

B

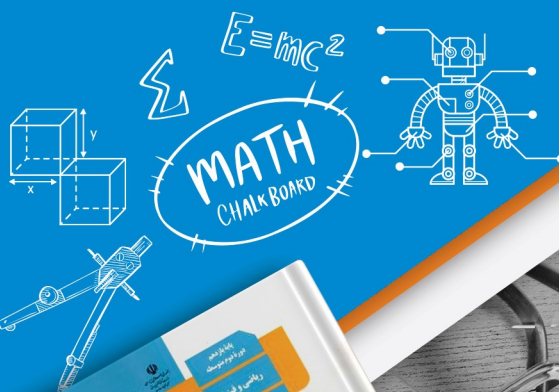
آزمون آزمایشی ۲۷ اسفند

دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مرحله
۹



۱۴۰۴-۱۴۰۵

گزینه دو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

➤ آزمون پیشرفت تحصیلی مرحله ۱۰ گزینه دو، در روز جمعه ۲۱ فروردین ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

➤ دانش آموز گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

➤➤ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

➤ کارنامه های آزمون ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مرحله ۹ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



دانش آموز گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد

سید امیرمحمد سیدشاکری • علی فرمد

مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری

حسابان و ریاضی ۱

گروه ریاضی
مدرسین: سید شاکری
مدرسین: سید شاکری
مدرسین: سید شاکری

علی صادقی • مانی خداینده

فرهاد فرزانی • سعید اکبرزاده • هادی کاظم نژاد

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

هندسه

حسین خواجهوند • مانی خداینده

امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانی

آمار و احتمال

پوپک مقدم

محمد خانگلدی

مسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

ریاضی تجربی

امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده

علیرضا صحرایی • عباس مالکی

مسئول درس: حسین افسری
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

ریاضی و آمار

کارشناسان

طراحان

علی جوهری • میلاد حاتمی • نرگس حسینی

منصوره رئیس دانا • سعید خورشیدی نسب • جواد ابادرلو • رضا بهنامی

مسئول درس: بتول خواجه پور

زیست شناسی

گروه علوم
مدرسین: محمد حسین کشانی
مدرسین: محمد حسین کشانی
مدرسین: محمد حسین کشانی

مریم گلی حسن لو

محسن داودی • یوسف صباغی

مسئول درس: منصور داوودندی
دستیار: ساناز دریکوندی

فیزیک

محمد احمدی

محمدعلی توسلی فر • یاسر راش • محمد احمدی • بابک اسفندی

مسئول درس: سید حامد میرقادری
دستیار: حسین سعادت

شیمی

فرزانه صاعدی • حسن علیمحمدی • روزبه اسحاقیان

فرزانه رجایی • حسن علیمحمدی • عباس روزبهانی

مسئول درس: شکیبا کریمی

زمین شناسی

کارشناسان

طراحان

محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی

مینا پزنگ • هادی قورزایی • محمدحسین صفایی • محمدرضا پیرو • حمزه کریم تباح فر • امیرمهدی اسفندی

مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: سپهر سالارکیا

علوم و فنون ادبی

مهتاب شیرازی • هستی ناصح

الهام میرزایی • علیرضا مختاری • آزاده میرزایی • مبینا تاجیک

مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

جامعه شناسی

علی شکری • فاطمه یاری

مهدی پارچه باف دولتی • نگین تربیتی • حسین سعادت بهشتی

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیان

روان شناسی

فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • سارا حمزه • صبا پهلوان

سید محسن ماهینی • ولی برجی • حمیدرضا قائد امینی • آریا ذوقی • جواهر فرحات • امینه کارآمد

مسئولین درس: پویا رضاداد • محمدحسین حقیقت

زبان عربی

گروه انسانی
مدرسین: اکبر آخوندی
مدرسین: اکبر آخوندی
مدرسین: اکبر آخوندی

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

فاطمه نیتی • مهسا اصغری • سیده ساره زاهدی

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

تاریخ

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

محسن سلیمانی • سیده ساره زاهدی • الهه ریاحی نسب

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

جغرافیا

ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور • امیررضا علیزاده

محمدحسین خدام • فاطمه شریف زاده • محسن انصاری

مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فرزاد مختاری نژاد

فلسفه و منطق

کوثر رعدی

آیدانا رستمی • میترا چینی ساز • محمدرضا مبارکی • آرش بدری • طاهره کریمی • علی محسنی

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

اقتصاد

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۱)

- اگر اندازه زاویه‌ای برحسب درجه برابر D و برحسب رادیان برابر R باشد، آنگاه:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

- طول کمان روبه‌رو به زاویه α رادیان، در دایره‌ای به شعاع r برابر است با:

$$l = r \times \alpha$$

ابتدا اندازه زاویه 70° را برحسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{70^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{18} \text{ rad}$$

اگر شعاع دایره را برابر r در نظر بگیریم، با توجه به اینکه اندازه کمان روبه‌رو به این زاویه برابر 21π است، داریم:

$$21\pi = r \times \frac{7\pi}{18} \Rightarrow 3 = r \times \frac{1}{18} \Rightarrow r = 3 \times 18 \Rightarrow r = 54$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)

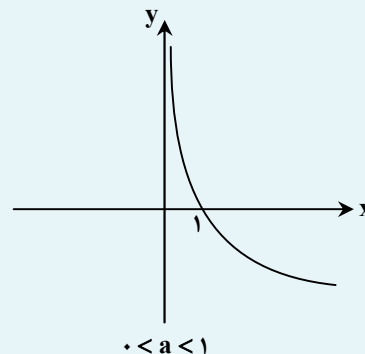
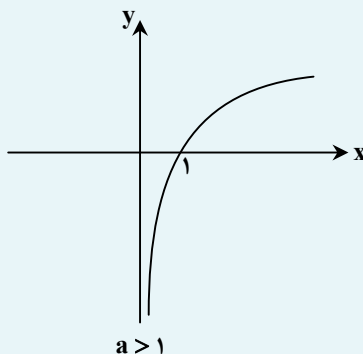
۲- پاسخ: گزینه ۲

- اگر a عددی مثبت و مخالف یک باشد، تابع نمایی $f(x) = a^x$ یک‌به‌یک است و از این رو دارای تابع وارون f^{-1} است که تابع لگاریتمی پایه a نامیده می‌شود و با نماد $y = \log_a x$ نشان داده می‌شود.از آنجاکه نمودار تابع‌های f و g ، قرینه یکدیگر نسبت به نیمساز ربع اول و سوم هستند، نتیجه می‌شود که این دو تابع وارون یکدیگر هستند:

$$g = f^{-1} \Rightarrow g(x) = 3^x$$

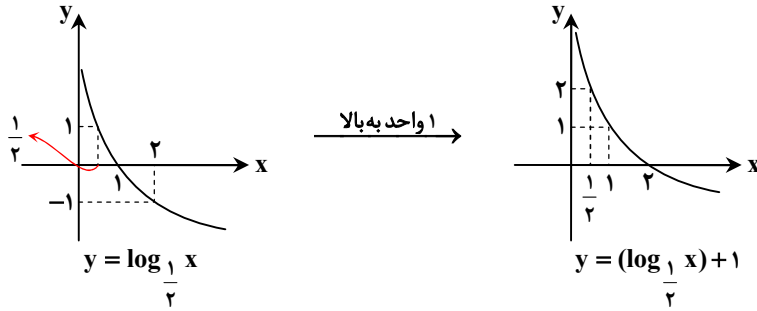
▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۳- پاسخ: گزینه ۲

- نمودار تابع لگاریتمی $y = \log_a x$ ، به یکی از دو صورت زیر است:



کافی است نمودار $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ را رسم کنیم و سپس آن را یک واحد به بالا انتقال دهیم.



با بررسی نقاط مناسب می‌توان گزینه درست را یافت. در گزینه ۱، نمودار از نقطه $(0, 0)$ می‌گذرد، در حالی که تابع f به ازای $x = 0$ ، تعریف نشده است. در گزینه ۳، نمودار از نقطه $(2, 2)$ می‌گذرد در حالی که: $f(2) = \log_{\frac{1}{2}} 2 + 1 = -1 + 1 = 0$ ، نمودار به گونه‌ای است

که تابع f به ازای $x = 1$ ، تعریف نشده است در حالی که این مقدار تعریف شده است:

$$f(1) = \log_{\frac{1}{2}} 1 + 1 = 0 + 1 = 1$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۴- پاسخ: گزینه ۲



$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$

- مطابق تعریف لگاریتم، داریم:

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

- اگر هر کدام از لگاریتم‌های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:



مقدار $12^{\log_{12} 6}$ را برابر A فرض می‌کنیم و از طرفین تساوی در پایه ۱۲، لگاریتم می‌گیریم:

$$\log_{12} A = \log_{12} 12^{\log_{12} 6} \Rightarrow \log_{12} A = \log_{12} 6 \times \log_{12} 12 \Rightarrow \log_{12} A = \log_{12} 6 \times 1 = \log_{12} 6$$

بنابراین $A = 6$ است.



