \end{cases}$$

و در نهایت، محیط مثلث، برابر است با:

$$6 + 2 + 2\sqrt{10} = 8 + 2\sqrt{10}$$



۳۱- پاسخ: گزینه ۴

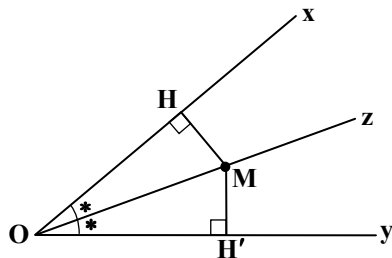
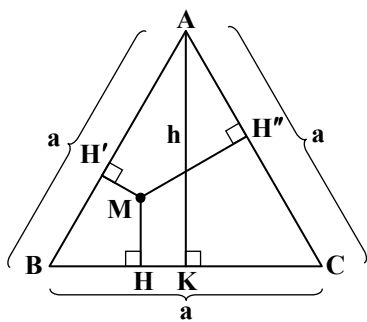
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

یادآوری: در مثلث متساوی الاضلاع، ارتفاع، میانه، نیمساز و عمود منصف وارد بر یک ضلع، برهم منطبق اند.

نکته ۱: مجموع فواصل هر نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع آن، برابر است با ارتفاع مثلث.

$$MH + MH' + MH'' = h = AK = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

نکته ۲: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه، به یک فاصله است.



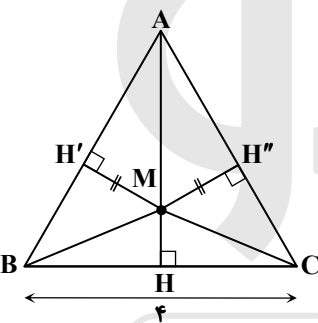
$$x\hat{O}y \text{ نیمساز زاویه } Oz \Rightarrow MH = MH'$$

ابتدا با داشتن مساحت مثلث MBC، داریم:

$$\begin{aligned} S_{\triangle MBC} &= \frac{1}{2} MH \cdot BC \\ \Rightarrow \sqrt{3} &= \frac{1}{2} \times MH \times 4 \\ \Rightarrow MH &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

سپس با توجه به نکته ۱، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} MH + MH' + MH'' &= AH \xrightarrow[\text{نکته ۲}]{MH'=MH''} \frac{\sqrt{3}}{2} + 2MH' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 \\ \Rightarrow MH' &= \frac{1}{2} (2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$



۳۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: سه میانه هر مثلث در یک نقطه درون آن مثلث هم‌رس‌اند، به طوری که فاصله این نقطه تا وسط هر ضلع برابر $\frac{1}{3}$ اندازه میانه نظیر این ضلع است و فاصله‌اش تا هر رأس، $\frac{2}{3}$ اندازه میانه نظیر آن رأس است.

$$AG = 2GM = \frac{2}{3} AM$$

$$GM = \frac{1}{3} AG = \frac{1}{3} AM$$

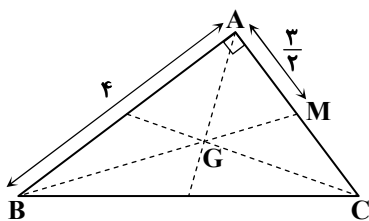
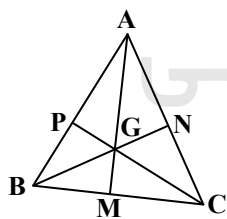
مشابه روابط فوق برای میانه‌های دیگر نیز برقرار است.

طبق شکل مقابل، ابتدا اندازه BM را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} BM^2 &= AB^2 + AM^2 = 4^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 \\ &= 16 + \frac{16}{9} = \frac{160}{9} \Rightarrow BM = \frac{4}{3}\sqrt{10} \end{aligned}$$

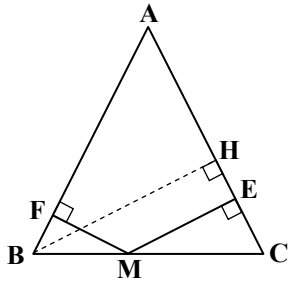
با استفاده از نکته فوق داریم:

$$GB = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3}\sqrt{10} = \frac{8\sqrt{10}}{9}$$



۳۳- پاسخ: گزینه ۲

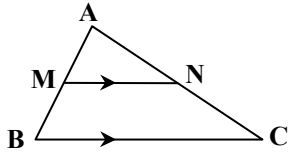
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل های ۲ و ۳، درس ۲)



$$ME + MF = BH$$

نکته ۱: مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده مثلث متساوی الساقین از دو ساق، برابر با ارتفاع وارد بر ساق است:

نکته ۲ (تعمیم قضیه تالس): اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می آید که اندازه اضلاع آن با اندازه اضلاع مثلث اصلی متناسب اند.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

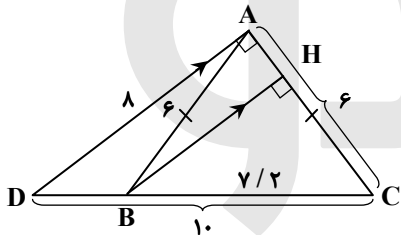
نکته ۳: در صفحه، دو خط عمود بر یک خط، با هم موازی اند.

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \perp d \\ d_2 \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow d_1 \parallel d_2$$

با توجه به نکته ۱ و مطابق شکل، پاسخ تست، اندازه ارتفاع BH است، پس داریم:

$$AC = AB = 6 \Rightarrow CD = \sqrt{6^2 + 3^2} = 10$$

حال با توجه به نکته ۳، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} BH \perp AC \\ DA \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow BH \parallel DA \quad (*)$$

اینک، با توجه به نکته ۲ و استفاده از رابطه (*) در مثلث CAD خواهیم داشت:

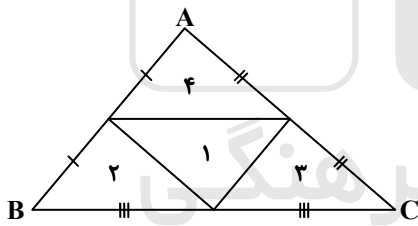
$$\frac{CB}{CD} = \frac{BH}{DA} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{BH}{8} \Rightarrow BH = \frac{5 \cdot 6}{10} = 5/76$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

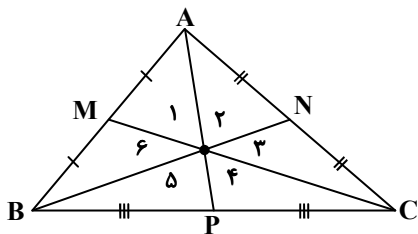
نکته ۱: از اتصال متوالی وسط اضلاع هر مثلث، ۴ مثلث هم‌نهشت و هم مساحت پدید می آید.

