



گزینهدو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

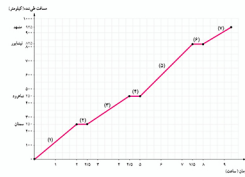
ویژه پایه یازدهم

آذر ۱۴۰۴

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۱

ریاضی و آمار ۲ (رشته ادبیات و علوم انسانی)



مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

طراحان

سید امیرمحمد سید شاکری • حسین شفیع زاده

مسئول درس: علیرضا فاطمی

حسابان و
ریاضی پایه

امیدرضا پورحسینی • سعید اکبرزاده

مسئول درس: محمد تقی پور

هندسه

امیررضا پورحسینی • سعید اکبرزاده

مسئول درس: حسین اسدزاده

ریاضیات
گسترده

محمد خان گلدی • ایمان اردستانی

مسئول درس: امیرحسین شریفیان

ریاضی
تجربی

امیدرضا پورحسینی • سعید اکبرزاده

مسئول درس: حسین اسدزاده

ریاضی
انسانی

گروه
ریاضی

مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

منصوره رئیس دانا • علی جوهری

مسئول درس: علی جوهری

زیست
شناسی

احمد رضوانی • یوسف صباغی

مسئول درس: علی کنی

فیزیک

بابک اسفندی • سبحان دقیق

مسئول درس: محمد وحیدی

شیمی

حسن علی محمدی

مسئول درس: شکیبا کریمی

زمین
شناسی

گروه
علوم

مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

طراحان

مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: محمد حسین کشانی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

طراحان

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

گروه
عمومیادبیات
فارسی

مسئول درس: محسن ابراهیم تهرانی

افشین محی الدین

دین و
زندگی

مسئول درس: زهرا محمدی

علی اکبر آخوندی

زهرا محمدی

زبان
انگلیسی

مسئول درس: سعید ابراهیمی

علی عاشوری

سعید ابراهیمی

علوم و
فنون ادبی

مسئول درس: فاطمه اکران

گلاویژ جلالی

مهرابه مجتهد

جامعه
شناسی

مسئول درس: الهام رضایی

دستیار: فاطمه صفری

فروغ تیموریان

آزیتا بیدقی

روان
شناسی

مسئولین درس: سیده ضحی سکاکی

و حسین اصفهانی

سیده ضحی سکاکی

زبان
عربی

مسئولین درس:

پویا رضاداد

مائده خدایاری

دستیار: سارا حمزه

عمار تاجبخش

محسن احدی

کیارش پورمهدی

جواهر فرحات

تاریخ

مسئول درس: الناز گنج کار

دستیار: الهه ریاحی نسب

مهسا اصغری

وجیهه صادقی

جغرافیا

مسئول درس: وجیهه صادقی

بهروز یحیی

مهسا اصغری

فلسفه
و منطق

مسئول درس: نگین تربتی

اکرم یاسری

فاطمه شریف زاده

طراحان

مدیر گروه: علی اکبر آخوندی

گروه
انسانی



۱- (بارم کل: ۱ نمره)

الف) نادرست (۰/۲۵)

نکته: در منطق ریاضی به هر جمله خبری که بتوانیم (در حال حاضر یا در آینده) دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) را به آن نسبت بدهیم، یک گزاره گفته می‌شود. طبق نکته، فقط جملات خبری گزاره محسوب می‌شوند.

ب) نادرست (۰/۲۵)

نکته: گزاره $(p \vee \sim p)$ را همیشه درست و گزاره $(p \wedge \sim p)$ را همیشه نادرست می‌نامیم:

نکته: برای یک گزاره نامعلوم p گزاره‌های معلوم درست (T) و نادرست (F) داریم:

- ۱) $p \wedge T = p$ ۲) $p \vee T = T$ ۳) $p \wedge F = F$ ۴) $p \vee F = p$

گزاره $p \wedge \sim p$ همواره نادرست است، پس:

$$\underbrace{(p \wedge \sim p)}_F \vee q \equiv F \vee q \equiv q$$

ج) درست (۰/۲۵)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	~ p	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	p ⇔ q
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

در گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ اگر p درست و q نادرست باشد، ارزش گزاره نادرست است. داریم:

$$\underbrace{(19 \text{ اول است})}_d \Rightarrow \underbrace{(18 \text{ اول است})}_n \equiv n$$

د) نادرست (۰/۲۵)

نماد ریاضی عبارت داده شده به صورت $\langle 2x^2 + 4x \rangle x$ یا $\langle x(2x + 4) \rangle x$

۲- (بارم کل: ۲ نمره)

الف) F (۰/۵)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	~ p	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	p ⇔ q
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

نکته: گزاره $(p \vee \sim p)$ را همیشه درست و گزاره $(p \wedge \sim p)$ را همیشه نادرست می‌نامیم:

$$\begin{cases} (p \vee \sim p) \equiv T \\ (p \wedge \sim p) \equiv F \end{cases}$$