اگر $\log_{12} 6$ را B بنامیم، طبق تعریف لگاریتم داریم:

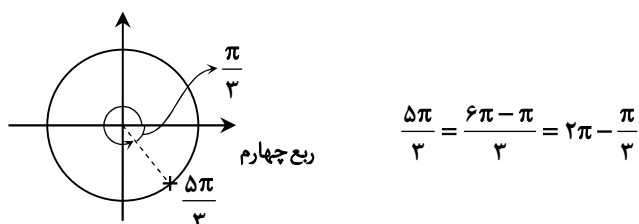
$$B = \log_{12} 6 \Rightarrow 12^B = 6 \Rightarrow 12^{\log_{12} 6} = 6$$

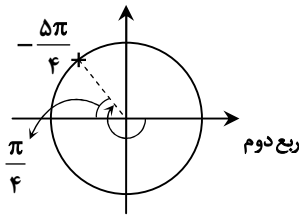
▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۱)

۵- پاسخ: گزینه ۲



با توجه به جایگاه زوایای معروف $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{4}$ در دایره مثلثاتی، زوایای موردنظر را روی دایره پیدا می‌کنیم:





$$-\frac{5\pi}{4} = -\pi - \frac{\pi}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۶- پاسخ: گزینه ۲



- برای زاویه دلخواه α روابط زیر برقرار است:

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- برای دو زاویه 30° و $\frac{\pi}{3}$ می‌دانیم:



با توجه به قوانین نسبت‌های مثلثاتی، دو نسبت مثلثاتی خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\tan(-150^\circ) = -\tan 150^\circ = -\tan(180^\circ - 30^\circ) = -(-\tan 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin \frac{4\pi}{3} = \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(-150^\circ) \times \sin \frac{4\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

بنابراین حاصل ضرب این دو مقدار برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۷- پاسخ: گزینه ۳



- برای زاویه دلخواه α ، داریم:

$$\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

$$\tan(\frac{\pi}{4} + \alpha) = -\cot \alpha$$



ابتدا با توجه به قواعد نسبت‌های مثلثاتی زوایا، دو نسبت مثلثاتی داده‌شده را ساده می‌کنیم:

$$A = \cot(\pi - \alpha) + \tan(\frac{\pi}{4} + \alpha) = -\cot \alpha - \cot \alpha = -2 \cot \alpha$$

$$A = -2 \cot \alpha = -2 \times \frac{1}{2} = -1 \quad \text{می‌دانیم } \tan \alpha = 2, \text{ بنابراین } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{1}{2} \text{ پس مقدار خواسته شده برابر است با:}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۸- پاسخ: گزینه ۳



طبق شکل، دامنه تابع به صورت $x > -1$ است. از طرفی طبق ضابطه، دامنه تابع به صورت زیر است:

$$x + b > 0 \Rightarrow x > -b$$

بنابراین:

$$-b = -1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(x) = a \log_7(x+1) + c$$

اکنون نقطه $(0, 4)$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$f(0) = 4 \Rightarrow 4 = a \log_7 1 + c \Rightarrow 4 = a \times 0 + c \Rightarrow c = 4 \Rightarrow f(x) = a \log_7(x+1) + 4$$

حال نقطه $(3, 0)$ را جای گذاری می‌کنیم:

$$f(3) = 0 \Rightarrow 0 = a \log_7 4 + 4 \Rightarrow 0 = 2a + 4 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین:

$$a + b + c = -2 + 1 + 4 = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۹- پاسخ: گزینه ۲



- مطابق تعریف لگاریتم، داریم:

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$



ابتدا نقطه $(3, 0)$ را در ضابطه تابع f جای گذاری می‌کنیم:

$$f(3) = 0 = 2 \log_{\frac{1}{2}} 8 + a \Rightarrow 0 = 2 \times (-3) + a \Rightarrow a = 6$$

می‌دانیم رابطه به شکل زیر بین تابع‌های f و f^{-1} برقرار است:

$$6 \rightarrow \boxed{f^{-1}} \rightarrow \alpha = f^{-1}(6)$$

$$\alpha \rightarrow \boxed{f} \rightarrow 6$$

بنابراین برای یافتن $f^{-1}(6)$ باید مشخص کنیم تابع f به ازای کدام α برابر با ۶ می‌شود:

$$6 = 2 \log_{\frac{1}{2}} (3\alpha - 1) + 6 \Rightarrow 2 \log_{\frac{1}{2}} (3\alpha - 1) = 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} (3\alpha - 1) = 0 \Rightarrow 3\alpha - 1 = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow f^{-1}(6) = \frac{2}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۱۰- پاسخ: گزینه ۲



- ریشتر، مقیاسی برای اندازه‌گیری بزرگی زمین‌لرزه و نماد میزان انرژی آزاد شده در زلزله است. اگر بزرگی زمین‌لرزه برابر M در مقیاس ریشتر باشد، مقدار انرژی آزاد شده بر حسب ارگ (Erg) از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$



فرض کنیم زمین‌لرزه سنگین‌تر، M_1 ریشتر و انرژی آزاد شده در آن E_1 ارگ باشد. همچنین زمین‌لرزه سبک‌تر، M_2 ریشتر و انرژی آزاد شده در آن E_2 ارگ باشد، در این صورت:

$$\begin{cases} \log E_1 = 11/8 + 1/5 M_1 \\ \log E_2 = 11/8 + 1/5 M_2 \end{cases}$$

از تفاضل این دو رابطه نتیجه می‌شود:

$$\log E_1 - \log E_2 = (11/8 + 1/5 M_1) - (11/8 + 1/5 M_2) \Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 1/5 (M_1 - M_2)$$

از آنجا که $M_1 - M_2 = 2$ است، نتیجه می‌شود:

$$\log \frac{E_1}{E_2} = 1/5 \times 2 = 2/5 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^{2/5} = 1000$$

بنابراین انرژی آزاد شده در زمین‌لرزه سنگین‌تر، ۱۰۰۰ برابر انرژی آزاد شده در زمین‌لرزه دیگر است.

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)



- مطابق تعریف لگاریتم، داریم:

$$y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$$



ابتدا توجه کنید که عبارت $x^2 + x + 1$ ، یک عبارت همواره مثبت است؛ زیرا دلتای آن منفی و ضریب x^2 در آن مثبت است؛ بنابراین هر جوابی که در معادله به دست آید، مشکلی از نظر تعریف نشده بودن لگاریتم ایجاد نخواهد کرد و قابل قبول خواهد بود. حال به حل معادله می پردازیم:

$$\log_{\frac{1}{10}}(x^2 + x + 1) = -1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} \Rightarrow x^2 + x + 1 = 10 \Rightarrow x^2 + x - 9 = 0$$

دلتای این معادله مثبت است و در نتیجه دو جواب متمایز دارد که حاصل ضرب آنها برابر است با:

$$P = \frac{c}{a} = \frac{-9}{1} = -9$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)



- اگر هر کدام از لگاریتم های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

- اگر هر کدام از لگاریتم های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:



$$A = 5 \log \sqrt[5]{27} = 5 \log (27)^{\frac{1}{5}} = 5 \times \frac{1}{5} \log 27 = \log 3^3 = 3 \log 3$$

قسمت اول عبارت برابر است با:

قسمت دوم عبارت برابر است با:

$$B = 2 \log 750 = 2 \log (2^1 \times 3^1 \times 5^3) = 2 (\log 2 + \log 3 + \log 5^3) = 2 (\log 2 + \log 3 + 3 \log 5) = 2 \log 2 + 2 \log 3 + 9 \log 5$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با:

$$A - B = -3 \log 2 - 9 \log 5$$

با توجه به اینکه عبارت باید فقط بر حسب $\log 2$ نوشته شود، می نویسیم:

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - \log 2$$

بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با:

$$-3 \log 2 - 9(1 - \log 2) = 6 \log 2 - 9 = 6a - 9$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)



- اگر لگاریتم های زیر تعریف شده باشند، آنگاه:

$$\log_b a \times \log_a b = 1$$



$m(t)$ را جرم این عنصر پس از گذشت t روز و جرم اولیه را m_0 در نظر می گیریم، در این صورت:

$$m(t) = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{9}} \Rightarrow \frac{m(t)}{m_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{9}}$$

پس از گذشت t روز، فقط ۱ درصد از جرم اولیه باقی مانده است. در نتیجه:

$$\frac{1}{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{9}} \Rightarrow 100 = 2^{\frac{t}{9}} \Rightarrow \frac{t}{9} = \log_2 100 \Rightarrow \frac{t}{9} = \log_2 10^2 = 2 \log_2 10$$

$$\frac{t}{9} = 2 \times \frac{10}{3} \Rightarrow t = 60 \text{ روز}$$

از آنجا که $\log_2 10$ برابر با $3/0$ فرض شده است، $\log_2 10$ برابر با $\frac{10}{3}$ می‌باشد. در نتیجه:

۱۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)



- برای زاویه دلخواه α رابطه‌های زیر برقرار است:

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(360^\circ + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

- برای زاویه دلخواه α ، اگر $\cot \alpha$ تعریف شده باشد، آنگاه:



ابتدا تمام نسبت‌های مثلثاتی خواسته شده را برحسب نسبت‌های مثلثاتی 10° می‌نویسیم:

$$\cos(100^\circ) = \cos(90^\circ + 10^\circ) = -\sin 10^\circ$$

$$\sin(-170^\circ) = -\sin 170^\circ = -\sin(180^\circ - 10^\circ) = -\sin 10^\circ$$

$$\sin(440^\circ) = \sin(360^\circ + 80^\circ) = \sin 80^\circ = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ$$

$$\cos(280^\circ) = \cos(180^\circ + 100^\circ) = -\cos 100^\circ = -\cos(90^\circ + 10^\circ) = -(-\sin 10^\circ) = \sin 10^\circ$$

بنابراین حاصل کسر موردنظر به صورت زیر است:

$$A = \frac{\cos(100^\circ) + \sin(-170^\circ)}{\sin(440^\circ) + \cos(280^\circ)} = \frac{-\sin 10^\circ - \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} = \frac{-2 \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ}$$

با توجه به مقدار تقریبی $\cot 10^\circ$ ، داریم:

$$\cot 10^\circ = 6 \Rightarrow \frac{\cos 10^\circ}{\sin 10^\circ} = 6 \Rightarrow \cos 10^\circ = 6 \sin 10^\circ$$

اکنون به محاسبه حاصل کسر موردنظر می‌پردازیم:

$$A = \frac{-2 \sin 10^\circ}{\cos 10^\circ + \sin 10^\circ} = \frac{-2 \sin 10^\circ}{6 \sin 10^\circ + \sin 10^\circ} = \frac{-2}{6+1} = \frac{-2}{7}$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)



می‌دانیم برد تابع $f(x) = \log_a x$ برابر با \mathbb{R} می‌باشد. به عبارت دیگر حاصل $\log_a x$ ، می‌تواند هر عدد حقیقی باشد. از طرفی اگر تابع g آن چنان که در ظاهر به نظر می‌رسد، تابعی درجه دوم باشد، نمودار آن یک سهمی است که برد آن به صورت $[-\infty, y_S]$ یا $[y_S, +\infty)$ می‌باشد و برابر \mathbb{R} نیست. (منظور از y_S ، عرض رأس سهمی است)؛ بنابراین لازم است تابع g اساساً درجه دوم نباشد. در این صورت اگر تابع g از درجه یک باشد، نمودار آن یک خط مایل و برد آن \mathbb{R} خواهد بود.

$$b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b = \pm 2 \begin{cases} b = 2 : g(x) = a \\ b = -2 : g(x) = -4x + a \end{cases}$$

در حالت اول تابع g تبدیل به تابع ثابت شد که برد آن $\{a\}$ است و \mathbb{R} نیست ولی در حالت دوم تابع g تبدیل به یک تابع درجه اول شد که برد آن \mathbb{R} می‌باشد؛ بنابراین حالت دوم مورد قبول است.

