

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

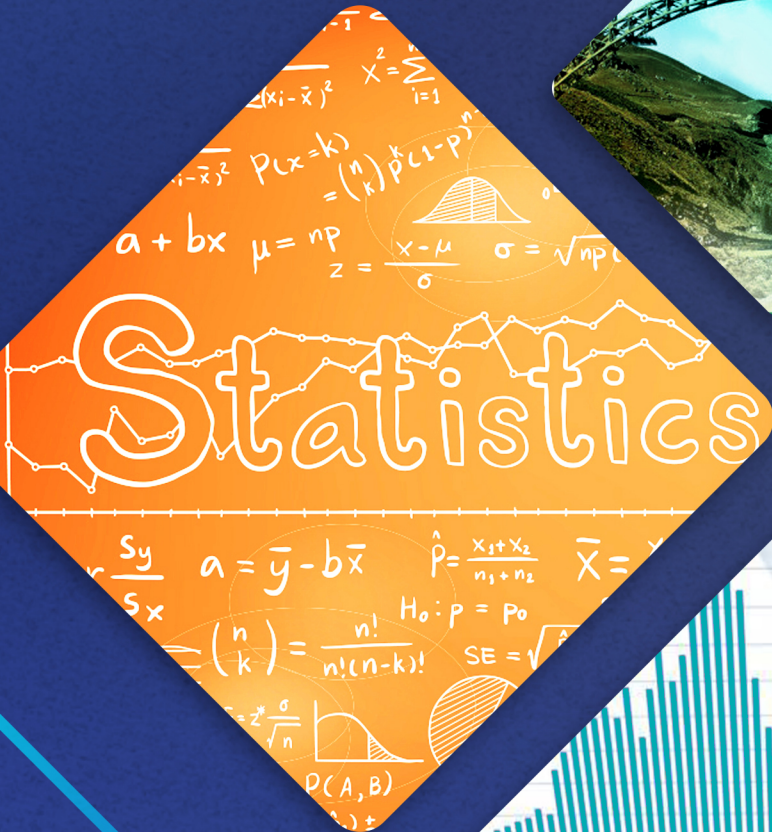
ویژه پایه دوازدهم

آذر ۱۴۰۴

# دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۱

ریاضی و آمار ۳ (رشته ادبیات و علوم انسانی)



۱۴۰۴-۱۴۰۵

● مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

## طراحان

● حسین شفیع زاده ● سید امیرمحمد سید شاکری

مسئول درس: علیرضا فاطمی

حسابان و  
ریاضی پایه

● سعید اکبرزاده ● امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: محمد تقی پور

هندسه

● سعید اکبرزاده ● امیررضا پورحسینی

مسئول درس: حسین اسدزاده

ریاضیات  
گسترده

● ایمان اردستانی ● محمد خان گلدی

مسئول درس: امیرحسین شریفیان

ریاضی  
تجربی

● سعید اکبرزاده ● امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: حسین اسدزاده

ریاضی  
انسانیگروه  
ریاضیگروه ریاضی  
مدرسین: محمد سید شاکری  
۱۳۹۵-۱۳۹۶

## طراحان

● منصوره رئیس دانا ● علی جوهری

مسئول درس: علی جوهری

زیست  
شناسی

● احمد رضوانی ● یوسف صباغی

مسئول درس: علی کنی

فیزیک

● بابک اسفندی ● سبحان دقیق

مسئول درس: محمد وحیدی

شیمی

● حسن علی محمدی

مسئول درس: شکیبا کریمی

زمین  
شناسیگروه  
علومگروه علوم  
مدرسین: محمد حسین کشانی  
۱۳۹۵-۱۳۹۶

مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

طراحان

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

گروه  
عمومیادبیات  
فارسی

مسئول درس: محسن ابراهیم تهرانی

افشین محی الدین

دین و  
زندگی

مسئول درس: زهرا محمدی

علی اکبر آخوندی

زهرا محمدی

زبان  
انگلیسی

مسئول درس: سعید ابراهیمی

علی عاشوری

سعید ابراهیمی

علوم و  
فنون ادبی

مسئول درس: فاطمه اکران

گلاویژ جلالی

مهرابه مجتهد

جامعه  
شناسی

مسئول درس: الهام رضایی

دستیار: فاطمه صفری

فروغ تیموریان

آزیتا بیدقی

روان  
شناسی

مسئولین درس: سیده ضحی سکاکی

و حسین اصفهانی

سیده ضحی سکاکی

زبان  
عربی

مسئولین درس:

