

A

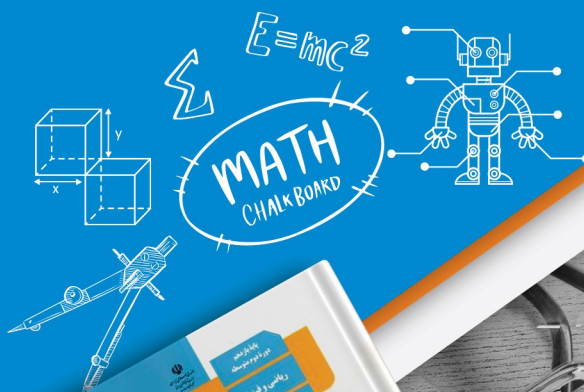
آزمون آزمایشی ۱۰ بهمن

دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مرحله
۶



۱۴۰۴-۱۴۰۵

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

↙ آزمون پیشرفت تحصیلی مرحله ۷ گزینه دو، در روز جمعه ۱۷ بهمن ۱۴۰۴ برگزار می‌گردد.

↙ دانش آموز گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه‌های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

↙↙ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده‌اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده‌اید.

↙ کارنامه‌های آزمون ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مرحله ۶ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می‌گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



دانش آموز گرامی، شما می‌توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد

سید امیرمحمد سیدشاکری • علی فرمد

مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری

حسابان و ریاضی ۱

علی صادقی • مانی خدابنده

فرهاد فرزانی • سعید اکبرزاده • هادی کاظم نژاد

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

هندسه

حسین خواجهوند • مانی خدابنده

امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانی

آمار و احتمال

پوپک مقدم

محمد خانگلدی

مسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

ریاضی تجربی

امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده

علیرضا صحرایی • عباس مالکی

مسئول درس: حسین افسری
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

ریاضی و آمار

گروه ریاضی
مسئول: امیرمحمد سیدشاکری
دستیار: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

علی جوهری • میلاد حاتمی • نرگس حسینی

منصوره رئیس دانا • سعید خورشیدی نسب • جواد ابادرلو • رضا بهنامی

مسئول درس: بتول خواجه پور

زیست شناسی

مریم گلی حسن لو

یوسف صباغی • محسن داودی

مسئول درس: منصور داوودندی
دستیار: ساناز دریکوندی

فیزیک

محمد احمدی

محمدعلی توسلی فر • یاسر راش • محمد احمدی • بابک اسفندی

مسئول درس: سید حامد میرقادری
دستیار: حسین سعادت

شیمی

فرزانه صاعدی • حسن علیمحمدی • روزبه اسحاقیان

فرزانه رجایی • حسن علیمحمدی • عباس روزبهانی

مسئول درس: شکیبا کریمی

زمین شناسی

گروه علوم
مسئول: محمد حسین کشانی
دستیار: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

محمدصادق حسام زاده • محمدرضا حسین • علیرضا حیدری

مینا پزنگ • هادی قورزایی • محمدحسین صفایی • حمزه کریم تباح فر • امیرمهرداد اسفندی

مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: سپهر سالارکیا

علوم و فنون ادبی

مهتاب شیرازی • هستی ناصح

الهام میرزایی • علیرضا مختاری • آزاده میرزایی • مبینا تاجیک

مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

جامعه شناسی

علی شکرلی • فاطمه یاری

مهدی پارچه باف دولتی • نگین تربیتی

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیان

روان شناسی

فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • سارا حمزه • صبا پهلوان

سید محسن ماهینی • ولی برجی • حمیدرضا قائد امینی • آریا ذوقی • جواهر فرحات • امینه کارآمد

مسئولین درس: پویا رضاداد
محمدحسین حقیقت

زبان عربی

محمدرضا حسین • مهتاب شیرازی

مهسا اصغرلی • سیده ساره زاهدی

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

تاریخ

محمدرضا حسین • مهتاب شیرازی

سیده ساره زاهدی • الهه ریاحی نسب • محسن سلیمانی

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

جغرافیا

ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور • امیررضا علیزاده

محمدحسین خدام • فاطمه شریف زاده • محسن انصاری

مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فرزان مختاری نژاد

فلسفه و منطق

کوثر رعدی

میترا چینی ساز • مینا پزنگ • طاهره کریمی • علی محسنی • آیدانا رستمی • محمدرضا مبارکی • آرش بدری

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

اقتصاد

گروه انسانی
مسئول: اکبر آخوندی
دستیار: علی الفتی

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: برای به دست آوردن ضابطه وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان، x را بر حسب y حساب می کنیم؛ سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم. وارون تابع داده شده به صورت زیر است:

$$y = -\frac{1}{3}x + 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 3 - y \Rightarrow x = 6 - 2y \Rightarrow f^{-1}(x) = 6 - 2x$$

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

نکته: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

با توجه به نکته و صورت سؤال داریم:

$$(f \circ g)(a) = 3 \Rightarrow f(g(a)) = 3 \Rightarrow \sqrt{2g(a) - 1} = 3 \Rightarrow 2g(a) - 1 = 9 \Rightarrow g(a) = 5$$

مطابق تابع g داده شده، زوج مرتب $(-3, 5)$ عضو تابع g است؛ یعنی $g(-3) = 5$ ؛ پس $a = -3$.

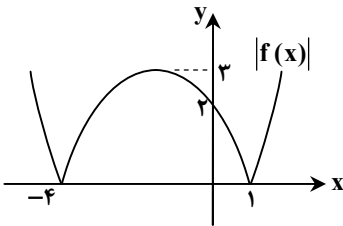
▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴)

۳- پاسخ: گزینه ۳

نکته: برای رسم $y = |f(x)|$ کافی است ابتدا نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم سپس در جاهایی که نمودار $f(x)$ زیر محور طول ها است، تصویر آینه وار نمودار $f(x)$ را نسبت به محور طول ها رسم کرده و زیر محور طول ها را حذف کنیم.

مطابق نکته، نمودار تابع $y = |f(x)|$ به صورت روبه رو می باشد، مشخص است که این تابع

با خط $y = 3$ دارای ۳ نقطه تلاقی است؛ پس معادله $|f(x)| = 3$ دارای ۳ ریشه است.



▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، از رابطه $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ به دست می آید.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$a_n = 3n + 1 \Rightarrow a_1 = 4, a_{20} = 61$$

$$S_{20} = \frac{20}{2}(a_1 + a_{20}) = 10(4 + 61) = 650$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

۵- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت q به صورت زیر است:

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

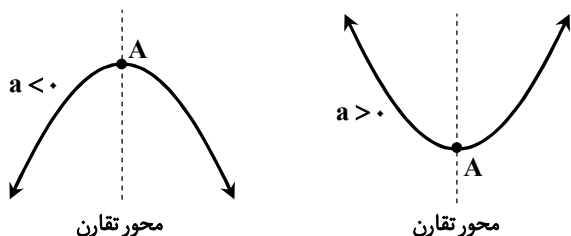
اگر مجموع n جمله اول دنباله را S_n بنامیم، داریم:

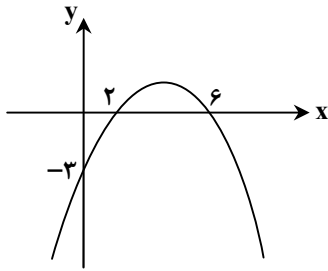
$$\frac{S_{20}}{S_6} = \frac{64}{91} \Rightarrow \frac{a_1 \left(\frac{1 - q^{20}}{1 - q} \right)}{a_1 \left(\frac{1 - q^6}{1 - q} \right)} = \frac{64}{91} \Rightarrow \frac{1 - q^{20}}{(1 - q^3)(1 + q^3)} = \frac{64}{91} \Rightarrow \frac{1}{1 + q^3} = \frac{64}{91} \Rightarrow q^3 + 1 = \frac{91}{64} \Rightarrow q^3 = \frac{27}{64} \Rightarrow q = \frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: نمودار هر معادله به شکل $y = ax^2 + bx + c$ که در آن a, b, c و اعداد حقیقی هستند و $a \neq 0$ را یک سهمی می گوئیم که به یکی از دو صورت مقابل است:





با توجه به نکته، ابتدا ضابطه سهمی را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} f(0) = -3 \Rightarrow c = -3 \\ f(2) = 0 \Rightarrow 4a + 2b - 3 = 0 \\ f(6) = 0 \Rightarrow 36a + 6b - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 3 \Rightarrow f(4) = -\frac{1}{4} \times 16 + 2(4) - 3 = 1$$

راه حل دوم:

معادله یک سهمی با صفربهایی به طول x_1 و x_2 ، به صورت $y = a(x-x_1)(x-x_2)$ است؛ پس:

$$f(x) = a(x-2)(x-6) \xrightarrow{f(0)=-3} -3 = a(0-2)(0-6) \Rightarrow -3 = 12a \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)(x-6) \Rightarrow f(4) = -\frac{1}{4}(2)(-2) = 1$$

۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

نکته: فرض کنیم α و β دو عدد حقیقی باشند، به طوری که $S = \alpha + \beta$ و $P = \alpha\beta$ ، در این صورت α و β ریشه های معادله

$$x^2 - Sx + P = 0 \text{ هستند.}$$

مطابق فرض سؤال و نکات داریم:

$$\begin{cases} S = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4 \\ P = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 1 \end{cases}$$

اکنون می خواهیم معادله درجه دومی بنویسیم که ریشه های آن -4 و 1 باشد:

$$\begin{cases} S' = -4 + 1 = -3 \\ P' = -4 \times 1 = -4 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: برای حل بعضی معادلات گنگ کافی است، فقط دامنه متغیر را (با توجه به نامنفی بودن عبارات زیر رادیکال ها و عبارات حاصل رادیکال)، محاسبه کنیم.