از طرفی:

$$f(1) = g(1) \Rightarrow \log_a 1 = -4 + a \Rightarrow 0 = -4 + a \Rightarrow a = 4$$



- برای اعداد مثبت x و y داریم:

$$\log_a x > \log_a y \xrightarrow{a > 1} x > y \quad \log_a x > \log_a y \xrightarrow{0 < a < 1} x < y$$

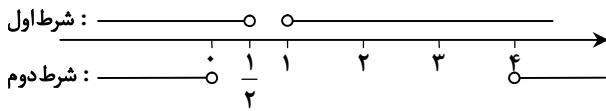
- لگاریتم اعداد نامثبت تعریف نمی‌شود. همچنین پایه لگاریتم باید عددی مثبت و مخالف یک باشد. یعنی اگر $\log_b a$ تعریف شده باشد، آنگاه $a > 0$ ، $b > 0$ و $b \neq 1$.



ابتدا توجه کنید که هریک از دو عبارتی که از آن‌ها لگاریتم گرفته شده، باید مثبت باشند:

$$\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 > 0 \Rightarrow 2(x-1)(x-\frac{1}{2}) > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < \frac{1}{2} \\ x^2 - 4x > 0 \Rightarrow x(x-4) > 0 \Rightarrow x > 4 \text{ یا } x < 0 \end{cases}$$

اشتراک بین این دو ناحیه را می‌یابیم:



$$(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$$

در نتیجه اشتراک این دو شرط، عبارت است از:
حال به حل نامعادله می‌پردازیم:

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x^2 - 3x + 1) < \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x) \xrightarrow{0 < \frac{1}{2} < 1} 2x^2 - 3x + 1 > x^2 - 4x \Rightarrow x^2 + x + 1 > 0$$

عبارت $x^2 + x + 1$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\Delta = 1 - 4 = -3, \text{ ضریب } x^2 > 0 \Rightarrow \text{عبارت همواره مثبت است.}$$

بنابراین مجموعه جواب این نامعادله همان اجتماع دو بازه $(-\infty, 0)$ و $(4, +\infty)$ است و به صورت $\mathbb{R} - [0, 4]$ نیز نوشته می‌شود که $b = 4$ و $a = 0$ حاصل $a + b$ برابر ۴ است.



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

- (قضیه سینوس‌ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.

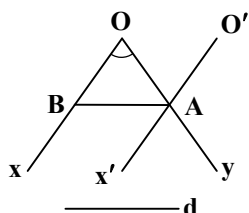


$$\pi R^2 = 25\pi \Rightarrow R^2 = 25 \Rightarrow R = 5$$

با توجه به اینکه مساحت دایره محیطی برابر 25π است، داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = 2R \Rightarrow a = 2R \sin \hat{A} = 2 \times 5 \times \frac{2}{5} = 4 \Rightarrow BC = 4$$

حال از نکته بالا استفاده می‌کنیم:



ضلع Ox را موازی خط d و به اندازه ۵ واحد به راست انتقال می‌دهیم تا $O'x'$ حاصل شود، نقطه برخورد $O'x'$ با Oy را A می‌نامیم. از A خطی موازی d رسم می‌کنیم تا Ox را در B قطع کند. A انتقال یافته B است، پس پاره‌خط $AB = 5$ موازی خط d و جواب مسئله است. بنابراین برای یافتن پاره‌خط AB از انتقال استفاده کرده‌ایم.

۱۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

- (قضیه سینوسها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.



با استفاده از نکته بالا، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} &\Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{a}{b} \\ 2 \sin \hat{A} = 5 \sin \hat{B} &\Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{5}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{2} \quad (1)$$

از فرمول مساحت استفاده می‌کنیم:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b \Rightarrow a \cdot h_a = b \cdot h_b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{h_b}{h_a} \xrightarrow{(1)} \frac{h_b}{h_a} = \frac{5}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۲۰- پاسخ: گزینه ۲



یکی از کاربردهای بازتاب، حل مسائلی است که به مسائل هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی معروف است. در این‌گونه مسائل، هدف این است که بدون این‌که محیط یک چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم.

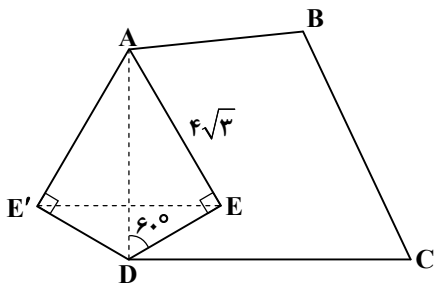


ابتدا در مثلث ADE، داریم:

$$\tan 60^\circ = \frac{AE}{DE} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{DE} \Rightarrow DE = 4$$

حال بازتاب E را نسبت به AD یافته و E' می‌نامیم. E' را به A و D وصل می‌کنیم. میزان افزایش مساحت برابر است با:

$$S = 2S_{ADE} = 2 \times \frac{1}{2} AE \cdot ED = AE \cdot ED = 4\sqrt{3} \times 4 = 16\sqrt{3}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۲۱- پاسخ: گزینه ۲



$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

- (قضیه سینوسها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.



با استفاده از قضیه سینوسها در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{12}{\sin 30^\circ} = \frac{12\sqrt{3}}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{1}{\sin 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \sin \hat{B} = \sqrt{3} \sin 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} = 60^\circ \\ \hat{B} = 120^\circ \end{cases}$$

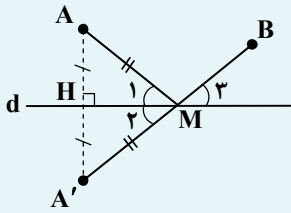
دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$1) \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (30^\circ + 60^\circ) = 90^\circ$$

$$2) \hat{B} = 120^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

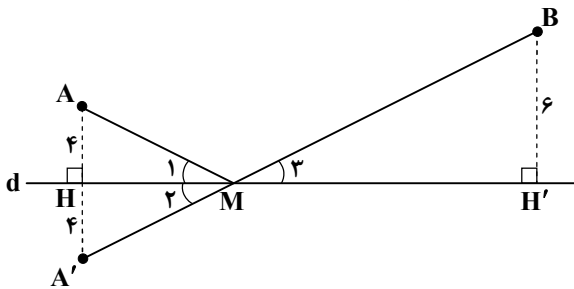


- مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر): خط d و نقاط A و B در یک طرف آن مفروض اند. برای به دست آوردن نقطه M روی خط d به طوری که $AM + MB$ کمترین مقدار باشد، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا می کنیم و A' می نامیم. سپس A' را به B وصل می کنیم. محل تلاقی پاره خط $A'B$ با خط d ، نقطه M خواهد بود. در این صورت داریم:

$$AM = A'M, \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3$$



با توجه به نکته، بازتاب A را نسبت به خط d یافته و A' می نامیم. A' را به B وصل می کنیم تا خط d را در M قطع کند. در این حالت $AM + MB$ کمترین مقدار ممکن است. مثلث های AMH و BMH' متشابه هستند و داریم:



$$\left. \begin{aligned} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3 \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AMH \sim \triangle BMH'$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{BH'} = \frac{MH}{MH'} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{MH}{MH'} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{MH}{MH'}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{2+3} = \frac{MH}{MH + MH'}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{MH}{HH' = 15} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{MH}{15} \Rightarrow MH = 6$$

در مثلث AMH از رابطه فیثاغورس استفاده می کنیم:

$$AM^2 = AH^2 + MH^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52 \Rightarrow AM = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۲۳- پاسخ: گزینه ۳



- قضیه سینوس ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$, $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

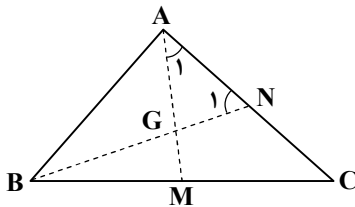
که R شعاع دایره محیطی مثلث است.



می دانیم در مثلث، نقطه همرسی میانه ها، هر میانه را به نسبت ۱ به ۲ قطع می کند، پس داریم:

$$AG = \frac{2}{3} AM \Rightarrow AM = \frac{3}{2} AG$$

$$GN = \frac{1}{3} BN \Rightarrow BN = 3GN$$



از فرض سؤال استفاده می کنیم:

$$4AM = 3BN \Rightarrow 4 \times \frac{3}{2} AG = 3 \times 3GN \Rightarrow 2AG = 3GN \Rightarrow \frac{AG}{GN} = \frac{3}{2} \quad (1)$$

حال با استفاده از قضیه سینوس ها در مثلث AGN ، داریم:

$$\frac{AG}{\sin \hat{N}_1} = \frac{GN}{\sin \hat{A}_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{N}_1}{\sin \hat{A}_1} = \frac{AG}{GN} \xrightarrow{(1)} \frac{\sin \hat{N}_1}{\sin \hat{A}_1} = \frac{3}{2}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

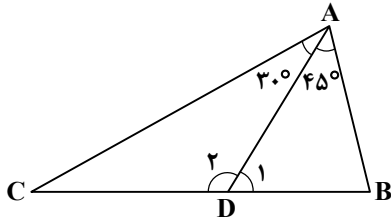
- (قضیه سینوس‌ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ و $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.



