

گزینهدو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

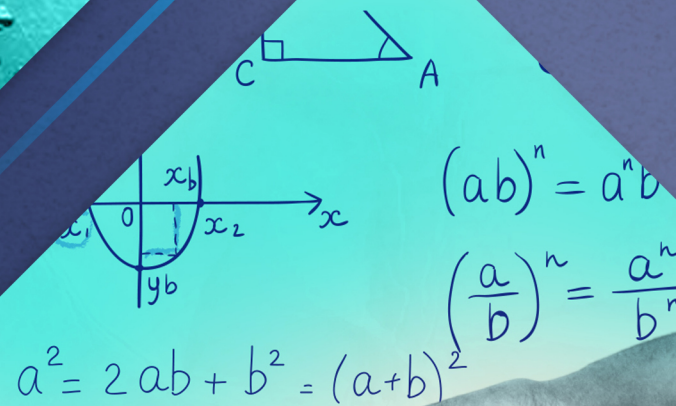
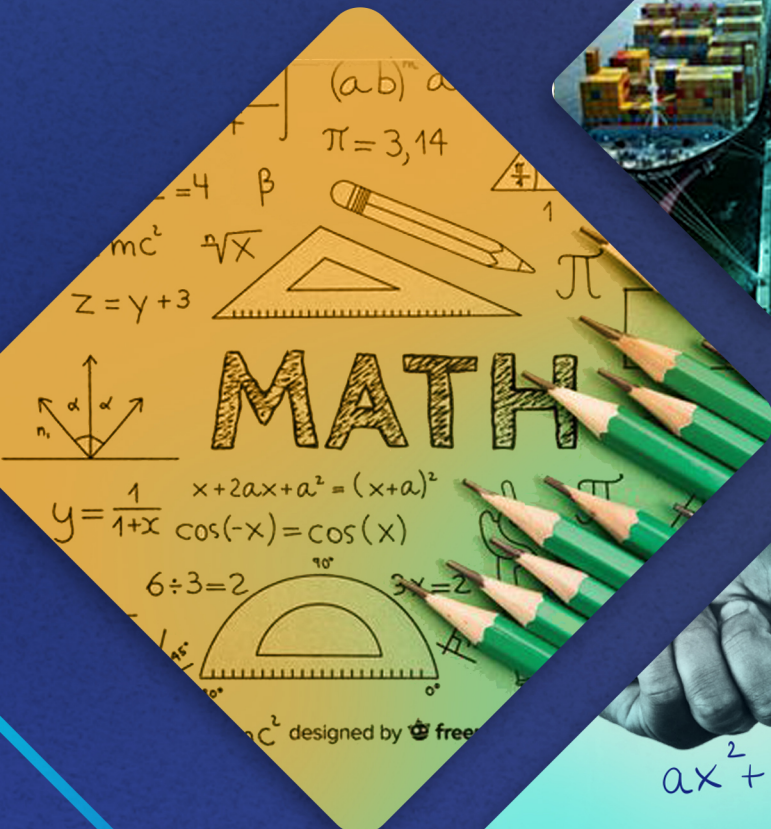
ویژه پایه دوازدهم

آذر ۱۴۰۴

# دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۱

ریاضی ۳ (رشته علوم تجربی)



$$ax^2 + bx + c = 0$$

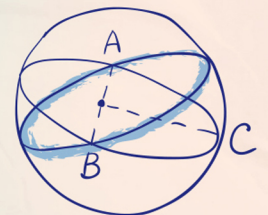
$$P = 4a$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$



مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

### طراحان

مسئول درس: علیرضا فاطمی

حسابان و  
ریاضی پایه

حسین شفیق زاده • سید امیرمحمد سید شاکری

مسئول درس: محمد تقی پور

هندسه

سعید اکبرزاده • امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: حسین اسدزاده