پویا رضاداد

مائده خدایاری

دستیار: سارا حمزه

عمار تاجبخش

محسن احدی

کیارش پورمهدی

جواهر فرحات

تاریخ

مسئول درس: الناز گنج کار

دستیار: الهه ریاحی نسب

مهسا اصغری

وجیهه صادقی

جغرافیا

مسئول درس: وجیهه صادقی

بهروز یحیی

مهسا اصغری

فلسفه  
و منطق

مسئول درس: نگین تربتی

اکرم یاسری

فاطمه شریف زاده

طراحان

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

گروه  
انسانی



۱- (بارم کل: ۱ نمره)

الف) نادرست (۰/۲۵)

نکته: برای ضرب یک عدد طبیعی و بزرگتر از ۱ در تمام اعداد طبیعی کوچکتر از خودش، از نماد فاکتوریل «!» استفاده می‌کنیم.

$$\frac{6!}{3!} = \frac{720}{6} = 120 \neq 2! = 2$$

طبق نکته، داریم:

ب) درست (۰/۲۵)

نکته: برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت  $0! = 1$  و  $1! = 1$  تعریف می‌کنیم.

طبق نکته براساس قرارداد ریاضی مقدار  $0!$  را برابر ۱ در نظر می‌گیریم.

ج) درست (۰/۲۵)

نکته: به آزمایش‌هایی که نتیجه آن‌ها قبل از اجرای آزمایش به‌طور قطع مشخص باشد، آزمایش‌ها یا «پدیده‌های قطعی» می‌گوییم.

زیرا همه مهره‌های داخل جعبه قرمز است و قطعاً فقط مهره قرمز از جعبه خارج می‌شود، پس این پیشامد یک پیشامد حتمی است.

د) نادرست (۰/۲۵)

نکته: همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ای را تشکیل می‌دهد که به آن «فضای نمونه» می‌گوییم و آن را با حرف «S» نمایش می‌دهیم.

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

زیرا در پرتاب سه سکه، داریم:

۲- (بارم کل: ۱ نمره)

الف)  $m \times n$  (۰/۲۵)

نکته (اصل ضرب): اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این  $m$

طریق به  $n$  روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به  $(m \times n)$  طریق انجام پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیش از دو مرحله است).

ب) ۸۴ (۰/۲۵)

نکته (ترکیب  $r$  شیء از  $n$  شیء): تعداد انتخاب‌های  $r$  شیء از بین  $n$  شیء را که جابه‌جایی اشیای انتخاب شده پس از انتخاب، حالت جدیدی

تولید نکرده و ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد را با  $C_r^n = \binom{n}{r}$  نشان می‌دهیم و بنابر دستور زیر محاسبه می‌کنیم:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 6} = 84$$

طبق نکته، داریم:

ج) ۱۴۴ (۰/۲۵)

نکته: همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ای را تشکیل می‌دهد که به آن «فضای نمونه» می‌گوییم و آن را با حرف «S»

نمایش می‌دهیم.

$$n(S) = 2 \times 2 \times 6 \times 6 = 144$$

در پرتاب دو سکه و دو تاس، داریم:

د)  $A - B$  (۰/۲۵)