با در نظر گرفتن دامنه تعریف رادیکال های $\sqrt{x-5}$ و $\sqrt{5-x}$ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5 \\ 5-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x = 5$$

حال $x = 5$ را در معادله، آزمایش می کنیم:

$$2 + \sqrt{x-5} + \sqrt{x+4} = \sqrt{x^2 + \sqrt{5-x}} \xrightarrow{x=5} 2 + 0 + \sqrt{9} = \sqrt{25} \Rightarrow 2 + 3 = 5$$

بنابراین $x = 5$ تنها جواب معادله است.

۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

$$\text{نکته: فاصله نقطه } (x_0, y_0) \text{ از خطی به معادله } ax + by + c = 0 \text{ برابر است با: } \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

ابتدا شعاع دایره ای به مساحت 5π را به دست می آوریم:

$$\pi r^2 = 5\pi \Rightarrow r^2 = 5 \Rightarrow r = \sqrt{5}$$

مرکز دایره روی محور طولها است؛ پس مختصات آن به صورت $(k, 0)$ است. از آنجا که شعاع بر هر خط مماس بر دایره در نقطه تماس عمود

است، فاصله مرکز دایره از خط مماس برابر شعاع دایره است؛ پس:

$$2x - y = 0 \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{|2k - 0 + 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} \Rightarrow |2k| = \sqrt{5} \times \sqrt{5} \Rightarrow k = \pm \frac{5}{2} \xrightarrow{k > 0} k = \frac{5}{2} \Rightarrow (2/5, 0) \text{ : مرکز دایره}$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته ۱: در معادله خط به فرم $y = mx + b$ ، شیب خط m است.

نکته ۲: دو خط با شیبهای m_1 و m_2 به شرطی برهم عمودند که: $m_1 m_2 = -1$

شیب هریک از خطهای داده شده را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} mx + y = fm \Rightarrow y = -mx + fm \Rightarrow \text{شیب خط} = -m \\ (m+1)x = 2my \Rightarrow y = \frac{(m+1)}{2m}x \Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{m+1}{2m} \end{cases}$$

مطابق نکته ۲ داریم:

$$(-m) \times \frac{m+1}{2m} = -1 \Rightarrow m+1=2 \Rightarrow m=1$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: تابعی که به هر عدد صحیح k خود همان عدد و به تمام اعداد غیر صحیح میان دو عدد صحیح k و $k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت می دهد، تابع جزء صحیح نام دارد و با ضابطه $f(x) = [x]$ نمایش داده می شود.

نکته: با فرض $k > 0$ داریم: $|f(x)| < k \Leftrightarrow -k \leq f(x) \leq k$

ابتدا نامعادله را حل می کنیم:

$$|2x-5| < 7 \Rightarrow -7 < 2x-5 < 7 \Rightarrow -2 < 2x < 12 \Rightarrow -1 < x < 6$$

$$-1 < x < 6 \Rightarrow -\frac{1}{4} < \frac{x}{4} < \frac{6}{4} \Rightarrow \left[\frac{x}{4}\right] = -1, 0, 1$$

می خواهیم مقادیر $\left[\frac{x}{4}\right]$ را به دست آوریم:

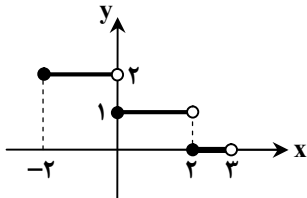
یعنی عبارت $\left[\frac{x}{4}\right]$ سه مقدار مختلف می تواند اختیار کند.

۱۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

ابتدا تابع را بدون استفاده از علامت $[]$ بازنویسی می کنیم:

$$y = \begin{cases} -(-1)+1=2 & -2 \leq x < 0 \\ 0+1=1 & 0 \leq x < 2 \\ -1+1=0 & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

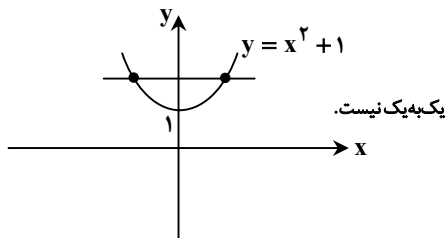
نمودار تابع فوق به صورت روبه رو است:



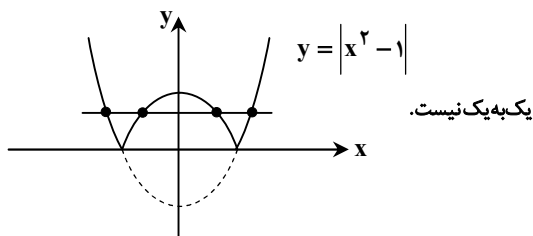
۱۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: تابعی وارون پذیر است که یک به یک باشد؛ بنابراین خطوط افقی، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع می کنند.

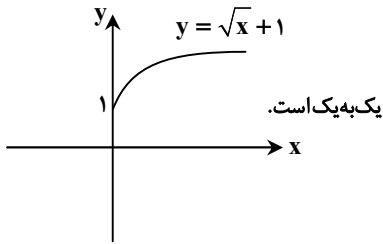
نمودار مربوط به هریک از گزینه ها را رسم می کنیم؛ سپس یک به یک بودن (وارون پذیری) هر کدام را جداگانه بررسی می کنیم: گزینه ۱:



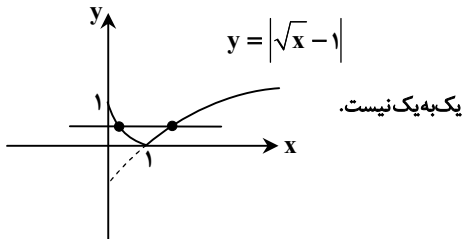
گزینه ۲:



گزینه ۳:



گزینه ۴:



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۱)

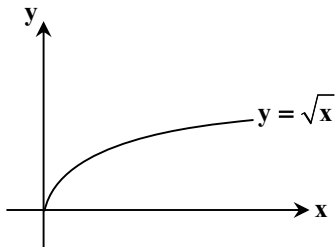
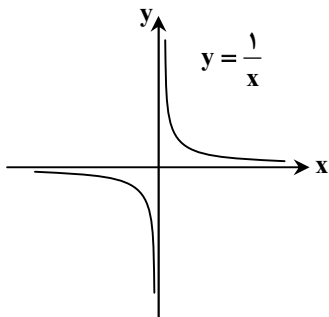
۱۴- پاسخ: گزینه ۴

نکته: دو تابع f و g را برابر می‌نامیم هرگاه:الف) دامنه f و دامنه g با هم برابر باشند.ب) برای هر x از این دامنه یکسان داشته باشیم: $f(x) = g(x)$ یعنی ضابطه‌های برابر داشته باشند.با توجه به ضابطه تابع f ، داریم:

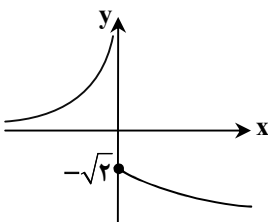
$$f(x) = (x-2)\sqrt{2-x} = -(2-x)\sqrt{2-x} \stackrel{2-x \geq 0}{=} -\sqrt{(2-x)^2(2-x)} = -\sqrt{(2-x)^3}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۴

نکته: نمودار تابع گنگ $y = \sqrt{x}$ به صورت زیر است:نکته: نمودار تابع گویای $y = \frac{1}{x}$ به صورت زیر است:

با توجه به قوانین رسم نمودار، تابع را رسم می‌کنیم:

بنابراین برد تابع برابر $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup (0, +\infty)$ می‌باشد.

