گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

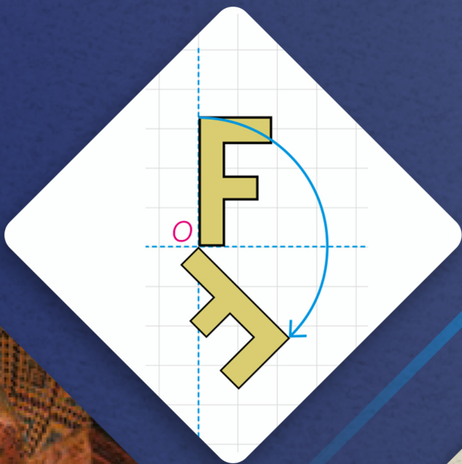
ویژهٔ پایهٔ یازدهم

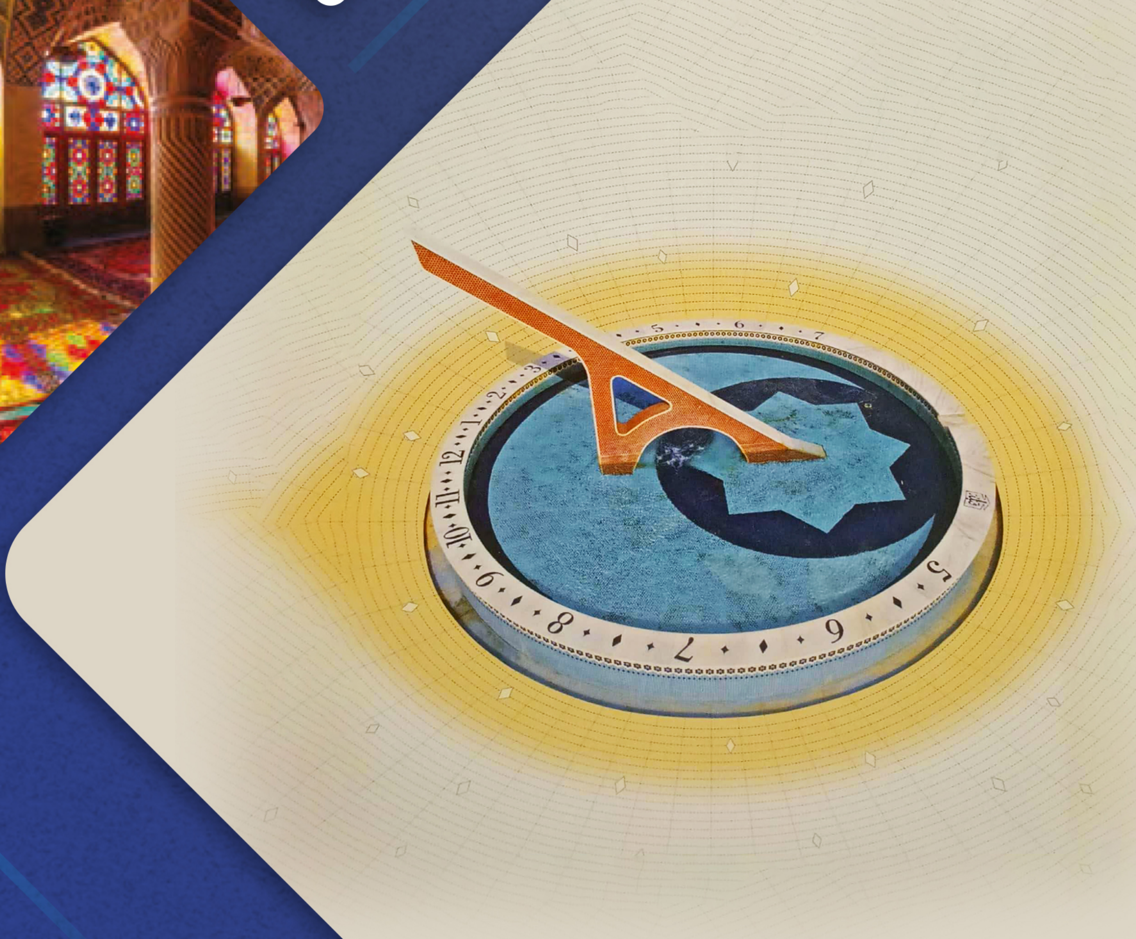
آذر ۱۴۰۴

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۱

هندسه ۲ (رشته ریاضی و فیزیک)