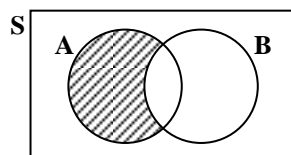
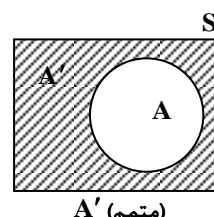
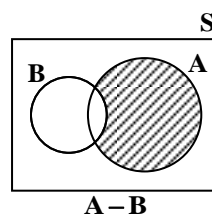
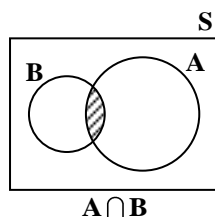
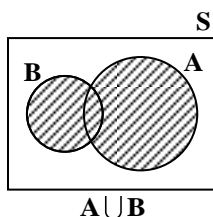
نکته (اعمال روی پیشامدها): هرگاه  $A$  و  $B$  دو پیشامد در فضای نمونه  $S$  باشند:

الف) پیشامد  $A \cap B$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامدهای  $A$  و  $B$  هر دو رخ دهند.

ب) پیشامد  $A \cup B$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامدهای  $A$  یا  $B$  (حداقل یکی از پیشامدها) رخ دهند.

پ) پیشامد  $A - B$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ دهد و پیشامد  $B$  رخ ندهد.

ت) پیشامد  $A'$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ ندهد.



زیرا  $A - B$  زمانی رخ می‌دهد که فقط  $A$  رخ دهد یعنی  $A$  رخ دهد ولی  $B$  رخ ندهد.



۳- (بارم کل: ۲ نمره)

الف) گزینه ۲ (۰/۵)

نکته (ترکیب  $r$  شیء از  $n$  شیء): تعداد انتخاب های  $r$  شیء از بین  $n$  شیء را که جابه جایی اشیای انتخاب شده پس از انتخاب، حالت جدیدی تولید نکرده و ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد را با  $C_r^n = \binom{n}{r}$  نشان می دهیم و بنابر دستور زیر محاسبه می کنیم:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{6} = 56$$

برای تشکیل مثلث باید ۳ نقطه از میان ۸ نقطه انتخاب کنیم، پس:

ب) گزینه ۳ (۰/۵)

نکته (تبدیل  $r$  شیء از  $n$  شیء): تعداد انتخاب های  $r$  شیء از بین  $n$  شیء (که جابه جایی یا ترتیب انتخاب مهم باشد) را با نماد  $P(n,r)$  نشان می دهیم و بنابر دستور زیر محاسبه می کنیم:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(5,2) = \frac{5!}{3!} = \frac{120}{6} = 20$$

طبق نکته، داریم:

ج) گزینه ۴ (۰/۵)

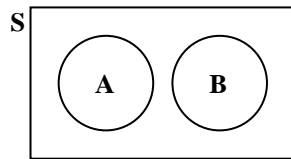
نکته: اگر پیشامد  $A$  نشدنی (غیرممکن) باشد، یعنی  $A = \emptyset$ ، در این صورت  $P(A) = 0$  است.

$$P(\emptyset) = 0$$

طبق نکته، داریم:

د) گزینه ۱ (۰/۵)

زیرا برای دو پیشامد ناسازگار  $A$  و  $B$  داریم:



۱)  $A \cap B = \emptyset$

۲)  $A - B = A$

۳)  $B - A = B$

۴)  $P(A \cap B) = 0$

۵)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

۶)  $A \subseteq B'$

۷)  $B \subseteq A'$

۴- (بارم کل: ۱ نمره)

نکته (اصل جمع): اگر بتوان عملی را به  $m$  طریق و عمل دیگری را به  $n$  طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به  $(m+n)$  طریق می توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)

نکته (اصل ضرب): اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این  $m$  طریق به  $n$  روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به  $(m \times n)$  طریق انجام پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیش از دو مرحله است.)

