



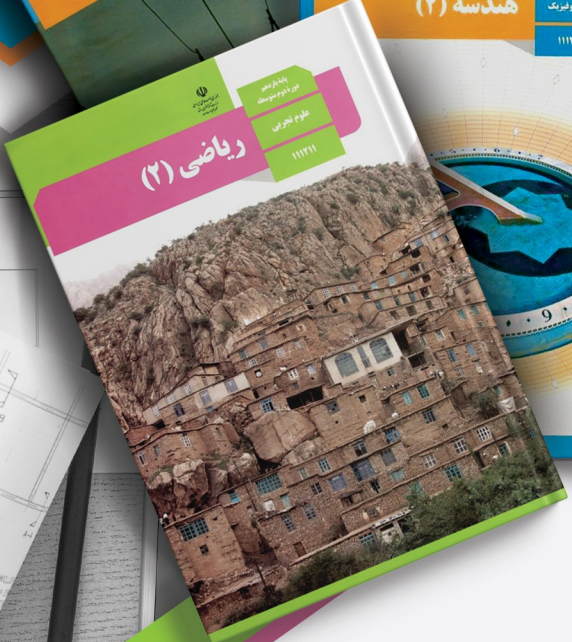
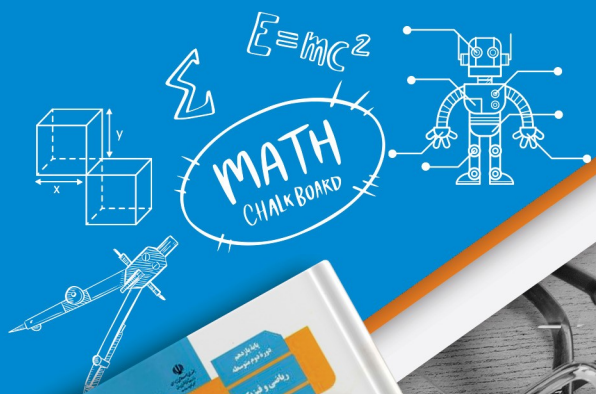
آزمون آزمایشی ۲۸ آذر

# دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مرحله  
۴



۱۴۰۴-۱۴۰۵

## تذکرات مهم ↓

➤ آزمون پیشرفت تحصیلی مرحله ۵ گزینه دو، در روز جمعه ۲۶ دی ۱۴۰۴ برگزار می گردد.

➤ دانش آموز گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مرحله ۴ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس [www.gozine2.ir](http://www.gozine2.ir) قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



دانش آموز گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

### گروه ریاضی

امیرمحمد سید شاکری

کارشناسان	طراحان	مستوفی دروس
سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد	سید امیرمحمد سیدشاکری • علی فرید	مستوفی دروس: علی افضل زاده دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری
علی صادقی • مانی خدابنده	سعيد اکبرزاده • هادی کاظم نژاد	مستوفی دروس: سعيد اکبرزاده دستیار: هادی کاظم نژاد
حسین خواجوند • مانی خدابنده	امیدرضا پورحسینی	مستوفی دروس: سعيد اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم	محمد خانگلدی	مستوفی دروس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده	علیرضا صحرایی • عباس مالکی	مستوفی دروس: حسین افسری دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

### گروه علوم

محمد حسین کشانی

کارشناسان	طراحان	مستوفی دروس
علی جوهری • میلاد حاتمی • نرگس حسینی	سعيد خورشیدی نسب • رضا بهنامی	مستوفی دروس: بتول خواجه پور دستیاران: منصور داوودندی
مریم گلی حسن لو	یوسف صباغی • محسن داودی	مستوفی دروس: سید حامد میرقادری دستیار: حسین سعادت
محمد احمدی	محمدعلی توسلی فر • محمد احمدی • یاسر راش • بابک اسفندی	مستوفی دروس: فرزانه رجایی • فرزانه صادی
حسن علی محمدی • فرزانه صادی • روزبه اسحاقیان	حسن علی محمدی • عباس روزبهانی	مستوفی دروس: شکیبا کریمی

### گروه انسانی

اکبر آخوندی

کارشناسان	طراحان	مستوفی دروس
محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی	مینا پزنگ • محمدحسین صفایی • حمزه کریم تباح فر • هادی قورزایی • محمدرضا پیرو • امیرمهید اسفندی	مستوفی دروس: محمدرضا پیرو دستیار: سپهر سالارکیا
مهتاب شیرازی • هستی ناصح	علیرضا مختاری • آزاده میرزایی • الهام میرزایی • مبینا تاجیک	مستوفی دروس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری
علی شکری • فاطمه یاری	نگین تربیتی • مهدی پارچه باف دولتی	مستوفی دروس: سیده ضحی سکاکی دستیار: ثنا کاشیان
فاطمه نظری • سارا حمزه • مهتاب شیرازی • صبا پهلوان	ولی برجی • حمیدرضا قائد امینی • آریا ذوقی • سید محسن ماهینی • جواهر فرحات • امینه کارآمد	مستوفی دروس: پویا رضاداد محمدحسین حقیقت
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	مهسا اصغری • سیده ساره زاهدی • فاطمه نیتی	مستوفی دروس: سیده ساره زاهدی
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	سیده ساره زاهدی • الهه ریاحی نسب • محسن سلیمانی	مستوفی دروس: الناز گنج کار دستیار: الهه ریاحی نسب
ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور • امیررضا علیزاده	فاطمه شریف زاده • محسن انصاری • محمدحسین خدام	مستوفی دروس: سعید رحیمیان دستیاران: محمدحسین خدام - فرزاد مختاری نژاد
کوثر رعدی	میترا چینی ساز • طاهره کریمی • علی محسنی • آیدانا رستمی • محمدرضا مبارکی • آرش بدری	مستوفی دروس: امیر محمدبیگی دستیار: محمدرضا مبارکی

## ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)

خوبه اینو بدونی

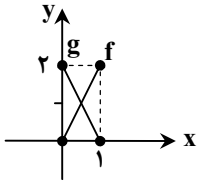
- دو تابع  $f$  و  $g$  را برابر می‌نامیم هرگاه:الف) دامنه  $f$  و دامنه  $g$  با هم برابر باشند.ب) برای هر  $x$  از این دامنه یکسان داشته باشیم:  $f(x) = g(x)$  یعنی ضابطه‌های برابر داشته باشند.

- هم‌دامنه تابع را می‌توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت.

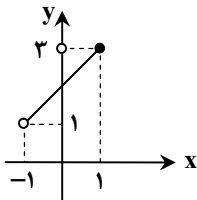
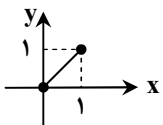
جوابش اینه



تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: نادرست؛ به‌عنوان مثال در شکل زیر، دامنه و برد تابع‌های  $f$  و  $g$  به ترتیب بازه‌های  $[0, 1]$  و  $[0, 2]$  هستند ولی این دو تابع به‌وضوح با هم برابر نیستند:

گزینه ۲: درست؛ برد هر تابع زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنه آن است و لزوماً با آن برابر نیست.

گزینه ۳: درست؛ در شکل زیر، دامنه تابع  $f$ ، بازه  $[-1, 1]$  و برد آن بازه  $[1, 3]$  می‌باشد و بی‌شمار تابع می‌توان با این دامنه و برد تعریف کرد.گزینه ۴: درست؛ در شکل زیر، دامنه تابع  $f$  و همچنین برد آن، بازه  $[0, 1]$  است.مسیر نمودار از نقطه  $(0, 0)$  به نقطه  $(1, 1)$  به صورت خطی رسم شده ولی این مسیر را می‌توان به بی‌شمار روش رسم کرد طوری که دامنه و برد تابع، تغییر نکند.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۲- پاسخ: گزینه ۲

خوبه اینو بدونی

- دو تابع  $f$  و  $g$  را برابر می‌نامیم هرگاه:الف) دامنه  $f$  و دامنه  $g$  با هم برابر باشند.ب) برای هر  $x$  از این دامنه یکسان داشته باشیم:  $f(x) = g(x)$  یعنی ضابطه‌های برابر داشته باشند.

جوابش اینه

واضح است که دامنه تابع  $f$ ، برابر با  $\mathbb{R}$  و دامنه هر یک از گزینه‌ها هم برابر با  $\mathbb{R}$  می‌باشد. بنابراین برای برابری دو تابع باید ضابطه‌ها یکسان

$$f(x) = |x^2| - |x|$$

باشند. تابع  $f$  را به کمک نماد قدرمطلق بازنویسی می‌کنیم:

$$f(x) = x^2 - |x|$$

از آنجا که همواره  $x^2 \geq 0$  است، می‌توان نوشت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - (x) & x \geq 0 \\ x^2 - (-x) & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ x^2 + x & x < 0 \end{cases}$$

در نتیجه تابع  $f$  به صورت دوضابطه‌ای، چنین است:

بنابراین گزینه ۲ صحیح است. (دقت داشته باشید که رابطه ارائه شده در گزینه ۱، اساساً یک تابع نیست.)

۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)



- دامنه تابع: تصویر نقاط تابع  $f$  روی محور طول‌ها را «دامنه» تابع گویند.

- برد تابع: تصویر نقاط تابع  $f$  روی محور عرض‌ها را «برد» تابع گویند.



$$D = (-1, 3] - \{2\}$$

با توجه به نمودار و تعریف دامنه و برد تابع، می‌توان نوشت:

$$R = (-2, 2]$$

دقت داشته باشید که عدد ۱، عضو برد ( $R$ ) است؛ زیرا اگرچه نقطه  $(2, 1)$  توخالی است ولی مطابق شکل، نقطه دیگری با عرض ۱ وجود

$$D \cap R = (-1, 2)$$

دارد. بنابراین:

۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)



- معادلاتی که دارای دو متغیر مانند  $x$  و  $y$  هستند، یک «رابطه» را نشان می‌دهند. یک معادله برحسب دو متغیر  $x$  و  $y$  در صورتی تابع است که به ازای هر  $x$  فقط یک  $y$  وجود داشته باشد.



وقتی می‌خواهیم نشان دهیم یک رابطه، نمایشگر یک تابع نیست، لازم است بتوانیم مقداری از  $x$  ارائه دهیم که به ازای آن مقدار، بیش از یک مقدار برای  $y$  حاصل شود؛ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\text{مقداری برای } y \text{ به دست نمی‌آید.} \Rightarrow \Delta = -8 \Rightarrow y^2 + 2y + 3 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = -3 \Rightarrow x = -3: \text{گزینه ۱}$$

$$\text{مقداری برای } y \text{ به دست نمی‌آید.} \Rightarrow \Delta = -4 \Rightarrow y^2 + 2y + 2 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = -2 \Rightarrow x = -2: \text{گزینه ۲}$$

$$\text{فقط یک مقدار برای } y \text{ به دست می‌آید.} \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (y+1)^2 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = -1 \Rightarrow x = -1: \text{گزینه ۳}$$

$$x = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = 0 \Rightarrow y(y+2) = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ یا } y = -2$$

بنابراین به ازای ورودی  $x = 0$ ، دو مقدار خروجی  $y = -2$  و  $y = 0$  حاصل می‌شود و این مثال نشان می‌دهد که رابطه مورد نظر، تابع نیست.

۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)



- به کوچک‌ترین عدد صحیح که از عدد حقیقی  $x$  کوچک‌تر نباشد، «جزء صحیح  $x$ » می‌گویند و آن را با  $[x]$  نمایش می‌دهند.



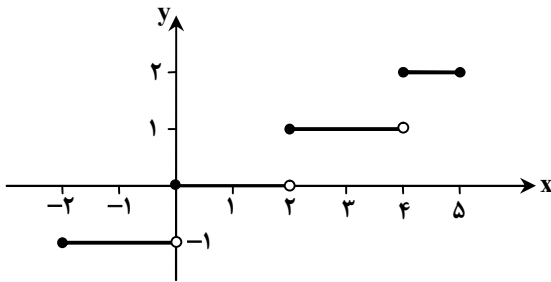
$$\begin{cases} -2 \leq x < 0 \Rightarrow -1 \leq \frac{1}{2}x < 0 \Rightarrow y = \left[\frac{1}{2}x\right] = -1 \\ 0 \leq x < 2 \Rightarrow 0 \leq \frac{1}{2}x < 1 \Rightarrow y = \left[\frac{1}{2}x\right] = 0 \\ 2 \leq x < 4 \Rightarrow 1 \leq \frac{1}{2}x < 2 \Rightarrow y = \left[\frac{1}{2}x\right] = 1 \\ 4 \leq x \leq 5 \Rightarrow 2 \leq \frac{1}{2}x \leq 2.5 \Rightarrow y = \left[\frac{1}{2}x\right] = 2 \end{cases}$$

با توجه به تعریف تابع جزء صحیح، ابتدا نمودار  $g(x) = \left[\frac{1}{2}x\right]$  را رسم

می‌کنیم. برای این منظور، لازم است مقادیر  $x$  را به صورت زیر، بازه‌بندی و

در هر بازه، مقدار  $y$  را بیابیم:

بنابراین نمودار تابع  $g$  به شکل زیر است:



بنابراین نمودار تابع  $g$  شامل ۳ قطعه خط با طول مساوی (به طول ۲) است. از آنجا که نمودار  $f$  با انتقال نمودار  $g$  به اندازه ۳ واحد به بالا به دست می آید، تفاوتی در تعداد قطعه خط با طول مساوی نخواهد داشت.

۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)



اگر  $a$  عددی حقیقی باشد، قدرمطلق  $a$  طبق تعریف برابر است با:

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

اگر  $x$  عددی حقیقی باشد، طبق ویژگی‌های قدرمطلق داریم:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$



از آنجایی که عبارت  $9x^2 + 6x + 1$ ، مربع کامل است:

$$9x^2 + 6x + 1 = (3x + 1)^2$$

در نتیجه می توان نوشت:

$$\sqrt{(3x + 1)^2} = -5x - 4 \Rightarrow |3x + 1| = -5x - 4$$

ریشه عبارت درون قدرمطلق،  $x = -\frac{1}{3}$  است. بنابراین دو حالت ممکن است:

$$x \geq -\frac{1}{3} \Rightarrow 3x + 1 \geq 0 \Rightarrow |3x + 1| = 3x + 1 \Rightarrow 3x + 1 = -5x - 4 \Rightarrow x = -\frac{5}{8}$$

از آنجاکه  $-\frac{5}{8} < -\frac{1}{3}$  است، این پاسخ مورد قبول نیست.

$$x < -\frac{1}{3} \Rightarrow 3x + 1 < 0 \Rightarrow |3x + 1| = -3x - 1 \Rightarrow -3x - 1 = -5x - 4 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

از آنجاکه  $-\frac{3}{2} < -\frac{1}{3}$  است، این پاسخ مورد قبول است. بنابراین جواب معادله،  $x = -\frac{3}{2}$  و در نتیجه عددی بین  $-2$  و  $-1$  می باشد.

۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)



فاصله بین دو عدد  $a$  و  $b$  به صورت  $|a - b|$  تعریف می شود.

فرض کنیم  $a$  یک عدد حقیقی مثبت و  $u$  یک عبارت جبری باشد. در این صورت:

اگر  $|u| > a$ ، آنگاه:  $u > a$  یا  $u < -a$ .



فاصله بین  $x$  و ۶ برابر است با:  $|x - 6|$ . در نتیجه می توان نوشت:

$$2|x - 6| > 6 \Rightarrow |x - 6| > 3 \Rightarrow (x - 6 > 3 \text{ یا } x - 6 < -3) \Rightarrow (x > 9 \text{ یا } x < 3)$$

$$(-\infty, 3) \cup (9, +\infty)$$

بنابراین مجموعه جواب این نامعادله عبارت است از:

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)

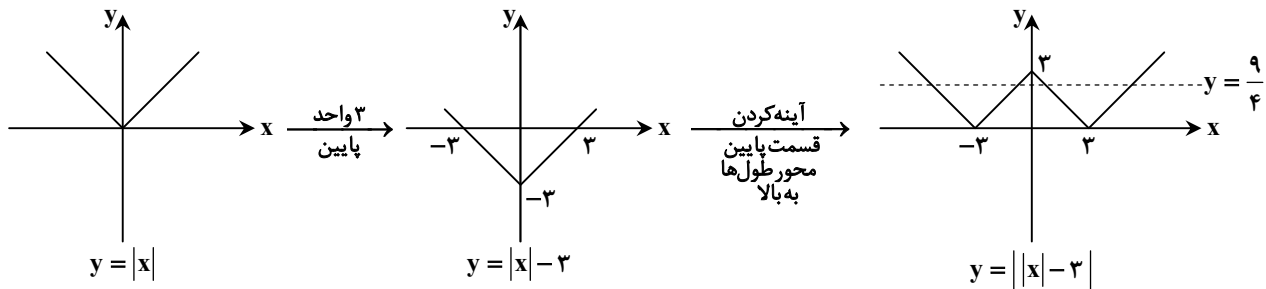
۸- پاسخ: گزینه ۱



- برای رسم نمودار  $y = |f(x)|$  کافی است نمودار  $y = f(x)$  را رسم کنیم و در جاهایی که نمودار  $f(x)$  زیر محور طول‌هاست، تصویر آینه‌وار نمودار  $f(x)$  را نسبت به محور طول‌ها رسم کنیم.



کافی است نمودارهای  $y = |x| - 3$  و  $y = \frac{9}{4}$  را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم.  
برای رسم نمودار  $y = |x| - 3$  به این ترتیب عمل می‌کنیم:



در شکل نهایی، نمودار  $y = \frac{9}{4}$  که یک خط افقی است نیز با خط‌چین رسم شده است.

با توجه به شکل این دو نمودار همدیگر را در ۲ نقطه با طول مثبت و ۲ نقطه با طول منفی قطع می‌کنند. بنابراین، معادله ۲ جواب مثبت و ۲ جواب منفی دارد.



می‌توانیم معادله را به روش جبری حل کنیم. می‌دانیم اگر  $|u| = a$  و  $a$  عددی مثبت باشد، آنگاه  $u = \pm a$

$$||x| - 3| = \frac{9}{4} \Rightarrow \begin{cases} |x| - 3 = \frac{9}{4} \Rightarrow |x| = 3 + \frac{9}{4} \Rightarrow |x| = \frac{21}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{21}{4} \\ |x| - 3 = -\frac{9}{4} \Rightarrow |x| = 3 - \frac{9}{4} \Rightarrow |x| = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{4} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای دو جواب مثبت و دو جواب منفی است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۹- پاسخ: گزینه ۱



- به‌طور کلی اگر بخواهیم فاصله نقطه  $A(x_0, y_0)$  از خط  $ax + by + c = 0$  را به‌دست آوریم، می‌توان نتیجه گرفت که طول عمود  $AH$  برابر است با:

$$AH = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



مختصات هر یک از نقاط  $A$  و  $B$  را می‌توان به‌صورت  $(a, a+9)$  در نظر گرفت، زیرا این نقاط روی خط به معادله  $y = x + 9$  قرار دارند. حال رابطه فاصله نقطه  $(a, a+9)$  از خط  $2x - 3y + 4 = 0$  را می‌نویسیم و آن را برابر با  $\sqrt{13}$  قرار می‌دهیم:

$$\frac{|2a - 3(a+9) + 4|}{\sqrt{4+9}} = \sqrt{13} \Rightarrow \frac{|-a - 22|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Rightarrow |a + 22| = 13 \Rightarrow a + 22 = 13 \text{ یا } a + 22 = -13 \Rightarrow a = -10 \text{ یا } a = -36$$

در نتیجه مختصات نقاط  $A$  و  $B$  چنین است:

$$A(-10, -1), B(-36, -27)$$

$$y_A + y_B = -1 - 27 = -28$$

در نتیجه:

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

- اگر خطوط  $d_1$  و  $d_2$  به ترتیب با شیب‌های  $m_1$  و  $m_2$  با هم موازی باشند، آنگاه  $m_1 = m_2$  و برعکس.- فاصله دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  برابر  $\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  می‌باشد.

از آنجا که این دو خط موازی هستند، شیب آن‌ها برابر است.

$$\text{خط اول شیب} = -\frac{3}{4} \Rightarrow 3x + 4y = -5 \Rightarrow 4y = -3x - 5 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$$

$$\text{خط دوم شیب} = \frac{1}{a} \Rightarrow x = ay - 7 \Rightarrow ay = x + 7 \Rightarrow y = \frac{x}{a} + \frac{7}{a}$$

در نتیجه می‌توان نوشت:

$$-\frac{3}{4} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = -\frac{4}{3}$$

حال معادله دو خط را به گونه‌ای بازنویسی می‌کنیم که برای رابطه فاصله دو خط موازی، مناسب باشد:

$$\text{خط اول: } 3x + 4y + 5 = 0$$

$$\text{خط دوم: } x = -\frac{4}{3}y - 7 \Rightarrow 3x = -4y - 21 \Rightarrow 3x + 4y + 21 = 0$$

در نتیجه فاصله این دو خط موازی برابر است با:

$$d = \frac{|21 - 5|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)

۱۱- پاسخ: گزینه ۴



- برای مشخص بودن یک تابع باید دامنه، هم‌دامنه و دستور یا قاعده‌ای که نحوه ارتباط بین اعضای دامنه و اعضای هم‌دامنه را نشان می‌دهد، معلوم باشد.

- هم‌دامنه تابع را می‌توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت.



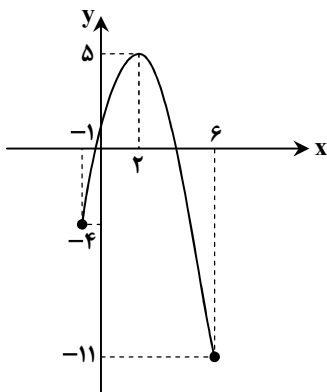
نمودار این تابع را رسم می‌کنیم. اگر رأس سهمی را با S نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$x_S = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow y_S = f(2) = -4 + 8 + 1 = 5$$

همچنین نقاط ابتدا و انتهای نمودار، چنین است:

$$\text{نقطه } (-1, -4) \Rightarrow f(-1) = -1 - 4 + 1 = -4$$

$$\text{نقطه } (6, -11) \Rightarrow f(6) = -36 + 24 + 1 = -11$$

بنابراین برد این تابع بازه  $[-11, 5]$  می‌باشد. می‌دانیم برد تابع، زیرمجموعه‌ای از هم‌دامنه آن است. بنابراین بازه  $[a, b]$  باید به گونه‌ای باشدکه  $[a, b] \subseteq [-11, 5]$  باشد در نتیجه حداقل مقدار طول بازه  $[a, b]$ ، مربوط به زمانی است که این بازه برابر با برد تابع باشد.در نتیجه:  $b = 5$ ,  $a = -11$ . بنابراین  $b - a = 16$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

- برای تعیین دامنه تابع  $y = \sqrt{f(x)}$  کافی است نامعادله  $f(x) \geq 0$  حل شود.- دامنه تابع گویای  $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$  برابر است با:

$$D = \mathbb{R} - \{x \mid Q(x) = 0\}$$

با توجه به وجود مخرج کسر و رادیکال، شرطهای محدودکننده دامنه تابع  $f$  عبارتاند از:

$$\text{شرط اول: } 9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$$

$$\text{شرط دوم: } x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 5, x \neq -2$$

در نتیجه دامنه تابع  $f$  برابر است با:

$$D_f = [-3, 3] - \{-2, 5\} = [-3, 3] - \{-2\}$$

بنابراین مجموعه اعداد صحیح موجود در  $D_f$  عبارتاند از:  $\{-3, -1, 0, 1, 2, 3\}$  که تعداد آنها ۶ تا است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

- برای رسم نمودار تابع  $f(x+k)$ ، کافی است نمودار تابع  $f(x)$  را  $k$  واحد در امتداد محور طولها انتقال دهیم. اگر  $k > 0$ ، انتقال در جهت منفی و اگر  $k < 0$ ، انتقال در جهت مثبت خواهد بود.- با داشتن نمودار تابعی مانند  $f(x)$ ، می توان نمودار تابع  $f(x)+k$  را با انتقال نمودار  $f(x)$  به اندازه  $k$  واحد در امتداد محور عرضها به دست آورد. اگر  $k > 0$ ، انتقال در جهت مثبت و اگر  $k < 0$ ، انتقال در جهت منفی خواهد بود.- نمودار  $y = -f(x)$  قرینه نمودار  $y = f(x)$  نسبت به محور طولهاست.با توجه به قوانین انتقال توابع، نمودار تابع  $f$  را رسم می کنیم تا از روی آن، بُرد را تعیین کنیم.