۱۴۰۴-۱۴۰۵

gozine2.ir

اسامی هیئت‌علمی ارزشیابی‌های تشریحی مؤسسه گزینه‌دو در سال تحصیلی ۱۴۰۵_۱۴۰۴

- معاون تولید محتوا: **علی الفتی**
- مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: **محمد حسین کشانی**

گروه ریاضی

مدیر گروه: سید امیرمحمد سید شاکری

		طراحان	
حسابان و ریاضی پایه	**مسئول درس:** علیرضا فاطمی	حسین شفیع زاده	سید امیرمحمد سید شاکری
هندسه	**مسئول درس:** محمد تقی‌پور	سعید اکبرزاده	امیدرضا پورحسینی
ریاضیات گسسته	**مسئول درس:** حسین اسدزاده	سعید اکبرزاده	امیدرضا پورحسینی
ریاضی تجربی	**مسئول درس:** امیرحسین شریفیان	ایمان اردستانی	محمد خان‌گلدی
ریاضی انسانی	**مسئول درس:** حسین اسدزاده	سعید اکبرزاده	امیدرضا پورحسینی

گروه علوم

مدیر گروه: محمد حسین کشانی

		طراحان	
زیست شناسی	**مسئول درس:** علی جوهری	منصوره رئیس‌دانا	علی جوهری
فیزیک	**مسئول درس:** علی کنی	احمد رضوانی	یوسف صباغی
شیمی	**مسئول درس:** محمد وحیدی	بابک اسفندی	سبحان دقیق
زمین شناسی	**مسئول درس:** شکیبا کریمی	حسن علی‌محمدی	

اسامی هیئت‌علمی ارزشیابی‌های تشریحی مؤسسه گزینه‌دو
در سال تحصیلی ۱۴۰۵_۱۴۰۴

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

gozine2.ir

- معاون تولید محتوا: **علی الفتی**
- مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: **محمد حسین کشانی**

گروه عمومی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

طراحان

		طراحان
ادبیات فارسی	**مسئول درس:** محسن ابراهیم‌تهرانی	افشین محی‌الدین
دین و زندگی	**مسئول درس:** زهرا محمدی	علی‌اکبر آخوندی، زهرا محمدی
زبان انگلیسی	**مسئول درس:** سعید ابراهیمی	علی عاشوری، سعید ابراهیمی

گروه انسانی

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

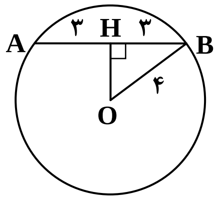
طراحان

		طراحان
علوم و فنون ادبی	**مسئول درس:** فاطمه اکران	گلاویژ جلالی، مهراوه مجتهد
جامعه شناسی	**مسئول درس:** الهام رضایی **دستیار:** فاطمه صفری	فروغ تیموریان، آزیتا بیدقی
روان شناسی	**مسئولین درس:** سیده ضحی سکاکی و حسین اصفهانی	سیده ضحی سکاکی
زبان عربی	**مسئولین درس:** پویا رضاداد مائده خدایاری **دستیار:** سارا حمزه	عمار تاجبخش، محسن احدی، کیارش پورمهدی، جواهر فرحات
تاریخ	**مسئول درس:** الناز گنج‌کار **دستیار:** الهه ریاحی‌نسب	مهسا اصغری، وجیهه صادقی
جغرافیا	**مسئول درس:** وجیهه صادقی	بهروز یحیی، مهسا اصغری
فلسفه و منطق	**مسئول درس:** نگین تربتی	اکرم یاسری، فاطمه شریف زاده

۱- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

الف) درست (۰/۵ نمره)

ب) نادرست؛ می‌دانیم شعاع عمود بر وتر، آن وتر را نصف می‌کند، پس طبق شکل زیر داریم: (۰/۵ نمره)



$$OH^2 + BH^2 = OB^2 \Rightarrow OH^2 + 3^2 = 4^2 \Rightarrow OH^2 + 9 = 16 \Rightarrow OH^2 = 7 \Rightarrow OH = \sqrt{7}$$

ج) درست؛ طول خط‌المرکزین از تفاضل شعاع‌های دو دایره کمتر است. (۰/۵ نمره)

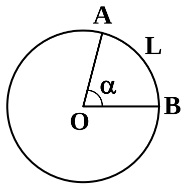
$$d = OO' = 4 < 7 - 2 \Rightarrow d < R' - R$$

پس دو دایره متداخل هستند.