۱۶- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

نکته: برای حل معادلات شامل عبارات گویا، با ضرب طرفین معادله در کوچکترین مضرب مشترک مخرج کسرها و ساده کردن عبارت جبری به دست آمده، معادله را حل می‌کنیم. جواب به دست آمده نباید مخرج هیچ یک از کسرها را صفر کند.

$$\frac{1}{x^2 - 4x + 3} + \frac{2}{x^2 - 4x + 4} = \frac{6}{x^2 - 4x + 5} \Rightarrow \frac{1}{t} + \frac{2}{t+1} = \frac{6}{t+2}$$

اگر از تغییر متغیر $x^2 - 4x + 3 = t$ استفاده کنیم، داریم:

طرفین معادله را در $t(t+1)(t+2)$ ضرب می‌کنیم.

$$(t+1)(t+2) + 2t(t+2) = 6t(t+1) \Rightarrow t^2 + 3t + 2 + 2t^2 + 4t = 6t^2 + 6t \Rightarrow 3t^2 + 7t + 2 = 6t^2 + 6t$$

$$\Rightarrow 3t^2 - t - 2 = 0 \xrightarrow[\text{صفر است.}]{\text{مجموع ضرایب}}$$

جواب‌های فوق قابل قبول هستند؛ زیرا در معادله $\frac{1}{t} + \frac{2}{t+1} = \frac{6}{t+2}$ مخرجی را صفر نمی‌کنند؛ پس داریم:

$$x^2 - 4x + 3 = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 8 = 8 > 0 \Rightarrow \text{معادله ۲ ریشه دارد.}$$

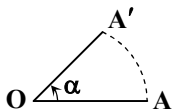
$$x^2 - 4x + 3 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 4x + \frac{11}{3} = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - \frac{44}{3} = \frac{4}{3} > 0 \Rightarrow \text{معادله ۲ ریشه دارد.}$$

با توجه به اینکه معادلات $x^2 - 4x + 2 = 0$ و $x^2 - 4x + \frac{11}{3} = 0$ قطعاً ریشه مشترک ندارند؛ پس در کل معادله دارای ۴ ریشه است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۱۷- پاسخ: گزینه ۲

نکته: دوران به مرکز O و زاویه α ، تبدیلی است که در آن هر نقطه مانند A در صفحه را به نقطه‌ای مانند A' در صفحه تصویر می‌کند، به طوری که:



$$OA = OA' \quad , \quad \widehat{AOA'} = \alpha$$

نکته: در دوران، مرکز دوران نقطه‌ای ثابت است.

نکته: دوران یک تبدیل طولپاست، یعنی اندازه هر پاره خط و تصویر آن تحت دوران با هم برابر است.

نکته: در دوران اندازه زاویه حفظ می‌شود.

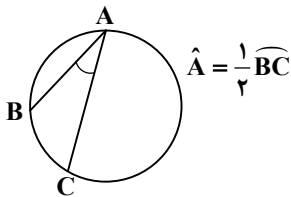
نکته: دوران لزوماً شیب خط را حفظ نمی‌کند. فقط در حالتی که زاویه دوران مضرب صحیحی از π رادیان (یا همان ۱۸۰ درجه) باشد، شیب خط حفظ می‌شود.

با توجه به نکات بالا، گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

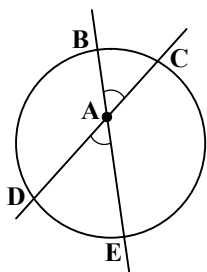
۱۸- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.



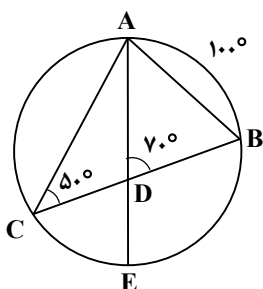
$$\widehat{A} = \frac{1}{2} \widehat{BC}$$

نکته: زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در داخل دایره تشکیل می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$\widehat{DAE} = \widehat{BAC} = \frac{1}{2} (\widehat{BC} + \widehat{DE})$$

با توجه به نکات، داریم:



$$\widehat{C} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 100^\circ$$

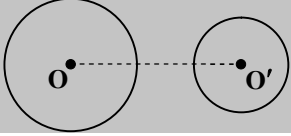
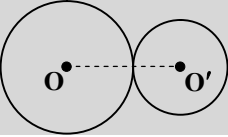
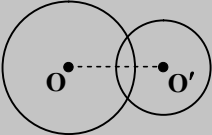
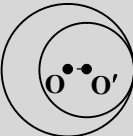
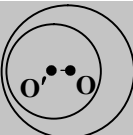
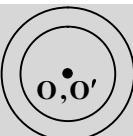
$$\widehat{ADB} = \frac{1}{2} (\widehat{AB} + \widehat{CE}) \xrightarrow{\widehat{ADB} = 70^\circ} \widehat{AB} + \widehat{CE} = 140^\circ \xrightarrow{\widehat{AB} = 100^\circ} \widehat{CE} = 40^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۱۹- پاسخ: گزینه ۱

نکته ۱) حالت‌های دو دایره نسبت به هم:

دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ را با فرض $R > R'$ و $OO' = d$ در نظر می‌گیریم. حالت‌های مختلفی که این دو دایره می‌توانند نسبت به هم داشته باشند، به صورت زیر است:

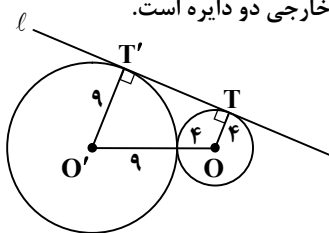
	$d > R + R'$	دو دایره بیرون هم (متخارج)
	$d = R + R'$	دو دایره مماس بیرون
	$R - R' < d < R + R'$	دو دایره متقاطع
	$d = R - R'$	دو دایره مماس درون
	$d < R - R'$	دو دایره متداخل
	$d = 0$	دایره‌های هم‌مرکز

نکته ۲: در دو دایره مماس خارج، طول مماس مشترک خارجی دو دایره از رابطه $2\sqrt{RR'}$ به دست می‌آید. با توجه به نکته ۱ چون $9 + 4 = 13$ ، پس دو دایره مماس خارج هستند.

با توجه به شکل، چهارضلعی $OO'T'T'$ یک دوزنقه قائم‌الزاویه است که ارتفاع آن طول مماس مشترک خارجی دو دایره است.

با توجه به نکته ۲، طول مماس مشترک خارجی دو دایره برابر $12 = 2\sqrt{9 \times 4} = TT'$ است.

پس مساحت دوزنقه $OO'T'T'$ برابر است با:

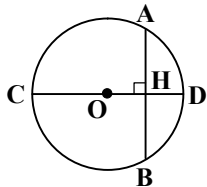


$$S = \frac{1}{2}(9 + 4) \times 12 = 78$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر CD قطری از دایره باشد که بر وتر AB عمود است، آنگاه قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می‌کند.

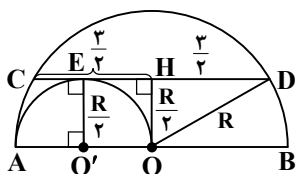


$$CD \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AD} = \widehat{BD} \end{cases}$$

مطابق شکل، اگر شعاع نیم‌دایره بزرگ را R در نظر بگیریم، آنگاه شعاع نیم‌دایره کوچک، $\frac{R}{2}$ خواهد بود.

حال اگر از O عمود OH را بر وتر CD رسم کنیم، با توجه به نکته، داریم:

$$CH = DH = \frac{3}{2}$$



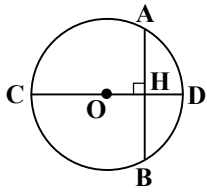
$$OH = O'E = \frac{R}{2}$$

پس در مثلث قائم‌الزاویه OHD به کمک قضیه فیثاغورس، خواهیم داشت:

$$OD^2 = OH^2 + DH^2 \Rightarrow R^2 = \frac{R^2}{4} + \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} = R^2 - \frac{R^2}{4} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow 3R^2 = 9 \Rightarrow R^2 = 3 \Rightarrow R = \sqrt{3}$$

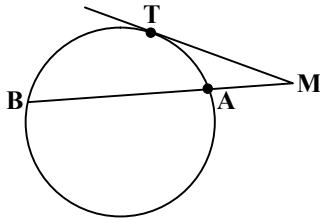
۲۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲) نکته: اگر CD قطری از دایره باشد که بر وتر AB عمود است، آنگاه قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می کند.



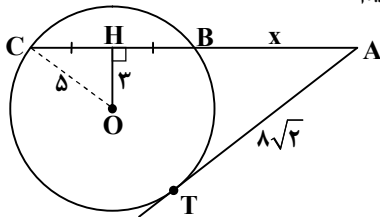
$$CD \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AD} = \widehat{BD} \end{cases}$$

نکته: هرگاه M نقطه ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه های دو قطعه قاطع



$$MT^2 = MA \cdot MB$$

با توجه به نکته و شکل مقابل، OH عمود منصف BC خواهد بود. شعاع دایره برابر ۵ است. پس داریم:



$$CH = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$CB = 2CH = 2 \times 4 = 8$$

طول AB را x در نظر می گیریم و طبق روابط طولی داریم:

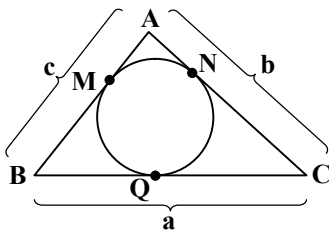
$$AB \times AC = AT^2 \Rightarrow x(x+8) = (8\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^2 + 8x - 128 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x+16) = 0 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow AC = AB + BC = 8 + 8 = 16$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

۲۲- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر نقاط تماس دایره محاطی داخلی مثلث ABC با اضلاع آن، نقاط M, N, Q باشند، مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} AM = AN = P - a \\ BM = BQ = P - b \\ CN = CQ = P - c \end{cases}$$

که در آن a, b و c طول اضلاع مثلث و P نصف محیط مثلث است. مطابق شکل داریم:

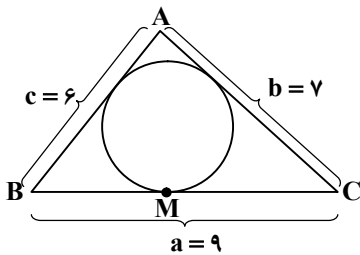
$$AB = c = 6, AC = b = 7, BC = a = 9$$

پس با توجه به نکته، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} BM = P - b \\ MC = P - c \end{cases}$$

و نصف محیط مثلث، برابر است با:

$$P = \frac{6+7+9}{2} = 11$$



$$\frac{BM}{MC} = \frac{11-7}{11-6} = \frac{4}{5}$$

و در نهایت، نسبت دو قطعه در ضلع BC (بزرگ ترین ضلع) برابر خواهد بود با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۲۳- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر O نقطه ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را متجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

الف) سه نقطه O, M و M' روی یک خط راست باشند.