از قضیه سینوس‌ها در مثلث‌های ADB و ADC استفاده می‌کنیم:



$$\triangle ADB: \frac{AB}{\sin \hat{D}_1} = \frac{DB}{\sin 45^\circ} \Rightarrow AB = \frac{DB \sin \hat{D}_1}{\sin 45^\circ}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{DB \sin \hat{D}_1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = DB \sqrt{2} \sin \hat{D}_1 \Rightarrow AB = \sqrt{2} DB \sin \hat{D}_1 \quad (1)$$

$$\triangle ADC: \frac{AC}{\sin \hat{D}_2} = \frac{CD}{\sin 30^\circ} \Rightarrow AC = \frac{CD \sin \hat{D}_2}{\sin 30^\circ} = \frac{CD \sin \hat{D}_2}{\frac{1}{2}} = 2CD \sin \hat{D}_2 \Rightarrow AC = 2CD \cdot \sin \hat{D}_2 \quad (2)$$

با استفاده از روابط (1) و (2) و فرض سؤال، داریم:

$$AC = 2AB \Rightarrow 2CD \sin \hat{D}_2 = 2\sqrt{2} DB \sin \hat{D}_1 \Rightarrow CD \sin \hat{D}_2 = \sqrt{2} DB \sin \hat{D}_1 \quad (3)$$

زوایای \hat{D}_1 و \hat{D}_2 مکمل هستند، پس سینوس آن‌ها برابر است.

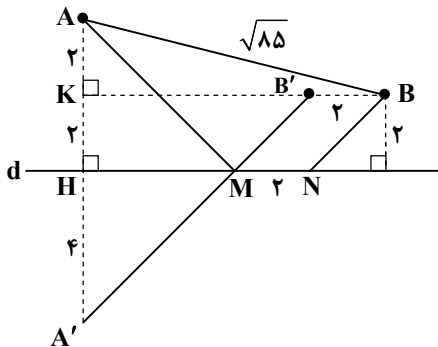
$$\hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ \Rightarrow \sin \hat{D}_1 = \sin \hat{D}_2 \xrightarrow{(3)} CD = \sqrt{2} DB \Rightarrow \frac{CD}{DB} = \sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۲۵- پاسخ: گزینه ۴



نقطه B را موازی خط d به اندازه ۲ کیلومتر به چپ انتقال می‌دهیم تا نقطه B' حاصل شود. بازتاب A را نسبت به خط d یافته و A' می‌نامیم. A' را به B' وصل می‌کنیم تا خط d را در M قطع کند. A را به M وصل کرده و از نقطه M روی خط d به اندازه ۲ کیلومتر به راست می‌رویم تا نقطه N حاصل شود. N را به B وصل می‌کنیم. مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر است. با توجه به شکل، BB' را از طرف B' امتداد می‌دهیم تا AH را در K قطع کند، در مثلث ABK، داریم:



$$\triangle ABK: AK^2 + BK^2 = AB^2 \Rightarrow 4 + BK^2 = 85 \Rightarrow BK^2 = 81 \Rightarrow BK = 9$$

$$\Rightarrow B'K = BK - BB' = 9 - 2 = 7$$

$$\triangle A'B'K: A'B'^2 = A'K^2 + B'K^2 = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$$

$$\Rightarrow A'B' = \sqrt{85}$$

اندازه کوتاه‌ترین مسیر AMNB برابر است با:

$$\begin{aligned} AMNB &= AM + MN + NB = A'M + MN + MB' \\ &= A'M + MB' + MN = A'B' + MN = \sqrt{85} + 2 \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

۲۶- پاسخ: گزینه ۳

- (قضیه سینوس‌ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ و $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.



با توجه به نکته، در مثلث ABC، داریم:

$$\frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{b} \quad (1)$$

با جای گذاری رابطه فوق در فرض سؤال، داریم:

$$\frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{B}} (b^2 - 4) = 3c \xrightarrow{(1)} \frac{c}{b} (b^2 - 4) = 3c \Rightarrow \frac{b^2 - 4}{b} = 3 \Rightarrow b^2 - 4 = 3b \Rightarrow b^2 - 3b - 4 = 0 \Rightarrow (b - 4)(b + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -1 & \text{غیرقابل قبول} \\ b = 4 \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۱)

۲۷- پاسخ: گزینه ۱



- فراوانی نسبی یک داده: با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید. اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، آنگاه درصد داده‌ها به دست می‌آید.



مجموع فراوانی‌ها برابر است با:

داده	۱	۲	۳	۴	۵
فراوانی	۳	۷	۴	۵	۱

$$n = 3 + 7 + 4 + 5 + 1 = 20$$

فراوانی نسبی داده ۴ برابر است با:

$$\frac{f_4}{n} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0.25$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۱)

۲۸- پاسخ: گزینه ۴



- در نمودار دایره‌ای زاویه مربوط به داده A م طبق دستور مقابل به دست می‌آید:

$$\theta_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$$



می‌دانیم در هر بررسی آماری، مجموع فراوانی‌های نسبی برابر ۱ است، پس:

دکتری	کارشناسی ارشد	کارشناسی دیپلم	مدرک
۰/۱	۰/۱۵	a	۰/۴۵

$$0.45 + a + 0.15 + 0.1 = 1 \Rightarrow a = 0.3$$

زاویه مربوط به مدرک کارشناسی در نمودار دایره‌ای برابر است با:

$$\theta = 0.3 \times 360^\circ = 108^\circ$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)

۲۹- پاسخ: گزینه ۳



- اگر A و B دو پیشامد باشند که $P(A) > 0$ ، آنگاه $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$.



احتمال اینکه هر دو گوی هم‌رنگ باشند برابر است با احتمال اینکه هر دو گوی قرمز یا هر دو گوی آبی باشند، پس:

$$\begin{aligned} P(\text{هر دو گوی هم‌رنگ}) &= P(\text{هر دو گوی قرمز}) + P(\text{هر دو گوی آبی}) \\ &= P(\text{اولی آبی} | \text{دومی قرمز}) \times P(\text{دومی قرمز}) + P(\text{اولی آبی}) \times P(\text{دومی آبی}) \\ &= \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{30}{90} + \frac{12}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15} \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)



- پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.



$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{2, 3, 5\}$$

$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

در پرتاب یک تاس احتمال آمدن عدد اول برابر است با:

پس احتمال اینکه ۶ بار از ۸ بار عدد اول بیاید، برابر است با:

$$\binom{8}{6} \times \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{عدد اول}} \times \underbrace{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}_{\text{عدد غیراول}} = 28 \times \frac{1}{2^8} = \frac{7}{2^6} = \frac{7}{64}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۱)



- فراوانی نسبی یک داده: با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید. اگر فراوانی نسبی داده‌ها ۱۰۰ ضرب شود، آنگاه درصد داده‌ها به دست می‌آید.



تعداد کل پرتاب‌ها، برابر است با:

برآمد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تعداد	۷	۱۲	۴	۸	۶	۳

$$n = 7 + 12 + 4 + 8 + 6 + 3 = 40$$

$$f_1 + f_4 = 7 + 8 = 15$$

$$\frac{15}{40} \times 100 = 37.5$$

اعداد ۱ و ۴ مربع کامل هستند که فراوانی آن‌ها برابر است با:

پس درصد اعداد مربع کامل در این ۴۰ پرتاب، برابر است با:

بنابراین گزینه ۱ پاسخ است.

۳۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)



- پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.
- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، پیشامدهای «A و B'»، «A' و B»، «A' و B'» نیز مستقل‌اند.



می دانیم قبولی دو نفر در یک آزمون دو پیشامد مستقل است. از طرفی می دانیم اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، دو پیشامد A' و B' نیز مستقل هستند.

پس احتمال اینکه هیچ کدام در آزمون رانندگی قبول نشوند، برابر است با:

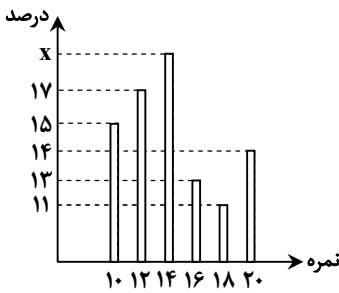
$$P(A' \cap B') = P(A') \times P(B') = (1 - 0/6)(1 - 0/8) = 0/4 \times 0/2 = 0/08$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۳۳- پاسخ: گزینه ۲ **▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۱)**



- نمودار میله ای نموداری است که از یک طرف نشان دسته ها و از طرف دیگر فراوانی یا درصد فراوانی هر داده را مشخص می کند و برای متغیرهای کمی گسسته و کیفی مناسب است.



می دانیم مجموع درصد فراوانی ها برابر ۱۰۰ است، پس:

$$15 + 17 + x + 13 + 11 + 14 = 100 \Rightarrow x = 30$$

۳۰ درصد یعنی ۳ قسمت از نمودار دایره ای است.

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۳۴- پاسخ: گزینه ۴ **▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)**



- پیشامدهای A و B را مستقل می گوئیم، هرگاه وقوع یکی از آن ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می شوند.

- برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.