ریاضیات  
گسترده

سعید اکبرزاده • امیررضا پورحسینی

مسئول درس: امیرحسین شریفیان

ریاضی  
تجربی

ایمان اردستانی • محمد خان گلدی

مسئول درس: حسین اسدزاده

ریاضی  
انسانی

سعید اکبرزاده • امیدرضا پورحسینی

گروه  
ریاضی

مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

مسئول درس: علی جوهری

زیست  
شناسی

منصوره رئیس دانا • علی جوهری

مسئول درس: علی کنی

فیزیک

احمد رضوانی • یوسف صباغی

مسئول درس: محمد وحیدی

شیمی

بابک اسفندی • سبحان دقیق

مسئول درس: شکیبیا کریمی

زمین  
شناسی

حسن علی محمدی

گروه  
علوم

مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

### طراحان

مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

طراحان

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

گروه  
عمومیادبیات  
فارسی

مسئول درس: محسن ابراهیم تهرانی

افشین محی الدین

دین و  
زندگی

مسئول درس: زهرا محمدی

علی اکبر آخوندی

زهرا محمدی

زبان  
انگلیسی

مسئول درس: سعید ابراهیمی

علی عاشوری

سعید ابراهیمی

علوم و  
فنون ادبی

مسئول درس: فاطمه اکران

گلاویژ جلالی

مهرابه مجتهد

جامعه  
شناسی

مسئول درس: الهام رضایی

دستیار: فاطمه صفری

فروغ تیموریان

آزیتا بیدقی

روان  
شناسی

مسئولین درس: سیده ضحی سکاکی

و حسین اصفهانی

سیده ضحی سکاکی

زبان  
عربی

مسئولین درس:

پویا رضاداد

مائده خدایاری

دستیار: سارا حمزه

عمار تاجبخش

محسن احدی

کیارش پورمهدی

جواهر فرحات

تاریخ

مسئول درس: الناز گنج کار

دستیار: الهه ریاحی نسب

مهسا اصغری

وجیهه صادقی

جغرافیا

مسئول درس: وجیهه صادقی

بهروز یحیی

مهسا اصغری

فلسفه  
و منطق

مسئول درس: نگین تربتی

اکرم یاسری

فاطمه شریف زاده

طراحان

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

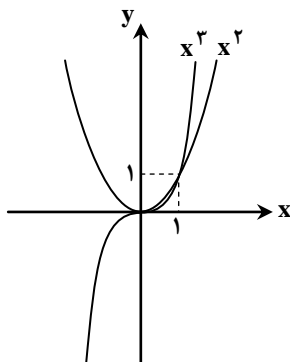
گروه  
انسانی



۱- (بارم کل: ۱ نمره)

الف) درست (۰/۲۵)

نمودار تابع  $y = x^2$  و  $y = x^3$  مطابق شکل زیر است و در بازه  $(0, 1)$  نمودار  $y = x^2$  پایین تر از نمودار  $y = x^3$  است.



ب) نادرست (۰/۲۵)

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند به طوری که برد تابع  $f$  دامنه تابع  $g$  اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع  $g(f(x))$  را با نماد  $(g \circ f)(x)$  نمایش می‌دهیم و تابع  $g \circ f$  را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر: مقدار  $f \circ f(3)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{4-x} - 1 \Rightarrow f(3) = \sqrt{4-3} - 1 = 0 \Rightarrow f(f(3)) = f(0) = \sqrt{4-0} - 1 = 1$$

پ) نادرست (۰/۲۵)

نکته: اگر  $f$  تابعی وارون پذیر و  $f^{-1}$  وارون آن باشد، همواره داریم:

$$f(f^{-1}(x)) = x ; x \in D_{f^{-1}}$$

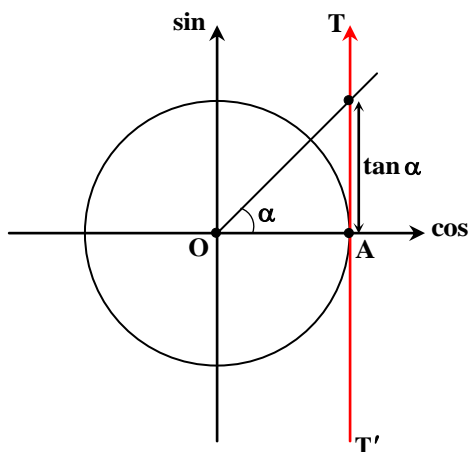
$$f^{-1}(f(x)) = x ; x \in D_f$$

با توجه به نکته فوق، در حالت کلی  $f \circ f^{-1}(x) \neq f^{-1} \circ f(x)$ .