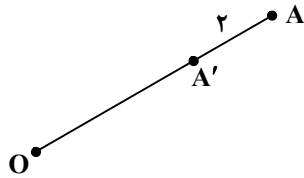
$$OM' = |k| \cdot OM \quad (\text{ب})$$

ب) اگر k مثبت، باشد، M' روی نیم خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.

$k = 2$		مثال: $OM' = 2OM$
$k = \frac{1}{2}$		$OM' = \frac{1}{2} OM$
$k = -2$		مثال: $OM' = 2OM$

(پ)

مطابق فرض و شکل روبه‌رو، داریم:



$$k = \frac{OA'}{OA} = \frac{2}{3}$$

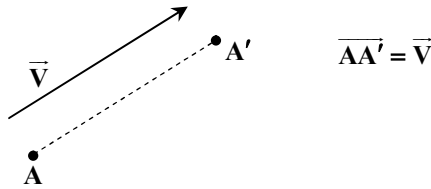
با تفصیل در مخرج خواهیم داشت:

$$\frac{OA'}{OA - OA'} = \frac{2}{3-2} \Rightarrow \frac{OA'}{AA'} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{OA'}{2} = \frac{2}{1} \Rightarrow OA' = 4$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

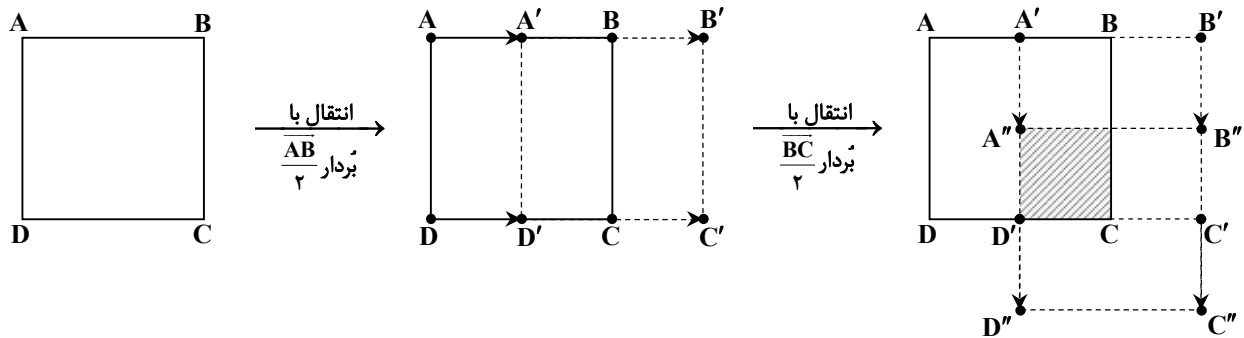
۲۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: انتقال T تحت بردار \vec{V} ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر نقطه A' تصویر نقطه A در صفحه P باشد، خواهیم داشت:



$$\overrightarrow{AA'} = \vec{V}$$

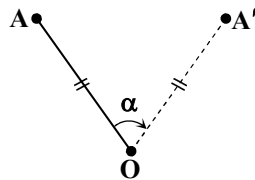
با توجه به نکته، داریم:



و همان طور که مشاهده می‌کنید، مساحت ناحیه مشترک بین شکل نهایی و مربع ABCD، برابر با $\frac{1}{4}$ مساحت مربع ABCD است.

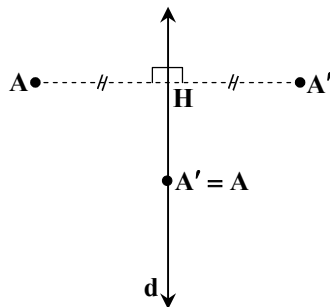
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۲۵- پاسخ: گزینه ۲



نکته: دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد، داریم:

$$OA = OA' \text{ و } \widehat{AOA'} = \alpha$$



نکته: برای پیداکردن بازتاب یک نقطه مثل A نسبت به خط d، کافی است از نقطه A به خط داده شده عمودی وارد کنیم و پای عمود را H بنامیم. حال AH را از سمت H به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا A' به دست آید. در این صورت A' را بازتاب یا قرینه A نسبت به خط d می‌نامیم و می‌نویسیم:

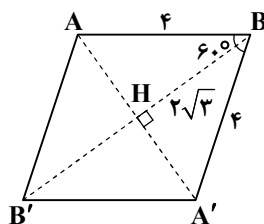
$$S(A) = A'$$

در چنین حالتی خط d عمودمنصف پاره خط AA' خواهد بود.

خط d، خط بازتاب یا محور بازتاب نامیده می‌شود.

اگر نقطه‌ای روی خط بازتاب باشد، تصویر آن بر خودش منطبق می‌شود؛ به عبارتی همان A است.

نکته: ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ است.



در شکل روبه‌رو، از آنجایی که $\hat{B} = 60^\circ$ و $AB = A'B = 4$ می‌باشد، مثلث $AA'B$ متساوی‌الاضلاع است. پس $AA' = 4$ و ارتفاع مثلث برابر است با:

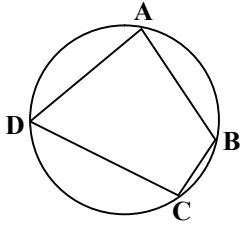
$$BH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

از طرفی B' بازتاب B نسبت به محور AA' است، پس $BH = B'H$ در نتیجه قطرهای چهارضلعی $ABA'B'$ عمودمنصف یکدیگرند.

$$S_{ABA'B'} = \frac{1}{2} AA' \times BB' = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

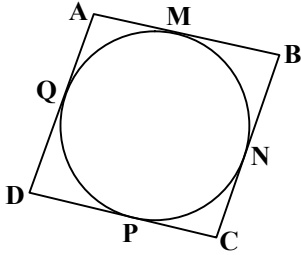
پس $ABA'B'$ لوزی است و داریم:

۲۶- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)
 نکته: یک چهارضلعی محاطی است، اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.



$$ABCD \text{ محاطی است} \Leftrightarrow \hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

نکته: یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل دیگر باشند.



$$ABCD \text{ محیطی است} \Leftrightarrow AB + DC = AD + BC$$

مطابق فرض سؤال، دوزنقه هم محاطی و هم محیطی است، پس داریم:

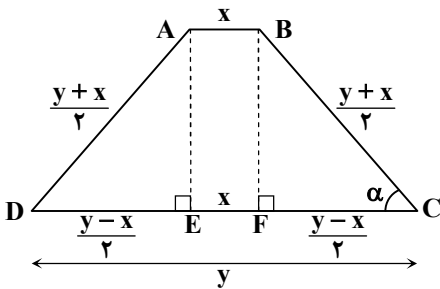
$$AB + DC = BC + AD$$

دوزنقه محاطی همواره متساوی‌الساقین است. اگر طول AB را x و DC را y در نظر بگیریم، داریم:

$$AD = BC = \frac{AB + DC}{2} = \frac{x + y}{2}$$

ارتفاع‌های دوزنقه را رسم می‌کنیم. داریم:

$$DE = FC = \frac{y - x}{2}$$



α کوچک‌ترین زاویه است. برای به دست آوردن آن می‌توان نوشت:

$$\cos \alpha = \frac{FC}{BC} = \frac{\frac{y-x}{2}}{\frac{y+x}{2}} = \frac{y-x}{y+x} = \frac{1-\frac{x}{y}}{1+\frac{x}{y}} = \frac{1-(7-4\sqrt{3})}{1+(7-4\sqrt{3})} = \frac{-6+4\sqrt{3}}{8-4\sqrt{3}} = \frac{-3+2\sqrt{3}}{4-2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(-\sqrt{3}+2)}{2(-\sqrt{3}+2)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

بنابراین:

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{\alpha} = 30^\circ$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

نکته ۱: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب «p ∧ q» که خوانده می‌شود «p و q» را «ترکیب عطفی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی «∧» عطف گفته می‌شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره (p ∧ q) فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد و در بقیه حالات ارزش p ∧ q نادرست است.

p	q	p ∧ q
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

نکته ۲: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب «p ∨ q» را که به صورت «p ∨ q» می‌نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی «∨» فاصل گفته می‌شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره (p ∨ q) فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد و در بقیه حالات ارزش p ∨ q درست است.

p	q	p ∨ q
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

ترکیب فصلی زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌ها درست باشد، پس گزینه ۱ پاسخ است.

گزینه ۲: هر دو گزاره نادرست و در نتیجه ترکیب فصلی آن‌ها نیز نادرست است.

گزینه ۳: گزاره « $\sqrt{29}$ گنگ است» درست و « 24 مربع کامل است» نادرست است. بنابراین ترکیب عطفی این دو گزاره نادرست است.

گزینه ۴: گزاره « $\sqrt{15}$ عددی گویا است» نادرست است، پس ترکیب عطفی نیز نادرست است.