از آنجایی که A و B مستقل هستند، پس $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. بنابراین به کمک قوانین احتمال، داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{7}{12} = 2P(B) + P(B) - (2P(B)) \times P(B)$$

$$\Rightarrow 3(P(B))^2 - 4P(B) + \frac{7}{12} = 0 \Rightarrow P(B) = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(3)(\frac{7}{12})}}{6} = \frac{4 \pm 3}{6} \Rightarrow \begin{cases} P(B) = \frac{7}{6} \text{ غقق} \\ P(B) = \frac{1}{6} \checkmark \end{cases}$$

$$P(B) = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

و احتمال اینکه فقط A رخ دهد، برابر است با:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} - (\frac{1}{2} \times \frac{1}{6}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

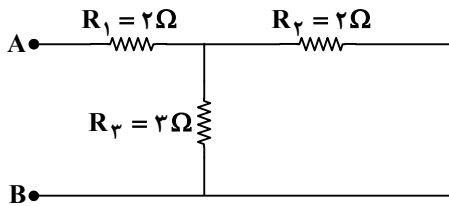
بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۴ **▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۱)**



- (فراوانی نسبی یک داده): با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می آید. اگر فراوانی نسبی داده ها در ۱۰۰ ضرب شود، آنگاه درصد داده ها به دست می آید.

حالت دوم: با بستن کلید k، دو مقاومت ۸ اهمی اتصال کوتاه می‌شوند و مدار به صورت زیر خواهد بود. در این مدار جدید R_2 و R_3 موازی هستند و معادل آن‌ها با R_1 سری است.



$$R'_{eq} = R_1 + R_{2,3} = 2 + \frac{2 \times 3}{2+3} = 2 + \frac{6}{5} = \frac{16}{5} \Omega$$

نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{R'_{eq}}{R_{eq}} = \frac{\frac{16}{5}}{4} = \frac{4}{5} = 0.8$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۳۹- پاسخ: گزینه ۱



کمیت‌های مربوط به مقاومت‌های ۳ اهمی و ۶ اهمی را به ترتیب با زیروندهای ۳ و ۶ نشان می‌دهیم. دو مقاومت ۳ اهمی و ۶ اهمی با هم موازی هستند؛ پس می‌توان نوشت:

$$V_3 = V_6 \Rightarrow R_3 I_3 = R_6 I_6 \Rightarrow 3 \times 1/6 = 6 \times I_6 \Rightarrow I_6 = 0.08 A$$

جریان عبوری از باتری برابر است با:

$$I = I_3 + I_6 = 1/6 + 0.08 = 2/4 A$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۰- پاسخ: گزینه ۴



جریان مقاومت R_1 را I می‌نامیم. مقاومت R_2 دو برابر مقاومت R_1 است و می‌دانیم در مقاومت‌های موازی، جریان مقاومت‌ها متناسب با وارون مقدار مقاومت‌هاست؛ زیرا:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

پس جریان عبوری از مقاومت R_2 برابر $\frac{1}{2} I$ خواهد بود و جریان معادل آن‌ها برابر $\frac{3}{2} I$ است.

جریان $\frac{3}{2} I$ وقتی به سه مقاومت موازی R_3 ، R_4 و R_5 می‌رسد، به دلیل مساوی بودن مقاومت‌ها، این جریان به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود؛ پس خواهیم داشت:

$$I_5 = \frac{\frac{3}{2} I}{3} = \frac{I}{2}$$

حال در مورد نسبت توان مصرفی مقاومت‌های R_1 و R_5 می‌توان نوشت:

$$\frac{P_5}{P_1} = \frac{R_5 I_5^2}{R_1 I_1^2} = \frac{5 \times (\frac{I}{2})^2}{2 \times I^2} = \frac{5}{8}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۱- پاسخ: گزینه ۲



در این مدار، دو مقاومت R_1 و R_2 با یکدیگر موازی هستند و معادل آن‌ها با R_3 سری است. به این ترتیب می‌توان نوشت:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 6}{3+6} = 2 \Omega$$

$$R_{eq} = R_3 + R_{1,2} = 4 + 2 = 6 \Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{18}{6} = 3 A$$

جریان ۳ A از مقاومت معادل $R_{1,2}$ عبور می‌کند؛ پس خواهیم داشت:

$$V_{1,2} = R_{1,2} I_{1,2} = 2 \times 3 = 6 V \Rightarrow V_1 = 6 V$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6}{3} = 2 A$$

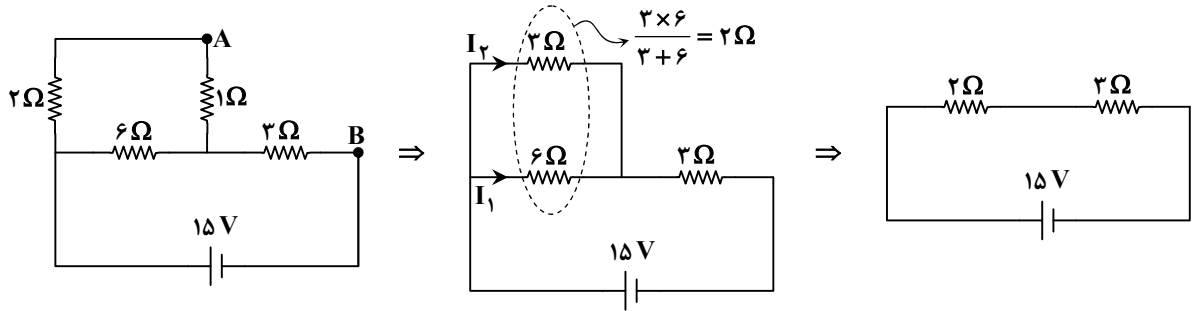
بنابراین جریان عبوری از مقاومت $R_1 = 3 \Omega$ برابر است با:

۴۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)



مقاومت ولتسنج آرمانی بی نهایت است؛ پس شاخه شامل ولتسنج قابل حذف است و مدار مطابق شکل زیر است. دو مقاومت ۱ و ۲ اهمی با هم سری و معادل آن‌ها با مقاومت ۶ اهمی موازی است.



مقاومت معادل مدار $R_{eq} = 5\Omega$ است و جریان کل مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{15}{5} = 3 \text{ A}$$

$$\begin{cases} V_3 = V_6 \\ I_1 + I_2 = I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2I_2 = 6I_1 \\ I_1 + I_2 = 3 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 1 \text{ A} \\ I_2 = 2 \text{ A} \end{cases}$$

به این ترتیب جریان عبوری از مقاومت ۱ اهمی برابر ۲ A است. عددی که ولتسنج نشان می‌دهد اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B است؛ پس خواهیم داشت:

$$V_A - 1 \times I_2 - 2I = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 1 \times 2 + 2 \times 3 = 2 + 6 = 8 \text{ V}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۳- پاسخ: گزینه ۳



با افزایش روشنایی محیط، مقاومت LDR کاهش می‌یابد و به دنبال آن R_{eq} نیز کاهش می‌یابد و با توجه به رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ با کاهش R_{eq} ، جریان عبوری از باتری افزایش می‌یابد و طبق رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ با افزایش I ، اختلاف پتانسیل دو سر باتری نیز کاهش می‌یابد. از طرفی ولتاژ دو سر لامپ L_1 با ولتاژ دو سر باتری برابر است؛ پس نور لامپ L_1 کاهش می‌یابد. از طرفی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I \text{ افزایش}, I_1 \text{ کاهش} \end{cases} \Rightarrow \text{نور لامپ } L_2 \text{ افزایش می‌یابد.} \Rightarrow I_2 \text{ افزایش}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۴- پاسخ: گزینه ۴



با توجه به اینکه جریان عبوری از باتری برابر مجموع جریان‌های مقاومت‌های R_1 و R_2 است؛ پس اگر جریان عبوری از باتری ۳ آمپر بیشتر از جریان مقاومت R_2 است، پس جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اهمی برابر ۳ A است. از طرفی اختلاف پتانسیل دو سر باتری و مقاومت ۱۲ اهمی یکسان است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$R_1 I_1 = \mathcal{E} - rI \Rightarrow 12 \times 3 = 38 - 0.5 \times I \Rightarrow 0.5I = 2 \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۵- پاسخ: گزینه ۳



قبل از بستن کلید، اختلاف پتانسیل لامپ‌های A و B هر یک V و دو لامپ دیگر $\frac{V}{2}$ است و مجموع آن‌ها برابر \mathcal{E} است. چرا که مقاومت معادل در لامپ C و D برابر $\frac{R}{2}$ است.

$$V + V + \frac{V}{2} = \mathcal{E} \Rightarrow V = 0.4\mathcal{E}$$

پس از وصل کلید، چون اتصال کوتاه برقرار می‌شود. اختلاف پتانسیل لامپ‌های C و D صفر می‌شود و اختلاف پتانسیل هر لامپ A و B برابر $V' + V' = \mathcal{E} \Rightarrow V' = 0.5\mathcal{E}$ می‌شود:

به این ترتیب ولتاژ دو سر هر کدام از لامپ‌های A و B به اندازه $0.5\mathcal{E}$ افزایش می‌یابد؛ یعنی $\frac{1}{4}$ برابر ولتاژ قبلی افزایش یافته است:

$$\text{درصد افزایش ولتاژ لامپ A} = \frac{0.5\mathcal{E} - 0.4\mathcal{E}}{0.4\mathcal{E}} \times 100 = 25\%$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)

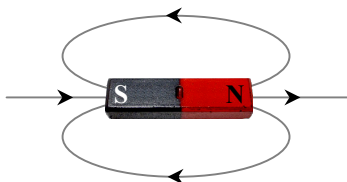


با توجه به اینکه ما تک قطبی مغناطیسی نداریم، پس آهن ربایی که فقط یک قطب داشته باشد وجود ندارد، پس گزاره «ب» نادرست است ولی گزاره‌های «الف» و «پ» درست است.