برای سفر از  $A$  به  $B$  می توانیم مستقیماً با یک راه سفر کنیم یا اینکه ابتدا به  $C$  برویم سپس به  $B$  یا اینکه ابتدا به  $D$  برویم سپس به  $B$ . پس:

$A \rightarrow B$ : ۱ راه (۰/۲۵)

$A \rightarrow C \rightarrow B$ :  $4 \times 3 = 12$  راه (۰/۲۵)

$A \rightarrow D \rightarrow B$ :  $3 \times 2 = 6$  راه (۰/۲۵)

$1 + 12 + 6 = 19$  راه (۰/۲۵)

بنابراین طبق اصل جمع تعداد کل راهها برابر است با:

۵- (بارم کل: ۱ نمره)

نکته (اصل ضرب): اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این  $m$  طریق به  $n$  روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به  $(m \times n)$  طریق انجام پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیش از دو مرحله است.)

خ و ر ش ی د

الف) برای جایگاه آخر فقط ۱ حالت و برای جایگاه های بعدی از ۵ حرف باقی مانده استفاده می کنیم:

$$\begin{matrix} \text{خ} & \text{و} & \text{ر} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & \times & 5 \times 4 = 20 \end{matrix} \quad (0/5)$$

ب) برای جایگاه های اول و آخر فقط ۱ حالت و برای جایگاه های دیگر از ۴ حرف باقی مانده استفاده می کنیم:

$$\begin{matrix} \text{خ} & \text{و} & \text{ر} & \text{ش} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1 & \times & 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \end{matrix} \quad (0/5)$$



۶- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته (اصل ضرب): اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق «و» در مرحله دوم هر کدام از این  $m$  طریق به  $n$  روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به  $(m \times n)$  طریق انجام پذیر است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیش از دو مرحله است.)  
الف) رقم صفر در سمت چپ نمی تواند قرار بگیرد، پس طبق اصل ضرب، داریم:

$$\begin{array}{c} \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 600 \quad (۰/۷۵) \end{array}$$

ب) رقم یکان فقط اعداد فرد و رقم سمت چپ غیر صفر باید باشد، پس:

$$\begin{array}{c} \quad \quad \quad ۵ \text{ یا } ۳ \text{ یا } ۱ \\ \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad \bigcirc \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 4 \times 4 \times 3 \times 3 = 144 \quad (۰/۷۵) \end{array}$$

۷- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته (جایگشت): هر حالت از کنار هم قرار گرفتن  $n$  شیء متمایز را یک جایگشت  $n$  تایی از آن  $n$  شیء می نامیم و تعداد این جایگشتها برابر با  $n!$  است.

الف) در مجموع ۸ کتاب داریم، پس تعداد کل جایگشتهای آنها برابر است با:

$$8! = 40320 \quad (۰/۵)$$

ب) کتابهای هم موضوع را در یک بسته در نظر می گیریم و جایگشت کتابهای داخل هر بسته با هم و جایگشت بستهها با هم را در نظر می گیریم:

$$\underbrace{3! \times 3! \times 2! \times 3!}_{(۰/۲۵)} = 432 \quad (۰/۵)$$

۸- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته (ترکیب  $r$  شیء از  $n$  شیء): تعداد انتخابهای  $r$  شیء از بین  $n$  شیء را که جابه جایی اشیای انتخاب شده پس از انتخاب، حالت جدیدی تولید نکرده و ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد را با  $C_r^n = \binom{n}{r}$  نشان می دهیم و بنابر دستور زیر محاسبه می کنیم:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

نکته (اصل جمع): اگر بتوان عملی را به  $m$  طریق و عمل دیگری را به  $n$  طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به  $(m+n)$  طریق می توان عمل اول «یا» عمل دوم را انجام داد. (اصل جمع به بیش از دو عمل نیز قابل تعمیم است.)  
الف) باید ۲ توپ از میان ۱۰ توپ انتخاب کنیم، پس:

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45 \quad (۰/۲۵)$$

ب) از میان توپهای هم رنگ، ۳ توپ را برمی داریم و طبق اصل جمع با هم جمع می کنیم:

$$\binom{6}{3} + \binom{4}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} + 4 = 24 \quad (۰/۵)$$

۹- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته: تعداد کل زیرمجموعه های یک مجموعه  $n$  عضوی، برابر با  $2^n$  است.