۲۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

نکته ۱: برای دو گزاره p و q داریم:

$$\text{قوانین دموگان: } \begin{cases} \sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

نکته ۲: نقیض گزاره‌های سوری به صورت زیر است:

$$\sim(\forall x; P(x)) \equiv \exists x; \sim P(x), \quad \sim(\exists x; P(x)) \equiv \forall x; \sim P(x)$$

از رابطه $x^2 \leq 4$ در مجموعه اعداد طبیعی داریم $x \in \{1, 2\}$ که هیچ کدام در رابطه $\frac{-2}{x} = 1$ صدق نمی‌کند. چون ترکیب عطفی است، پس

ارزش گزاره نادرست است.

$$\forall x \in \mathbb{N}; (x^2 > 4 \vee \frac{-2}{x} \neq 1)$$

همچنین نقیض گزاره با توجه به نکات بالا به شکل زیر است.

پس گزینه ۴ پاسخ است.

۲۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

پس گزینه ۴ پاسخ است.

$$\text{نکته ۱: } \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\text{نکته ۲: } p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$$

$$\text{نکته ۳: } \sim(\sim p) \equiv p$$

نکته ۴: گزاره $p \wedge q$ زمانی نادرست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q نادرست باشد.

نکته ۵: گزاره $p \vee q$ زمانی درست است که حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست باشد.

نکته ۶: گزاره $p \Leftrightarrow q$ زمانی نادرست است که از گزاره‌های p و q یکی درست و دیگری نادرست باشد.

با توجه به نکته ۱، داریم:

$$\sim p \vee \sim q \equiv T \Rightarrow \sim(p \wedge q) \equiv T \Rightarrow p \wedge q \equiv F$$

پس با توجه به نکته ۴ حداقل یکی از گزاره‌های p یا q نادرست است.

با توجه به نکات ۲ و ۳، داریم:

$$\sim p \Rightarrow q \equiv T \Rightarrow \sim(\sim p) \vee q \equiv T \Rightarrow p \vee q \equiv T$$

پس با توجه به نکته ۵، حداقل یکی از گزاره‌های p یا q درست است.

بنابراین از p و q یکی درست و دیگری نادرست است، پس با توجه به نکته ۶ گزاره $p \Leftrightarrow q$ نادرست است.

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مجموعه همه زیرمجموعه‌های A ، «مجموعه توانی A » نامیده می‌شود و آن را با $P(A)$ نشان می‌دهیم. اگر n عضو داشته باشد، در

این صورت $P(A)$ ، 2^n عضو دارد.

اعضای مجموعه‌های A و B را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{2, 5, 10, 17, 26, 37, 50, 65, 82, 101, \dots\}$$

$$B = \{11, 13, 17, 19, 23, \dots, 97\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{17, 37\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

طبق نکته فوق مجموعه توانی $A \cap B$ دارای $2^2 = 4$ عضو است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۱- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: برای هر دو مجموعه دلخواه A و B از مجموعه مرجع U ، داریم:

$$\text{الف) } A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$$

$$\text{ب) } A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$$

نکته ۲ (قوانین جذب یا همپوشانی): اگر A و B دو مجموعه دلخواه از مجموعه مرجع U باشند، داریم:

$$\text{الف) } A \cup (A \cap B) = A$$

$$\text{ب) } A \cap (A \cup B) = A$$

$$A - B = A \cap B'$$

نکته ۳: برای دو مجموعه دلخواه A و B داریم:

با توجه به نکات، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$[(A \cup B) - (A \cap B)] \cup B = (B - A) \cup B = \underbrace{(B \cap A')}_{\text{جذب}} \cup B = B$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)

نکته ۱: طبق قضیه دموگان داریم:

$$P(A' \cap C') = P(A \cup C)' = 1 - P(A \cup C)$$

نکته ۲: برای دو پیشامد A و C داریم:

$$P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$$

$$P(A - C) = P(A) - P(A \cap C)$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} P(C) = \frac{1}{2} \\ P(A) = \frac{1}{4} \\ P(A \cap C) = \frac{1}{14} \end{cases} \Rightarrow P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = \frac{7+14-2}{28} = \frac{19}{28}$$

خواسته سؤال برابر است با:

$$\frac{P(A - C)}{P(A' \cap C')} = \frac{P(A) - P(A \cap C)}{1 - P(A \cup C)} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{14}}{1 - \frac{19}{28}} = \frac{\frac{7-4}{28}}{\frac{9}{28}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۲)

نکته: در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد، همواره داریم:

$$۱) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$۲) P(S) = P(s_1) + P(s_2) + \dots + P(s_n) = 1$$

$$۳) P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k)$$

برای فضای نمونه‌ای $S = \{A, B, C\}$ طبق مفروضات سؤال داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} P(B') = \frac{1}{2} (1 - P(B)) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} P(B)$$

$$P(B) = \frac{4}{10} P(C) + P(C) = 1/4 P(C) = \frac{14}{10} P(C) = \frac{7}{5} P(C) \Rightarrow P(C) = \frac{5}{7} P(B)$$

طبق نکته فوق داریم:

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$\frac{1}{2} - \frac{P(B)}{2} + P(B) + \frac{5}{7} P(B) = 1 \Rightarrow \frac{17}{14} P(B) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(B) = \frac{7}{17}$$

خواسته سؤال $P(C')$ است که داریم:

$$P(C) = \frac{5}{7} P(B) = \frac{5}{7} \times \frac{7}{17} = \frac{5}{17}$$

$$P(C') = 1 - P(C) = 1 - \frac{5}{17} = \frac{12}{17}$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)

نکته ۱: اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، احتمال آنکه فقط A رخ دهد را با $P(A - B)$ نمایش داده و برابر است با:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

نکته ۲: تعداد اعداد مضرب k (بخش پذیر بر k)، در مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ برابر است با: $\left[\frac{n}{k} \right]$.

اگر پیشامد اعداد بخش پذیر بر ۴ را با A و پیشامد اعداد بخش پذیر بر ۷ را با B نمایش دهیم، احتمال آنکه عدد انتخابی فقط بر یکی از اعداد

۴ یا ۷ بخش پذیر باشد، یعنی یا فقط بر ۴ بخش پذیر است یا فقط بر ۷ بخش پذیر است که با توجه به نکته ۱، برابر است با:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \quad (*)$$

اینک با توجه به نکته ۲، داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} P(A) &= \frac{\left[\begin{smallmatrix} ۲۵۰ \\ ۴ \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} ۵۰ \\ ۴ \end{smallmatrix} \right]}{۲۰۰} = \frac{۶۲ - ۱۲}{۲۰۰} = \frac{۵۰}{۲۰۰} \\ P(B) &= \frac{\left[\begin{smallmatrix} ۲۵۰ \\ ۷ \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} ۵۰ \\ ۷ \end{smallmatrix} \right]}{۲۰۰} = \frac{۲۵ - ۷}{۲۰۰} = \frac{۲۸}{۲۰۰} \quad \xrightarrow{(*)} P(A-B) + P(B-A) = \frac{۵۰}{۲۰۰} + \frac{۲۸}{۲۰۰} - ۲\left(\frac{۷}{۲۰۰}\right) = \frac{۶۴}{۲۰۰} = \frac{۳۲}{۱۰۰} = ۰/۳۲ \\ P(A \cap B) &= \frac{\left[\begin{smallmatrix} ۲۵۰ \\ ۲۸ \end{smallmatrix} \right] - \left[\begin{smallmatrix} ۵۰ \\ ۲۸ \end{smallmatrix} \right]}{۲۰۰} = \frac{۸ - ۱}{۲۰۰} = \frac{۷}{۲۰۰} \end{aligned} \right.$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته: فرض کنید A یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A برابر با 2ⁿ است.

طبق فرض و با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{aligned} 2^{2n} = 2^n + 56 &\Rightarrow (2^n)^2 = 2^n + 56 \xrightarrow{2^n=x} x^2 = x + 56 \Rightarrow x^2 - x - 56 = 0 \Rightarrow (x-8)(x+7) = 0 \xrightarrow{x>0} x = 8 \\ \xrightarrow{x=2^n} 2^n = 8 &\Rightarrow n = 3 \end{aligned}$$

فیزیک



۳۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

ابتدا تعداد الکترون‌هایی را که اتم کربن از دست داده است، با کمک رابطه $q = \pm ne$ به دست می‌آوریم:

$$q = \pm ne \Rightarrow ۳/۲ \times ۱۰^{-۱۹} = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = ۲$$

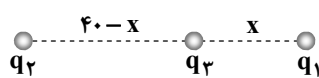
این یون ۲ الکترون از دست داده است. در نتیجه ۴ الکترون و ۶ پروتون دارد.