گزاره $p \vee \sim p$ همواره درست و گزاره $q \wedge \sim q$ همواره نادرست است، پس داریم:

$$(p \vee \sim p) \Rightarrow (q \wedge \sim q) \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

ب) « $3 \leq 4 \Rightarrow 2 > 6 \Rightarrow 3 > 4$ » (۰/۵)

عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim q \Rightarrow \sim p$ است. پس عکس نقیض گزاره شرطی « $3 > 4 \Rightarrow 2 > 6$ » به صورت زیر است:
 $\sim (2 > 6) \Rightarrow \sim (3 > 4) \equiv 2 > 6 \Rightarrow 3 \leq 4$

ج) $x^3 + y^3 \geq (x+y)^3$ (۰/۵)

اگر دو عدد را x و y در نظر بگیریم، مجموع مکعبات دو عدد معادل $x^3 + y^3$ و مکعب مجموع دو عدد معادل $(x+y)^3$ است، پس:
 $x^3 + y^3 \geq (x+y)^3$



(د) نادرست (۰/۵)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

گزاره دوشروطی $p \Leftrightarrow q$ زمانی درست است که p و q هم‌ارزش باشند، پس داریم:

$$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow p \equiv (F \Leftrightarrow F) \Rightarrow F = T \Rightarrow F \equiv F$$

۳- (بارم کل: ۱ نمره)

الف) می‌دانیم تعداد حالت‌های ارزشی n گزاره برابر 2^n است، پس تعداد حالت‌های ارزشی ۵ گزاره برابر است با: $2^5 = 32$ (۰/۲۵)

ب) نقیض گزاره $6 \times 5 > (-3) \times (-4)$ به صورت زیر است:

$$(-3) \times (-4) \leq 6 \times 5 \quad (۰/۲۵)$$

ج) نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت زیر است:

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

پس نقیض گزاره شرطی داده شده به صورت زیر می‌باشد:

«پرسپولیس بازی امروز را می‌برد و استقلال قهرمان لیگ نمی‌شود.»

(۰/۲۵)

(۰/۲۵)

۴- (بارم کل: ۲ نمره)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

طبق نکته برای هر مورد داریم:

الف) گزاره عطفی زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند.

$$(T \wedge T) \equiv T \quad (۰/۵)$$

(تهران پایتخت ایران است.) (عدد ۳۲ اول نیست.)

ب) گزاره فصلی زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند.

$$(F \vee F) \equiv F \quad (۰/۵)$$

(عدد $\sqrt{3}$ گویا است.) (۱۲ بزرگ‌تر از ۱۱ نیست.)

ج) گزاره شرطی زمانی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

$$(T \Rightarrow F) \equiv F \quad (۰/۵)$$

(عدد $\sqrt{5}$ مثبت است.) (۱۲۱ مضرب ۱۱ است.)

د) گزاره دوشروطی زمانی درست است که هر دو گزاره هم‌ارزش باشند.

$$(T \Leftrightarrow T) \equiv T \quad (۰/۵)$$

(واریناس داده‌ها برابر هستند.) (واریناس داده‌ها برابر صفر است.)

۵- (بارم کل: ۱ نمره)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د



نکته: وقتی که ارزش مقدم یک گزاره شرطی، یعنی p نادرست باشد، گزاره $p \Rightarrow q$ «همواره دارای ارزش درست بوده و درست یا نادرست بودن گزاره q ، تأثیری در ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ ندارد؛ در این صورت می‌گوییم گزاره شرطی «به انتفای مقدم» دارای ارزش درست است. الف) در گزاره شرطی $r \Rightarrow q$ چون q درست است، پس ارزش گزاره درست است و داریم:

$$\underbrace{(r \Rightarrow q) \vee p}_{T} \equiv T \vee p \equiv T \quad (0/25)$$

ب) در ترکیب عطفی، اگر یکی از گزاره‌ها نادرست باشد، ارزش گزاره نادرست است، پس داریم:

$$\underbrace{(p \wedge q) \Rightarrow r}_{F} \equiv F \Rightarrow r \quad (0/25)$$

گزاره شرطی فوق به انتفای مقدم درست است. ۶- (بارم کل: ۲/۲۵ نمره)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	~ p	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	p ⇔ q
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

با تشکیل جدول ارزش‌ها برای گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ داریم:

p	q	~ q	p ∧ ~ q	p ⇒ q	(p ∧ ~ q) ∨ (p ⇒ q)
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د

(0/25) (0/25) (0/25) (0/5) (0/5) (0/5)

بنابراین گزاره $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$ گزاره همواره درست است.