۲- (بارم کل: ۲ نمره)

الف) 80° (۰/۵ نمره)

نکته: ناحیه‌ای از درون و روی دایره را که به دو شعاع دایره و آن دایره محدود است یک قطاع دایره می‌نامند. اگر زاویهٔ مرکزی قطاعی از دایرهٔ $C(O,R)$ برحسب درجه مساوی α باشد، طول کمان AB برابر است با: $L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$ و مساحت قطاع برابر است با: $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$



با توجه به نکته اگر زاویه مرکزی قطاع برابر α باشد، داریم:

$$S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} \Rightarrow \frac{\pi \times 4^2 \times \alpha}{360^\circ} = \frac{32\pi}{9}$$
$$\Rightarrow \frac{16\alpha}{360^\circ} = \frac{32}{9} \Rightarrow \frac{\alpha}{40^\circ} = 2 \Rightarrow \alpha = 80^\circ$$

ب) $4\sqrt{15}$ (۰/۵ نمره)

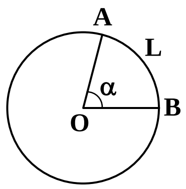
نکته: در دو دایرهٔ مماس خارج، طول مماس مشترک خارجی از رابطهٔ $TT' = 2\sqrt{RR'}$ به دست می‌آید.

از نکته بالا استفاده کرده و داریم:

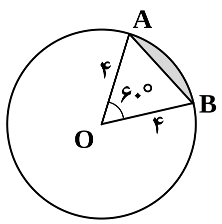
$$R = 6\ ,\ R' = 10 \Rightarrow TT' = 2\sqrt{RR'}$$
$$= 2\sqrt{6 \times 10} = 2\sqrt{60} = 2\sqrt{4 \times 15} = 4\sqrt{15}$$

ج) $\frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ (۰/۵ نمره)

نکته: ناحیه‌ای از درون و روی دایره را که به دو شعاع دایره و آن دایره محدود است یک قطاع دایره می‌نامند. اگر زاویهٔ مرکزی قطاعی از دایرهٔ $C(O,R)$ برحسب درجه مساوی α باشد، طول کمان AB برابر است با: $L = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$ و مساحت قطاع برابر است با: $S = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$



برای محاسبهٔ مساحت قسمت هاشورزده، باید مساحت مثلث OAB را از مساحت قطاع AOB کم کنیم.

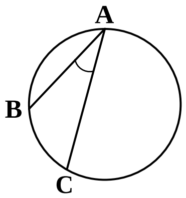


$$S_{\overset{\triangle}{OAB}} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$S_{\text{قطاع}\ AOB} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ} = \frac{\pi \times 4^2 \times 60^\circ}{360^\circ} = \frac{16\pi}{6} = \frac{8\pi}{3} \Rightarrow S_{\text{هاشور}} = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$$

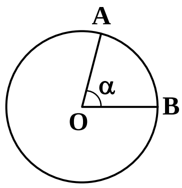
د) 40° (۰/۵ نمره)

نکته: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف اندازهٔ کمان مقابل به آن زاویه.



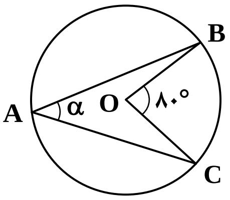
$$\hat{A} = \frac{1}{2}BC$$

نکته: اندازهٔ کمان، همان اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان تعریف می‌شود و واحد آن درجه است.



$$AB = A\hat{O}B = \alpha$$

با استفاده از نکات بالا، داریم:

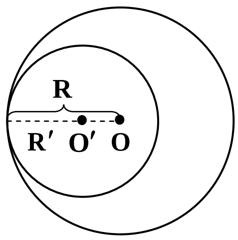


$$B\hat{O}C = BC \Rightarrow BC = 80^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

۳- (بارم کل: ۲ نمره)

با توجه به شکل، شعاع دایره بزرگ را R و شعاع دایره کوچک را R' در نظر گرفته و داریم:



$$OO' = R - R' \Rightarrow R - R' = 2 \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

$$\text{مساحت بین دو دایره} = \pi R^2 - \pi R'^2 \Rightarrow \pi(R^2 - R'^2) = 16\pi \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