دقت کنید اگر  $D_f = R_f$ ، در این صورت  $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$  است.

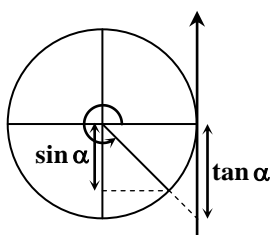
ت) درست (۰/۲۵)

نکته: در دایره مثلثاتی روبه‌رو، خط  $TAT'$  در نقطه  $A$  بر محور کسینوس‌ها عمود است. تانژانت هر زاویه دلخواه مانند  $\alpha$ ، از برخورد امتداد ضلع دوم آن زاویه با خط  $TAT'$  تعیین می‌شود؛ بنابراین خط  $TAT'$  را محور تانژانت می‌نامیم. نقطه  $A$  مبدأ این محور است و جهت مثبت محور، از پایین به سمت بالا است.



در این سؤال با رسم محور تانژانت و سینوس مشاهده می‌کنیم که:

$$\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \sin \alpha > \tan \alpha$$





۲- (بارم کل: ۲ نمره)

الف) ۶ (۰/۵)

نکته: تابع  $f$  را در یک بازه ثابت می‌گوییم، اگر برای تمام مقادیر  $x$  در این بازه، مقدار  $f$  ثابت باشد. بنابراین تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می‌شود.

چون تابع  $f$  هم صعودی و هم نزولی است؛ بنابراین ثابت است، یعنی ضریب  $x$  صفر است:

$$f(x) = (a+2)x - 3a \Rightarrow a+2=0 \Rightarrow a=-2 \Rightarrow f(x) = -3 \times (-2) = 6 \Rightarrow f(a) = f(-2) = 6$$

ب) ۴ (۰/۵)

نکته: تابع درجه دوم  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، در بازه‌های  $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right)$  و  $\left(-\frac{b}{2a}, +\infty\right)$  و زیرمجموعه‌های آن‌ها یک‌به‌یک است.

با توجه به نکته فوق، باید بازه  $[2, +\infty)$  زیرمجموعه بازه  $\left[\frac{m}{2}, +\infty\right)$  باشد؛ بنابراین:

$$\frac{m}{2} \leq 2 \Rightarrow m \leq 4$$

در نتیجه حداکثر مقدار  $m$  برابر ۴ است.

پ) صفر (۰/۵)

دامنه تابع  $f$  بازه  $[-3, 5]$  است؛ بنابراین:

$$-3 \leq 1-2x \leq 5 \xrightarrow{-1} -4 \leq -2x \leq 4 \xrightarrow{\div(-2)} -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_{f(1-2x)} = [-2, 2] \Rightarrow \alpha = -2, \beta = 2 \Rightarrow \alpha + \beta = 0$$

ت)  $\frac{7\pi}{6}$  (۰/۵)

راه حل اول:

نکته: دامنه تابع  $y = \tan x$ ، مجموعه  $D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$  است و برد آن مجموعه اعداد حقیقی است.

با توجه به نکته فوق، نقاطی که تابع در آن‌ها تعریف نمی‌شود به فرم زیر است:

$$3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

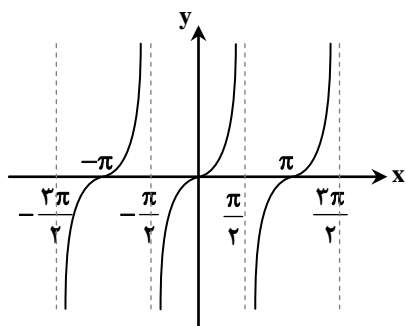
بنابراین:

$$k=2 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}, \quad k=3 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{6}$$

پس تابع  $y = \tan 3x$  در بازه  $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right)$  تعریف شده است.