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$$



نکته ۲: با رسم میانه‌های هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت پدید می آید.

$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6 = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$



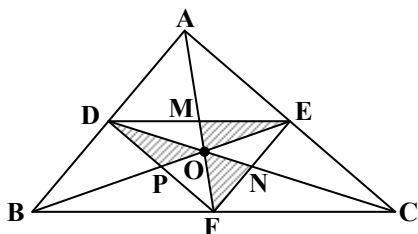
با توجه به نکات و مطابق شکل، داریم:

$$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} \quad (1)$$

$$S_{\triangle OEM} + S_{\triangle ODP} + S_{\triangle OFN} = \frac{1}{6} S_{\triangle DEF} + \frac{1}{6} S_{\triangle DEF} + \frac{1}{6} S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle DEF} \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

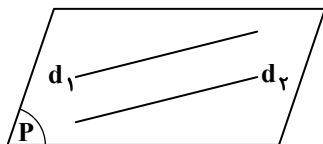
$$\text{مساحت هاشورخورده} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 8 (S_{\text{هاشورخورده}})$$



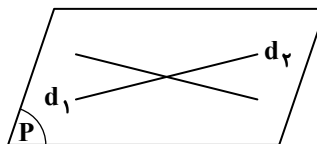
۳۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۱)

نکته: دو خط در صفحه یا موازیند یا متقاطع.



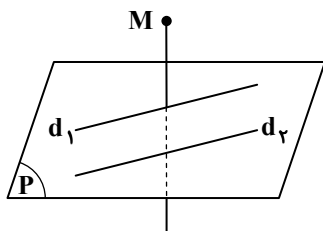
«موازی»



«متقاطع»

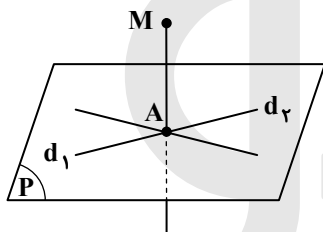
با توجه به نکته، دو خط d_1 و d_2 در صفحه P ، دو حالت می‌توانند داشته باشند: حالت اول:

دو خط d_1 و d_2 موازیند، در این صورت هیچ خطی از M نمی‌توان رسم کرد که هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند.



حالت دوم:

دو خط d_1 و d_2 در نقطه A متقاطعند. در این صورت خط گذرنده از نقاط M و A خطی است که هر دو خط d_1 و d_2 را قطع می‌کند و تنها یک خط با چنین شرایطی موجود است.



بنابراین حداکثر یک خط در شرایط مسئله صدق می‌کند و گزینه ۳ پاسخ است.

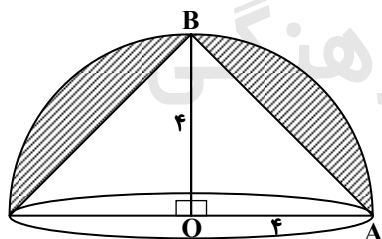
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۴

نکته: حجم مخروط به شعاع قاعده R و ارتفاع h برابر $\frac{1}{3}\pi R^2 h$ است.

نکته: حجم کره به شعاع R برابر $\frac{4}{3}\pi R^3$ است.

جسم حاصل از دوران، یک نیمکره است که یک مخروط قائم از آن خارج شده است.



$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 4^3 - \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 4$$

$$\Rightarrow V = \frac{2\pi}{3} \times 4^3 - \frac{\pi}{3} \times 4^3 = \frac{\pi}{3} \times 4^3 = \frac{64\pi}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

نکته: چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی هر مستطیل یک مربع است. اگر طول مستطیل را a و عرض مستطیل را b در نظر

بگیریم، اندازه ضلع این مربع $\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)$ است.

با توجه به نکته بالا اگر طول مستطیل را a و عرض مستطیل را b در نظر بگیریم، داریم: $a = 5b$

ضلع مربع: $x = \frac{\sqrt{2}}{2}(a-b) = \frac{\sqrt{2}}{2}(5b-b) = 2\sqrt{2}b$

مساحت مربع: $S = x^2 = (2\sqrt{2}b)^2$ طبق فرض $32 \Rightarrow 8b^2 = 32 \Rightarrow b^2 = 4 \xrightarrow{b>0} b = 2 \xrightarrow{a=5b} a = 5 \times 2 = 10$

بنابراین محیط این مستطیل برابر است با:

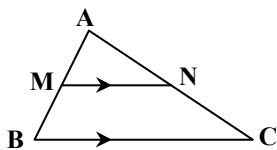
$2(a+b) = 2(10+2) = 24$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل های ۲ و ۳، درس ۱)

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

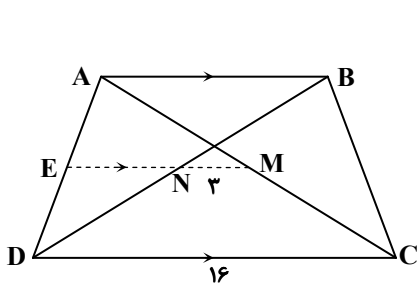
راه حل اول:

نکته (تعمیم قضیه تالس): در مثلث ABC داریم:



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

طبق عکس قضیه تالس، خطی که وسط دو قطر دوزنقه را به هم وصل می کند، با دو قاعده دوزنقه موازی است. اکنون با استفاده از تعمیم قضیه تالس داریم:



$$\triangle ACD : EM \parallel CD \Rightarrow \frac{EM}{CD} = \frac{AM}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{3+EN}{16} = \frac{1}{2} \Rightarrow EN = 5$$

$$\triangle ABD : EN \parallel AB \Rightarrow \frac{EN}{AB} = \frac{DN}{BD}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 10$$

راه حل دوم:

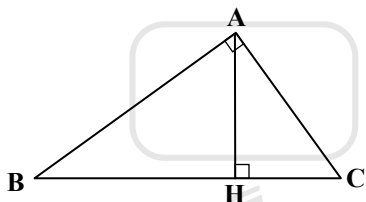
نکته: طول پاره خطی که وسطهای قطرهای دوزنقه ای با قاعده های a و b را به هم وصل می کند، برابر با $\frac{a-b}{2}$ است. (a قاعده بزرگ و b قاعده کوچک است).
طبق نکته، داریم:

$$\frac{16-b}{2} = 3 \Rightarrow 16-b = 6 \Rightarrow b = 10$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