الف) طبق نکته، تعداد زیرمجموعه های ۴ عضوی برابر است با:

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4! \times 6!} = 210 \quad (۰/۲۵)$$

ب) چون زیرمجموعه ۶ عضوی مورد نظر باید شامل عضو ۴ باشد، پس تکلیف یکی از اعضا معلوم است و چون قرار نیست عضوهای ۶ و ۸ در زیرمجموعه حضور داشته باشند، پس آنها را کنار می گذاریم و از بین ۷ عضو باقی مانده ۵ عضو دیگر انتخاب می کنیم، داریم:

$$\binom{10-1-2}{6-1} = \binom{7}{5} = \frac{7!}{5! \times 2!} = 21 \quad (۰/۲۵)$$



۱۰- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته: همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ای را تشکیل می‌دهد که به آن «فضای نمونه» می‌گوییم و آن را با حرف «S» نمایش می‌دهیم.

نکته: هر زیرمجموعه از فضای نمونه را یک پیشامد گویند.

الف)  $S = \{(P, 1), (P, 2), (P, 3), (P, 4), (P, 5), (P, 6), (R, 1), (R, 2), (R, 3), (R, 4), (R, 5), (R, 6)\}$  (۰/۵)

ب)  $A = \{(P, 2), (P, 4), (P, 6)\}$  (۰/۵)

ج)  $B = \{(R, 1), (R, 2), (R, 3), (R, 4), (R, 5), (R, 6), (P, 1), (P, 4)\}$  (۰/۵)

۱۱- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته: فرض کنید  $S \neq \emptyset$  فضای نمونه متناهی یک پدیده تصادفی باشد. اگر  $n$  برآمد برای وقوع داشته باشد و  $A$  پیشامدی در  $S$  باشد، در این صورت احتمال وقوع پیشامد  $A$  را با نماد  $P(A)$  نمایش می‌دهیم و مقدار آن را طبق دستور زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

طبق نکته، ابتدا هر پیشامد را می‌نویسیم و داریم:

الف)  $A = \{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\}$  (۰/۲۵)  $\Rightarrow P(A) = \frac{5}{36}$  (۰/۵)

ب)  $B = \{(3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)\}$  (۰/۲۵)  $\Rightarrow P(B) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$  (۰/۵)

۱۲- (بارم کل: ۱ نمره)

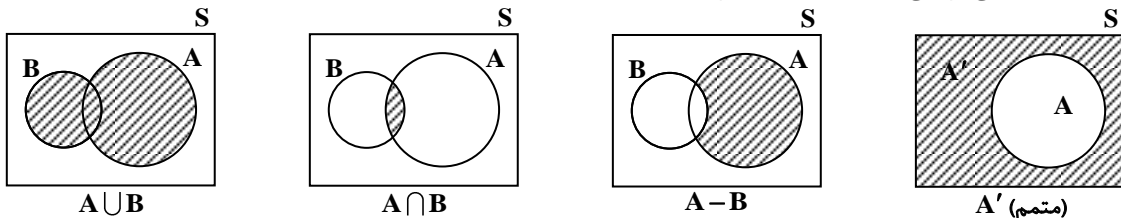
نکته (اعمال روی پیشامدها): هرگاه  $A$  و  $B$  دو پیشامد در فضای نمونه  $S$  باشند:

الف) پیشامد  $A \cap B$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامدهای  $A$  و  $B$  هر دو رخ دهند.

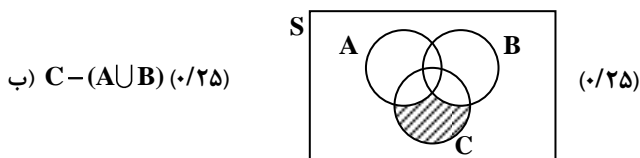
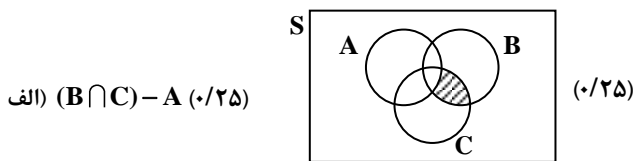
ب) پیشامد  $A \cup B$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامدهای  $A$  یا  $B$  (حداقل یکی از پیشامدها) رخ دهند.