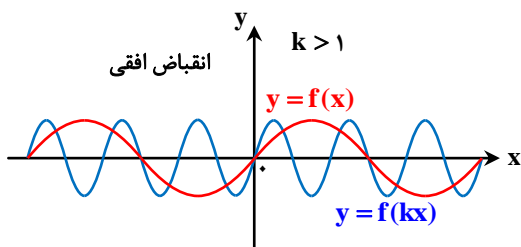
راه حل دوم:

نکته: نمودار تابع  $y = \tan x$ ، به صورت زیر است:



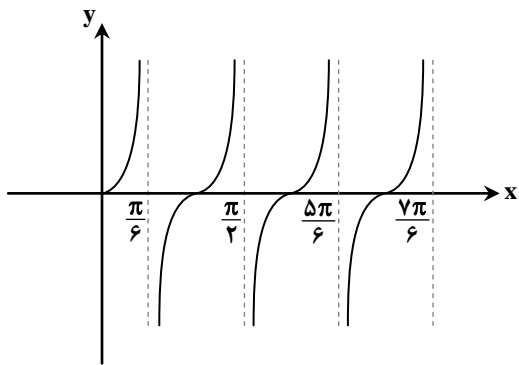
نکته: در رسم نمودار تابع  $y = f(kx)$ ، اگر  $k > 1$ ، نمودار  $f(x)$  در امتداد محور  $x$ ها با ضریب  $\frac{1}{k}$  فشرده می‌شود که در این حالت

می‌گوییم نمودار انقباض افقی یافته است.





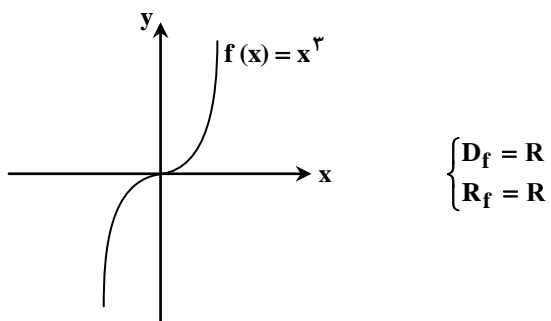
با توجه به نکات فوق، نمودار تابع  $y = \tan(3x)$  به صورت زیر است:



با توجه به نمودار، تابع در بازه  $(\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6})$  تعریف شده است.

۳- (بارم کل: ۲/۲۵ نمره)

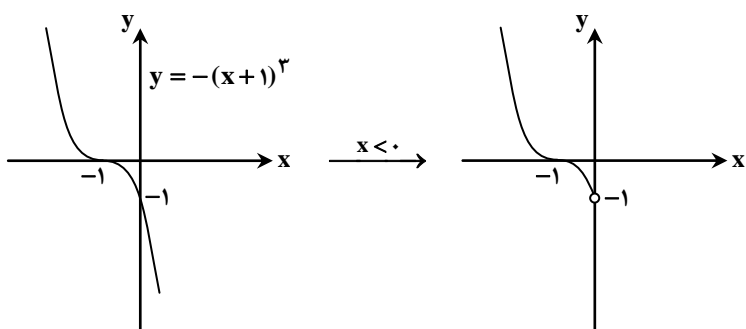
نکته: نمودار تابع  $f(x) = x^3$ ، به صورت زیر است:



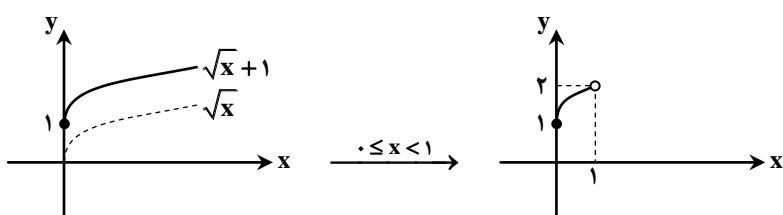
نکته: اگر برای هر دو نقطه  $x_1$  و  $x_2$  از مجموعه  $A$  ( $A \subseteq D_f$ ) که  $x_1 < x_2$  داشته باشیم  $f(x_1) \leq f(x_2)$ ، آنگاه  $f$  را تابعی صعودی می‌نامیم.