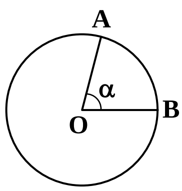
$$\Rightarrow R^2 - R'^2 = 16 \Rightarrow (R - R')(R + R') = 16 \Rightarrow 2(R + R') = 16 \Rightarrow R + R' = 8$$

$$\begin{cases} R - R' = 2 \\ R + R' = 8 \end{cases} (\text{۰/۵ نمره}) \Rightarrow 2R = 10 \Rightarrow \underset{(\text{۰/۲۵ نمره})}{R = 5} \Rightarrow \underset{(\text{۰/۲۵ نمره})}{R' = 3}$$

$$\Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{3}{5} = 0/6 \text{ یا } \frac{R}{R'} = \frac{5}{3} \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

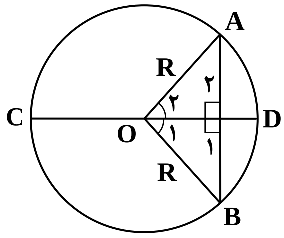
۴- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته: اندازهٔ کمان، همان اندازهٔ زاویهٔ مرکزی مقابل به آن کمان تعریف می‌شود و واحد آن درجه است.



$$AB = A\hat{O}B = \alpha$$

در شکل مقابل، طبق فرض، نقطهٔ D وسط کمان AB است، پس داریم:



$$\left.\begin{array}{l} AD = DB \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OA = OB = R \\ OH = OH \end{array}\right\} (\text{۰/۷۵ نمره}) \xrightarrow{\text{ض‌زض}} O\overset{\triangle}{A}H \cong O\overset{\triangle}{B}H \; (\text{۰/۲۵ نمره})$$

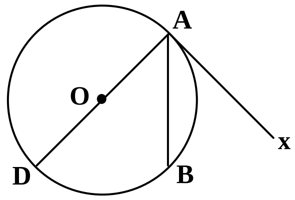
حال از تساوی اجزای متناظر، داریم:

$$AH = HB \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \\ \hat{H}_1 + \hat{H}_2 = 180^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \Rightarrow CD \perp AB \quad (\text{۰/۲۵ نمره})$$

۵- (بارم کل: ۲ نمره)

راه‌حل اول:



در شکل مقابل، زاویهٔ ظلی xAB را در نظر گرفته و قطر AD را رسم می‌کنیم. می‌دانیم شعاع برخط مماس در نقطهٔ تماس عمود است، پس:

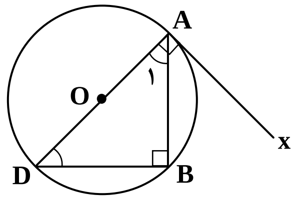
$$\left.\begin{array}{l} x\hat{A}D = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵\ \text{نمره}) \\ AD\ \text{قطر است} \Rightarrow ABD = ۱۸۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow x\hat{A}D = \frac{ABD}{۲} \quad (۰/۲۵\ \text{نمره})$$

حال چون زاویهٔ xAD برابر با مجموع زوایای DAB و xAB است، داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x\hat{A}B + D\hat{A}B = \dfrac{ABD}{۲} \quad (۰/۲۵\ \text{نمره}) \\ \text{زاویه محاطی}\ D\hat{A}B = \dfrac{DB}{۲} \quad (۰/۵\ \text{نمره}) \end{array}\right\} \Rightarrow x\hat{A}B + \frac{DB}{۲} = \frac{ABD}{۲} \Rightarrow x\hat{A}B = \frac{ABD}{۲} - \frac{DB}{۲} \Rightarrow \underbrace{x\hat{A}B = \frac{ABD - DB}{۲}}_{(۰/۵\ \text{نمره})}$$

$$\Rightarrow x\hat{A}B = \frac{AB}{۲} \quad (۰/۲۵\ \text{نمره})$$

راه‌حل دوم:



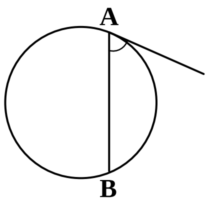
با توجه به شکل مقابل، قطر AD را رسم کرده و D را به B وصل می‌کنیم. زاویه B، زاویهٔ محاطی روبه قطر است، پس قائم‌الزاویه است و در مثلث ABD، داریم: (۰/۵ نمره)