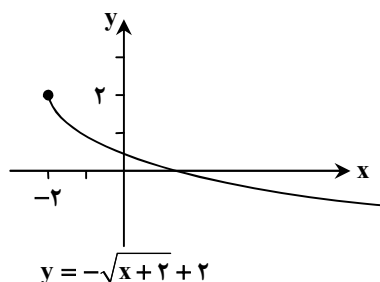
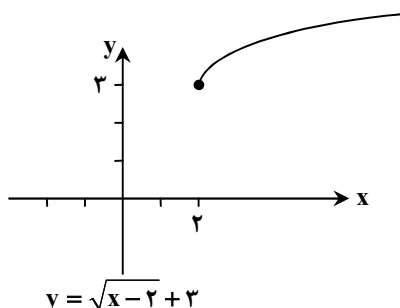
$$\text{رسم } y = \sqrt{x-2} + 3$$

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} y = \sqrt{x-2} \xrightarrow{\text{۳ واحد به بالا}} y = \sqrt{x-2} + 3$$

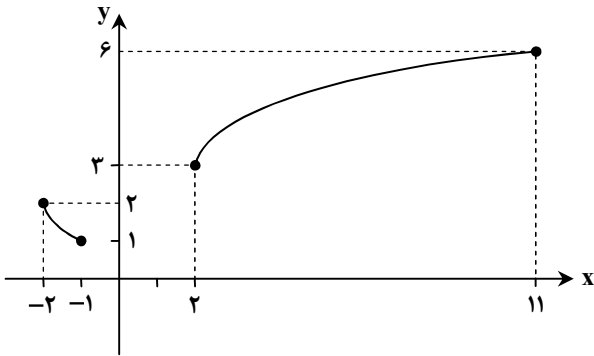
$$\text{رسم } y = -\sqrt{x+2} + 2$$

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طولها}} y = -\sqrt{x} \xrightarrow{\text{۲ واحد به چپ}} y = -\sqrt{x+2} \xrightarrow{\text{۲ واحد به بالا}} y = -\sqrt{x+2} + 2$$

بنابراین نمودارها به شکل زیر خواهند بود:



حال با توجه به محدوده  $x$ ، نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنیم:



$$R_f = [-2, 1] \cup [2, 6] = [1, 6] - (-2, 2)$$

طبق شکل، برد این تابع به صورت زیر است:

بنابراین  $a = 2$  و  $b = 3$  و در نتیجه  $a + b = 5$ .

۱۴- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)**



- جواب‌های معادله  $|f(x)| = |g(x)|$  همان جواب‌های دو معادله  $f(x) = g(x)$  و  $f(x) = -g(x)$  هستند.



می‌دانیم معادله به صورت کلی  $|A| = |B|$  در هریک از دو حالت  $A = B$  و  $A = -B$  برقرار است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\text{حالت اول} \quad x^2 - 2x - 3 = ax - 4 \Rightarrow x^2 - (2+a)x + 1 = 0$$

$$\text{حالت دوم} \quad x^2 - 2x - 3 = -ax + 4 \Rightarrow x^2 + (a-2)x - 7 = 0$$

می‌خواهیم این دو معادله، ۲ جواب متمایز داشته باشند. دقت کنید که در معادله حالت دوم، دلتا همواره مثبت است:

$$\Delta = (a-2)^2 - 4 \times 1 \times (-7) = (a-2)^2 + 28 \Rightarrow \Delta > 0$$

در نتیجه این معادله ۲ جواب متمایز دارد. بنابراین لازم است در معادله حالت اول، دلتا منفی باشد تا جواب دیگری نداشته باشیم:

$$\Delta = (2+a)^2 - 4 \times 1 \times 1 = a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 + 4a < 0 \Rightarrow -4 < a < 0$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۴ **▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: استدلال \* حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)**



- به‌طور کلی، اگر در صفحه مختصات دو نقطه  $A(x_1, y_1)$  و  $B(x_2, y_2)$  را داشته باشیم، طول پاره خط  $AB$  برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



هر قطر دایره از مرکز آن می‌گذرد. بنابراین اگر مرکز دایره را نقطه  $E(\alpha, \beta)$  در نظر بگیریم، با جای‌گذاری مختصات  $E$  در معادله قطر داریم:

$$2\alpha + 3\beta = 0 \Rightarrow \beta = \frac{-2\alpha}{3}$$

$$AE = BE = r \quad (\text{شعاع})$$

از آنجا که  $A$  و  $B$  روی محیط دایره قرار دارند، می‌توان نوشت:

در نتیجه:

$$\sqrt{(2-\alpha)^2 + (-4-\beta)^2} = \sqrt{(5-\alpha)^2 + (-3-\beta)^2} \Rightarrow (2-\alpha)^2 + (4+\beta)^2 = (5-\alpha)^2 + (3+\beta)^2$$

$$\Rightarrow (2-\alpha)^2 + (4-\frac{2\alpha}{3})^2 = (5-\alpha)^2 + (3-\frac{2\alpha}{3})^2 \Rightarrow \alpha^2 + 4 - 4\alpha + 16 + \frac{4}{9}\alpha^2 - \frac{16}{3}\alpha = 25 + \alpha^2 - 10\alpha + 9 + \frac{4}{9}\alpha^2 - 4\alpha$$

$$\Rightarrow \frac{14}{3}\alpha = 14 \Rightarrow \alpha = 3 \Rightarrow \beta = \frac{-2\alpha}{3} = -2$$

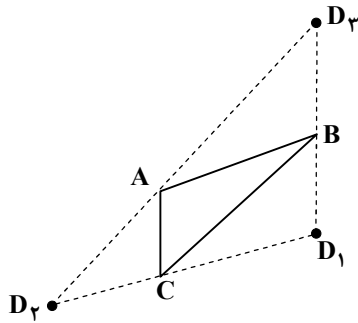
در نتیجه مرکز دایره نقطه  $E(3, -2)$  است. بنابراین با محاسبه اندازه  $AE$  یا  $BE$ ، شعاع به‌دست می‌آید:

$$r = AE = \sqrt{(2-3)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{5}$$



- اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره خط AB باشد، مختصات نقطه M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$



مطابق شکل روبه‌رو، نقطه D می‌تواند در هریک از وضعیت‌های  $D_1$ ،  $D_2$  و  $D_3$  قرار گیرد. در هر صورت شرط اینکه متوازی‌الاضلاع شکل بگیرد، آن است که وسط دو پاره‌خطی که نقش قطر را بازی می‌کنند، برهم منطبق شود. دلیل این نکته آن است که قطرهای متوازی‌الاضلاع، یکدیگر را نصف می‌کنند. بر این اساس، ۳ حالت ممکن را بررسی می‌کنیم:

$$D_1 \text{ قطر هستند: } AD_1 \text{ و } BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_A + x_{D_1}}{2} = \frac{x_B + x_C}{2} \\ \frac{y_A + y_{D_1}}{2} = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + x_{D_1} = 3 + 7 \\ 2 + y_{D_1} = -2 - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{D_1} = 11 \\ y_{D_1} = -8 \end{cases}$$

$$D_2 \text{ قطر هستند: } AC \text{ و } BD_2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{x_B + x_{D_2}}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{y_B + y_{D_2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + 7 = 3 + x_{D_2} \\ 2 - 4 = -2 + y_{D_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{D_2} = 3 \\ y_{D_2} = 0 \end{cases}$$

$$D_3 \text{ قطر هستند: } AB \text{ و } CD_3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{x_C + x_{D_3}}{2} \\ \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{y_C + y_{D_3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + 3 = 7 + x_{D_3} \\ -2 + 2 = -4 + y_{D_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{D_3} = -5 \\ y_{D_3} = 4 \end{cases}$$

مجموع طول و عرض نقطه D در هریک از وضعیت‌های  $D_1$ ،  $D_2$  و  $D_3$  به ترتیب برابر است با: ۳، ۱ و -۱. در نتیجه این مجموع برابر با -۱ یا ۳ است.



- اگر  $h_a$ ،  $h_b$  و  $h_c$  اندازه‌های سه ارتفاع مثلث ABC باشند و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$$



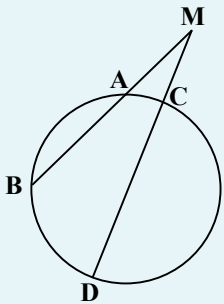
با استفاده از نکته بالا، داریم:

$$\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3+2}{12} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{2}$$

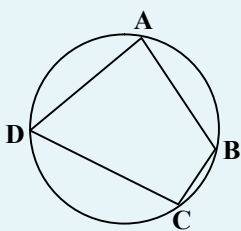
$$\frac{1}{h_c} = \frac{1}{2} - \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{1}{h_c} = \frac{1}{12} \Rightarrow h_c = 12$$



- هرگاه خطهای شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M بیرون دایره یکدیگر را قطع کنند، آنگاه:  $MA \cdot MB = MC \cdot MD$



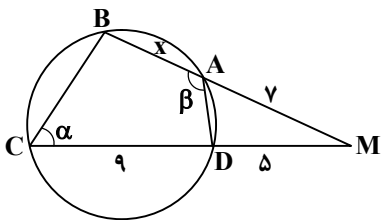
- یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.



$$ABCD \text{ محاطی است} \Leftrightarrow \hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$



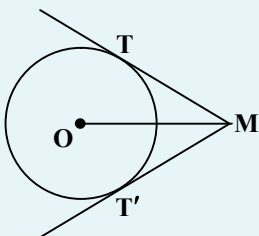
در چهارضلعی ABCD، زوایای مقابل A و C مکمل هستند، پس چهارضلعی محاطی است و با استفاده از نکته داریم:



$$\begin{aligned} MA \cdot MB &= MD \cdot MC \\ \Rightarrow 7(7+x) &= 5 \times (5+9) \\ \Rightarrow 7(7+x) &= 5 \times 14 \Rightarrow 7+x = 10 \Rightarrow x = 3 \end{aligned}$$



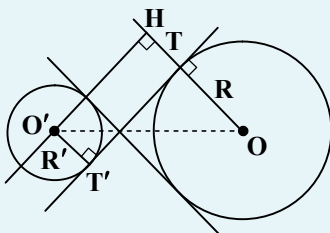
- هرگاه از نقطه M خارج دایره  $C(O, r)$  دو مماس بر دایره رسم کنیم و T و T' نقاط تماس باشند، آنگاه:



(الف) اندازه‌های دو مماس برابرند.  $MT = MT'$   
(ب) نیم خط MO نیمساز زاویه TMT' است.

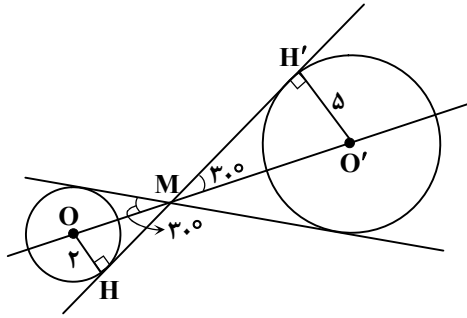
- در دو دایره متخارج، دو مماس مشترک داخلی و خط‌المركزین در یک نقطه هم‌مرس هستند و اندازه مماس مشترک داخلی از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$





طبق نکته، مماس مشترک‌های داخلی و خط‌المركزین در یک نقطه هم‌رس هستند که این نقطه را  $M$  نامیده‌ایم. خط‌المركزین نیمساز زاویه بین دو مماس مشترک داخلی است، پس در مثلث‌های  $O'MH'$  و  $OMH$  داریم:



$$\triangle OMH : \sin 30^\circ = \frac{OH}{OM} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{OM} \Rightarrow OM = 4$$

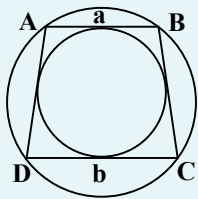
$$\triangle O'MH' : \sin 30^\circ = \frac{O'H'}{MO'} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{MO'} \Rightarrow MO' = 10$$

خط‌المركزین برابر است با:

$$OO' = OM + MO' = 4 + 10 = 14$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳



- در یک ذوزنقه که هم محیطی و هم محاطی است، مساحت برابر است با میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن‌ها.

$$S_{ABCD} = \left(\frac{a+b}{2}\right)\sqrt{ab}$$



با استفاده از نکته بالا و فرض سؤال، داریم:

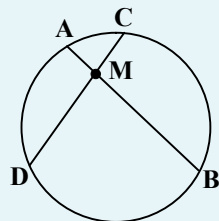
$$b = 3a, S = \left(\frac{a+b}{2}\right)\sqrt{ab} \Rightarrow \left(\frac{a+3a}{2}\right)\sqrt{a \times 3a} = 10\sqrt{6} \Rightarrow 2a \times a\sqrt{3} = 10\sqrt{6} \Rightarrow a^2 = 5\sqrt{2} = \sqrt{50} \Rightarrow a = \sqrt[4]{50}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۲۱- پاسخ: گزینه ۳



- هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه  $AB$  و  $CD$  در نقطه‌ای مانند  $M$  درون دایره یکدیگر را قطع کنند. آنگاه  $MA \cdot MB = MC \cdot MD$



با توجه به اینکه وتر  $CD$  و تر  $AB$  را به نسبت ۱ به ۳ قطع می‌کند. داریم:

$$MA = x, MB = 3x \Rightarrow AB = 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow MA = 2, MB = 6$$

چون  $CD = 7$ ، پس:

$$CM + MD = 7 \Rightarrow CM = 7 - MD$$

حال با استفاده از نکته داریم:

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD \Rightarrow 2 \times 6 = (7 - MD) \cdot MD \Rightarrow 12 = 7MD - MD^2$$

$$MD^2 - 7MD + 12 = 0 \Rightarrow (MD - 3)(MD - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MD = 3 \Rightarrow CM = 4 \\ MD = 4 \Rightarrow CM = 3 \end{cases}$$

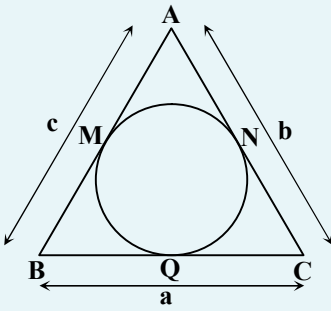
چون  $CM < MD$ ، پس  $MD = 4$  قابل قبول است.