نکته (روابط طولی در مثلث قائم الزاویه): در مثلث قائم الزاویه ABC روابط زیر برقرارند:



۱) $AB^2 = BH \cdot BC$

۲) $AC^2 = CH \cdot BC$

۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$

۴) $AH^2 = BH \cdot CH$

۵) $AH \cdot BC = AC \cdot AB$

مثلث قائم الزاویه ABC را مطابق شکل رسم می کنیم. طبق فرض داریم:

$$S_{\triangle ACH} = 9S_{\triangle ABH}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times AH \times CH = 9 \times \frac{1}{2} \times AH \times BH$$

$$\Rightarrow CH = 9BH \quad (*)$$

طبق فرض $BC = 20$ ، پس:

$$BH + CH = 20 \xrightarrow{(*)} BH + 9BH = 20 \Rightarrow 10BH = 20$$

$$\Rightarrow BH = 2 \xrightarrow{(*)} CH = 18$$

حال با استفاده از نکته بالا داریم:

$$AH^2 = BH \times CH = 2 \times 18 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

بنابراین:

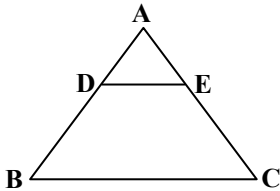
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 20 = 60$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۳

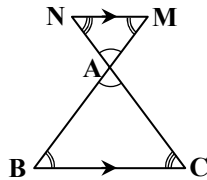
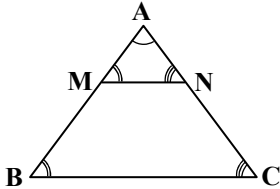
▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۴)

نکته (عکس قضیه تالس): اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آن‌ها، چهار پاره‌خط با اندازه‌های متناسباً متناسب جدا کند، آن‌گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$$



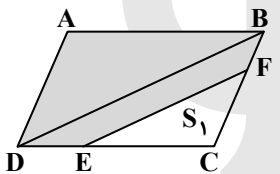
نکته (قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها): اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (با امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

نکته: اگر مثلث‌های $A'B'C'$ و ABC متشابه باشند و نسبت تشابه آن‌ها k باشد $(\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k)$ ، آن‌گاه نسبت مساحت‌های دو مثلث برابر توان دوم نسبت تشابه یعنی k^2 است.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2$$



نکته: در متوازی‌الاضلاع هر یک از قطرهای آن را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$\frac{EC}{DE} = 2 \Rightarrow \frac{DE}{EC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{DE}{DE+EC} = \frac{1}{1+2} \Rightarrow \frac{DE}{DC} = \frac{1}{3}$$

چون $\frac{BF}{BC} = \frac{1}{3}$ است، پس: $\frac{DE}{DC} = \frac{BF}{BC}$ و طبق عکس قضیه تالس در مثلث BDC ، $EF \parallel BD$ است و در نتیجه مثلث EFC با مثلث BDC متشابه است، داریم:

$$\frac{S_1}{S_{\triangle BDC}} = \left(\frac{EC}{DC}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_1 = \frac{4}{9} S_{\triangle BDC} = \frac{4}{9} \times \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{2}{9} S_{ABCD} \Rightarrow S_{\text{هاشورزده}} = \left(1 - \frac{2}{9}\right) S_{ABCD} = \frac{7}{9} S_{ABCD}$$

فیزیک

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

در گزینه ۳، تنها دو مورد یعنی جریان الکتریکی و شدت روشنایی کمیت‌های اصلی هستند، ولی در گزینه‌های دیگر تعداد کمیت‌های اصلی بیشتر از دو مورد است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۲- پاسخ: گزینه ۴

دقت خط‌کشی که تا میلی‌متر مدرج شده است بیشتر از دقت خط‌کشی است که تا سانتی‌متر مدرج شده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۳- پاسخ: گزینه ۱

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$V_{\text{سنگ}} = V_{\text{مایع بیرون‌ریخته}} \Rightarrow \frac{m_{\text{سنگ}}}{\rho_{\text{سنگ}}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{210}{4/2} = \frac{m_{\text{مایع}}}{1/4} \Rightarrow m_{\text{مایع}} = \frac{210 \times 1/4}{4/2} = 70g$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۴- پاسخ: گزینه ۴

طبق متن کتاب درسی، تمام جملات داده‌شده صحیح هستند.

۴۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

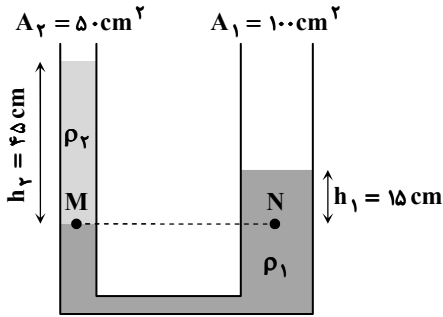
فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع برابر است.

فشار مایع به شکل ظرف و مساحت مقطع آن بستگی ندارد و از رابطه
 $P = P_0 + \rho gh$ حساب می‌شود:

$$P_M = P_N$$

$$\Rightarrow \rho_2 gh_2 + P_0 = \rho_1 gh_1 + P_0 \Rightarrow \rho_2 h_2 = \rho_1 h_1 \Rightarrow 45 \rho_2 = 15 \rho_1$$

$$\Rightarrow \rho_2 = \frac{1}{3} \rho_1 = \frac{1}{3} \times 1/8 = 0.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



۴۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

گزینه ۳ صحیح است.

بررسی نادرستی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نیروی وارد بر میز برابر با حاصل جمع وزن ظرف و مایع است که در دو ظرف برابر است.

گزینه ۲: فشار در کف ظرف برابر است با $P = P_0 + \rho gh$ و یا اگر فقط فشار حاصل از مایع موردنظر باشد، $P = \rho gh$ است که در هر صورت در دو ظرف یکسان است.

گزینه ۴: با توجه به شکل ظرف‌ها و اینکه حجم و ارتفاع مایع در دو ظرف یکسان است، مساحت کف ظرف (۱) بیشتر است، پس نیروی وارد بر کف ظرف ($F = \rho ghA$) در ظرف (۱) بیشتر است.