نکته: اگر برای هر دو نقطه  $x_1$  و  $x_2$  از مجموعه  $A$  ( $A \subseteq D_f$ ) که  $x_1 < x_2$  داشته باشیم  $f(x_1) > f(x_2)$ ، آنگاه  $f$  را تابعی اکیداً نزولی می‌نامیم.

الف) برای رسم نمودار  $y = -(x+1)^3$  نمودار  $y = -x^3$  را یک واحد به سمت چپ آورده و سپس قسمت‌هایی که  $x < 0$  است، را انتخاب می‌کنیم.

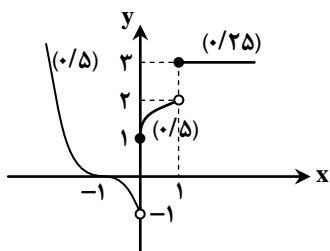


برای رسم نمودار  $y = \sqrt{x} + 1$  نمودار  $y = \sqrt{x}$  را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم و سپس قسمت‌هایی که  $0 \leq x < 1$  است را انتخاب می‌کنیم.





بنابراین نمودار تابع به صورت زیر است:



ب) با توجه به نمودار، تابع  $f$  در بازه  $(-\infty, 0)$  اکیداً نزولی  $(0, 5)$  و در بازه  $[0, +\infty)$  یا  $(0, +\infty)$  صعودی است  $(0, 5)$ . دقت کنید تابع در بازه  $[0, 1)$  اکیداً صعودی است.

۴- (بارم کل: ۳ نمره)

الف)

نکته: دامنه تابع مرکب  $g \circ f$ ، مجموعه  $x$ هایی است که هم‌زمان در دو شرط زیر صدق کنند:

۱-  $x$  در دامنه  $f$  قرار داشته باشد.

۲-  $f(x)$  در دامنه  $g$  قرار داشته باشد.

بنابراین دامنه تابع  $g \circ f$  را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

ابتدا دامنه توابع  $f$  و  $g$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{x-3} + 1 \Rightarrow x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \Rightarrow D_f = [3, +\infty) \quad (0/25)$$

$$g(x) = \sqrt{16-x^2} \Rightarrow 16-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 16 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \Rightarrow D_g = [-4, 4] \quad (0/25)$$

اکنون دامنه  $g \circ f$  را به دست می‌آوریم:

$$D_{g \circ f} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{(0/25)} = \underbrace{\{x \in [3, +\infty) \mid -4 \leq \sqrt{x-3} + 1 \leq 4\}}_{(I)} \quad (0/25)$$

حالا باید نامعادله  $-4 \leq \sqrt{x-3} + 1 \leq 4$  را حل کنیم:

$$\sqrt{x-3} + 1 \geq -4 \Rightarrow \sqrt{x-3} \geq -3 \Rightarrow \text{برقرار است.}$$

$$\sqrt{x-3} + 1 \leq 4 \Rightarrow \sqrt{x-3} \leq 3 \Rightarrow x-3 \leq 9 \Rightarrow x \leq 12 \quad (II) \quad (0/5)$$

بنابراین:

$$(I) \cap (II) : 3 \leq x \leq 12 \Rightarrow D_{g \circ f} = [3, 12] \quad (0/25)$$

ب)

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند به طوری که برد تابع  $f$  و دامنه تابع  $g$  اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع  $g(f(x))$  را با نماد  $(g \circ f)(x)$  نمایش می‌دهیم و تابع  $g \circ f$  را تابع مرکب می‌نامیم، به عبارت دیگر:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