۳۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با توجه به یکنواخت بودن میدان الکتریکی و رابطه $F = |q|E$ ، نیروها در دو نقطه A و B برابرند. ($F_A = F_B$)با حرکت در جهت خطوط میدان، پتانسیل الکتریکی کاهش می‌یابد و با حرکت در جهت عمود بر خطوط میدان، پتانسیل تغییر نمی‌کند، پس $V_A < V_B$ است و خواهیم داشت:

$$\left. \begin{aligned} q > 0 \\ V_A < V_B \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_A - U_B = q(V_A - V_B) < 0 \Rightarrow U_A < U_B$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

برای اینکه بار q_3 در جای خود بی‌حرکت بماند، باید $F_{13} = F_{23}$ باشد،مطابق شکل، اگر فاصله بار q_3 تا بار q_1 را با x مشخص کنیم، در این صورت

خواهیم داشت:

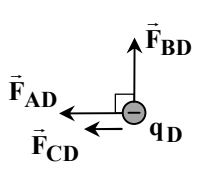
$$\begin{aligned} F_{13} = F_{23} &\Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(40-x)^2} \\ \Rightarrow \frac{۹ \times ۱۰^{-۹}}{x^2} &= \frac{۲۵ \times ۱۰^{-۹}}{(40-x)^2} \Rightarrow \frac{۳}{x} = \frac{۵}{40-x} \Rightarrow ۱۲۰ - ۳x = ۵x \\ \Rightarrow ۱۲۰ = ۸x &\Rightarrow x = ۱۵ \text{ cm} \end{aligned}$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\begin{aligned} \frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 &\Rightarrow \frac{۱۸/۹ \times ۱۰^۳}{۲/۱ \times ۱۰^۳} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \\ \Rightarrow ۹ = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 &\Rightarrow \frac{r_2}{r_1} = ۳ \Rightarrow \begin{cases} r_2 - r_1 = ۱۶ \\ r_2 = ۳r_1 \end{cases} \Rightarrow r_1 = ۸ \text{ cm} \end{aligned}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)



$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$F_{AD} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-18}}{10^{-2}} = 27 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{CD} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-18}}{10^{-2}} = 9 \times 10^{-7} \text{ N}$$

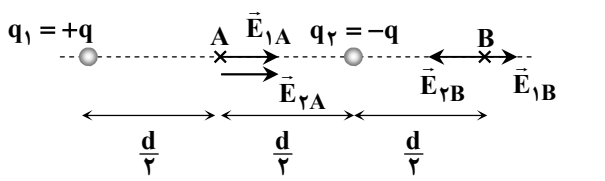
$$\Rightarrow F_{xD} = 36 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{yD} = F_{BD} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-18}}{10^{-2}} = 27 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{TD} = \sqrt{F_{xD}^2 + F_{yD}^2} = 45 \times 10^{-7} = 4.5 \times 10^{-6} \text{ N}$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)



$$E_{TA} = E_{1A} + E_{2A} = k|q| \left| \frac{4}{d^2} + \frac{4}{d^2} \right| = \frac{8k|q|}{d^2}$$

$$E_{TB} = |E_{1B} - E_{2B}| = k|q| \left| \frac{4}{9d^2} - \frac{4}{d^2} \right| = \frac{32k|q|}{9d^2}$$

$$\frac{E_{TA}}{E_{TB}} = \frac{8k|q|}{d^2} \times \frac{9d^2}{32k|q|} = \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{1/8 \times 10^4}{E_{TB}} = \frac{9}{4} \Rightarrow E_{TB} = 8 \times 10^2 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

معلق بودن ذره باردار به این معنا است که میدان الکتریکی بر این ذره نیرویی روبه بالا و هم اندازه با نیروی وزن آن وارد می کند. از طرفی بار ذره مثبت است، پس جهت میدان روبه بالا بوده و در نتیجه $V_A < V_B$ خواهد بود. میدان الکتریکی در فضای بین دو صفحه یکنواخت است، پس محل ذره باردار تأثیری در نتیجه ندارد.

$$F_E = mg \Rightarrow |q|E = mg \Rightarrow |q| \times \frac{|\Delta V|}{d} = mg \Rightarrow |\Delta V| = \frac{mgd}{|q|} = \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 5 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-9}} = 5V \Rightarrow V_A - V_B = -5V$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

ابتدا مقدار بار قرار گرفته روی سطح کره رسانا را حساب می کنیم:

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3 \times (0.2)^2 = 12 \times 4 \times 10^{-2} = 4.8 \times 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow 64 \times 10^{-6} = \frac{Q}{4.8 \times 10^{-1}} \Rightarrow Q = 64 \times 4.8 \times 10^{-7} \text{ C}$$

تعداد الکترون های منتقل شده برابر است با:

$$Q = ne \Rightarrow 64 \times 4.8 \times 10^{-7} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{64 \times 4.8 \times 10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19}} = 192 \times 10^{12} = 1.92 \times 10^{14}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

از آنجا که بار ذره مثبت است، \vec{E} و \vec{F}_E هم جهت بوده و در نتیجه زاویه بین نیرو و جابه جایی صفر است، پس: $\cos \theta = 1$

$$\Delta U_E = -W_E = -|q|Ed \cos \theta \Rightarrow -3/6 \times 10^{-6} = -q \times 150 \times 4 \times 10^{-3} \times 1 \Rightarrow q = \frac{3/6 \times 10^{-6}}{4 \times 150 \times 10^{-2}} = 6 \times 10^{-6} \text{ C} = 6 \mu\text{C}$$

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با قرار دادن مکعب درون ظرف بخشی از بار به ظرف منتقل می شود ولی چون در ظرف باز است، ظرف برای مکعب سطح خارجی محسوب نشده و بخشی از بار در مکعب باقی می ماند ($Q_1 < Q$). با بستن در ظرف، همه بار مکعب به سطح خارجی مجموعه یعنی سطح خارجی ظرف منتقل می شود ($Q_2 = 0$).

۴۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\Delta U = -W_E, \quad \Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow V_B - V_A = \frac{-W_E}{q} \Rightarrow V_B - 40 = \frac{-200}{-20} \Rightarrow V_B = 50 \text{ V}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$Q = CV \Rightarrow \begin{cases} Q_1 = C_1 (\epsilon \mathcal{E}_1) \\ Q_2 = C_2 \mathcal{E}_2 = 2C_1 \mathcal{E}_2 \Rightarrow Q_2 = \frac{1}{2} Q_1 \end{cases}$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \Rightarrow \begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} C_1 (\epsilon \mathcal{E}_1)^2 = \frac{36}{2} C_1 \mathcal{E}_1^2 \\ U_2 = \frac{1}{2} C_2 \mathcal{E}_2^2 = \frac{3}{2} C_1 \mathcal{E}_2^2 \end{cases} \Rightarrow U_1 = 12 U_2$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow 9 \times 10^{-6} \times 3 / 6 \times 10^{-6} = \frac{1}{2} \times \frac{(10.8 \times 10^{-3})^2}{C} \Rightarrow C = 180 \mu F$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow 6 \times 10^{-12} = 2 \times 9 \times 10^{-12} \times \frac{2 \times 3 \times 10^{-4}}{d} \Rightarrow d = 18 \times 10^{-4} m = 1.8 mm$$

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

میدان الکتریکی بین صفحات خازن تخت یکنواخت است، لذا:

$$|\Delta V| = Ed = 4 / 8 \times 10^3 \times 2 / 5 \times 10^{-3} = 12 V$$

$$Q = CV = (\epsilon n F) \times (12 V) = 72 nC$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\text{انرژی در واحد حجم خازن} = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{\text{حجم خازن}} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d} \times V^2}{Ad} = \frac{1}{2} \times \frac{\kappa \epsilon_0}{d^2} \times V^2 = \frac{1}{2} \times \frac{4 \times 8 / 85 \times 10^{-12} \times 10^2}{(5 \times 10^{-3})^2}$$

$$= \frac{35 / 4 \times 10^{-10}}{50 \times 10^{-6}} = 70 / 8 \times 10^{-6} \frac{J}{m^3}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{1/5}{R_1} \\ I_2 = \frac{3}{R_2} \end{cases} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1/5}{3} = \frac{R_2}{2R_1} \quad (1) \text{ رابطه}$$

$$\Delta q = I \Delta t \Rightarrow \begin{cases} 1 Ah = I_1 \times \Delta t \\ 0.1 Ah = I_2 \times \Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{0.1} = 10 \xrightarrow{\text{رابطه (1)}} 10 = \frac{R_2}{2R_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 20$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۱

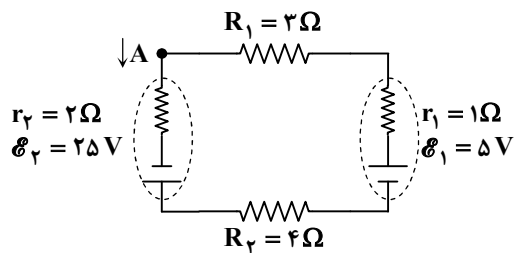
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2} \Rightarrow 0.1 = 10^{-7} \times \frac{314}{\pi r^2} \Rightarrow r^2 = 10^{-4} \Rightarrow r = 10^{-2} m = 10 mm \Rightarrow D = 2r = 20 mm$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

کافی است از یک نقطه مدار شروع کرده و یک دور کامل در مدار حرکت کنیم و مجموع ولتاژها را محاسبه کنیم.



$$V_A - 2I + 25 - 4I + 5 - I - 2I = V_A \Rightarrow 10I = 30 \Rightarrow I = 3 A$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow R = \frac{18 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3}} = 4.5 \Omega = \begin{matrix} \text{طلایی سبز} \\ \uparrow \\ 4.5 \times 10^{-1} \Omega \\ \downarrow \\ \text{زرد} \end{matrix}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۶- پاسخ: گزینه ۳