۴۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

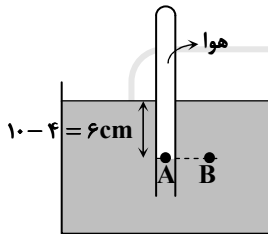
با توجه به رابطه محاسبه فشار داریم:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{2000}{100 \times 10^{-4}} = 2 \times 10^5 \text{ Pa} = 200 \text{ kPa}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

A و B دو نقطه هم‌تراز از شاره (جیوه) هستند؛ پس فشار آن‌ها یکسان است.

$$P_{\text{هوای محبوس}} = P_A = P_B = P_{\text{جیوه}} + P_0 = 6 \text{ cmHg} + 75 \text{ cmHg} = 81 \text{ cmHg}$$



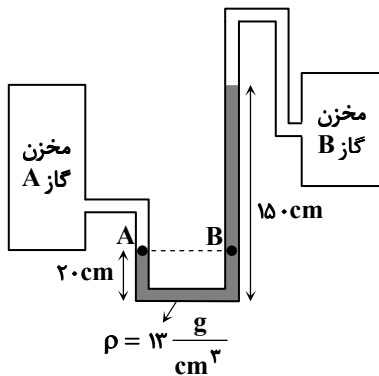
۴۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

با توجه به شکل صورت سؤال، فشار گاز درون مخزن A بیشتر از فشار گاز درون مخزن B است:

$$P_A = P_B + (\text{فشار حاصل از } 120 \text{ سانتی‌متر مایع})$$

اختلاف فشار پیمانه‌ای دو گاز با اختلاف فشار مطلق دو گاز برابر است:

$$\Delta P_g = \rho gh = 13 \times 10^3 \times 10 \times 1/3 = 169 \text{ kPa}$$



۵۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

طبق معادله پیوستگی، $A_A v_A = A_B v_B$ است و چون $A_A > A_B$ است، $v_A < v_B$ خواهد بود.

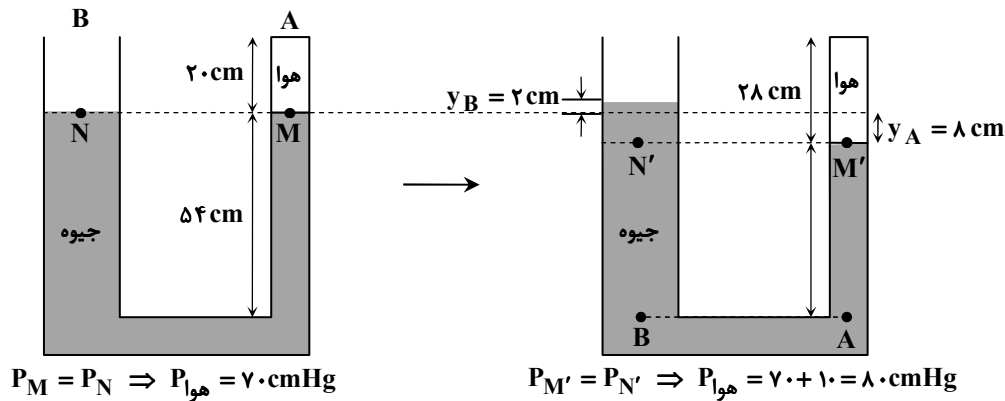
از طرفی، طبق اصل برنولی (برای شاره‌ای که به‌طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند) در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد، پس $P_A > P_B$ خواهد بود.

۵۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل های ۲ و ۴)

حجم جیوه جابه جا شده در دو شاخه باید با هم برابر باشد.

$$\begin{cases} A = \pi R^2 \\ R_B = 2R_A \end{cases} \Rightarrow A_B = 4A_A$$

$$\Delta V_A = \Delta V_B \Rightarrow A_A y_A = A_B y_B \Rightarrow A_A \times y_A = 4A_A \times 2 \Rightarrow y_A = 8 \text{ cm}$$



برای هوای محبوس در دو حالت داریم:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{70 \times A_A \times 20}{300} = \frac{80 \times A_A \times 28}{T_2} \Rightarrow T_2 = 480 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 480 - 300 = 180 \text{ K} \Rightarrow \Delta \theta = 180^\circ \text{C}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

به چوب سه نیروی وزن، نیروی مایع و نیروی ناشی از فشار هوا وارد می شود و چون چوب شناور است، داریم:

$$F_{\text{هوای}} + mg = F_{\text{مایع}} \Rightarrow mg = F_{\text{مایع}} - F_{\text{هوای}}$$

نیروی مایع برابر است با:

$$F_{\text{مایع}} = (\rho g x + P_0) A$$

بنابراین:

$$mg = (\rho g h + P_0) A - P_0 A = \rho g x A$$

در نتیجه چون نیروی وزن و چگالی مایع و مساحت چوب ثابت هستند، مقدار x نیز ثابت است و با تغییر فشار هوا تغییر نمی کند.

۵۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$P_{\text{av}} = \frac{W}{t} \Rightarrow 13 = \frac{W_{\text{شخص}}}{2} \Rightarrow W_{\text{شخص}} = 26 \text{ J}$$

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{mg}} + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\Rightarrow -mgh + W_{\text{شخص}} = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow -0.4 \times 10 \times 1/5 + 26 = \frac{1}{2} \times 0.4 v_2^2 \Rightarrow v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

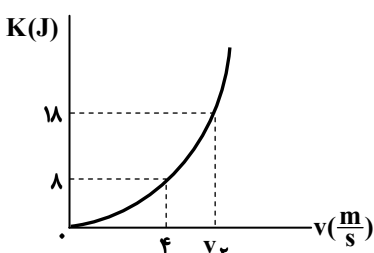
۵۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m v_D^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow -mg\Delta h - f_k(AB + BC + CD)$$

$$= \frac{1}{2} m (v_D^2 - v_A^2) \Rightarrow -2 \times 10 \times (-4) - f_k(1 + 2 \times 4 + 3) = \frac{1}{2} \times 2 \times (81 - 25) \Rightarrow 80 - 12 f_k = 56 \Rightarrow f_k = \frac{80 - 56}{12} = 2 \text{ N}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

با استفاده از نمودار داده شده و استفاده از رابطه محاسبه انرژی جنبشی در دو نقطه مشخص شده می توان نوشت:



$$\begin{cases} v_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ K_1 = 8 \text{ J} \\ m = 1 \text{ kg} \\ K_2 = 18 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = \frac{1}{2} m \times (4)^2 \Rightarrow m = 1 \text{ kg} \\ 18 = \frac{1}{2} \times 1 \times v_2^2 \Rightarrow v_2 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل‌های ۳ و ۴)

$$W_f = \Delta E = (U_f + K_f) - (U_i + K_i) = K_f - K_i = \frac{1}{2} \times m \times (40000 - 90000) = \frac{-50000m}{2} = -25000m$$

$$Q = 25000m \times \frac{1}{2} = 12500m$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 12500m = m \times 125 \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{12500}{125} = 100^\circ\text{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۷- پاسخ: گزینه ۴

$$m = \rho V \Rightarrow m = 1000 \times 3 = 3000 \text{ kg}$$

$$\text{کار} = mg\Delta h = 3000 \times 10 \times (50 + 10) = 180000 \text{ J}$$

$$P \times \Delta t = 20000 \times 3 \times 60 = 360000 \text{ J}$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{انرژی خروجی}}{\text{انرژی ورودی}} \Rightarrow \text{بازده} = \frac{180000}{360000} \times 100 = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