۲۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)



- در مثلث ABC اگر دایره محاطی داخلی را رسم کنیم، داریم:

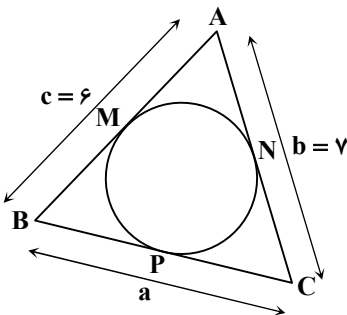


$$\begin{aligned} AM &= AN = P - a \\ BM &= BQ = P - b \\ CN &= CQ = P - c \end{aligned}$$

P: نصف محیط



با توجه به نکته و مفروضات سؤال داریم:



$$\begin{aligned} AB = c = 6, \quad AC = b = 7 \\ AM = P - a, \quad CP = P - c = P - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{AM}{CP} = \frac{6}{3} \Rightarrow \frac{P-a}{P-6} = \frac{6}{3} \Rightarrow 2P - 24 = 2P - 3a \\ \Rightarrow P = 24 - 3a \quad (1) \end{aligned}$$

P نصف محیط است، پس:

$$\begin{aligned} P = \frac{a+b+c}{2} = \frac{a+7+6}{2} = \frac{a+13}{2} \xrightarrow{(1)} \frac{a+13}{2} = 24 - 3a \\ \Rightarrow a+13 = 48 - 6a \Rightarrow 7a = 48 - 13 \Rightarrow 7a = 35 \Rightarrow a = 5 \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۲۳- پاسخ: گزینه ۱



- در دو دایره مماس خارج، طول مماس مشترک خارجی از رابطه  $TT' = 2\sqrt{RR'}$  به دست می آید.



$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 6\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{RR'} = 3\sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان}^2} RR' = 18 \quad (1)$$

با استفاده از نکته بالا، داریم:

خطالمركزین برابر با مجموع شعاع‌های دو دایره است.

$$R + R' = 9 \Rightarrow R' = 9 - R \xrightarrow{(1)} R(9 - R) = 18 \Rightarrow 9R - R^2 = 18$$

$$\Rightarrow R^2 - 9R + 18 = 0 \Rightarrow (R - 3)(R - 6) = 0 \Rightarrow R = 3, R = 6$$

$$\begin{cases} R = 3 \Rightarrow R' = 6 \\ R = 6 \Rightarrow R' = 3 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\frac{\pi \times 6^2}{\pi \times 3^2} = \frac{36}{9} = 4$$

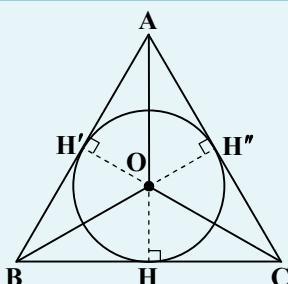
پس شعاع‌های دو دایره ۳ و ۶ هستند و نسبت مساحت‌های آن‌ها برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

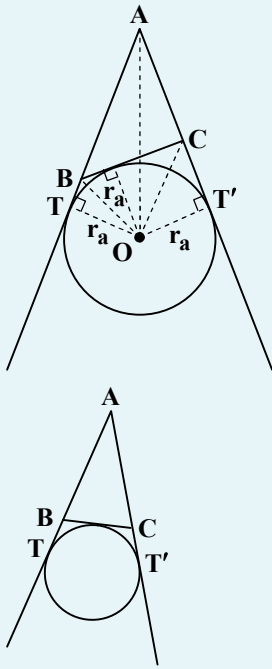
۲۴- پاسخ: گزینه ۳



- سه نیمساز زاویه‌های داخلی مثلث در نقطه‌ای درون مثلث هم‌رس‌اند. این نقطه از هر سه ضلع مثلث به یک فاصله است. پس مرکز دایره محاطی مثلث نقطه هم‌رسی سه نیمساز است و شعاع این دایره که آن را با r نشان می‌دهیم فاصله این نقطه از هر یک از سه ضلع است. - در مثلث نیز  $S = Pr$  که S مساحت و P نصف محیط مثلث است.



$$OH = OH' = OH'' = r$$



در هر مثلث، هر نیمساز داخلی و دو نیمساز خارجی دیگر در یک نقطه هم‌مرس هستند. به‌عنوان مثال در مثلث  $ABC$ ، نیمساز داخلی  $A$  و نیمسازهای خارجی  $B$  و  $C$  در نقطه  $O$  هم‌مرس هستند. فاصله نقطه  $O$  از ضلع  $BC$  و امتداد اضلاع  $AB$  و  $AC$  برابر است. دایره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع این فاصله بر ضلع  $BC$  و امتداد اضلاع  $AB$  و  $AC$  مماس است. این دایره را دایره محاطی خارجی نظیر رأس  $A$  می‌گویند و شعاع آن را با  $r_a$  نشان می‌دهند.

$$r_a = \frac{S}{P - a}$$

$S$ : مساحت مثلث  
 $P$ : نصف محیط مثلث  
 $BC = a$

در مثلث  $ABC$  اگر یکی از دایره‌های محاطی خارجی، مثلاً دایره محاطی خارجی نظیر رأس  $A$  را رسم کنیم، داریم:

$$AT = AT' = P \quad P: \text{نصف محیط است.}$$



با توجه به نکات، اگر مساحت مثلث  $ABC$  برابر  $S$  و محیط آن  $2P$  باشد، داریم:

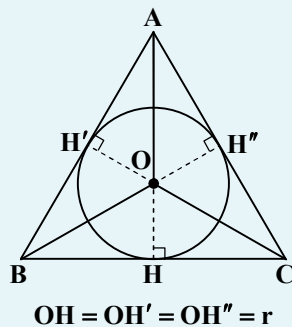
$$AT = 5 \Rightarrow P = 5, \quad BC = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{S}{5}, \quad r_a = \frac{S}{P - a} = \frac{S}{5 - 2} = \frac{S}{3}$$

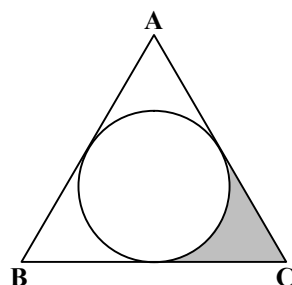
$$\frac{\pi r_a^2}{\pi r^2} = \left(\frac{r_a}{r}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

خواسته سؤال برابر است با:

۲۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)



سه نیمساز زاویه‌های داخلی مثلث در نقطه‌ای درون مثلث هم‌مرس‌اند. این نقطه از هر سه ضلع مثلث به یک فاصله است. پس مرکز دایره محاطی مثلث نقطه هم‌مرسی سه نیمساز است و شعاع این دایره که آن را با  $r$  نشان می‌دهیم فاصله این نقطه از هر یک از سه ضلع است. در مثلث نیز  $S = Pr$  که  $S$  مساحت و  $P$  نصف محیط مثلث است.



ابتدا مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  را محاسبه می‌کنیم.

$$a = 2 \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{2^2 \times \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

حال شعاع دایره محاطی داخلی را می‌یابیم:

$$P = \frac{ra}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = 2, \quad r = \frac{S}{P} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

مساحت بین مثلث و دایره محاطی را به دست می آوریم:

$$S_{ABC} - S_{\text{دایره}} = \sqrt{3} - \pi r^2 = \sqrt{3} - \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3} = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{3}$$

مساحت قسمت هاشور خورده، یک سوم این مساحت است.

$$S_{\text{هاشور}} = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{3} - \pi}{3} = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{9}$$

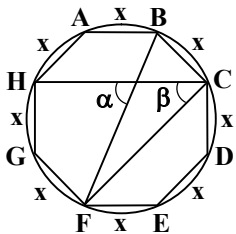
۲۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)



- هر  $n$  ضلعی منتظم، هم محاطی و هم محیطی است.



طبق نکته، هر  $n$  ضلعی منتظم، محاطی است. پس اگر دایره محیطی هشت ضلعی منتظم ABCDEFGH را رسم کنیم، دایره به ۸ قسمت مساوی تقسیم شده و داریم:



$$\alpha = \frac{1}{2}(\widehat{BC} + \widehat{HGF}) = \frac{1}{2}(x + 2x) = \frac{3x}{2}$$

$$\beta = \frac{1}{2}\widehat{HGF} = \frac{1}{2} \times 2x = x$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\frac{3}{2}x}{x} = \frac{3}{2}$$

خواسته سؤال برابر است با:

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)



- با توجه به تعریف متمم یک مجموعه و تعاریف اجتماع و اشتراک و مجموعه های مرجع و تهی، تساوی های زیر برقرارند:

۱)  $A \cup A' = U$

۲)  $A \cap A' = \emptyset$

۳)  $A \cup U = U$

۴)  $A \cap U = A$

- (قوانین جذب یا همپوشانی): اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع  $U$  باشند، داریم:

الف)  $A \cup (A \cap B) = A$

ب)  $A \cap (A \cup B) = A$

- برای دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  داریم:

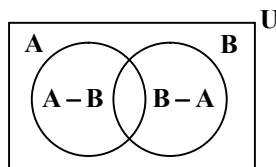
$A - B = A \cap B'$



هر یک از گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه ۱: براساس قانون جذب (همپوشانی) درست است؛ زیرا می دانیم:  $B \cup (A \cap B) = B$

گزینه ۲: با توجه به نمودار ون درست است؛ زیرا  $A - B$  و  $B - A$  همان گونه که مشاهده می کنید جدا از هم هستند و هیچ اشتراکی ندارند:



توجه کنید که به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها نیز داریم:

$$(A - B) \cap (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A') = (A \cap A') \cap (B' \cap B) = \emptyset \cap \emptyset = \emptyset$$

گزینه ۳: نادرست است؛ زیرا هر مجموعه با متمم خود هیچ اشتراکی ندارد، یعنی:  $A \cap A' = \emptyset$

گزینه ۴: براساس فرمول اساسی تفاضل دو مجموعه درست است؛ زیرا می‌دانیم:  $B - A = B \cap A' = A' \cap B$   
بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۲۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)



- در صورتی که آزمایشی متشکل از دو آزمایش با فضاهای نمونه  $S_1$  و  $S_2$  باشد، فضای نمونه آن  $S_1 \times S_2$  است. مشابه این موضوع برای هر تعداد آزمایش هم‌زمان نیز درست است.



برای نمایش هر حالت از زوج مرتب استفاده می‌کنیم. اگر مؤلفه اول را به رضا و مؤلفه دوم را به علی اختصاص دهیم، فضای نمونه‌ای به صورت زیر است:

$$S = \{ \text{کاغذ، سنگ، قیچی} \} \times \{ \text{کاغذ، سنگ، قیچی} \}$$

$$S = \{ (\text{سنگ، سنگ})، (\text{سنگ، کاغذ})، (\text{سنگ، قیچی})، (\text{کاغذ، سنگ})، (\text{کاغذ، کاغذ})، (\text{کاغذ، قیچی})، (\text{قیچی، سنگ})، (\text{قیچی، کاغذ})، (\text{قیچی، قیچی}) \}$$

$$n(S) = 9$$

پیشامد آنکه رضا برنده شود به صورت زیر است.

$$A = \{ (\text{سنگ، سنگ})، (\text{سنگ، کاغذ})، (\text{سنگ، قیچی}) \} \Rightarrow n(A) = 3$$

خواسته سؤال برابر  $9 - 3 = 6$  است.