۷- (بارم کل: ۳/۲۵ نمره)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	~ p	p ∧ q	p ∨ q	p ⇒ q	p ⇔ q
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

با استفاده از نکته، جدول ارزش گزاره $(\sim p \wedge r) \Rightarrow (q \vee \sim r)$ را تشکیل می‌دهیم:

p	q	r	~ r	~ p	~ p ∧ r	q ∨ ~ r	(~ p ∧ r) ⇒ (q ∨ ~ r)
د	د	د	ن	ن	ن	د	د
د	د	ن	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	ن	ن	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	د	د	ن	د	د

(0/25) (0/25) (0/25) (0/25) (0/25) (0/5) (0/5) (1)



۸- (بارم کل: ۱/۵ نمره)

الف) نکته (قوانین دموگان):

$$\begin{cases} \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \\ \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \end{cases}$$

طبق نکته داریم:

$$\sim(-\sqrt{16} < -\sqrt{9} \wedge 3^4 = 81) \equiv -\sqrt{16} \geq -\sqrt{9} \vee 3^4 \neq 81 \quad (۰/۵)$$

ب)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

نکته: گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ ، فقط زمانی دارای ارزش نادرست است که مقدم گزاره: یعنی p درست بوده ولی تالی گزاره، یعنی q دارای ارزش نادرست باشد. بنابراین در بقیه موارد ارزش « $p \Rightarrow q$ » درست است.

گزاره شرطی $\sim p \Rightarrow q$ نادرست است، پس مقدم آن یعنی $\sim p$ درست و تالی آن یعنی q نادرست است. داریم:

$$\sim p \equiv T \Rightarrow p \equiv F \quad (۰/۲۵)$$

$$q \equiv F \quad (۰/۲۵)$$

حال ارزش گزاره $(\sim q \wedge p) \vee (q \Rightarrow p)$ را تعیین می‌کنیم:

$$(\sim F \wedge F) \vee (F \Rightarrow F) \equiv (T \wedge F) \vee (T) \equiv F \vee T \equiv T \quad (۰/۵)$$

۹- (بارم کل: ۲ نمره)

نکته: گزاره $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ را عکس نقیض گزاره $(p \Rightarrow q)$ می‌نامیم. یک گزاره شرطی با عکس نقیض خود، هم‌ارزش است.

$$(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$$

طبق نکته هر گزاره شرطی به صورت $p \Rightarrow q$ هم‌ارز عکس نقیض آن یعنی $\sim q \Rightarrow \sim p$ است. (۰/۵)

پس گزاره شرطی «اگر n^3 فرد باشد، آنگاه n فرد است.» هم‌ارز عکس نقیض آن یعنی «اگر n فرد نباشد، آنگاه n^3 فرد نیست.» می‌باشد.

(۰/۵) یعنی «اگر n زوج باشد، آنگاه n^3 زوج است.» بنابراین کافی است گزاره شرطی اخیر را ثابت کنیم:

$$n \Rightarrow n = 2k \quad (۰/۲۵) \Rightarrow n^3 = (2k)^3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow n^3 = 8k^3 = 2(4k^3) = 2q \quad (۰/۵)$$

۱۰- (بارم کل: ۱ نمره)

استدلال «ب» درست است. (۰/۲۵) استدلال «الف» نادرست است (۰/۲۵)، زیرا در مرحله (۶) نمی‌توان a را از صورت و مخرج ساده کرد. زیرا در مخرج، عامل a در حال ضرب قرار ندارد. (۰/۵)

۱۱- (بارم کل: ۱ نمره)

ایراد این استدلال در گام ۲ است. (۰/۲۵) زیرا اجازه تقسیم بر x وجود ندارد، (۰/۵) چون x ممکن است صفر باشد و عبارت بی‌معنا می‌شود. (۰/۲۵)

۱۲- (بارم کل: ۱ نمره)

نکته (قیاس استثنایی): یک استدلال قیاس استثنایی معتبر به صورت زیر است:

$$p \Rightarrow q$$

$$\underline{p}$$

$$\therefore q$$

طبق نکته، داریم:

الف) \therefore سعید هم به نمایشگاه کتاب رفته است. (۰/۵)

$$-1(-x) > -1x \Rightarrow x > 0$$

ب) توجه کنید که اگر طرفین $-x < 0$ را در -1 ضرب کنیم، داریم:

بنابراین:

$$x > 0 \Rightarrow y > x + 1$$

$$\underline{x > 0}$$

$$\therefore y > x + 1 \quad (۰/۵)$$



۱۳- (بارم کل: ۱ نمره)

نکته: اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، جدول ارزش گزاره‌های نقیض، عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی، به صورت زیر است:

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	د	د

با تشکیل جدول ارزش برای دو گزاره $\sim p \Leftrightarrow q$ و $\sim (p \Leftrightarrow q)$ داریم:

p	q	$\sim p$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim (p \Leftrightarrow q)$	$\sim p \Leftrightarrow q$
د	د	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن

(۱)

پس دو گزاره فوق، هم‌ارز هستند.

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q$$