انرژی درونی یک جسم، هم به تعداد ذرات و هم به انرژی درونی هر ذره بستگی دارد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۹- پاسخ: گزینه ۴

سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = 400 \text{ J} \Rightarrow E_1 = K_1 + U_1 = 400 + 0 = 400 \text{ J}$$

$$\left. \begin{aligned} K_2 &= 100 \text{ J} \\ E_1 &= E_2 \Rightarrow U_2 + K_2 = 400 \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_2 = 400 - 100 = 300 \text{ J}$$

$$E_3 = E_1 \Rightarrow U_3 + K_3 = 400 \Rightarrow U_3 + 0 = 400 \text{ J}$$

$$\frac{U_2}{U_3} = \frac{300}{400} \Rightarrow \frac{mgh_2}{mgh_3} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{h_2}{h_3} = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۰- پاسخ: گزینه ۱

دماسنج نواری دوفلزه براساس تفاوت در ضریب انبساط طولی دو فلز که به هم جوش داده‌اند، عمل می‌کند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L}{L_1 \times \Delta T} = \frac{\Delta L}{L_1} \times \frac{1}{\Delta T} = 0.01 \times \frac{1}{50} = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}} = 2 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۲- پاسخ: گزینه ۳

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$100^\circ\text{C} \text{ بخار آب} \rightarrow 100^\circ\text{C} \text{ آب} \rightarrow 0^\circ\text{C} \text{ یخ} \rightarrow 0^\circ\text{C} \text{ آب} \rightarrow 100^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$\Rightarrow -mL_V + m'L_F + m'c\Delta\theta = 0 \Rightarrow -m \times 2268 + 0.3 \times 336 + 0.3 \times 4 / 2 \times (100 - 0) = 0$$

$$\Rightarrow -2268m + 226.8 = 0 \Rightarrow m = 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۳- پاسخ: گزینه ۳

$$Q_1 \xrightarrow{-20^\circ\text{C} \text{ یخ}} 0^\circ\text{C} \text{ یخ} \quad Q_2 \xrightarrow{0^\circ\text{C} \text{ آب}} 0^\circ\text{C} \text{ آب}$$

$$Q_1 = mc \Delta\theta = 40 \times 10^{-3} \times 2100 \times 20 = 1680 \text{ J}$$

$$Q_{\text{گرمای داده شده به یخ}} = Q_1 + Q_2 \Rightarrow 1680 = 1680 + Q_2 \Rightarrow Q_2 = 6680 \text{ J}$$

$$Q_2 = m'L_F = m' \times 334000 \Rightarrow 6680 = m' \times 334000 \Rightarrow m' = \frac{6680}{334000} = 0.02 \text{ kg} = 20 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۴- پاسخ: گزینه ۳

گزینه ۳ نادرست است، زیرا:

در جوشیدن، کل مایع در فرایند تبخیر شرکت می‌کند.

نکته:

(۱) آهنگ تبخیر سطحی به عواملی از جمله دما و مساحت سطح مایع بستگی دارد.

(۲) گرمای نهان تبخیر هر مایع به جنس و دمای آن بستگی دارد.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$Q_{50 \rightarrow 100} = mc\Delta\theta = m \times 4 / 2 \times (100 - 50) = 210m$$

$$Q_{100 \rightarrow 100} = m' L_V = 0 / 1 \times 2256 = 225 / 6 \text{ kJ}$$

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow Q_{\text{کل}} = Pt = 2 \times 322 / 8 = 645 / 6 \text{ kJ}$$

$$Q_{\text{کل}} = Q_{50 \rightarrow 100} + Q_{100 \rightarrow 100} \Rightarrow 645 / 6 = 225 / 6 + 210m \Rightarrow 420 = 210m \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 12600 = \frac{1}{2} \times 4200 \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 6^\circ\text{C}$$

چگالی آب از صفر درجه سلسیوس تا 4°C افزایش و از 4°C تا 6°C کاهش می‌یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

$$Q = P t_1 = mc\Delta\theta = mc \times 50 \quad \text{رابطه (۱)}$$

گرمای گرفته شده برای افزایش دمای جسم جامد برابر است با:

$$Q' = P(t_2 - t_1) = m L_F \quad \text{رابطه (۲)}$$

گرمای گرفته شده برای تغییر حالت جسم جامد برابر است با:

از تقسیم روابط (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{t_1}{t_2 - t_1} = \frac{50c}{L_F} \Rightarrow \frac{t_1}{3t_1 - t_1} = \frac{50c}{L_F} \Rightarrow \frac{L_F}{c} = 100 \frac{\text{kg}}{\text{J}} = 100 \text{ K}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۸- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۶۹- پاسخ: گزینه ۳

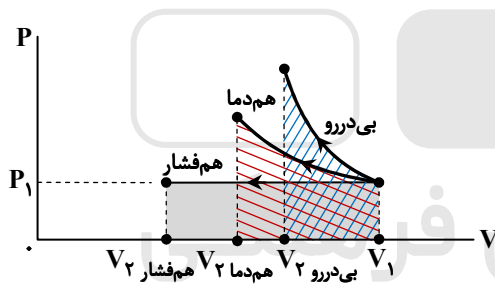
$$T = 273 + 127 = 400 \text{ K}$$

$$PV = nRT \Rightarrow 400 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-3} = n \times 8 \times 400 \Rightarrow n = \frac{400 \times 10^3 \times 50 \times 10^{-3}}{8 \times 400} = \frac{50}{8} \text{ mol}$$

$$M = \frac{m}{n} = \frac{200}{\frac{50}{8}} = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۰- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به اینکه مقدار کار ثابت است، باید سطح زیر نمودارهای P-V

هر سه فرایند برابر باشد. در نتیجه نمودار P-V این سه فرایند به صورت

روبه‌رو خواهد بود؛ پس بی‌دررو $V_2 < V_3$ هم‌دمای $V_2 < V_3$ است.