۴۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



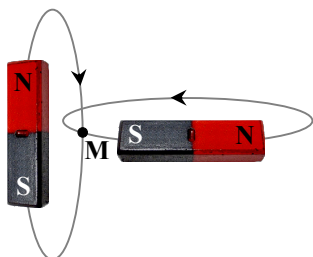
خطوط میدان مغناطیسی با توجه به جهت عقربه‌شمار مشخص شده مطابق شکل روبه‌رو است. پس جهت میدان در هر دو نقطه بالا و پایین آهن‌ربا، به سمت چپ خواهد بود.



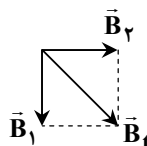
۴۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



خطوط میدان مغناطیسی هر دو آهن‌ربا مطابق شکل (۱) است؛ پس جهت میدان مغناطیسی هر دو آهن‌ربا در نقطه M مطابق شکل (۲) خواهد بود.



شکل (۱)



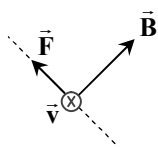
شکل (۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)



در محدوده قطب شمال جغرافیایی زمین، اندازه میدان مغناطیسی زمین بیشتر از سایر نقاط است و این محدوده نزدیک به قطب جنوب مغناطیسی زمین است.

۵۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



نیروی مغناطیسی وارد بر این ذره بر میدان \vec{B} و سرعت \vec{v} عمود است؛ پس این نیرو در امتداد خط چین خواهد بود و با توجه به قاعده دست راست و منفی بودن بار الکترون، جهت نیرو مطابق شکل است:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۵۱- پاسخ: گزینه ۳

نیروی مغناطیسی وارد بر یک ذره باردار در میدان مغناطیسی از رابطه $F = |q|vB \sin \theta$ به دست می‌آید:

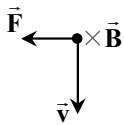
$$\begin{cases} F_2 = |q|v_2B \sin \theta \\ F_1 = |q|v_1B \sin \theta \end{cases} \Rightarrow F_2 - F_1 = |q|B \sin \theta (v_2 - v_1)$$

$$\theta = 180 - 27 \Rightarrow \sin \theta = \sin 27^\circ = 0.46 \rightarrow F_2 - F_1 = 3 \times 10^{-9} \times 500 \times 10^{-4} \times 0.46 \times 100 = 9 \times 10^{-9} \text{ N}$$

با توجه به اینکه اندازه سرعت زیاد شده؛ پس اندازه نیرو نیز افزایش می‌یابد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۵۲- پاسخ: گزینه ۲



با توجه به جهت انحراف ذره‌ها مشخص می‌شود که نیروی مغناطیسی وارد بر هر ذره به سمت چپ است و با توجه به قاعده دست راست می‌توان نتیجه گرفت که علامت بار هر دو ذره منفی است. از طرفی میزان انحراف ذره با بار q_1 بیشتر است؛ در نتیجه نیروی وارد بر آن بزرگ‌تر است. نیروی وارد بر هر ذره برابر با $F = |q|vB \sin \theta$ است و چون v و B $\sin \theta$ یکسان است؛ پس $|q_1|$ بیشتر از $|q_2|$ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۵۳- پاسخ: گزینه ۱



شتاب هر ذره طبق قانون دوم نیوتون از رابطه $a = \frac{F}{m}$ به دست می‌آید و نیروی وارد بر هر ذره، نیروی مغناطیسی و برابر $F = |q|vB \sin \theta$ است. باید دقت نمود که برای هر دو ذره، زاویه بین سرعت و میدان یکسان و برابر 90° است.

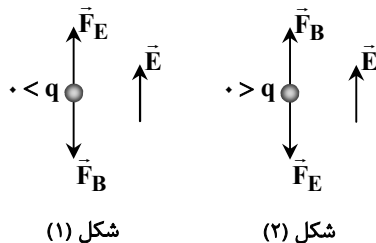
$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{m_1}{m_2} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right) \times \left(\frac{B_2}{B_1} \right) \times \frac{m_1}{m_2} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = 3 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۵۴- پاسخ: گزینه ۳



جهت میدان الکتریکی بین دو صفحه از صفحه مثبت به منفی است. برای اینکه ذره منحرف نشود، باید نیروی خالص وارد بر ذره صفر باشد. در شکل‌های (۱) و (۲) نیروهای وارد بر ذرات باردار در دو حالت مثبت و منفی بودن بار ذره رسم شده است. همان‌طور که مشخص می‌شود در هر دو حالت به شرط تساوی اندازه دو نیرو، برابری نیروهای وارد بر ذره صفر بوده و ذره منحرف نمی‌شود؛ پس علامت بار q می‌تواند مثبت یا منفی باشد. با توجه به تساوی اندازه نیروها می‌توان نوشت:



شکل (۱)

شکل (۲)

$$F_E = F_B \Rightarrow E|q| = |q|vB \sin 90^\circ$$

$$\frac{E = \frac{\mathcal{E}}{d}}{d} \rightarrow \frac{\mathcal{E}}{d} = vB \Rightarrow vd = \frac{\mathcal{E}}{B}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۵۵- پاسخ: گزینه ۱



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = ILB \sin \theta \Rightarrow F = 2 \times 1 \times 500 \times 10^{-4} \times 0.8 \Rightarrow F = 0.8 \text{ N} = 80 \text{ mN}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)



نیروی وارد بر سیم حامل جریان درون میدان مغناطیسی از رابطه $F = ILB \sin \theta$ به دست می آید و این نیرو با طول سیم متناسب است، پس گزاره «الف» درست و گزاره «ب» نادرست است.

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در وضعیت اولیه برابر است با:

$$\begin{cases} F_1 = ILB \sin \theta \\ \theta = 0 \end{cases} \Rightarrow F_1 = 0$$

با چرخش میله به اندازه 90° ، زاویه بین سیم و میدان 90° خواهد شد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F_2 = ILB \sin \theta \\ \theta = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow F = 6 \times 0.5 \times 0.2 \times 1 = 0.6 \text{ N}$$

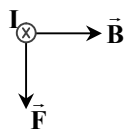
پس نیروی مغناطیسی وارد بر میله 0.6 نیوتون افزایش می یابد.

۵۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۳)



میدان حاصل از آهن ربا در فضای بین قطبها از N به S است. طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر آن به سمت پایین یعنی در جهت \vec{j} خواهد بود.

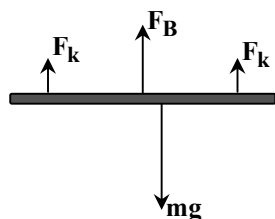


۵۹- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



به میله ۴ نیرو مطابق شکل وارد می شود (نیروهای F_k ، نیروهایی است که نیروسنجها به سیم وارد می کنند). مقدار نیروی مغناطیسی (F_B) و وزن جسم برابر است با:



$$F_B = ILB \sin 90^\circ = 10 \times 0.4 \times 500 \times 10^{-4} \times 1 = 0.2 \text{ N}$$

$$mg = 0.3 \times 10 = 0.3 \text{ N}$$

با توجه به اینکه سیم در حال تعادل است؛ پس می توان نوشت:

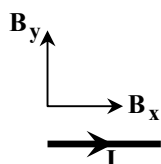
$$2F_k + F_B = mg \Rightarrow F_k = \frac{mg - F_B}{2} = \frac{0.3 - 0.2}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05 \text{ N}$$

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



میدان مغناطیسی را می توان به صورت دو میدان، یکی افقی با اندازه B_x و دیگری عمودی با اندازه B_y در نظر گرفت.



می دانیم اگر سیم با میدان موازی باشد، زاویه بین میدان و سیم صفر است و نیروی مغناطیسی وارد بر سیم صفر خواهد بود؛ بنابراین مؤلفه افقی میدان (B_x) به سیم نیرویی وارد نمی کند.

شیمی



▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۱- پاسخ: گزینه ۲



میانگین آنتالپی پیوند N-H برابر X فرض شده است که برابر میانگین انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند N-H است که مقداری مثبت است ($X > 0$) ولی در واکنش مورد نظر یک مول پیوند N-H در حال تشکیل شدن است که تشکیل پیوند فرایندی گرماده است، پس $\Delta H = -X$ است.

$$\Delta H_R = [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندهای مواد فرآورده}]$$

$$= 2\Delta H_{N-H} - 2\Delta H_{N-H} = -\Delta H_{N-H} = -X$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲



ارزش سوختی گلوکز $17 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$ است و ارزش سوختی چربی طبق فرض سؤال دو برابر این مقدار یعنی $34 \frac{\text{kJ}}{\text{g}}$ است.

$$\text{چربی } 20 \text{ g} = \frac{1 \text{ g چربی}}{2 \times 17 \text{ kJ}} \times \frac{17 \text{ kJ}}{1 \text{ g}} \times \text{گلوکز } 40 \text{ g} : \text{چربی } ?$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۴



(الف) درست؛ ترکیب (A) ماده موجود در دارچین است که دارای فرمول شیمیایی C_9H_8O است و دارای ۲۳ پیوند اشتراکی است که نصف جرم مولی الکلی دو کربنه، بی‌رنگ و فرار است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود، یعنی اتانول با فرمول شیمیایی C_2H_5OH و جرم مولی ۴۶ گرم بر مول. تعداد پیوندهای اشتراکی در یک ترکیب آلی را می‌توان از فرمول زیر به دست آورد:

$$\text{تعداد پیوندها} = \frac{(2 \times \text{تعداد اکسیژن‌ها}) + (1 \times \text{تعداد هیدروژن‌ها}) + (4 \times \text{تعداد کربن‌ها})}{2}$$

$$\text{تعداد پیوندها در } C_9H_8O = \frac{(9 \times 4) + (8 \times 1) + (1 \times 2)}{2} = \frac{36 + 8 + 2}{2} = 23$$

(پ) درست؛ ماده (A) دارای فرمول شیمیایی C_9H_8O با جرم مولی $132 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ است و ماده (B) با فرمول شیمیایی $C_{10}H_{12}O$ دارای

$$\text{جرم مولی } 148 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ است که اختلاف این دو عدد برابر با } 16 \text{ است. } (148 - 132 = 16)$$

هیدروکربنی که ۲۵ درصد جرم آن را هیدروژن تشکیل می‌دهد متان (CH_4) است با جرم مولی $16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ که جرم مولی آن با اختلاف جرم مولی دو ماده (A) و (B) برابر است.



$$\frac{y}{12x + y} = 0.25 \Rightarrow y = 0.25(12x + y) \Rightarrow y = 3x + 0.25y \Rightarrow 0.75y = 3x \Rightarrow y = 4x \Rightarrow CH_4$$



(ب) نادرست؛ هم ترکیب (A) و هم ترکیب موجود در بادام یعنی بنزآلدئید دارای گروه عاملی آلدئیدی ($R - C(=O) - H$) هستند.