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_۱ + \hat{D} = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵\ \text{نمره}) \\ \hat{A}_۱ + x\hat{A}B = ۹۰^\circ \quad (۰/۲۵\ \text{نمره}) \end{array}\right\} \Rightarrow x\hat{A}B = \hat{D} \quad (۱) \quad (۰/۲۵\ \text{نمره})$$

$$\text{زاویهٔ محاطی}: \underbrace{\hat{D} = \frac{۱}{۲}AB}_{(۰/۵\ \text{نمره})} \xrightarrow{(۱)} x\hat{A}B = \frac{۱}{۲}AB \quad (۰/۲۵\ \text{نمره})$$

۶- (بارم کل: ۲ نمره)

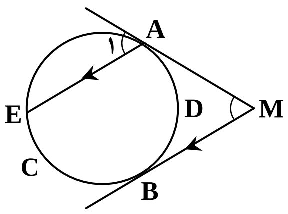
نکته: اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌رو به آن زاویه.



$$\hat{A} = \frac{۱}{۲}AB$$

راه‌حل اول:

طبق شکل، از نقطهٔ A خطی موازی MB رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطهٔ E قطع کند.



$$AE \parallel MB \Rightarrow ADB = BCE \quad (۱) \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب، داریم:

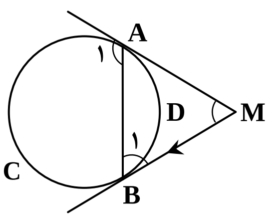
$$AE \parallel MB\ ,\ AM\ \text{مورب} \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{M} \quad (۲) \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

$A_۱$ زاویه ظلی است، پس:

$$\underbrace{\hat{A}_۱ = \frac{AE}{۲}}_{(۰/۲۵\ \text{نمره})} \xrightarrow{(۲)} \underbrace{\hat{M} = \frac{AE}{۲}}_{(۰/۵\ \text{نمره})} = \frac{ACB - BCE}{۲} \xrightarrow{(۱)} \hat{M} = \frac{ACB - ADB}{۲} \ (۰/۲۵\ \text{نمره})$$

راه‌حل دوم:

از A به B وصل می‌کنیم زوایای $\hat{A}_۱$ و $\hat{B}_۱$ ظلی هستند و داریم:



$$\hat{A}_۱ = \frac{ACB}{۲} \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

$$\hat{B}_۱ = \frac{ADB}{۲} \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

با توجه به اینکه زاویهٔ $A_۱$، زاویهٔ خارجی در مثلث $\overset{\triangle}{ABM}$ است، داریم:

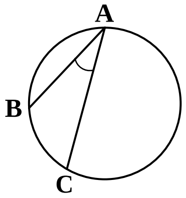
$$\hat{A}_۱ = \hat{B}_۱ + \hat{M} \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

$$\frac{ACB}{۲} = \frac{ADB}{۲} + \hat{M}$$

$$\hat{M} = \frac{ACB - ADB}{۲} \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

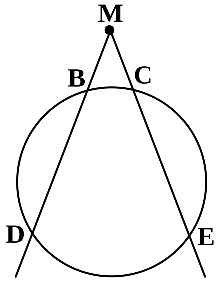
۷- (بارم کل: ۲ نمره)

نکته: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف اندازهٔ کمان مقابل به آن زاویه.



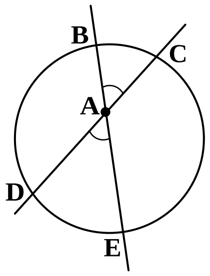
$$\hat{A} = \frac{۱}{۲} BC$$

نکته: زاویه‌ای که از برخورد امتدادهای دو وتر در خارج دایره تشکیل می‌شود، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



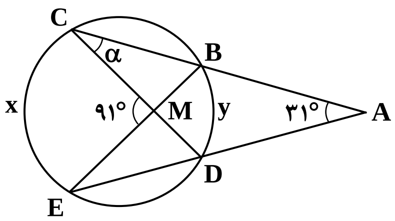
$$\hat{M} = \frac{۱}{۲}(DE - BC)$$

نکته: زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در داخل دایره تشکیل می‌شود، از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$D\hat{A}E = B\hat{A}C = \frac{۱}{۲}(BC + DE)$$