تذکر: در تراکم، نمودار فرایند بی‌دررو بالای نمودار فرایند هم‌دمای

قرار می‌گیرد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T_1 = 300 \text{ K} \text{ و } T_2 = 350 \text{ K}$$

$$P = \text{ثابت} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{300} = \frac{V_2}{350} \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} L$$

$$W_{\text{هم‌فشار}} = -P\Delta V = -1/5 \times 10^5 \times \left(\frac{2}{3} \times 10^{-3} - 2 \times 10^{-3}\right) = -\frac{100}{3} = -50 \text{ J}$$

پس گاز 50 J کار روی محیط انجام می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

در یک ماشین گرمایی در یک چرخه، تمام گرمای گرفته شده از منبع دمابالا به کار تبدیل نمی‌شود و همواره مقداری از گرمای دریافتی منبع

دمابالا به منبع دمایی پایین داده می‌شود، اما در یک فرایند ترمودینامیکی می‌توان تمام گرمای گرفته شده را به کار تبدیل کرد، مانند فرایند هم‌دمای.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۳- پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_1 = \Delta T_2 \Rightarrow \Delta U_1 = \Delta U_2 \\ V_A = V_B, W_1 = W_2 = 0 \end{aligned} \right\} \Delta U = Q + W \rightarrow Q_1 = Q_2$$

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\left. \begin{aligned} P_C V_C = nRT_C = 1 \times 10^5 \times 6 \times 10^{-3} = 600 \text{ J} \\ P_A V_A = nRT_A = 2 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-3} = 600 \text{ J} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_C = T_A \Rightarrow U_A = U_C \Rightarrow U_{CA} = 0$$

$$\Delta U_{CA} = W_{CA} + Q_{CA} = + \frac{(2 \times 10^5) + (1 \times 10^5)}{2} \times (6-3) \times 10^{-3} + Q_{CA} \Rightarrow 450 + Q_{CA} = 0 \Rightarrow Q_{CA} = -450 \text{ J}$$

گاز در فرایند CA، ۴۵۰J گرما از دست می‌دهد.

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{|W|}{|W| + |Q_L|} \Rightarrow 0.3 = \frac{|W|}{|W| + 31/5} \Rightarrow 0.3|W| + 0.3 \times 31/5 = |W|$$

$$\Rightarrow |W| = \frac{0.3 \times 31/5}{0.7} = 13/5 \text{ kJ}$$
 کار انجام شده در هر چرخه

$$P_{av} = \frac{W_{\text{هر چرخه}}}{t_{\text{هر چرخه}}} \Rightarrow t_{\text{هر چرخه}} = \frac{13/5}{270} = \frac{1}{20} \text{ s}$$

اگر هر چرخه $\frac{1}{20}$ s به طول انجامد، یعنی در هر ثانیه ۲۰ چرخه طی می‌شود.

شیمی

۷۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

$$n - e = 22 \Rightarrow 76 - e = 22 \Rightarrow e = 54$$

$$e = p + 2 \Rightarrow p = e - 2 \Rightarrow p = 52 = \text{عدد اتمی}$$

$$\frac{n}{p} = \frac{76}{52} \approx 1/46$$

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

نیم عمر	نیم عمر	نیم عمر	نیم عمر	نیم عمر	نیم عمر
ششم	پنجم	چهارم	سوم	دوم	اول
t	t	t	t	t	t

a : تعداد باقیمانده

$\frac{a}{2}$

$\frac{a}{4}$

$\frac{a}{8}$

$\frac{a}{16}$

$\frac{a}{32}$

$\frac{a}{64}$

۰ : مقدار مصرفی یا تجزیه شده

$\frac{a}{2}$

$\frac{3a}{4}$

$\frac{7a}{8}$

$\frac{15a}{16}$

$\frac{31a}{32}$

$\frac{63a}{64}$

چون نیم عمر ماده پرتوزای داده شده ۵ روز است، پس ۲۰ روز معادل ۴ تا نیم عمر و یک ماه معادل ۶ تا نیم عمر است.

$$A = \frac{a}{16} = \text{مقدار باقی مانده پس از ۲۰ روز (۴ نیم عمر)}$$

$$B = \frac{63a}{64} = \text{مقدار تجزیه شده پس از یک ماه (۶ نیم عمر)}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{\frac{a}{16}}{\frac{63a}{64}} = \frac{4}{63}$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۱)

نمونه	X_3	X_2	X_1
فراوانی	۳	۲	۱
تعداد نوترون	۳۴	۳۶	۳۸
عدد جرمی	۶۴	۶۶	۶۸

$$A_3 = 30 + 34 = 64$$

$$A_2 = 30 + 36 = 66$$

$$A_1 = 30 + 38 = 68$$

$$\Rightarrow \text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(3 \times 64) + (2 \times 66) + 68}{3 + 2 + 1} = 65/3$$

۷۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

مجموع جرم الکترون و پروتون از جرم نوترون کمتر است.

۸۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

رنگ شعله فلز لیتیم و ترکیب‌های آن، سرخ است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) نور زرد لامپ‌های آزادراه‌ها و بزرگراه‌ها به دلیل وجود بخار سدیم در آن‌ها است.

(۲) از لامپ نئون در ساخت تابلوهای تبلیغاتی با نور سرخ‌فام استفاده می‌کنند.

(۳) فلز مس و نمک‌های آن، رنگ آبی شعله را به رنگ سبز درمی‌آورند.

۸۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

هرچه فاصله الکترون‌ها از هسته اتم بیشتر باشد، انرژی بیشتری نیز دارد، پس رابطه انرژی الکترون با فاصله آن از هسته رابطه‌ای مستقیم است نه عکس.

۸۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

یک ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است؛ بنابراین مجموع بار الکتریکی کاتیون‌ها و آنیون‌های آن با یکدیگر برابر است.

۸۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

این عنصر ${}_{34}\text{Se}$ بوده که در جدول تناوبی با عنصر $(\text{Te})_{52}$ همگروه است و تشکیل یون پایدار Se^{-2} می‌دهد. آرایش الکترونی این اتم به صورت زیر است:



بنابراین دارای ۶ الکترون ظرفیت و ۱۶ الکترون با $I=1$ است.

۸۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

از آنجایی که ترکیب X_pM یونی و یون‌های آن تک اتمی هستند، می‌توان نتیجه گرفت عنصر X فلز و عنصر M نافلز است. چون یون تک اتمی مربوط به این دو عنصر هم‌الکترون است، باید عنصر X به یک دوره بعد از عنصر M تعلق داشته و تعداد الکترون‌های ظرفیتی کمتری از عنصر M داشته باشد. فرمول شیمیایی ترکیب یونی، نشان می‌دهد که اندازه بار الکتریکی آنیون دو برابر اندازه بار الکتریکی کاتیون است و آنیون $2-$ و کاتیون $1+$ دارد.