۲۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)



- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، در این صورت داریم:

الف)  $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$

ب)  $A \times B = B \times A \Rightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset \vee A = B$



می‌دانیم اگر  $A \times B = B \times A$  باشد به شرط آنکه  $A$  و  $B$  ناتهی باشند،  $A = B$  است. پس با توجه به اطلاعات مسئله، داریم:

$$\{x+1, 5\} = \{y-3, 7\} \Rightarrow \begin{cases} x+1=7 \\ y-3=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=8 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)



- برای دو مجموعه  $A$  و  $B$  داریم:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow B' \subseteq A'$$

- برای هر دو مجموعه دلخواه  $A$  و  $B$  از مجموعه مرجع  $U$ ، داریم:

الف)  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$

ب)  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$

- (خاصیت شرکت پذیری):

الف)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

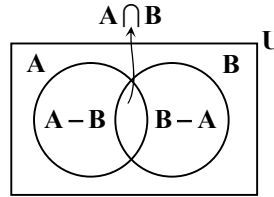
ب)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$



از فرض  $B' \subseteq A'$  طبق نکته، نتیجه می شود  $A \subseteq B$ .  
با توجه به نکته های بالا به بررسی هریک از گزینه ها می پردازیم:

گزینه ۱:  $A \cap (A \cap B) = (A \cap A) \cap B = A \cap B \stackrel{A \subseteq B}{=} A \times$

گزینه ۲:  $(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) \stackrel{\text{نمودارون}}{=} A \cup B \stackrel{A \subseteq B}{=} B \checkmark$



گزینه ۳:  $[(A - B) \cap (B - A)] \cup (A \cup B) \stackrel{\text{نمودارون}}{=} \emptyset \cup (A \cup B) = A \cup B \stackrel{A \subseteq B}{=} B \times$

گزینه ۴:  $A \cup (A \cup B) = (A \cup A) \cup B = A \cup B \stackrel{A \subseteq B}{=} B \times$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)

۳۱- پاسخ: گزینه ۳



- برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
- برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم  $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$



اگر فرض کنیم  $P(A \cap B) = x$ ، به کمک اطلاعات مسئله، داریم:

$$P(A) = 3P(B) = 2P(A \cap B) \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 2x \\ P(B) = \frac{2}{3}x \end{cases}$$

حال به کمک نکات بالا، خواسته سؤال را می یابیم:

$$\frac{P(A - B)}{P(A \cup B)} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{2x - x}{2x + \frac{2}{3}x - x} = \frac{x}{\frac{5}{3}x} = \frac{3}{5}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲



- (خاصیت شرکت پذیری):

الف)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

ب)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

- برای دو مجموعه دلخواه A و B داریم:

$A - B = A \cap B'$

- (خاصیت توزیع پذیری):

الف)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

ب)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

- با توجه به تعریف متمم یک مجموعه و تعاریف اجتماع و اشتراک و مجموعه های مرجع و تهی، تساوی های زیر برقرارند:

۱)  $A \cup A' = U$

۲)  $A \cap A' = \emptyset$

۳)  $A \cup U = U$

۴)  $A \cap U = A$



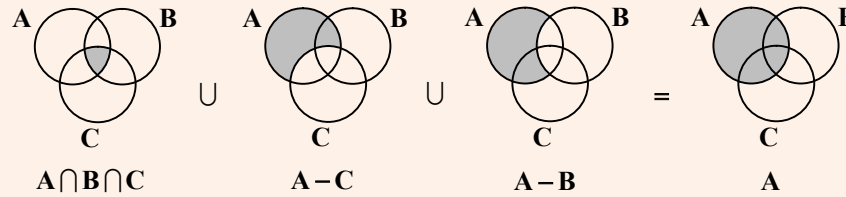
به کمک قوانین جبر مجموعه‌ها عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} [A \cap (B \cap C)] \cup [(A \cap C') \cup (A \cap B')] &= [A \cap (B \cap C)] \cup [A \cap (C' \cup B')] \\ &= [A \cap (B \cap C)] \cup [A \cap (B \cap C)'] = A \cap [(B \cap C) \cup (B \cap C)'] = A \cap U = A \\ A \cup X &= A \cup A' = U \end{aligned}$$

پس  $X = A'$  است و در نتیجه، خواهیم داشت:  
بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



می‌دانیم  $A \cap C' = A - C$ ، پس با استفاده از نمودار ون داریم:



پس:  $(A \cap B \cap C) \cup (A - C) \cup (A - B) = A$  و ادامه راه حل مانند روش اول است.

۳۳- پاسخ: گزینه ۱ **▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)**



- (عمل ضرب دکارتی بین دو مجموعه): اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند،  $A \times B$  مجموعه‌ای است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

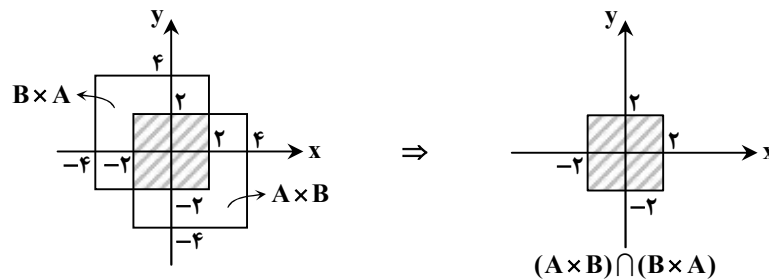
در این تعریف توجه دارید که در هر  $(x, y)$  متعلق به  $A \times B$ ، همواره مؤلفه یا مختص اول، یعنی  $x$  باید از مجموعه  $A$  و متناظراً مؤلفه دوم، یعنی  $y$  باید از مجموعه  $B$  باشد.



با توجه به تعریف ضرب دکارتی دو مجموعه، هر دو نمودار  $A \times B$  و  $B \times A$  را در صفحه مختصات رسم کرده و اشتراک آن‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$A \times B = \{(x, y) \mid -2 \leq x \leq 4 \wedge -4 \leq y \leq 2\}$$

$$B \times A = \{(x, y) \mid -4 \leq x \leq 2 \wedge -2 \leq y \leq 4\}$$



همان‌گونه که مشاهده می‌کنید ناحیه هاشور خورده مربعی به ضلع ۴ است که مساحت آن برابر ۱۶ خواهد بود. بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.



می‌دانیم  $(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$ ، پس:

$$A \cap B = [-2, 4] \cap [-4, 2] = [-2, 2]$$

$$(A \cap B) \times (B \cap A)$$

ادامه راه حل مانند روش اول است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)



- فرض کنید  $A$  یک مجموعه  $n$  عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های  $A$  برابر با  $2^n$  است.  
- مجموعه همه زیرمجموعه‌های  $A$ ، مجموعه توانی  $A$  نامیده می‌شود و آن را با  $P(A)$  نمایش می‌دهیم. اگر  $A$ ،  $n$  عضو داشته باشد، در این صورت  $P(A)$ ،  $2^n$  عضو دارد.



اگر تعداد اعضای مجموعه  $A$  را با  $n_1$  و تعداد اعضای مجموعه  $B$  را با  $n_2$  نشان دهیم، با توجه به فرض سؤال و نکات بالا، داریم:

$$n_1 + n_2 = 13 \quad (1)$$

$$2^{n_1} = 32 \times 2^{n_2} \Rightarrow 2^{n_1} = 2^5 \times 2^{n_2} \Rightarrow 2^{n_1} = 2^{5+n_2} \Rightarrow n_1 = 5 + n_2 \xrightarrow{(1)} 5 + n_2 + n_2 = 13$$

$$\Rightarrow 2n_2 = 8 \Rightarrow n_2 = 4 \Rightarrow n_1 = 9$$

تعداد اعضای  $P(A)$  و  $P(B)$  برابر است با:

$$P(A) = \text{تعداد اعضای } 2^{n_1} = 2^9 = 512$$

$$P(B) = \text{تعداد اعضای } 2^{n_2} = 2^4 = 16$$

حال خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$512 - 16 = 496$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)



- برای هر دو پیشامد دلخواه  $A$  و  $B$  داریم:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

- برای پیشامد دلخواه  $A$  داریم:  $P(A') = 1 - P(A)$ .

- تعداد مضارب عدد طبیعی  $k$  در مجموعه  $\{1, 2, \dots, n\}$  برابر است با:  $\left[ \frac{n}{k} \right]$ .



فضای نمونه‌ای  $S$  به صورت زیر است:

$$S = \{1, 2, 3, \dots, 500\}$$

$A$  را پیشامد آنکه عدد انتخابی مضرب ۸ باشد و  $B$  را پیشامد آنکه عدد انتخابی مضرب ۱۲ باشد، در نظر می‌گیریم:

$$n(A) = \left[ \frac{500}{8} \right] = 62 \Rightarrow P(A) = \frac{62}{500}$$

$$n(B) = \left[ \frac{500}{12} \right] = 41 \Rightarrow P(B) = \frac{41}{500}$$

$A \cap B$  پیشامد آن است که عدد انتخابی بر هر دو عدد ۸ و ۱۲ بخش پذیر باشد، یعنی عدد انتخابی بر ۲۴ بخش پذیر باشد، پس:

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{500}{24} \right] = 20 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{20}{500}$$

خواسته سؤال  $P(A' \cap B')$  است که، داریم:

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - \frac{62}{500} - \frac{41}{500} + \frac{20}{500} = \frac{417}{500} = 0.834$$

## فیزیک



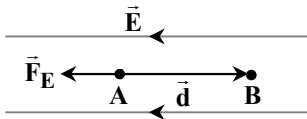
۳۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی در یک جابه‌جایی درون میدان الکتریکی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = -W_E = -|q|Ed \cos \theta$$



$\theta$  در رابطه فوق زاویه بین نیروی الکتریکی و جابه‌جایی است که در این مسئله با توجه به شکل مقابل، زاویه بین نیرو و جابه‌جایی  $180^\circ$  درجه است؛ پس خواهیم داشت:

$$\Delta U = -1/6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^3 \times 0/1 \times (-1) = 8 \times 10^{-17} \text{ J}$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



رابطه  $\Delta U_E = -W_E$  در حالت کلی برای هر میدان الکتریکی برقرار است؛ پس عبارت «الف» نادرست است و طبق قضیه کار-انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_t = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{\text{خارجی}} = \Delta K \\ W_E = -\Delta U_E \\ \Delta K = 0 \end{cases} \Rightarrow W_{\text{خارجی}} = \Delta U_E$$

پس عبارت «ب» درست است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



با توجه به قضیه کار-انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$W_E = \Delta K$$

در مورد پرتاب ذره در جهت (۱) خواهیم داشت:

$$Eqd_1 = \frac{1}{2} m (3v)^2 - \frac{1}{2} mv^2 = 8 \times \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{رابطه (۱)}$$

و در مورد پرتاب ذره در جهت (۲) خواهیم داشت:

$$-Eqd_2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow Eqd_2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{رابطه (۲)}$$

با تقسیم طرفین دو رابطه (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\frac{Eqd_1}{Eqd_2} = \frac{8 \times \frac{1}{2} mv^2}{\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} mv^2} \Rightarrow \frac{d_1}{d_2} = \frac{32}{3}$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



با توجه به رابطه  $E = \frac{|\Delta V|}{d}$  نتیجه می‌گیریم که یکای  $\frac{V}{m}$  معادل یکای میدان الکتریکی یعنی  $\frac{N}{C}$  است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۰- پاسخ: گزینه ۳



هرگاه در جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش و اگر در خلاف جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد و علامت بار نیز تأثیری در این تغییر ندارد. در مسیر AB حرکت در جهت میدان الکتریکی است، پس پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و در مسیر BC در خلاف جهت حرکت کرده‌ایم، پس پتانسیل الکتریکی افزایش می‌یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۱- پاسخ: گزینه ۲



اگر در جهت میدان الکتریکی حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد؛ پس  $V_A > V_B > V_C$  است و می‌دانیم در میدان الکتریکی یکنواخت موازی با میدان  $|\Delta V| = Ed$  است؛ پس خواهیم داشت:

$$V_A - V_B = E \times 0.2 \times \cos 37^\circ$$

$$V_B - V_C = E \times 0.1$$

با تقسیم دو طرف تساوی بر هم خواهیم داشت:

$$\frac{V_A - V_B}{V_B - V_C} = \frac{0.2 \times \cos 37^\circ}{0.1} \Rightarrow \frac{26 - V_B}{V_B + 13} = 1/6 \Rightarrow 26 - V_B = 1/6 V_B + 13 \times 1/6 \Rightarrow 2/6 V_B = 26 - 20/6 \Rightarrow V_B = 27$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۲- پاسخ: گزینه ۲