در شکل مقابل، فرض می‌کنیم $BD = y$ و $CE = x$، با استفاده از نکات بالا، داریم:



$$\hat{A} = \frac{CE - BD}{۲} \Rightarrow ۳۱° = \frac{x - y}{۲} \Rightarrow x - y = ۶۲° \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

$$\hat{M} = \frac{CE + BD}{۲} \Rightarrow ۹۱° = \frac{x + y}{۲} \Rightarrow x + y = ۱۸۲° \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

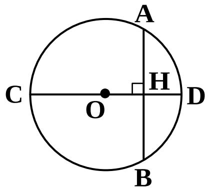
$$\begin{cases} x - y = ۶۲° \\ x + y = ۱۸۲° \end{cases} \xrightarrow{\times(-۱)} \begin{cases} y - x = -۶۲° \\ y + x = ۱۸۲° \end{cases} \Rightarrow ۲y = ۱۲۰° \Rightarrow y = ۶۰° \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

با توجه به این زاویهٔ C، محاطی است، داریم:

$$\hat{C} = \frac{۱}{۲} BD \Rightarrow \alpha = \frac{۱}{۲} y = \frac{۱}{۲} \times ۶۰° = ۳۰° \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

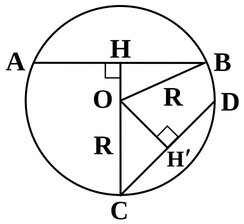
۸- (بارم کل: ۲ نمره)

نکته: اگر CD قطری از دایره باشد که بر وتر AB عمود است، آنگاه قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند.



$$CD \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ AD = BD \end{cases}$$

طبق شکل، مرکز دایره را به نقاط B و C وصل کرده و رابطهٔ فیثاغورس را در دو مثلث OHB و OH′C می‌نویسیم.



$$\overset{\triangle}{OHB} : OH^۲ + BH^۲ = OB^۲ \Rightarrow OH^۲ + BH^۲ = R^۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OH^۲ = R^۲ - BH^۲ \\ BH^۲ = R^۲ - OH^۲ \end{cases} \quad (۱) \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

$$\overset{\triangle}{OH'C} : OH'^۲ + CH'^۲ = OC^۲ \Rightarrow OH'^۲ + CH'^۲ = R^۲$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OH'^۲ = R^۲ - CH'^۲ \\ CH'^۲ = R^۲ - OH'^۲ \end{cases} \quad (۲) \quad (\text{۰/۵ نمره})$$

حال از فرض $AB > CD$ ، داریم:

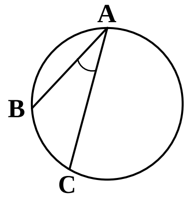
$$AB > CD \Rightarrow ۲BH > ۲CH' \Rightarrow BH > CH' \Rightarrow BH^۲ > CH'^۲ \xrightarrow{(۱),(۲)} R^۲ - OH^۲ < R^۲ - OH'^۲$$
$$\Rightarrow -OH^۲ > -OH'^۲ \Rightarrow OH^۲ < OH'^۲ \Rightarrow OH < OH' \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

بار دیگر از فرض $OH < OH'$، داریم:

$$OH < OH' \Rightarrow OH^۲ < OH'^۲ \xrightarrow{(۱),(۲)} R^۲ - BH^۲ < R^۲ - CH'^۲ \Rightarrow -BH^۲ < -CH'^۲$$
$$\Rightarrow BH^۲ > CH'^۲ \Rightarrow BH > CH' \Rightarrow \frac{۱}{۲}AB > \frac{۱}{۲}CD \Rightarrow AB > CD \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

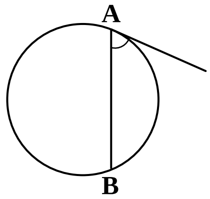
۹- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته: اندازهٔ هر زاویهٔ محاطی برابر است با نصف اندازهٔ کمان مقابل به آن زاویه.



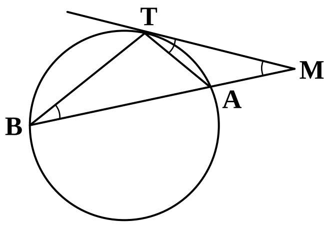
$$\hat{A} = \frac{۱}{۲}BC$$

نکته: اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌رو به آن زاویه.



$$\hat{A} = \frac{۱}{۲}AB$$

در شکل مقابل، MT در نقطهٔ T بر دایره مماس است. مثلث‌های MAT و MBT متشابه هستند.