۸۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

عبارت‌های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) با سرد کردن هوا تا دماهای 0°C و -78°C ، به ترتیب H_2O و CO_2 به حالت جامد جدا می‌شوند. با سرد کردن بیشتر تا دمای -200°C تحت فشار مناسب، N_2 ، O_2 و Ar به حالت مایع درمی‌آیند.

(ب) در این عبارت اگر به جای گاز کربن دی‌اکسید گفته شود گاز کربن مونوکسید، عبارت درست خواهد شد.

۸۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 = -228 + 273 = 45\text{K}$$

$$T(\text{K}) = 6\sqrt{h} + 3 \Rightarrow 45 = 6\sqrt{h} + 3 \Rightarrow 42 = 6\sqrt{h} \Rightarrow 7 = \sqrt{h} \Rightarrow h = 49\text{km}$$

۸۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

واکنش را موازنه کرده و ضرایب آن را جمع می‌نماییم:



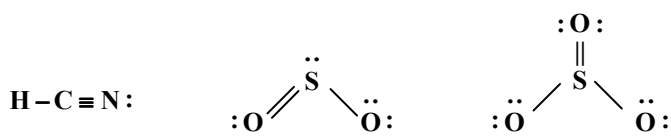
$$2 + 5 + 16 + 2 + 2 + 5 + 8 = 40$$

۸۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) در ساختار لوویس ترکیب مولکولی HClO_3 ، اتم کلر، اتم مرکزی مولکول است و باید بیش از یک پیوند اشتراکی تشکیل دهد.

(۲) در ساختار لوویس مولکول‌های SO_2 و SO_3 پیوند دوگانه وجود دارد ولی در ساختار HCN پیوند سه‌گانه وجود دارد:



(۳) در برخی مولکول‌های سه‌اتمی مانند Cl_2O ، با اینکه تمام اتم‌ها از قاعده هشت‌تایی پیروی می‌کنند، اما اتم مرکزی پیوند دو یا سه‌گانه ندارد.

۸۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

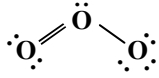
از مس یون‌های پایدار $1+$ و $2+$ شناخته شده است؛ بنابراین مس (X) نیتريد: Cu_3N یا Cu_3N_2 است. از کروم نیز دو یون پایدار $2+$ و $3+$ شناخته شده است؛ در نتیجه کروم (Y) سولفید: CrS یا Cr_2S_3 است. با توجه به شرط سؤال، X برابر ۲ و Y برابر ۳ است.

$Ni^{2+} + P^{3-} \Rightarrow Ni_3P_2$

۹۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

ساختار لوویس اوزون به صورت روبه‌رو است:

نسبت تعداد زوج الکترون‌های پیوندی به ناپیوندی برابر $\frac{1}{4}$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۲) مقدار گاز اوزون با توجه به برگشت‌پذیر بودن واکنش آن در لایه استراتوسفر ثابت است.

(۳) اوزون تروپوسفری از واکنش میان نیتروژن دی‌اکسید با گاز اکسیژن حاصل می‌شود.

(۴) بر اثر تشکیل پیوند میان یک اتم اکسیژن با مولکول اکسیژن و تولید اوزون، پرتوی فرسرخ آزاد می‌شود.

۹۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

(الف) بخش کوچکی از پرتوهای خورشیدی به وسیله هواکره جذب می‌شوند.

(ب) زمین، بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فرسرخ از دست می‌دهد.

(پ) گازهای گلخانه‌ای مانع از خروج کامل گرمای آزاد شده از زمین می‌شوند.

(ت) پرتوهای خورشیدی پس از برخورد به زمین با طول موج‌های بلندتر به هواکره برمی‌گردند.

۹۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

جرم مولی دو گاز CO_2 و C_3H_8 با هم برابر است ($44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$).

جرم ۲ نمونه گاز با یکدیگر برابر است و با توجه به اینکه جرم مولی آن‌ها نیز با هم برابر است، پس تعداد مول و تعداد مولکول‌های آن‌ها با یکدیگر یکسان است.

بررسی موارد نادرست:

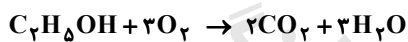
(ب) تعداد اتم‌ها در نمونه گاز پروپان از گاز کربن دی‌اکسید بیشتر است.

(ت) چون در مورد شرایط این دو گاز از نظر دما و فشار اطلاعاتی داده نشده است، نمی‌توانیم در مورد حجم اشغال شده آن‌ها اظهار نظر کنیم.

۹۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

چون به طور کامل واکنش داده‌اند و چیزی از واکنش‌دهنده‌ها باقی نمی‌ماند، نسبت الکل به اکسیژن در مخلوط همان نسبت واکنش هست.

(جرم مولی مخلوط) $C_7H_8OH + 3O_2 = 142 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

$$? \text{ g } H_2O : 28 / 4 \text{ g مخلوط} \times \frac{1 \text{ mol مخلوط}}{142 \text{ g مخلوط}} \times \frac{3 \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol مخلوط}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 10 / 8 \text{ g } H_2O$$

۹۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

ابتدا شرایط هر بادکنک و مقدار گاز درون آن را به یکایی مناسب و یکسان تبدیل می‌کنیم. طبق داده‌های مسئله، فشار هر ۴ بادکنک یکسان و برابر با ۱ اتمسفر است.

$$(I) \text{ بادکنک} \Rightarrow \text{مقدار مول گاز} = 140 \text{ g } CO \times \frac{1 \text{ mol } CO}{28 \text{ g } CO} = 5 \text{ mol}, \text{ دما} = 273 \text{ K}$$

$$(II) \text{ بادکنک} \Rightarrow \text{مقدار مول گاز} = 24 \text{ g } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 \text{ g } H_2} = 12 \text{ mol}, \text{ دما} = 298 \text{ K}$$

$$(III) \text{ بادکنک} \Rightarrow \text{مقدار مول گاز} = 40 \text{ g } Ne \times \frac{1 \text{ mol } Ne}{20 \text{ g } Ne} = 2 \text{ mol}, \text{ دما} = 298 \text{ K}$$

$$(IV) \text{ بادکنک} \Rightarrow \text{مقدار مول گاز} = 20 \text{ g } He \times \frac{1 \text{ mol } He}{4 \text{ g } He} = 5 \text{ mol}, \text{ دما} = 273 \text{ K}$$

مجموع تعداد مول گازها در بادکنک‌های (I)، (III) و (IV) با بادکنک (II) برابر است، اما چون دما در بادکنک‌های (I) و (IV) کمتر از بادکنک (II) می‌باشد، حجم بادکنک (II) از مجموع حجم بادکنک‌های (I)، (III) و (IV) بیشتر است.