راه حل اول:

می‌دانیم:

$$g \circ g(a) = 3 \Rightarrow g(g(a)) = 3$$

پس ابتدا معادله  $g(x) = 3$  را حل می‌کنیم:

$$g(x) = 3 \Rightarrow \underbrace{\sqrt{16-x^2}}_{(0/25)} = 3 \xrightarrow{\text{توان } 2} 16-x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7} \quad (0/25)$$

بنابراین:

$$g(a) = \pm\sqrt{7} \Rightarrow \sqrt{16-a^2} = \pm\sqrt{7}$$

تساوی  $\sqrt{16-a^2} = -\sqrt{7}$  غیرممکن است، پس:

$$\underbrace{\sqrt{16-a^2} = \sqrt{7}}_{(0/25)} \xrightarrow{\text{توان } 2} 16-a^2 = 7 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \quad (0/5)$$



راه حل دوم:

تابع  $g \circ f$  را تشکیل می دهیم:

$$g(g(x)) = \underbrace{g(\sqrt{16-x^2})}_{(0/25)} = \sqrt{16 - (\sqrt{16-x^2})^2} \xrightarrow{-4 \leq x \leq 4} g \circ g(x) = \sqrt{16 - 16 + x^2} = \sqrt{x^2} = |x| \quad (0/5)$$

پس داریم:

$$g \circ g(a) = 3 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = \pm 3 \quad (0/5)$$

۵- (بارم کل: ۱ نمره)

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند به طوری که برد تابع  $g$  دامنه تابع  $f$  اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع  $f(g(x))$  را با نماد  $(f \circ g)(x)$  نمایش می دهیم و تابع  $f \circ g$  را تابع مرکب می نامیم، به عبارت دیگر:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

با توجه به تعریف  $f \circ g$  داریم:

$$f \circ g(x) = f(g(x)) \xrightarrow{f(x)=2x+1} \underbrace{2g(x)+1}_{(0/25)} = \frac{x-1}{x^2+1} \Rightarrow 2g(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1} - 1 \Rightarrow 2g(x) = \frac{x^2-1-x^2-1}{x^2+1}$$

$$\Rightarrow 2g(x) = \frac{-2}{x^2+1} \Rightarrow g(x) = \frac{-1}{x^2+1} \rightarrow (0/5)$$

۶- (بارم کل: ۲ نمره)

نکته: برای رسم نمودار تابع  $y = f(kx)$ ، کافی است طول نقاط نمودار تابع  $y = f(x)$  را در  $\frac{1}{k}$  ضرب کنیم.

تبدیلات گفته شده را به ترتیب انجام می دهیم:

$$y = f(x) - 1 \xrightarrow[\text{انقباض افقی با ضریب } \frac{1}{3}]{x \rightarrow 3x} \underbrace{y = f(3x) - 1}_{(0/5)} \xrightarrow[\text{واحد به چپ}]{x \rightarrow x+3} y = f(3(x+3)) - 1 = \underbrace{f(3x+9) - 1}_{(0/5)}$$

$$\xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور عرضها}]{x \rightarrow -x} \underbrace{y = f(-3x+9) - 1}_{(0/5)} \xrightarrow[\text{واحد به بالا}]{y \rightarrow y+1} y = f(-3x+9) + 1 \quad (0/5)$$

پس ضابطه جدید به صورت  $y = f(-3x+9) + 1$  است.

۷- (بارم کل: ۲ نمره)

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند  $f$ ، در معادله  $y = f(x)$  در صورت امکان  $x$  را بر حسب  $y$  محاسبه می کنیم، سپس با تبدیل  $y$  به  $x$ ،  $f^{-1}(x)$  را به دست می آوریم.