در حالت اول، میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه برابر است با:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow E = \frac{V}{10 \times 10^{-3}} = 10^2 \times V$$

ذره از نقطه A تا صفحه منفی به اندازه ۶ mm جابه‌جا شده است؛ پس خواهیم داشت:

$$W_E = E|q|d \cos \theta = \Delta K \Rightarrow 10^2 \times V \times |q| \times 6 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 \Rightarrow 0.6|q|V = \frac{1}{2} m v_1^2 \quad (1)$$

در حالت دوم فاصله دو صفحه به ۸ mm می‌رسد و ذره ۴ mm جابه‌جا می‌شود.

$$E' = \frac{V}{8 \times 10^{-3}} = \frac{1}{8} \times 10^2 V$$

$$W_E = \Delta K \Rightarrow \frac{1}{8} \times 10^2 V \times |q| \times 4 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} |q|V = \frac{1}{2} m v_2^2 \quad (2)$$

با تقسیم طرفین دو تساوی (۱) و (۲) بر هم خواهیم داشت:

$$\frac{\frac{1}{2} |q|V}{0.6|q|V} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} \Rightarrow \frac{1}{12} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۳- پاسخ: گزینه ۴



با توجه به رابطه  $\sigma = \frac{Q}{A}$  خواهیم داشت:

$$r = \frac{Q}{\pi \times (10^{-2})^2} \Rightarrow r = \frac{Q}{3 \times 10^{-4}} \Rightarrow Q = 9 \times 10^{-4} \mu C = 0.9 nC$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: استدلال \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۱



درون رسانایی که در تعادل الکتروستاتیکی است، میدان الکتریکی صفر است، پس کار میدان الکتریکی در هر جابه‌جایی درون رسانا صفر خواهد بود.

۴۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطه: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



انرژی یک خازن از رابطه  $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$  به دست می آید؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{U_2}{U_1} = \left(\frac{Q_2}{Q_1}\right)^2 = 3^2 = 9$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: استدلال \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



هرگاه خازنی را از باتری جدا کنیم، بار الکتریکی ذخیره شده در آن ثابت می ماند. از طرفی با توجه به رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  ظرفیت خازن کاهش می یابد و با توجه به رابطه  $U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$ ، چون  $Q$  ثابت است و ظرفیت خازن کاهش می یابد، انرژی خازن افزایش می یابد.

۴۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



میدان بین صفحات خازن از رابطه  $E = \frac{V}{d}$  به دست می آید؛ پس لازم است که اختلاف پتانسیل بین صفحات خازن را به دست آوریم:

$$Q = CV \Rightarrow 1200 = 20 \times V \Rightarrow V = 60 \text{ V}$$

$$E = \frac{V}{d} = \frac{60}{3 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطه: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

از نمودار  $Q$  بر حسب  $V$  می توان نوشت:

$$\begin{cases} Q_2 = CV_2 \\ Q_1 = CV_1 \end{cases} \Rightarrow Q_2 - Q_1 = C(V_2 - V_1) \Rightarrow 60 = C \times 20 \Rightarrow C = 3 \mu\text{F}$$

با توجه به نمودار  $U$  بر حسب  $V$  می توان نوشت:

$$\begin{cases} U_2 = \frac{1}{2} CV_2^2 \\ U_1 = \frac{1}{2} CV_1^2 \end{cases} \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C(V_2^2 - V_1^2) \Rightarrow U_2 - U_1 = \frac{1}{2} C(V_2 - V_1)(V_2 + V_1) \Rightarrow 2400 = \frac{1}{2} \times 3 \times 20 \times (V_2 + V_1)$$

$$\Rightarrow V_2 + V_1 = 80 \text{ V} \Rightarrow V_1 + 20 + V_1 = 80 \Rightarrow V_1 = 30 \text{ V}$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطه: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)



حجم عایق بین صفحات دو خازن یکسان است؛ پس می توان نوشت:

$$A_1 d_1 = A_2 d_2 \Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{A_1}{A_2} = 2$$

از طرفی با توجه به رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$  می توان نوشت:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2} \times \frac{A_1}{A_2} \times \frac{d_2}{d_1} = 1 \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۱)

۵۰- پاسخ: گزینه ۴



با گذاشتن عایق، ظرفیت خازن K برابر می شود:

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow 2 \times 10^{-3} = \frac{1}{2} \times K \times 5 \times 10^{-6} \times (20)^2 \Rightarrow K = \frac{4 \times 10^{-3}}{400 \times 5 \times 10^{-6}} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۲



سرعت سوق الکترون ها در سیم حامل جریان بسیار آهسته و از مرتبه  $10^{-5} \frac{m}{s}$  است و این سرعت خلاف جهت میدان الکتریکی و جهت قراردادی جریان است اما تندی حرکت کاتوره ای الکترون ها از مرتبه  $10^6 \frac{m}{s}$  و بسیار زیاد است. به این ترتیب گزاره «الف» نادرست و گزاره های «ب» و «پ» درست هستند.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

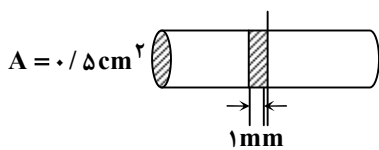
۵۲- پاسخ: گزینه ۳



مساحت قسمت رنگی برابر مقدار  $I \Delta t$  است که این مقدار برابر  $\Delta q$  (بار عبوری در بازه زمانی  $\Delta t$ ) است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۳- پاسخ: گزینه ۱



وقتی سرعت سوق  $1 \frac{mm}{s}$  است، یعنی الکترون های آزاد با تندی  $1 \frac{mm}{s}$  در حال عبور از یک مقطع معین هستند؛ پس در مدت ۱ ثانیه تمام الکترون هایی که در فاصله کمتر از ۱mm از آن مقطع هستند، از آن مقطع عبور کرده اند. در این حجم تعداد الکترون های آزاد و به دنبال آن بار عبوری برابر است با:

$$\text{حجم} = (0.5 \times 1) \text{cm}^3 = 0.5 \text{cm}^3$$

$$\text{تعداد الکترون ها} = 0.5 \times 8 \times 10^{23} = 4 \times 10^{23}$$

$$q = ne = 4 \times 10^{23} \times 1.6 \times 10^{-19} = 6.4 \text{C}$$

$$I = \frac{q}{t} = \frac{6.4}{1} = 6.4 \text{A}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

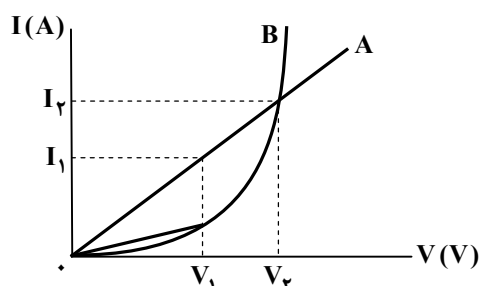


لامپ چراغ قوه از قانون اهم پیروی می کند و می توان نوشت:

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} \Rightarrow \frac{2}{0.4} = \frac{1/5}{I_2} \Rightarrow I_2 = \frac{1/5 \times 0.4}{2} = 0.04 \text{A}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۵- پاسخ: گزینه ۴



در مورد رسانای B با توجه به شکل مشخص است که شیب خط به ازای ولتاژ  $V_1$  کمتر از شیب خط به ازای ولتاژ  $V_2$  است؛ یعنی:

$$\frac{I_1}{V_1} < \frac{I_2}{V_2} \Rightarrow \frac{1}{R_1} < \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_1 > R_2$$

### نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: نمودار  $I-V$  رسانای A خطی و رسانای B غیرخطی است؛ پس رسانای A اهمی و رسانای B غیراهمی است.  
گزینه ۲: به ازای ولتاژ  $V_p$ ، جریان هر دو رسانا یکسان و در نتیجه نسبت  $\frac{V}{I}$  نیز در هر دو یکسان است؛ پس به ازای ولتاژ  $V_p$ ، مقاومت هر دو رسانا یکسان است.  
گزینه ۳: رسانای A اهمی است؛ پس مقدار مقاومت به ازای تمام ولتاژها یکسان است.

۵۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

### جوابش اینه

با توجه به قانون اهم می توان نوشت:

$$V = R_1 I_1 \Rightarrow \begin{cases} 90 = R_1 I_1 \\ 90 = R_2 I_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

از طرفی با توجه به اینکه  $R_2 = 1/2 R_1$  است؛ پس خواهیم داشت:

$$\frac{I_1}{I_2} = 1/2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_1 - 2} = 1/2 \Rightarrow I_1 = 1/2 I_1 - 2/4 \Rightarrow 1/2 I_1 = 2/4 \Rightarrow I_1 = 12 \text{ A}$$

$$90 = R_1 I_1 \Rightarrow 90 = R_1 \times 12 \Rightarrow R_1 = 7.5 \Omega$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

### جوابش اینه

مقاومت یک رسانا از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  به دست می آید. با افزایش دما، مقاومت ویژه ( $\rho$ ) زیاد می شود؛ پس مقاومت افزایش می یابد. افزایش اختلاف پتانسیل تأثیری در مقدار مقاومت ندارد و کاهش طول یا افزایش سطح مقطع رسانا باعث کاهش مقدار مقاومت خواهند شد.

۵۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

### جوابش اینه

تغییر مقاومت ویژه یک رسانا از رابطه  $\rho = \rho_0 [1 + \alpha \Delta T]$  به دست می آید؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\rho = 7 \times 10^{-5} (1 + 2 \times 10^{-3} \times 100) = 7 \times 10^{-5} \times 1/2 = 8/4 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$$

مقاومت این سیم از رابطه  $R = \rho \frac{L}{A}$  به دست می آید:

$$R = 8/4 \times 10^{-5} \times \frac{2}{5 \times 10^{-6}} = 32/6 \Omega$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* فیزیک ۲ (فصل ۲)

### جوابش اینه

در برخی مواد مانند جیوه و قلع با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می کند و در دماهای پایین تر همچنان صفر می ماند. این پدیده را ابررسانایی می گویند.

### نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: مقاومت ویژه نیم رساناها با افزایش دما، کاهش می یابد.  
گزینه ۲: در دماسنج های مقاومت پلاتینی از پلاتین استفاده می شود که دچار خوردگی نمی شود و نقطه ذوب بالایی دارد.  
گزینه ۴: در پدیده ابررسانایی با کاهش دما، مقاومت ویژه در دمای خاصی به صورت ناگهانی به صفر افت می کند و در دماهای پایین تر، همچنان صفر می ماند.