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) حجم بادکنک‌های (I) و (IV) به علت شرایط مشابه، با هم برابر است. مبنای قضاوت و مقایسه حجم گازها، جرم آن‌ها نمی‌باشد.
۲) دو مول گاز در بادکنک (III) وجود دارد، ولی چون دمای آن (۲۹۸ K) بیشتر از دمای شرایط STP است، حجم آن نیز بیشتر از ۴۴/۸ لیتر می‌باشد.

۳) مقدار مول گاز در بادکنک‌های (I) و (IV) برابر است، اما گاز موجود در بادکنک (I) دو اتمی است؛ بنابراین تعداد اتم‌های موجود در بادکنک (I)، دو برابر بادکنک (IV) است.

۹۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

آمونیم سولفات $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ یکی از کودهای شیمیایی است که دو عنصر نیتروژن و گوگرد را در اختیار گیاه قرار می‌دهد.

۹۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

گلاب، مخلوطی همگن از چند ماده آلی در آب است.

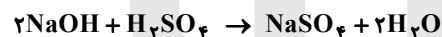
۹۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۳)

دستگاه گلوکومتر، قند خون را به صورت میلی گرم‌های گلوکز در ۱ دسی لیتر از خون نمایش می‌دهد؛ بنابراین در هر دسی لیتر (۰/۱ لیتر یا ۱۰۰ میلی لیتر) نمونه خون موردنظر، ۹۹ میلی گرم (۰/۰۹۹ گرم) گلوکز وجود دارد:

$$\text{درصد جرمی گلوکز} = \frac{۰/۰۹۹}{۱۰۰} \times ۱۰۰ = ۰/۰۹۹\%$$

$$\text{غلظت مولار گلوکز} = \frac{۰/۰۹۹}{۰/۱} = ۰/۹۹ \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)



$$M_{\text{NaOH}} \times V_{\text{NaOH}} = 2(M_{\text{H}_2\text{SO}_4} \times V_{\text{H}_2\text{SO}_4}) \Rightarrow ۰/۱۳۴ \times V_{\text{NaOH}} = 2 \times ۰/۱۰۸ \times ۱۵/۴ \Rightarrow V_{\text{NaOH}} = ۲۶/۸ \text{ mL}$$

۹۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$\text{جرم کل پتاسیم کلرید} = ۰/۲ \text{ mol KCl} \times \frac{۷۴/۵ \text{ g KCl}}{۱ \text{ mol KCl}} = ۱۴/۹ \text{ g KCl}$$

$$\text{جرم پتاسیم کلرید حل شده در ۲۰ گرم آب} = ۱۴/۹ - ۸/۳ = ۶/۶ \text{ g}$$

انحلال پذیری، یعنی حداکثر مقدار حل شونده در ۱۰۰ گرم آب؛ بنابراین:

$$۱۰۰ \text{ g آب} \times \frac{۶/۶ \text{ g KCl}}{۲۰ \text{ g آب}} = ۳۳ \text{ g KCl}$$

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

مولکول آمونیاک (NH_3) به دلیل توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی، نیروی جاذبه بین مولکولی قوی تری نسبت به PH_3 و AsH_3 داشته و نقطه جوش بالاتری دارد. (نادرستی نمودارهای ۲ و ۴)

در بین PH_3 و AsH_3 ، نقطه جوش AsH_3 به دلیل جرم مولی بیشتر، از PH_3 بالاتر است. (نادرستی نمودار ۱)

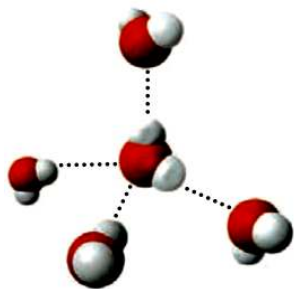
۱۰۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

بررسی گزینه‌های نادرست:

۱) گشتاور دوقطبی مولکول H_2O از مولکول H_2S بیشتر است.

۲) به جز پیوند هیدروژنی، به نیروهای جاذبه بین مولکولی، نیروهای وان دروالس می‌گویند.

۳) هر مولکول آب می‌تواند حداکثر با ۴ پیوند هیدروژنی با ۴ مولکول آب دیگر در ارتباط باشد.



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

- (گزینه ۱) $C > B > A$: جهت‌گیری در میدان الکتریکی
 (گزینه ۲) $C > B > A$: قدرت نیروهای بین مولکولی
 (گزینه ۳) $A > B > C$: انحلال‌پذیری در هگزان \Rightarrow چون هگزان ناقطبی است.
 (گزینه ۴) $C > B > A$: انحلال‌پذیری در اتیلن‌گلیکول \Rightarrow چون اتیلن‌گلیکول قطبی است.

میزان قطبیت: $C > B > A$

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

بررسی گزینه‌های نادرست:

- ۱) اتانول و استون مولکول‌های قطبی دارند و بین مولکول‌های استون پیوند هیدروژنی برقرار نمی‌شود.
 ۲) در شرایط یکسان، انحلال‌پذیری مولکول‌های قطبی گاز NO در آب کمتر از مولکول‌های ناقطبی CO_2 است (به دلیل انحلال شیمیایی مولکول‌های کربن‌دی‌اکسید در آب)

۴) مطابق با قانون هنری، با افزایش فشار در دمای معین، انحلال‌پذیری گازها در آب به صورت خطی افزایش می‌یابد.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

بررسی سایر گزینه‌ها:

- گزینه ۲: انحلال تمام گازها در آب با افزایش دما کاهش می‌یابد.
 گزینه ۳: انحلال هر سه گاز در آب فرایندی گرماده است.
 گزینه ۴: انحلال $H_2S(g)$ در دمای $25^\circ C$ بیشتر از $0/3$ گرم و انحلال $Cl_2(g)$ در دمای $45^\circ C$ بیشتر از $0/39$ گرم است.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

اسمز معکوس فرایندی است که در آن با اعمال فشار بر روی محلول غلیظ، مولکول‌های حلال (آب) از محیط غلیظ به محیط رقیق جابه‌جا می‌شوند. این فرایند برعکس اسمز به صورت غیر خودبه‌خودی و با اعمال فشار انجام می‌شود. در این فرایند، حجم و ارتفاع محیط رقیق (آب خالص) افزایش می‌یابد؛ بنابراین برای نمک‌زدایی از آب دریا می‌توان از این روش استفاده نمود.



مؤسسه آموزشی فرهنگی