ابتدا وارون  $f$  را به دست می آوریم. برای این منظور می توان به دو روش عمل کرد:

راه حل اول:

ابتدا  $x$  را بر حسب  $y$  محاسبه می کنیم و سپس با تبدیل  $y$  به  $x$ ،  $f^{-1}(x)$  را به دست می آوریم:

$$y = \sqrt{3x-1} + 2 \Rightarrow \underbrace{y-2 = \sqrt{3x-1}}_{(0/25)} \xrightarrow[\text{مربع}]{y-2 \geq 0} (y-2)^2 = (\sqrt{3x-1})^2 \Rightarrow \underbrace{(y-2)^2 = 3x-1}_{(0/5)}$$

$$\Rightarrow (y-2)^2 + 1 = 3x \Rightarrow x = \frac{(y-2)^2 + 1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x-2)^2 + 1}{3} \text{ یا } f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{3} \quad (0/75)$$

چون  $y \geq 2$  است، پس  $R_f = [2, +\infty)$  و در نتیجه  $D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$ . (0/5)

راه حل دوم:

ابتدا جای  $x$  و  $y$  را عوض می کنیم و سپس  $y$  را بر حسب  $x$  به دست می آوریم:

$$x = \sqrt{3y-1} + 2 \Rightarrow \underbrace{x-2 = \sqrt{3y-1}}_{(0/25)} \xrightarrow[\text{مربع}]{x-2 \geq 0} (x-2)^2 = (\sqrt{3y-1})^2 \Rightarrow \underbrace{(x-2)^2 = 3y-1}_{(0/5)}$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + 1 = 3y \Rightarrow y = \frac{(x-2)^2 + 1}{3} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{(x-2)^2 + 1}{3} \text{ یا } f^{-1}(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{3} \quad (0/75)$$

چون  $y \geq 2$  است، پس  $R_f = [2, +\infty)$  و در نتیجه  $D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$ . (0/5)



۸- (بارم کل: ۲ نمره)

نکته: اگر  $f$  تابعی وارون پذیر باشد، آنگاه:

$$(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$$

نکته: اگر  $f$  و  $g$  دو تابع باشند به طوری که برد تابع  $f$  دامنه تابع  $g$  اشتراک ناتهی داشته باشند، تابع  $g(f(x))$  را با نماد  $(g \circ f)(x)$  نمایش می دهیم و تابع  $g \circ f$  را تابع مرکب می نامیم، به عبارت دیگر:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

راه حل اول:

می دانیم:

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(a) = 1 \Rightarrow f^{-1}(g^{-1}(a)) = 1$$

با فرض  $g^{-1}(a) = t$  ابتدا معادله  $f^{-1}(t) = 1$  را حل می کنیم و مقدار  $t$  را به دست می آوریم:

$$\underbrace{f^{-1}(t) = 1}_{(0/5)} \Rightarrow f(1) = t$$

با توجه به ضابطه تابع  $f$  داریم:

$$f(x) = \sqrt{2x+6} + x \Rightarrow f(1) = \sqrt{2 \times 1 + 6} + 1 = \sqrt{8} + 1 = 3 \Rightarrow t = 3 \quad (0/5)$$

بنابراین:

$$g^{-1}(a) = t \Rightarrow \underbrace{g^{-1}(a) = 3}_{(0/5)} \Rightarrow g(3) = a$$

اکنون مقدار  $a$  را به دست می آوریم:

$$g(x) = x^2 + x \Rightarrow g(3) = 27 + 3 = 30 \Rightarrow a = 30 \quad (0/5)$$

راه حل دوم:

می دانیم:

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = (g \circ f)^{-1}(x)$$

بنابراین:

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(a) = 1 \Rightarrow \underbrace{(g \circ f)^{-1}(a) = 1}_{(0/5)} \Rightarrow (g \circ f)(1) = a \quad (0/5)$$

ابتدا  $f(1)$  را محاسبه می کنیم:

$$f(1) = \sqrt{2 \times 1 + 6} + 1 = \sqrt{8} + 1 = 3 \quad (0/2.5)$$

اکنون داریم:

$$g \circ f(1) = g(f(1)) = \underbrace{g(3) = 3^2 + 3 = 30}_{(0/2.5)} \Rightarrow a = 30 \quad (0/5)$$

۹- (بارم کل: ۱/۷۵ نمره)

نکته: توابع  $y = a \cos bx + c$  و  $y = a \sin bx + c$  دارای مقدار ماکزیم  $|a| + c$ ، مقدار مینیم  $-|a| + c$  و دوره تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  هستند.