(ت) نادرست؛ ترکیب (B) یک ترکیب آروماتیک هست ولی دارای ۴ پیوند دوگانه کربن-کربن است، پس با ۴ مول گاز هیدروژن سیر می‌شود.

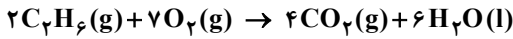
۶۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

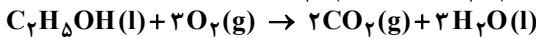


ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ·mol ⁻¹)	ماده آلی	آنتالپی سوختن (kJ·mol ⁻¹)
CH _۴ (g)	-۸۹۰	C _۲ H _۲ (g)	-۱۳۰۰
C _۲ H _۶ (g)	-۱۵۶۰	C _۲ H _۴ (g)	-۱۹۳۸
C _۲ H _۴ (g)	-۱۴۱۰	CH _۳ OH(l)	-۷۲۶
C _۳ H _۶ (g)	-۲۰۵۸	C _۲ H _۵ OH(l)	-۱۳۶۸

گزینه ۴:



$$?g CO_2 : 1g C_2H_6 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_6}{30g C_2H_6} \times \frac{4 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C_2H_6} \times \frac{44g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 2/93 g CO_2$$



$$?g CO_2 : 1g C_2H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46g C_2H_5OH} \times \frac{2 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \times \frac{44g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 1/91 g CO_2$$

نکته: چون نسبت کربن به جرم کل در اتان بیشتر از اتانول است، سوختن ۱ گرم اتان CO_۲ بیشتری تولید می کند.



گزینه ۱: ساختار سوخت سبز (اتانول) علاوه بر کربن و هیدروژن دارای اکسیژن است، اما ارزش سوختی آن نسبت به آلکان (اتان) کمتر است.

$$\text{ارزش سوختی اتانول} : \frac{1368}{46} \quad \text{ارزش سوختی اتان} : \frac{1560}{30}$$

گزینه ۲: گرماسنج لیوانی برای تعیین ΔH فرایندهای انحلال و واکنش هایی که در حالت محلول انجام می شوند مناسب است، نه برای فرایند سوختن!

گزینه ۳: به ازای تعداد کربن یکسان، آنتالپی سوختن: آلکان < آلکن < الکل < آلکین

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۲



$$CH_4 \text{ مول}^{-1} \cdot 1660 \text{ kJ} = 4 \times 415$$

$$CH_4 \text{ هر گرم} : 1g CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CH_4}{16g CH_4} \times \frac{1660 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } CH_4} = 103/75 \text{ kJ}$$

$$H_2 \text{ هر گرم} : 1g H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2g H_2} \times \frac{436 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } H_2} = 218 \text{ kJ}$$

جرم متان را a و جرم هیدروژن را ۱/۲ - a در نظر می گیریم:

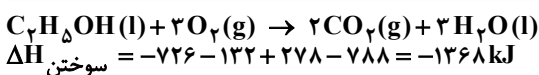
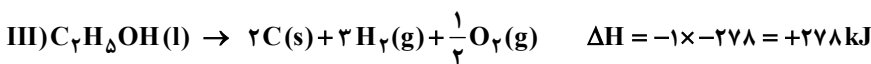
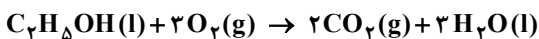
$$103/75a + 218(1/2 - a) = 170/2 \text{ kJ} \Rightarrow 103/75a + 261/6 - 218a = 170/2 \Rightarrow -114/25a = -91/4 \Rightarrow a = 0/8g$$

$$\text{جرم هیدروژن} : 1/2 - 0/8 = 0/4g$$

$$\text{درصد جرمی هیدروژن} : \frac{0/4}{1/2} \times 100 = 33\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۶- پاسخ: گزینه ۲



۶۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)



الف) نمک سود کردن یکی از روش‌های افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی است.
نکته: علاوه بر نمک سود کردن، خشک کردن میوه‌ها و تهیه ترشی نیز سبب افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی می‌شود.
ت) درست



ب) محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط گرم، روشن و مرطوب است.
پ) در محیط مرطوب، میکروب‌ها شروع به رشد و تکثیر نموده تا جایی که ماده غذایی کپک زده و سرانجام فاسد می‌شود.

۶۸- پاسخ: گزینه ۳

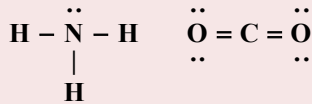
▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)



گزینه ۳: نادرست؛ شواهد تجربی نشان می‌دهد که شکستن پیوندهای اشتراکی موجود در یک مول $H_2(g)$ و تبدیل آن به دو مول $H(g)$ حدود 436 kJ انرژی نیاز دارد. شکستن پیوندها فرایندی گرماگیر و با جذب انرژی همراه است نه با آزاد کردن انرژی.



گزینه ۱: درست؛ انجام یک واکنش شیمیایی نشانه‌ای از تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر است که به تغییر در ساختار و خواص مواد منجر می‌شود.
گزینه ۲: درست؛ انجام یک واکنش شیمیایی با تغییر در ساختار و خواص مواد همراه است؛ یکی از خواصی که در واکنش‌های شیمیایی تغییر می‌کند محتوای انرژی مواد است.
گزینه ۴: درست؛ برای مولکول‌هایی مانند CO_2 و NH_3 که اتم مرکزی به چند اتم کناری یکسان با پیوند اشتراکی متصل است به کار بردن میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است:



۶۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

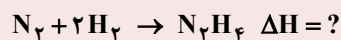


گزینه ۲: نادرست؛ واکنش تولید آمونیاک از هیدرازین دارای $\Delta H = -183 \text{ kJ}$ است که نشان‌دهنده گرماده بودن واکنش است، پس حدوداً $5/7$ کیلوژول گرما به محیط منتقل می‌شود.

$$? \text{ kJ} : 1 \text{ g } N_2H_4 \times \frac{1 \text{ mol } N_2H_4}{32 \text{ g } N_2H_4} \times \frac{183 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } N_2H_4} = 5/71 \text{ kJ}$$



گزینه ۱: درست
با توجه به نمودار



$$\Delta H + (-183) = -92 \Rightarrow \Delta H = +91 \text{ kJ}$$

گزینه ۳: درست؛ فرایند تولید آمونیاک گرماده است (-92 kJ) یعنی سطح انرژی فرآورده‌ها ($2NH_3$) 92 kJ پایین‌تر از واکنش‌دهنده‌ها ($N_2 + 3H_2$) است.

گزینه ۴: درست؛ هرچه سطح انرژی یک ماده پایین‌تر باشد، آن ماده پایدارتر است. طبق نمودار $N_2(g)$ در سطح انرژی پایین‌تری نسبت به $N_2H_4(g)$ قرار دارد؛ بنابراین گاز نیتروژن بسیار پایدارتر از هیدرازین است.

۷۰- پاسخ: گزینه ۱

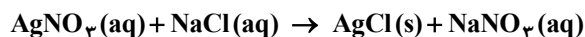
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)



فقط جمله «دوم» درست است.

جمله «اول»: نادرست؛ انفجار واکنش شیمیایی بسیاری سریعی است که در آن از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود.

جمله «دوم»: درست؛ افزودن محلول سدیم کلرید به محلول نقره نیترات باعث تشکیل سریع رسوب سفیدرنگ نقره کلرید می‌شود.



جمله «سوم»: نادرست؛ گستره زمان واکنش‌های شیمیایی از چند صدم ثانیه تا چند سده را در بر می‌گیرد.

۷۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)



هر چهار عبارت نادرست هستند.

ابتدا مساحت و حجم قند اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$$a = 4 \text{ cm} \quad \text{طول هر ضلع حبه قند (مکعب)}$$

$$\text{مساحت هر وجه تعداد وجهها} \quad a^2 = 6 \times (4^2) = 96 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحت سطح کل حبه قند (مکعب)}$$

$$a^3 = (4)^3 = 64 \text{ cm}^3 \quad \text{حجم کل حبه قند (مکعب)}$$

گزینه ۱: نادرست؛ برش زدن یک جسم جامد تغییری در حجم کل ایجاد نمی‌کند و فقط شکل آن را تغییر می‌دهد.

حجم حبه قند (مکعب) اولیه 64 cm^3 است.

پس از برش به دو قسمت مساوی، هر قسمت به یک مکعب مستطیل با طول 4 cm ، عرض 4 cm و ارتفاع 2 cm (چون از وسط برش خورده است) تقسیم می‌شود.

حجم هر مکعب مستطیل از حاصل ضرب اضلاع در هم به دست می‌آید.

$$4 \times 4 \times 2 = 32 \text{ cm}^3$$

از آنجا که حبه قند مکعبی شکل اولیه بعد از برش به دو مکعب مستطیل تبدیل شده است، پس حجم کل برابر $32 \times 2 = 64 \text{ cm}^3$ است که با حجم اولیه حبه قند برابر است.

گزینه ۲: نادرست؛ مساحت حبه قند برابر 96 cm^2 است.