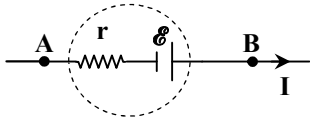
$$\begin{cases} V = \mathcal{E} - rI \\ \frac{V}{\mathcal{E}} = 0.9 \end{cases} \Rightarrow 0.9\mathcal{E} = \mathcal{E} - 2 \times 1 \Rightarrow \mathcal{E} = 20V$$

وقتی کلید k قطع شود ولت سنج نیروی محرکه باتری را نشان می دهد؛ پس در این حالت: $V_p = \mathcal{E} = 20V$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به باتری داریم:



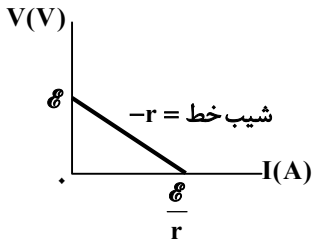
$$V_A - rI + \mathcal{E} = V_B \Rightarrow V_A - V_B = rI - \mathcal{E}$$

برای آنکه طرف راست این رابطه مثبت باشد، باید $rI > \mathcal{E}$ و یا $I > \frac{\mathcal{E}}{r}$ باشد، یعنی باید افت ولتاژ برای مقاومت درونی بیشتر از افزایش ولتاژ برای نیروی محرکه آن باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

اختلاف پتانسیل دو سر یک باتری (که به مدار انرژی می دهد) برابر $\mathcal{E} - rI$ و نمودار V بر حسب I برای آن به صورت روبه رو است.

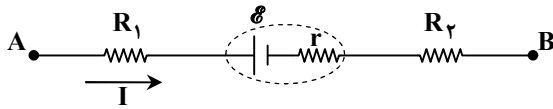


با توجه به نمودار صورت مسئله، می توان فهمید $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ و $r_1 > r_2$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

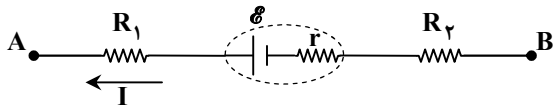
۵۹- پاسخ: گزینه ۱

حالت اول:



$$\begin{aligned} V_A - R_1 I - \mathcal{E} - rI - R_2 I &= V_B \\ \Rightarrow V_A - V_B &= \mathcal{E} + R_1 I + R_2 I + rI \\ \Rightarrow 20 &= \mathcal{E} + R_1 I + R_2 I + rI \quad \text{رابطه (۱)} \end{aligned}$$

حالت دوم:



$$\begin{aligned} V_A + R_1 I - \mathcal{E} + rI + R_2 I &= V_B \\ V_A - V_B &= \mathcal{E} - R_1 I - R_2 I - rI \\ \Rightarrow -4 &= \mathcal{E} - R_1 I - R_2 I - rI \quad \text{رابطه (۲)} \end{aligned}$$

اگر طرفین رابطه های (۱) و (۲) را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$20 - 4 = 2\mathcal{E} \Rightarrow 16 = 2\mathcal{E} \Rightarrow \mathcal{E} = 8V$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

$$V_1 = \mathcal{E}_1 - r_1 I \Rightarrow 32 = 36 - 1 \times I \Rightarrow I = 4A$$

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow 4 = \frac{36 - 16}{R + 1 + 1} \Rightarrow 4 = \frac{20}{R + 2} \Rightarrow R = 3\Omega$$

$$V_R = RI = 3 \times 4 = 12V$$

شیمی



▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۱- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{? (II)} \quad \text{حجم گاز CO}_2 \text{ در واکنش} \quad 30g Li_2O \times \frac{1 \text{ mol Li}_2O}{30g Li_2O} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol Li}_2O} \times \frac{22/4L CO_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 22/4L CO_2$$

$$\text{? (I)} \quad \text{حجم گاز CO}_2 \text{ در واکنش} \quad 33/6L - 22/4L = 11/2L$$

$$\text{? g CaCO}_3 \text{ ناخالص} \quad 11/2L CO_2 \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{22/4L CO_2} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{100g CaCO_3}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{100g CaCO_3 \text{ خالص}}{40g CaCO_3 \text{ خالص}} = 125g CaCO_3$$

۶۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «دوم» و «سوم» درست هستند.

عبارت «دوم»: به ترتیب از بالا به پایین (۴ به ۱) اجزای سبک به سنگین جدا می‌شوند.

۴ ← بنزین و خوراک پتروشیمی

۲ ← گازوئیل

عبارت «سوم»: نفت سفید شامل آلکان‌هایی با ده تا پانزده اتم کربن است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «اول»: در برج تقطیر از پایین به بالا، دما کاهش می‌یابد.

عبارت «چهارم»: در روش تقطیر جزء به جزء، مخلوط هیدروکربن‌ها با نقطه جوش نزدیک به هم جدا می‌شوند.

۶۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

نمودار داده شده مربوط به یک فرایند گرماگیر است ($Q > 0$).

فرایندهای داده شده در موارد «الف» و «ت» گرماگیر و در موارد «ب» و «پ» گرماده هستند.

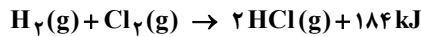
بررسی فرایندها:

الف) تبخیر (تبدیل مایع به گاز) گرماگیر است.

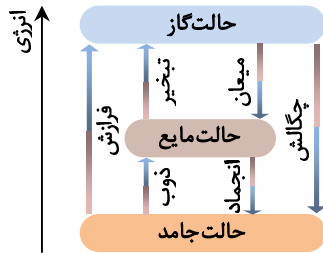
ب)

تولید آهن به حالت مذاب به علت گرمای آزاد شده از واکنش است. $2Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow Al_2O_3(s) + 2Fe(l) + Q \Rightarrow$

پ)



ت) فرازش (تبدیل جامد به گاز) گرماگیر است.



۶۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «الف» و «پ» درست هستند.

الف) در فلزات یک گروه هر چه فلز بالاتر باشد (عدد اتمی کمتر) واکنش پذیری آن (خصلت فلزی) کمتر خواهد بود.

پ) درست

بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) در هر گروه از جدول دوره‌ای، از بالا به پایین خصلت نافلزی کاهش می‌یابد؛ بنابراین P_{15} از N_7 خصلت نافلزی کمتری دارد.

ت) در دوره سوم جدول، Si یک شبه‌فلز بوده و رسانایی الکتریکی کمی دارد (نیمه‌رسانا).

۶۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

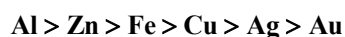
اگر فلز به کار رفته در تیغه، از فلزی که کاتیون آن درون محلول است واکنش پذیرتر باشد (خصلت فلزی آن بیشتر باشد) واکنش رخ می‌دهد.

بررسی موارد نادرست:

الف) Zn از Ag واکنش پذیرتر است.

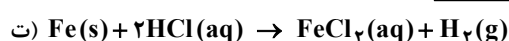
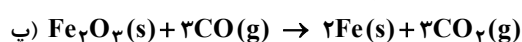
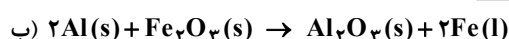
پ) طلا واکنش پذیری ناچیزی دارد.

مقایسه واکنش پذیری‌ها:



۶۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

معادله واکنش هر عبارت، به صورت زیر است:



۶۷- پاسخ: گزینه ۳

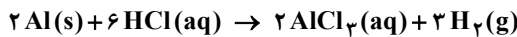
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

- گزینه ۱: Br و Ge در یک دوره از جدول هستند. شعاع اتمی: $Ge < Ge > Br$ در دوره، چپ تراست. رسانایی الکتریکی: $Ge < Ge > Br$ شبه فلز است و Br نافلز.
- گزینه ۲: Ca و Mg در یک گروه از جدول قرار دارند. شعاع اتمی: $Ca < Ca > Mg$ در گروه، پایین تراست. فعالیت شیمیایی: $Ca < Ca > Mg$ در گروه، پایین تراست.
- گزینه ۳: Cl و F در یک گروه از جدول قرار دارند. شعاع اتمی: $Cl < Cl > F$ در گروه، پایین تر از F است. خصلت نافلزی: $F < F > Cl$ در گروه، بالاتر از Cl است.
- گزینه ۴: N و Li در یک دوره از جدول هستند. شعاع اتمی: $Li < Li > N$ در دوره، چپ تراست. خصلت فلزی: $Li < Li > N$ در دوره، چپ تراست.

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

ابتدا معادله واکنش انجام شده را موازنه می کنیم:



با توجه به اینکه طبق شکل 24 mL گاز هیدروژن در عمل تولید شده است، می توان مقدار مورد انتظار (مقدار نظری) گاز هیدروژن را به دست آورد:

$$\text{مقدار نظری } H_2 = 30\text{ mL} \Rightarrow \frac{24\text{ mL } H_2}{? \text{ mL } H_2} = \frac{80}{100} \Rightarrow \text{مقدار نظری} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100$$

$$? \text{ g Al} : 30\text{ mL } H_2 \times \frac{1\text{ L}}{1000\text{ mL}} \times \frac{0.8\text{ g } H_2}{1\text{ L } H_2} \times \frac{1\text{ mol } H_2}{2\text{ g } H_2} \times \frac{2\text{ mol Al}}{3\text{ mol } H_2} \times \frac{27\text{ g Al}}{1\text{ mol Al}} = 0.216\text{ g Al}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت های «ب» و «پ» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

الف) نفت خام مخلوطی از هزاران ترکیب شیمیایی است که بخش عمده آن را، هیدروکربن های مختلف تشکیل می دهد.