۶۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* فیزیک ۲ (فصل ۲)



حجم جیوه در ظرف (۳) برابر مجموع حجم جیوه‌های دو ظرف اولیه است:

$$V_3 = V_1 + V_2 = 20 \times 5 + 40 \times 2 = 100 + 80 = 180 \text{ cm}^3$$

اگر این حجم جیوه را در ظرفی به مساحت A بریزیم، ارتفاع ستون جیوه در ظرف جدید برابر خواهد بود با:

$$V_3 = A \cdot h = 180 \Rightarrow h = \frac{180}{A}$$

مقاومت الکتریکی هر یک از ستون‌های جیوه برابر است با:

$$R_1 = \rho \frac{20 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-4}} = 4\rho \times 10^2$$

$$R_2 = \rho \frac{40 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-4}} = 20\rho \times 10^2$$

$$R_3 = \rho \frac{180}{A} \times 10^2 = \rho \frac{180}{A^2} \times 10^2$$

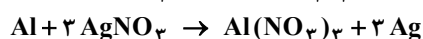
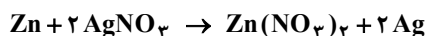
$$R_3 = \frac{R_1 + R_2}{2} \Rightarrow \rho \times \frac{180}{A^2} \times 10^2 = \frac{4\rho \times 10^2 + 20\rho \times 10^2}{2} \Rightarrow \frac{180}{A^2} = 12 \Rightarrow A^2 = 15 \Rightarrow A = \sqrt{15} \text{ cm}^2$$

## شیمی



۶۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)



فرض کنیم x mol روی و y mol آلومینیم در آلیاژی وجود دارد:

$$x \text{ mol Zn} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} + y \text{ mol Al} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} = 35/7 \text{ g} \Rightarrow 65x + 27y = 35/7 \quad (1)$$

$$\text{واکنش اول: } x \text{ mol Zn} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Zn}} = 2x \text{ mol Ag}$$

$$\text{واکنش دوم: } y \text{ mol Al} \times \frac{3 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol Al}} = 3y \text{ mol Ag}$$

$$2x + 3y = 2/4 \quad (2)$$

مقدار مول Ag برابر است با:

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} 65x + 27y = 35/7 \\ 2x + 3y = 2/4 \Rightarrow 18x + 27y = 21/6 \end{cases} \Rightarrow 47x = 14/1 \Rightarrow \begin{cases} x = 0/3 \\ y = 0/6 \end{cases}$$

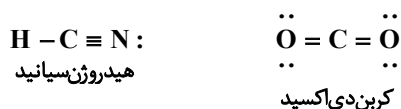
$$\text{درصد خلوص آلومینیم} = \frac{0/6 \times 27}{35/7} \times 100 = \frac{16/2}{35/7} \times 100 = 45$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۲- پاسخ: گزینه ۴



جمله «تعداد جفت الکترون‌های پیوندی در مولکول‌های کربن‌دی‌اکسید و هیدروژن سیانید برابر است» درست است؛ زیرا هر دو مولکول دارای ۴ جفت الکترون پیوندی می‌باشند:

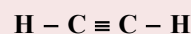
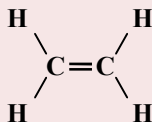
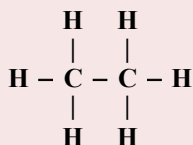


از نظر درستی یا نادرستی فقط جمله «سوم» با جمله مورد نظر در صورت سؤال مطابقت دارد و درست می‌باشد.  
جمله «سوم» درست؛ به دلیل تنوع در تشکیل انواع پیوندهای اشتراکی، ترکیب‌های شناخته شده از اتم کربن از مجموع ترکیب‌های شناخته شده از دیگر عنصرهای جدول دوره‌ای بیشتر است.

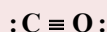
### نباید سراغ اینا بری

جمله «اول»: نادرست؛ کربن نافلزی با ۴ الکترون در لایه ظرفیت خود است که فقط توانایی تشکیل پیوند اشتراکی دارد و به صورت یون تک اتمی در نمی‌آید.

جمله «دوم»: نادرست؛ کربن علاوه بر تشکیل ۴ پیوند اشتراکی یگانه به صورت پیوندهای دوگانه و سه‌گانه نیز به قاعده هشت‌تایی می‌رسد.



جمله «چهارم»: نادرست؛ اتم کربن در مولکول کربن مونوکسید دارای جفت الکترون ناپیوندی است.



### ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۳- پاسخ: گزینه ۴

### جوابش اینه

گزینه ۴: پاکت کاغذی تجزیه می‌شود، اما گاز متان تولید می‌کند که آلاینده هوا است. این در حالی است که کیسه پلاستیکی تجزیه نمی‌شود و برای سال‌ها در طبیعت باقی می‌ماند.

### نباید سراغ اینا بری

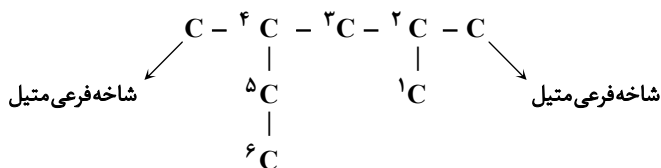
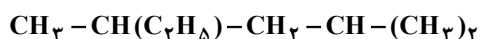
گزینه ۱: پاکت کاغذی تجزیه می‌شود و کیسه پلاستیکی تجزیه نمی‌شود.  
گزینه ۲: در مرحله دفع کیسه پلاستیکی (سوزاندن) گاز گلخانه‌ای منتشر می‌شود که سبب آلودگی هوا می‌گردد.  
گزینه ۳: در طی فرایند دفن، پاکت کاغذی تجزیه می‌شود و گاز متان تولید می‌کند، اما کیسه پلاستیکی تجزیه نمی‌شود و در زمین برای سال‌های طولانی باقی می‌ماند.

### ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۴- پاسخ: گزینه ۱

### جوابش اینه

گزینه ۱:



برای نام‌گذاری:

گام اول: زنجیره اصلی را مشخص می‌کنیم (زنجیره‌ای که بیشترین اتم کربن را دارد) ← در ساختار مورد نظر زنجیره اصلی ۶ کربنه است.  
گام دوم: زنجیره اصلی را از سمتی شماره‌گذاری می‌کنیم که به نخستین شاخه فرعی نزدیک‌تر باشد (شاخه‌های فرعی کمترین شماره را بگیرند) ← در اینجا شماره ۲ و ۴

گام سوم: شماره کربن شاخه فرعی، سپس نام شاخه فرعی و در انتها نام آلکان شاخه اصلی را می‌نویسیم. در صورتی که مثل ساختار مورد نظر تعداد شاخه‌های فرعی مشابه باشد (مثل متیل) با استفاده از پیشوندهای اعداد یونانی (دی-تری-تترا و...) تعداد آن را بعد از ذکر شماره شاخه‌ها می‌نویسیم. نام آلکان مورد نظر ۲، ۴-دی متیل هگزان است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۲: ۲-متیل ۴-اتیل پنتان نادرست است؛ زیرا شاخه اصلی ۶ کربنه است نه ۵ کربنه. همچنین با فرض درست بودن زنجیره اصلی، برای نام‌گذاری شاخه‌های فرعی متفاوت به ترتیب حروف الفبای انگلیسی مرتب می‌کنیم، یعنی اتیل (Ethyl) بر متیل (Methyl) اولویت دارد.  
گزینه ۳: در آلکان‌ها شاخه فرعی ۲-اتیل نداریم و این شاخه خود جزء زنجیره اصلی خواهد بود.  
گزینه ۴: زنجیره اصلی ۶ کربنه است نه ۵ کربنه.

۶۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)



عبارت صورت سؤال نادرست است؛ زیرا اگرچه گاز متان خطر انفجار را افزایش می‌دهد، اما تهویه مناسب و قوی در معادن زغال سنگ، غلظت متان را در حد ایمن نگه داشته و احتمال انفجار را به شدت کاهش می‌دهد.

گزینه ۲: درست؛ استخراج و مصرف بی‌رویه نفت باعث شده تا ذخایر قابل برداشت آن محدود شده و نگرانی‌هایی در مورد تأمین انرژی در دهه‌های آینده ایجاد شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست؛ با وجود توسعه انرژی‌های نو، نفت همچنان یکی از مهم‌ترین منابع انرژی در جهان است و ارزش اقتصادی و با اهمیت خود را حفظ کرده است.

گزینه ۳: نادرست؛ تجمع متان در محدوده قابل اشتعال (بیش از ۵ درصد) به تنهایی خطر انفجار را ایجاد می‌کند، هرچند وجود اکسیژن (که در هوای معمولی موجود است) برای واکنش سوختن ضروری است، اما واکنش انفجاری سوختن متان به غلظت بالای اکسیژن بستگی ندارد، بلکه به مقدار کافی آن بستگی دارد.

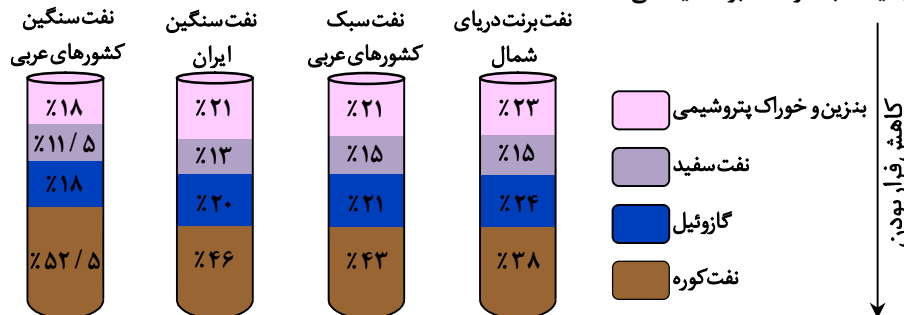
گزینه ۴: نادرست؛ آلکان‌ها بخش عمده نفت خام را تشکیل می‌دهند، اما دلیل اصلی مصرف بالای آن‌ها به‌عنوان سوخت، واکنش‌پذیری پایین آن‌هاست که آن‌ها را به منبعی پایدار برای انرژی تبدیل می‌کند. از طرفی درصد کمی از آلکان‌ها (حدود ۱۰٪) به پتروشیمی می‌رود.

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: استدلال \* شیمی ۲ (فصل ۱)



با توجه به شکل زیر نفت خام سبک مانند نفت برنت، به دلیل دارا بودن درصد بالاتری از محصولات سبک (شامل بنزین، خوراک پتروشیمی و نفت سفید) نسبت به نفت سنگین ایران، ارزش اقتصادی بیشتری دارد. این محصولات سبک که تقاضای بالایی در صنایع حمل‌ونقل و پتروشیمی دارند، نقش کلیدی در تعیین قیمت بالاتر نفت برنت ایفا می‌کنند.



۶۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)



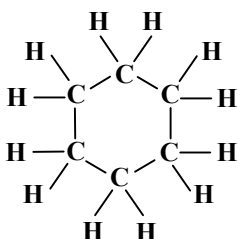
بررسی همه عبارت‌ها:

(الف) درست؛ سوختن گاز اتین با اکسیژن دمایی فوق‌العاده بالا ایجاد می‌کند. این حرارت شدید، اتین را به یک سوخت ایده‌آل برای فرایندهای صنعتی مانند جوشکاری و برش فلزات تبدیل کرده است؛ زیرا قادر به ذوب کردن و شکل‌دهی فلزات سخت است.

(ب) نادرست؛ پسوند «ین» در نام‌گذاری ترکیبات آلی مختص هیدروکربن‌هایی است که دارای حداقل یک پیوند سه‌گانه کربن-کربن هستند. این پیوند سه‌گانه آن‌ها را از آلکن‌ها (که پسوند «ن» دارند و دارای پیوند دوگانه هستند) متمایز می‌کند.

(پ) درست؛ پیوند سه‌گانه آلکین‌ها اشباع نشده‌تر (سیر نشده‌تر) از پیوند دوگانه آلکن‌ها است و به همین دلیل، قابلیت واکنش‌پذیری بیشتری با هیدروژن ایجاد می‌کند.

(ت) نادرست؛ پیشوند «سیکلو» فقط به ساختار حلقوی اشاره دارد، نه نوع پیوند درون حلقه‌ها! مثلاً سیکلوهگزان با ساختار زیر مثال نقض آن است.



۶۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)



$$1\text{mol KMnO}_4 \sim (5 \times 3 + 1 \times 2 + 1 \times 1)\text{mol Cl}^- (\text{aq}) = 18\text{mol Cl}^- (\text{aq})$$

$$\text{خالص } \text{KMnO}_4 \text{ : } \frac{3/24 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{18 \text{ mol Cl}^-} \times \frac{158 \text{ g KMnO}_4}{1 \text{ mol KMnO}_4} = 14/22 \text{ g KMnO}_4$$

$$\text{KMnO}_4 \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} = \frac{14/22}{23/7} \times 100 = 60\%$$



$$23/7 \text{ g KMnO}_4 \times \frac{x}{100} \times \frac{1 \text{ mol KMnO}_4}{158 \text{ g KMnO}_4} \times \frac{18 \text{ mol Cl}^-}{1 \text{ mol KMnO}_4} \times \frac{1 \text{ L}}{3/24 \text{ mol Cl}^-} = 0/5 \text{ L}$$

$$x = \frac{0/5 \times 3/24 \times 158 \times 100}{23/7 \times 18} = 60\%$$

(برای سهولت محاسبات:  $158 = 2 \times 79$  و  $23/7 = 0/3 \times 79$ )

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۹- پاسخ: گزینه ۳



با توجه به تصویر، آلکان A فرارتر است، پس نقطه جوش کمتری دارد و گرانروی کمتری نیز خواهد داشت که این ویژگی‌ها ناشی از جرم مولکولی کمتر آن (تعداد اتم‌های کربن کمتر) نسبت به آلکان B است.

(ب) درست؛ آلکان A می‌تواند گریس ( $\text{C}_{18}\text{H}_{38}$ ) و آلکان B می‌تواند وازلین ( $\text{C}_{25}\text{H}_{52}$ ) باشد.

(پ) درست؛ آلکان A از B سبک‌تر است، پس اگر A دارای ۱۰ اتم کربن باشد، آلکان B باید سنگین‌تر و تعداد کربن بیشتری داشته باشد.