پ) پیشامد  $A - B$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ دهد و پیشامد  $B$  رخ ندهد.

ت) پیشامد  $A'$  وقتی رخ می‌دهد که پیشامد  $A$  رخ ندهد.



طبق نکته، برای هر پیشامد داریم:



۱۳- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته: همه برآمدهای ممکن در یک آزمایش تصادفی، مجموعه‌ای را تشکیل می‌دهد که به آن «فضای نمونه» می‌گوییم و آن را با حرف «S» نمایش می‌دهیم.

نکته: فرض کنید  $S \neq \emptyset$  فضای نمونه متناهی یک پدیده تصادفی باشد. اگر  $n$  برآمد برای وقوع داشته باشد و  $A$  پیشامدی در  $S$  باشد، در

این صورت احتمال وقوع پیشامد  $A$  را با نماد  $P(A)$  نمایش می‌دهیم و مقدار آن را طبق دستور زیر محاسبه می‌کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

الف) اگر پسر را با  $P$  و دختر را با  $D$  نشان دهیم، داریم:

$S = \{(P, P, P), (P, P, D), (P, D, P), (P, D, D), (D, D, D), (D, D, P), (D, P, D), (D, P, P)\}$  (۰/۵)



ب) باید همه فرزندان دختر و یا همه پسر باشند، داریم:

$$A = \{(P,P,P), (D,D,D)\} \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \text{ (۰/۲۵)}$$

ج) باید برآمدهایی را در نظر بگیریم که در آن ۲ فرزند دختر و ۱ فرزند پسر و یا هر ۳ فرزند دختر باشند، پس:

$$B = \{(D,D,P), (D,P,D), (P,D,D), (D,D,D)\} \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \text{ (۰/۲۵)}$$

۱۴- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته (ترکیب r شیء از n شیء): تعداد انتخاب های r شیء از بین n شیء را که جابه جایی اشیای انتخاب شده پس از انتخاب، حالت جدیدی

تولید نکرده و ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد را با  $C_r^n = \binom{n}{r}$  نشان می دهیم و بنابر دستور زیر محاسبه می کنیم:

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{P(n,r)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

نکته: فرض کنید  $S \neq \emptyset$  فضای نمونه متناهی یک پدیده تصادفی باشد. اگر  $S$  برآمد برای وقوع داشته باشد و  $A$  پیشامدی در  $S$  باشد، در این صورت احتمال وقوع پیشامد  $A$  را با نماد  $P(A)$  نمایش می دهیم و مقدار آن را طبق دستور زیر محاسبه می کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

طبق نکات، داریم:

$$\text{الف) } P(\text{هر سه سیب سالم}) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \text{ (۰/۲۵)}$$

$$\text{ب) } P = \frac{\binom{6}{2} \times \binom{4}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{15 \times 4}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ (۰/۵)}$$

۱۵- (بارم کل: ۱ نمره)

نکته: فرض کنید  $S \neq \emptyset$  فضای نمونه متناهی یک پدیده تصادفی باشد. اگر  $S$  برآمد برای وقوع داشته باشد و  $A$  پیشامدی در  $S$  باشد، در

این صورت احتمال وقوع پیشامد  $A$  را با نماد  $P(A)$  نمایش می دهیم و مقدار آن را طبق دستور زیر محاسبه می کنیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

طبق نکته، برای هر پیشامد خواسته شده داریم:

$$\text{الف) } P(\text{هر ۴ نفر در یک ماه متولد شده باشند}) = \frac{12}{12^4} = \frac{1}{12^3} \text{ (۰/۵)}$$

$$\text{ب) } P(\text{ماه تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد}) = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{12^4} = \frac{990}{12^3} = \frac{110}{192} = \frac{55}{96} \text{ (۰/۵)}$$