با توجه به تابع داده شده، داریم:

$$y = -6 \cos\left(\frac{2}{3}x\right) + 3 \Rightarrow a = -6, c = 3, b = \frac{2}{3}\pi$$

بنابراین:

$$\max = |a| + c = 6 + 3 = 9 \quad (0/2.5)$$

$$\min = -|a| + c = -6 + 3 = -3 \quad (0/2.5)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3 \quad (0/5)$$



۱۰- (بارم کل: ۳ نمره)

نکته: در تابع  $y = a \sin(bx) + c$ ، اگر  $a$  و  $b$  هم علامت باشند، آنگاه با شروع از  $x = 0$ ، نمودار تابع به صورت می شود و اگر  $a$  و  $b$  غیر هم علامت باشند، آنگاه با شروع از  $x = 0$ ، نمودار تابع به صورت خواهد بود.

نکته: در تابع  $y = a \cos(bx) + c$ ، اگر  $a > 0$  باشد، آنگاه با شروع از  $x = 0$ ، نمودار تابع به صورت می شود و اگر  $a < 0$  باشد، آنگاه با شروع از  $x = 0$ ، نمودار تابع به صورت خواهد بود.

نکته: توابع  $y = a \sin bx + c$  و  $y = a \cos bx + c$  دارای مقدار ماکزیمم  $|a| + c$ ، مقدار مینیمم  $-|a| + c$  و دوره تناوب  $\frac{2\pi}{|b|}$  هستند. با توجه به شکل داده شده و نکات فوق، نمودار تابع مربوط به ضابطه تابع  $y = a \sin(bx) + c$  است و  $a$  و  $b$  غیر هم علامت هستند. اکنون داریم:

$$T = \frac{2\pi}{5} - \left(-\frac{\pi}{5}\right) = \frac{3\pi}{5}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{3\pi}{5} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{5}{2}$$

با توجه به نمودار،  $2b = 5$  عددی مثبت است، پس  $b = \frac{5}{2}$  و مقدار ماکزیمم تابع برابر  $2b = 5$  است. اکنون با یکی از دو روش زیر، مقادیر  $a$  و  $c$  را به دست می آوریم:  
روش اول:

$$\begin{cases} \max = 5 \Rightarrow |a| + c = 5 \quad (0/25) \\ \min = -1 \Rightarrow -|a| + c = -1 \quad (0/25) \end{cases} \xrightarrow{+} 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \quad (0/5)$$

$$|a| + c = 5 \Rightarrow |a| + 2 = 5 \Rightarrow |a| = 3 \quad (0/5)$$

در نهایت با توجه به اینکه  $a$  و  $b$  غیر هم علامت هستند و  $b = \frac{5}{2}$  نتیجه می گیریم  $a = -3$  و ضابطه تابع به صورت زیر درمی آید:

$$y = -3 \sin\left(\frac{5}{2}x\right) + 2 \quad (0/5)$$

روش دوم:

$$c = \frac{\max + \min}{2} \Rightarrow c = \frac{5 - 1}{2} = 2 \Rightarrow c = 2 \quad (0/5)$$

$$|a| = \frac{\max - \min}{2} \Rightarrow |a| = \frac{5 + 1}{2} = 3 \Rightarrow |a| = 3 \quad (0/5)$$

در نهایت با توجه به اینکه  $a$  و  $b$  غیر هم علامت هستند و  $b = \frac{5}{2}$  نتیجه می گیریم  $a = -3$  و ضابطه تابع به صورت زیر درمی آید:

$$y = -3 \sin\left(\frac{5}{2}x\right) + 2 \quad (0/5)$$