ت) کمتر از ده درصد از نفت خام برای تولید مواد و کالاهای در صنایع گوناگون به کار می رود.

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

طبق قانون بقای جرم، جرم مخلوط اولیه و فراورده های تولید شده با یکدیگر برابر است. در این مثال کاهش جرم نمونه به دلیل خروج 462 kg گاز CO_2 از محیط واکنش است.

$$? \text{ kg Fe} : 462\text{ kg } CO_2 \times \frac{1000\text{ g}}{1\text{ kg}} \times \frac{1\text{ mol } CO_2}{44\text{ g } CO_2} \times \frac{4\text{ mol Al}}{3\text{ mol } CO_2} \times \frac{27\text{ g Al}}{1\text{ mol Al}} \times \frac{1\text{ kg}}{1000\text{ g}} = 378\text{ kg Al}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\text{جرم } CO_2}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم Al}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{462}{3 \times 44} = \frac{x}{4 \times 27} \Rightarrow x = 378\text{ kg Al}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

عبارت های «سوم» و «چهارم» درست هستند.

عبارت «سوم»: با توجه به اینکه مقدار آب درون لوله آزمایش ۲ و ۱ یکسان است و گرمای تولیدی حاصل از سوختن ۱ گرم گردو از ۱ گرم ماکارونی

بیشتر است، دمای لوله آزمایش ۲ از ۱ بیشتر خواهد بود و با دقت به اینکه در لوله آزمایش ۲ و ۳ میزان گرما یکسان است (گرمای حاصل از سوختن ۱

گرم گردو) چون میزان آب لوله آزمایش ۳ کمتر است، پس دمای آن بیشتر بالا می رود و دمای آب در لوله آزمایش ۳ از لوله آزمایش ۲ بیشتر است.

عبارت «چهارم»: درست

بررسی عبارت های نادرست:

عبارت «اول»: مقدار آب درون لوله آزمایش ۳ نسبت به لوله آزمایش ۲ کمتر است و به هر دو لوله آزمایش به یک اندازه گرما داده شده است،

پس دمای آب درون لوله آزمایش ۳ بالاتر می رود. (میانگین انرژی جنبشی به دما ربط دارد.)

$$Q_2 = Q_3 \Rightarrow m_2 c_2 \Delta\theta_2 = m_3 c_3 \Delta\theta_3 \xrightarrow{m_2 > m_3, c_2 = c_3} \Delta\theta_2 < \Delta\theta_3$$

عبارت «دوم»: با توجه به اینکه سوختن ۱ گرم مغز گردو از ۱ گرم ماکارونی خام انرژی بیشتری تولید می کند و جرم آب درون هر دو لوله با

یکدیگر برابر است، پس دمای آب درون لوله آزمایش ۲ از آب درون لوله آزمایش ۱ بیشتر خواهد بود:

$$Q_1 < Q_2 \Rightarrow m_1 c_1 \Delta\theta_1 < m_2 c_2 \Delta\theta_2 \xrightarrow{m_1 = m_2, c_1 = c_2} \Delta\theta_1 < \Delta\theta_2$$

از آنجایی که مقدار آب درون هر دو لوله با یکدیگر برابر است، می توان نتیجه گرفت که مجموع انرژی جنبشی مولکول های آب درون لوله

شماره ۲ بیشتر است (جرم یکسان و دمای بیشتر).

۷۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

بررسی گزینه‌های نادرست:

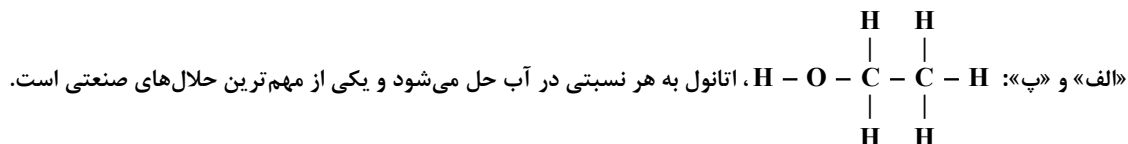
گزینه ۱: سوخت فندک شامل گاز بوتان با فرمول C_4H_{10} است.گزینه ۲: سومین عضو خانواده آلکین‌ها، بوتین با فرمول مولکولی C_4H_6 است.

نکته: اولین عضو خانواده: $\left. \begin{array}{l} \text{آلکان‌ها} \Leftarrow \text{متان (CH}_4\text{)} \Leftarrow \text{۱ اتم کربن} \\ \text{آلکن‌ها} \Leftarrow \text{اتن (C}_2\text{H}_4\text{)} \Leftarrow \text{۲ اتم کربن} \\ \text{آلکین‌ها} \Leftarrow \text{اتین (C}_2\text{H}_2\text{)} \Leftarrow \text{۲ اتم کربن} \end{array} \right\}$

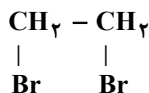
گزینه ۴: اتن (اتیلن) با فرمول مولکولی C_2H_4 ، سبب رسیدن میوه‌ها می‌شود.

۷۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

عبارت‌های «الف» و «ب» درست‌اند.



عبارت‌های «ب» و «ت»: فرآورده واکنش (II) ترکیبی سیر شده و بی‌رنگ با نام ۱، ۲- دی برمواتان است.

دقت کنید که Br_2 قرمز رنگ است و پس از انجام واکنش، رنگ آن از بین می‌رود.

۷۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل‌های ۱ و ۲)

$$? \text{ kJ} : 300 \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{90 \text{ g N}_2\text{O}_5 \text{ خالص}}{100 \text{ g N}_2\text{O}_5 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5} \times \frac{60 \text{ kJ}}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5} = 150 \text{ kJ}$$

$$? \text{ g CaCO}_3 : 150 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{200 \text{ kJ}} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3 \text{ خالص}}{1 \text{ mol CaCO}_3} \times \frac{100 \text{ g CaCO}_3 \text{ خالص}}{75 \text{ g CaCO}_3 \text{ خالص}} = 100 \text{ g CaCO}_3 \text{ ناخالص}$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

موارد «الف» و «ب» درست هستند.

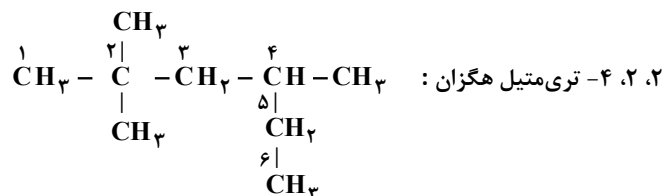
بررسی عبارت‌های نادرست:

(پ) میزان مصرف مواد معدنی و فلزها هر دو در جهان با گذر زمان افزایش یافته است.

(ت) منابع شیمیایی به‌طور یکسان در جهان توزیع نشده‌اند.

۷۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

ابتدا فرم گسترده مولکول را نوشته و سپس نام‌گذاری می‌کنیم:



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های ۱ و ۳: زنجیر اصلی ۶ اتم کربن دارد ← هگزان

همچنین در گزینه ۱ توجه کنید که هیچگاه در نام‌گذاری آلکان‌ها ۲- اتیل یا ۱- متیل نداریم.

گزینه ۲: شماره‌گذاری کربن‌ها را باید از جهتی شروع کنیم که زودتر به شاخه فرعی می‌رسد و عدد کوچک‌تری ایجاد

می‌کند. $\left. \begin{array}{l} * 5, 5, 3 \\ \checkmark 4, 2, 2 \end{array} \right\} \Leftarrow$

۷۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

هرچه واکنش‌پذیری یک فلز بیشتر باشد، نگهداری آن دشوارتر است؛ بنابراین شرایط نگهداری فلز آهن دشوارتر از فلز طلا است.

طلا به دلیل واکنش‌پذیری کم بدون نگهداری خاصی استفاده می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۸- پاسخ: گزینه ۳

x: خوردگی و فرسایش

y: استخراج فلز

z: بازیافت

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

ب) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ همان ژول است.

پ) درست

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) ارزش دمایی ۱K برابر با ۱°C است. یعنی تغییرات در مقیاس کلون و درجه سلسیوس (سانتی‌گراد) یکسان است.

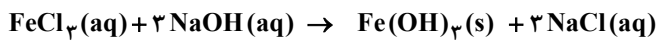
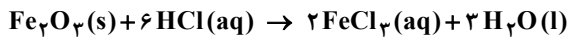
$$T = \theta + 273, \Delta T = T_2 - T_1 = (\theta_2 + 273) - (\theta_1 + 273) = \theta_2 - \theta_1 + 273 - 273 = \theta_2 - \theta_1 = \Delta\theta$$

ت) یکای دما در SI، کلون (K) است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

۸۰- پاسخ: گزینه ۲

یون غالب موجود در زنگ آهن، Fe^{3+} است که با محلول NaOH رسوب قرمز مایل به قهوه‌ای $\text{Fe}(\text{OH})_3$ تشکیل می‌دهد.



رسوب قرمز-قهوه‌ای