(الف) نادرست؛ مطابق شکل در دما و فشار یکسان، آلکان A تمایل بیشتری برای تبدیل شدن به گاز دارد و فرارتر است.

(ت) نادرست؛ قدرت نیروی وان‌دروالسی به تعداد اتم‌های کربن وابسته است، پس قدرت نیروی وان‌دروالسی در آلکان A از آلکان B کمتر است.

▲ مشخصات سؤال: ساده \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۰- پاسخ: گزینه ۲



گزینه ۲: بازیافت فلز رد پای زیست‌محیطی «مانند رد پای کربن‌دی‌اکسید» را کاهش می‌دهد.



گزینه ۱: استخراج فلز از سنگ معدن آن یکی از راه‌های برآورده کردن نیازهای انسان از طبیعت است. روش دیگر بازیافت آن است.

گزینه ۳: غلظت منابع فلزی در بستر اقیانوس‌ها بیشتر از منابع زمینی است.

گزینه ۴: براساس توسعه پایدار باید در تولید یک ماده یا عرضه خدمات، همه هزینه‌ها و ملاحظه‌های اقتصادی، اجتماعی و زیست‌محیطی را در نظر گرفت.

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۱- پاسخ: گزینه ۲



ابتدا جرم کل بنزین مصرفی را محاسبه می‌کنیم:

$$3750 \text{ kg} = 0/75 \times 5000 \Rightarrow \text{حجم بنزین} \times \text{چگالی بنزین} = \text{جرم بنزین}$$

$$? \text{ kJ} = 3750 \text{ kg} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{48 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} = 18 \times 10^7 \text{ kJ}$$

در ادامه انرژی آزادشده بر اثر سوختن بنزین را حساب می‌کنیم:

در نهایت میزان CO<sub>2</sub> آزاد شده بر اثر تولید این مقدار انرژی را به دست می آوریم:

$$? \text{ ton CO}_2 = 18 \times 10^6 \text{ kJ} \times \frac{0.065 \text{ g CO}_2}{1 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ ton CO}_2}{10^6 \text{ g CO}_2} = 11.7 \text{ ton CO}_2$$



$$? \text{ ton NCO}_2 : 5 \times 10^3 \text{ L بنزین} \times \frac{0.75 \text{ kg بنزین}}{1 \text{ L بنزین}} \times \frac{10^3 \text{ g بنزین}}{1 \text{ kg بنزین}} \times \frac{48 \text{ kJ}}{1 \text{ g بنزین}} \times \frac{0.065 \text{ g CO}_2}{1 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ ton CO}_2}{10^6 \text{ g CO}_2} = 11.7 \text{ ton CO}_2$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: استدلال \* شیمی ۲ (فصل ۱)



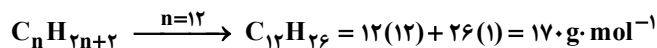
هر آلکان به تعداد هیدروژن هایش پیوند C-H و یک واحد کمتر از تعداد کربن هایش پیوند C-C دارد.



$$(C-H) = (C-C) + 15$$

$$(2n+2) = (n-1) + 15$$

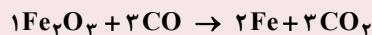
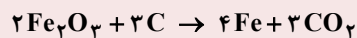
$$2n+2 = n+14 \Rightarrow 2n-n = 14-2 \Rightarrow n = 12$$



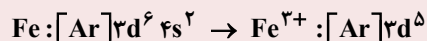
۷۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)



گزینه ۱: هر دو واکنش، آهن و کربن دی اکسید تولید می کنند.



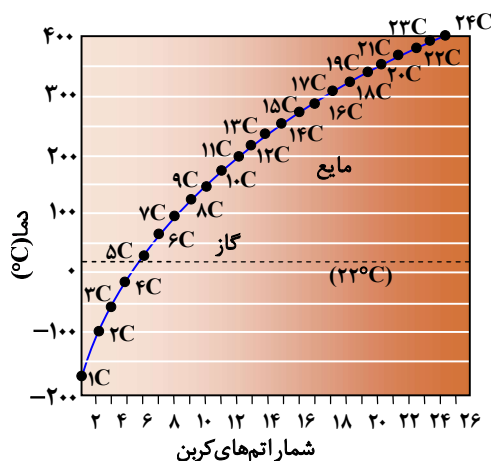
گزینه ۲: رنگ قرمز نقاشی: Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>



۵ الکترون با n=3 و l=2 دارد.

گزینه ۳: استخراج فلزات روی و نیکل به وسیله گیاهان مقرون به صرفه نیست.

۷۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)



گزینه ۳: نادرست؛ گازهای بوتان (C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>) و پروپان (C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>) در دمای ۲۲°C به حالت گازی هستند (زیرا نقطه جوش آنها زیر ۰°C است). بنابراین برای تبدیل آنها به مایع، باید دما را کاهش دهیم (سرد کنیم). با توجه به اینکه نقطه جوش بوتان بیشتر از پروپان است، پس هنگام سرد کردن دما زودتر (آسان تر) به مایع تبدیل می شود و برای تبدیل کردن پروپان به مایع، باید دما را بیشتر سرد کنیم (سخت تر).

بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: درست؛ آلکانهای راست زنجیر از ۵ تا ۱۷ اتم کربن در دمای ۲۲°C مایع هستند.

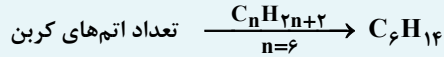
گزینه ۲: درست؛ در آلکانهای راست زنجیر با افزایش تعداد اتم کربن، اختلاف نقطه جوش بین دو آلکان متوالی کاهش می یابد.

گزینه ۴: درست؛ جرم مولکولی هگزان (C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>) برابر ۸۶ گرم بر مول است که در دمای ۲۲°C یا ۲۹۵K به صورت مایع است.

- فرمول عمومی آلکان‌های راست زنجیر به صورت  $C_nH_{2n+2}$  است؛ بنابراین جرم مولی آن‌ها  $14n + 2$  گرم بر مول می‌باشد.

$$C_nH_{2n+2} \Rightarrow 12 \times n + 1 \times (2n + 2) \Rightarrow 14n + 2 \frac{g}{mol}$$

$$14n + 2 = 86 \Rightarrow 14n = 84 \Rightarrow n = 6$$



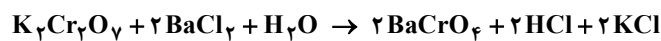
▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۵- پاسخ: گزینه ۴



$$K_2Cr_2O_7 : 2 \times 39 + 2 \times 52 + 7 \times 16 = 294 g \cdot mol^{-1}$$

$$BaCrO_4 = 137 + 52 + 4 \times 16 = 253 g \cdot mol^{-1}$$



$$? g K_2Cr_2O_7 : 121 / 44 g BaCrO_4 \times \frac{1 mol BaCrO_4}{253 g BaCrO_4} \times \frac{1 mol K_2Cr_2O_7}{2 mol BaCrO_4} \times \frac{294 g K_2Cr_2O_7}{1 mol K_2Cr_2O_7} = 70 / 56 g K_2Cr_2O_7$$

$$K_2Cr_2O_7 \text{ درصد خلوص} = \frac{\text{جرم خالص}}{\text{جرم ناخالص}} \times 100 = \frac{70 / 56}{88 / 2} \times 100 = 80\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: دانش \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۴



گزینه ۴: کمتر از ده درصد (یک دهم) نفت خام روزانه جهان برای تولید محصولات شیمیایی به کار می‌رود.

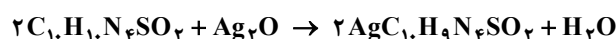


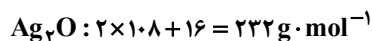
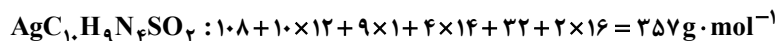
گزینه ۱: حدود نیمی از انرژی جهان مستقیماً از نفت خام تأمین می‌شود.  
گزینه ۲: تولید لاستیک و سایر فرآورده‌های شیمیایی کمتر از ده درصد مصرف نفت خام را شامل می‌شود در حالی که تأمین گرما و انرژی الکتریکی حدوداً ۴۰٪ از مصرف نفت خام را شامل می‌شود.  
گزینه ۳: سهم سوخت وسایل نقلیه (حدوداً ۵۰٪) از سهم فرآورده‌های شیمیایی حاصل از نفت خام (کمتر از ۱۰٪) مثل پلاستیک بیشتر است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۲





$$? \text{ g AgCl} : 50 \text{ g SSD} \times \frac{1 \text{ g SSD خالص}}{100 \text{ g SSD ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol SSD}}{357 \text{ g SSD}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}_2\text{O}}{2 \text{ mol SSD}} \times \frac{232 \text{ g Ag}_2\text{O}}{1 \text{ mol Ag}_2\text{O}} \times \frac{100 \text{ g Ag}_2\text{O}}{80 \text{ g Ag}_2\text{O}} = \text{ } / 2 \text{ g Ag}_2\text{O}$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)

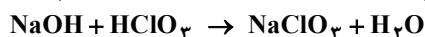


گزینه ۴: عدم واکنش با برم، نشان دهنده سیر شده بودن و فقدان پیوندهای غیر یگانه در ساختار مولکول چربی است. در واقع در این حالت چربی اشباع شده (سیر شده) است.



گزینه ۱: در این واکنش پیوند دوگانه  $C=C$  شکسته شده و به هر اتم کربن، یک اتم یا گروه از مولکول آب اضافه می شود (H به یک کربن و OH به کربن دیگر)، که منجر به تشکیل پیوندهای  $C-H$  و  $C-OH$  می شود.  
گزینه ۲: تنها یک مولکول آب به کل مولکول اتن اضافه می شود به طوری که یک اتم H به یک کربن و گروه OH به کربن دیگر متصل می شود.  
گزینه ۳: این یک روش کیفی برای شناسایی حضور پیوند دوگانه است و مقدار دقیق آلکن را تعیین نمی کند.

۷۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)



$$? \text{ mol NaClO}_3 : 2 \text{ L محلول} \times \frac{1/5 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol NaClO}_3}{6 \text{ mol NaOH}} = \text{ } / 5 \text{ mol NaClO}_3 \text{ نظری}$$

$$\text{مقدار عملی} = \frac{\text{مقدار نظری}}{\text{بازده درصدی}} \times 100 = \frac{x}{0.8} \times 100 = 80 \Rightarrow x = 0.4 \text{ mol NaClO}_3$$

$$? \text{ g NaOH} : 0.4 \text{ mol NaClO}_3 \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ mol NaClO}_3} \times \frac{40 \text{ g NaOH}}{1 \text{ mol NaOH}} \times \frac{100 \text{ g NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} = 40 \text{ g NaOH} \text{ ناخالص}$$



$$2 \text{ L NaOH} \times \frac{1/5 \text{ mol NaOH}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol NaClO}_3}{6 \text{ mol NaOH}} \times \frac{80}{100} = x \text{ g NaOH} \times \frac{40}{100} \times \frac{1 \text{ mol NaOH}}{40 \text{ g NaOH}} \times \frac{1 \text{ mol NaClO}_3}{1 \text{ mol NaOH}}$$

$$\Rightarrow 0.4 = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 40 \text{ g NaOH}$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط \* حیطة: کاربرد \* شیمی ۲ (فصل ۱)



(الف) این فرایند مختص حذف اکسید گوگرد دار حاصل از سوختن زغال سنگ ( $\text{SO}_2$ ) است و تأثیری بر میزان سایر آلاینده ها مانند اکسیدهای نیتروژن ندارد.

(ب) «طلای سیاه» نامی است که به نفت خام داده شده، این نام گذاری به دلیل ارزش اقتصادی و نقش حیاتی آن در پیشرفت تمدن بشری است. نفت خام با کاربردهای گسترده اش یکی از مهم ترین منابع انرژی و مواد اولیه در جهان محسوب می شود.



(پ) جداسازی در تقطیر جزء به جزء بر اساس نقطه جوش صورت می گیرد که خود تابعی از وزن مولکولی و ساختار مولکولی است، اما نقطه جوش معیار اصلی جداسازی است.

(ت) آلکان های سازنده نفت سفید (آلکان هایی با ۱۰ الی ۱۵ اتم کربن) زنجیره های کربنی نسبتاً طولانی تری دارند؛ همین طولانی بودن زنجیره ها باعث افزایش نیروهای بین مولکولی (نیروهای واندروالسی) شده و در نتیجه، نقطه جوش بالاتری دارند و در دمای  $22^\circ\text{C}$  به حالت مایع اند.