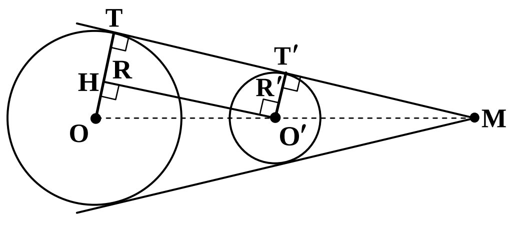


$$\left.\begin{array}{l} \text{زاویه ظلی}: M\hat{T}A = \frac{۱}{۲}AT \\ \text{زاویه محاطی}: \hat{B} = \frac{۱}{۲}AT \end{array}\right\} \Rightarrow M\hat{T}A = \hat{B} \quad (۰/۵\ \text{نمره})$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{مشترک}: \hat{M} = \hat{M} \\ M\hat{T}A = \hat{B} \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{(۰/۵\ \text{نمره})}{M\overset{\triangle}{A}T \sim M\overset{\triangle}{B}T} \Rightarrow \frac{MA}{MT} = \frac{AT}{BT} = \frac{MT}{MB} \quad (۰/۲۵\ \text{نمره})$$

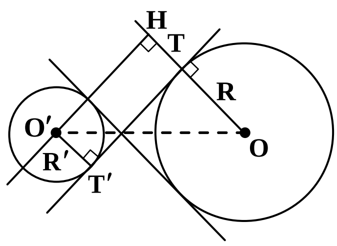
$$\Rightarrow \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \Rightarrow MT^۲ = MA \cdot MB \quad (۰/۲۵\ \text{نمره})$$

۱۰- (بارم کل: ۲ نمره)



نکته: در دو دایرهٔ متخارج، دو مماس مشترک خارجی و خط‌المرکزین در یک نقطه همرس هستند و اندازهٔ مماس مشترک خارجی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$TT' = \sqrt{d^۲ - (R - R')^۲}$$



نکته: در دو دایرهٔ متخارج، دو مماس مشترک داخلی و خط‌المرکزین در یک نقطه همرس هستند و اندازهٔ مماس مشترک داخلی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید.

$$TT' = \sqrt{d^۲ - (R + R')^۲}$$

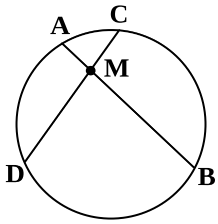
با استفاده از فرمول‌های مماس مشترک‌ها داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{۳۵} = \sqrt{۶^۲ - (R - R')^۲} & (۰/۵\ \text{نمره}) \\ \sqrt{۱۱} = \sqrt{۶^۲ - (R + R')^۲} & (۰/۵\ \text{نمره}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۳۵ = ۳۶ - (R - R')^۲ \\ ۱۱ = ۳۶ - (R + R')^۲ \end{cases}$$

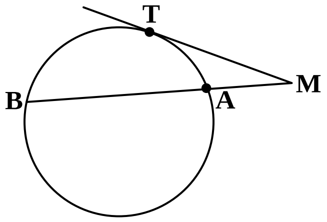
$$\begin{cases} (R - R')^۲ = ۱ \\ (R + R')^۲ = ۲۵ \end{cases} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} R - R' = ۱ \\ R + R' = ۵ \end{array}\right\} (۰/۵\ \text{نمره}) \quad ۲R = ۶ \Rightarrow \underset{(۰/۲۵\ \text{نمره})}{R = ۳} \ , \ \underset{(۰/۲۵\ \text{نمره})}{R' = ۲}$$

۱۱- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

نکته: هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M درون دایره یکدیگر را قطع کنند. آنگاه $MA \cdot MB = MC \cdot MD$



نکته: هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازهٔ مماس برابر است با حاصل‌ضرب اندازه‌های دو قطعهٔ قاطع



$MT^2 = MA \cdot MB$

با استفاده از روابط طولی در دایره، داریم:

$MD \times MF = MC \times MB \Rightarrow \underbrace{3 \times 4 = x \times 6}_{(0/5 \text{ نمره})} \Rightarrow x = 2$ (۰/۲۵ نمره)

$AE^2 = AB \times AC \Rightarrow y^2 = 4(4+6+x) \Rightarrow \underbrace{y^2 = 4 \times 12 = 48}_{(0/5 \text{ نمره})} \Rightarrow y = \sqrt{48} \Rightarrow y = 4\sqrt{3}$ (۰/۲۵ نمره)