مساحت هر مکعب مستطیل به دست آمده پس از برش برابر:

$$2(2 \times 4 + 2 \times 4 + 4 \times 4) = 64 \text{ cm}^2$$

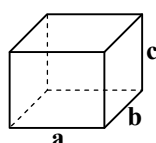
مساحت دو مکعب مستطیل به دست آمده پس از برش برابر:

$$64 \times 2 = 128 \text{ cm}^2$$

$$\text{افزایش سطح} : \frac{128}{96} = \frac{4}{3}$$

قسمت دوم عبارت درست است؛ زیرا پاشیدن و پخش کردن گرد آهن بر روی شعله مانند تقسیم کردن حبه قند به قسمت‌های کوچک‌تر به تأثیر افزایش سطح تماس بر روی سرعت واکنش مربوط می‌شود.

نکته: مساحت مکعب مستطیل از رابطه زیر به دست می‌آید:



$$2ab + 2ac + 2bc = 2(ab + ac + bc)$$

گزینه ۳: نادرست؛ مساحت هر مکعب مستطیل به دست آمده 64 cm^2 است. مساحت کل مکعب مستطیل‌ها برابر 128 cm^2 است.

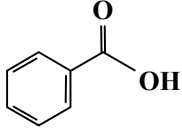
گزینه ۴: نادرست؛ طی تقسیم شدن یک حبه قند به دو قسمت مساوی سطح تماس افزایش یافته در نتیجه سرعت واکنش افزایش و مدت زمان آن کاهش می‌یابد.

۷۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)



هر چهار جمله داده شده در رابطه با اسید موجود در تمشک و توت فرنگی یعنی بنزوئیک اسید صدق می کند. جمله «اول»: درست؛ بنزوئیک اسید به عنوان نگهدارنده برای کاهش سرعت واکنش های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می شوند کاربرد دارد. جمله «دوم»: درست؛ بنزوئیک اسید یک ترکیب آلی از خانواده کربوکسیلیک اسیدها است و به دلیل داشتن حلقه بنزن آروماتیک است.



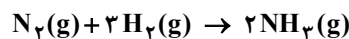
جمله «سوم»: درست؛ در ساختار بنزوئیک اسید ۴ پیوند دوگانه مشاهده می شود که ۳ پیوند آن میان اتم های کربن است. جمله «چهارم»: درست؛ فرمول مولکولی بنزوئیک اسید C_6H_5COOH یا $C_7H_6O_2$ است که دارای ۶ اتم هیدروژن است. آشناترین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها اتانوئیک (استیک) اسید با فرمول CH_3COOH است که دارای ۴ اتم هیدروژن است. پس تعداد

$$\frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1/5$$

اتم های هیدروژن در بنزوئیک اسید ۱/۵ برابر تعداد اتم های هیدروژن در اتانوئیک اسید است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

۷۳- پاسخ: گزینه ۲



پس از موازنه واکنش، آنتالپی واکنش را با استفاده از میانگین آنتالپی پیوندها محاسبه می کنیم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}]$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [940 + 3(435)] - [2 \times 3(390)] = 2245 - 2340 = -95 \text{ kJ}$$

گرمای مبادله شده برای تولید ۶/۷۲ لیتر آمونیاک را در شرایط STP محاسبه می کنیم:

$$? \text{ kJ} : 6/72 \text{ L NH}_3 \times \frac{1 \text{ mol NH}_3}{22/4 \text{ L NH}_3} \times \frac{95 \text{ kJ}}{2 \text{ mol NH}_3} = 14/25 \text{ kJ}$$

از آنجا که آنتالپی واکنش عددی منفی به دست آمده است، پس ۱۴/۲۵ کیلوژول گرما از سامانه به محیط منتقل می شود (گرماده).

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

۷۴- پاسخ: گزینه ۴



گزینه ۴: محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می دهد، اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی رنگ می شود.



گزینه ۱: استفاده از تکه های آهن به جای گرد آهن سبب کاهش سطح تماس در نتیجه کاهش سرعت واکنش می شود.

گزینه ۲: اضافه کردن آب سبب کاهش غلظت $HCl(aq)$ شده و سرعت واکنش را کم می کند.

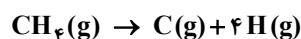
گزینه ۳: حجم ظرف جزء عوامل مؤثر بر سرعت تمام واکنش ها نیست.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

۷۵- پاسخ: گزینه ۱



ابتدا آنتالپی فروپاشی یک مول CH_4 (شکستن هر ۴ پیوند $C-H$) در متان را به دست می آوریم، بعد حساب می کنیم که 83 kJ انرژی برای شکستن پیوندهای چند گرم متان خالص مصرف شده است.



$$4 \times \Delta H_{C-H} = 4 \times 415 = 1660 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$? \text{ g CH}_4 : 83 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{1660 \text{ kJ}} \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} = 0.8 \text{ g CH}_4$$

$$\text{درصد خلوص} = \frac{\text{جرم ماده خالص}}{\text{جرم ماده ناخالص}} \times 100 \Rightarrow \frac{0.8}{1} \times 100 = 80\%$$

۷۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)



پ) درست؛ رطوبت، اکسیژن، نور و دما در چگونگی و زمان نگهداری غذا مؤثرند.
ت) درست؛ اشیای آهنی در هوای مرطوب به کندی زنگ می‌زنند. همچنین محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه می‌شود و گاز اکسیژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید سرعت واکنش را به‌طور چشمگیری افزایش می‌دهد.



الف) نادرست؛ فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان با آب سرد به شدت واکنش می‌دهند.
ب) نادرست؛ بنزوئیک اسید با فرمول مولکولی $C_7H_6O_2$ یا C_6H_5COOH به‌عنوان یک نگهدارنده (نه بازدارنده) به مواد غذایی اضافه می‌شود.

۷۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)



برای محاسبه آنتالپی واکنش تولید اتان (واکنش دوم) به روش آنتالپی پیوند، نیازمند آنتالپی پیوند $C-H$ هستیم که در جدول گزارش نشده است، پس ابتدا باید آنتالپی واکنش اول را از طریق استوکیومتری محاسبه کنیم، سپس آنتالپی پیوند $C-H$ را از واکنش اول به‌دست آوریم، سپس مقدار گرمای آزاد شده به‌ازای تولید 0.1 مول گاز اتان را از واکنش دوم به‌دست آوریم:

$$? \text{ kJ} : 1/25 \text{ L H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{25 \text{ L H}_2} \times \frac{x \text{ kJ}}{1 \text{ mol H}_2} = 15 \text{ kJ} \Rightarrow 0.05x = 15 \Rightarrow x = 300 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

به‌ازای یک مول گاز هیدروژن 300 kJ انرژی آزاد می‌شود.

محاسبه آنتالپی $C-H$ از واکنش اول:

$$\Delta H (\text{واکنش}) = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

$$-300 = [(C \equiv C) + 2(C-H) + (H-H)] - [(C=C) + 4(C-H)]$$

جهت ساده‌سازی محاسبات ۲ پیوند $C-H$ از طرفین خط می‌خورند:

$$-300 = [840 + 436] - [612 + 2(C-H)]$$

پیوند $C-H$ را معادل x فرض می‌کنیم:

$$-300 = 1276 - 612 - 2x \Rightarrow 2x = 664 + 300 \Rightarrow 2x = 964 \Rightarrow x = 482$$

آنتالپی پیوند $C-H$ برابر 482 کیلوژول است.

حالا آنتالپی واکنش تشکیل گاز اتان (C_2H_6) را حساب می‌کنیم:

$$\Delta H = [(C=C) + 4(C-H) + (H-H)] - [(C-C) + 6(C-H)]$$

جهت ساده‌سازی ۴ پیوند $C-H$ را از طرفین خط می‌زنیم:

$$\Delta H = [612 + 436] - [348 + 2(482)] = 1048 - 1312 = -264 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

و در پایان محاسبه می‌کنیم به‌ازای تولید 0.1 مول گاز اتان چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود:

$$0.1 \text{ mol C}_2\text{H}_6 \times \frac{264 \text{ kJ}}{1 \text{ mol C}_2\text{H}_6} = 26.4 \text{ kJ}$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)



جمله‌های «اول» و «سوم» دلیل تغییر سرعت واکنش را به‌درستی بیان می‌کنند.
جمله «اول»: درست؛ دلیل تفاوت در سرعت واکنش پتاسیم و سدیم در آب به‌دلیل تفاوت در واکنش‌پذیری شیمیایی آن‌ها است.
نکته: در یک گروه از بالا به پایین با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی و واکنش‌پذیری فلزها افزایش می‌یابد؛ بنابراین واکنش‌پذیری 19 K از 11 Na بیشتر است.

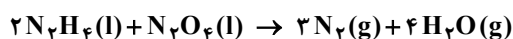
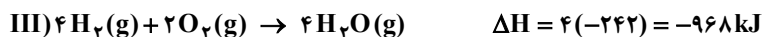
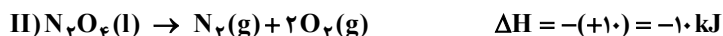
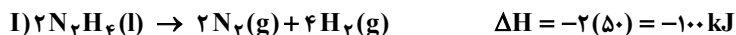
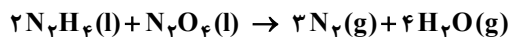
جمله «دوم»: نادرست؛ پاشیدن و پخش کردن گرد آهن بر روی شعله به دلیل افزایش سطح تماس سبب سوختن آن می‌شود.
جمله «سوم»: درست؛ بیماری که مشکلات تنفسی دارند در شرایط اضطراری با تنفس از کیپسول اکسیژن، این گاز را با غلظت بیشتری دریافت می‌کنند.

جمله «چهارم»: نادرست؛ برخی از افراد با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند؛ زیرا فاقد آنزیمی هستند که آن‌ها را کامل و سریع هضم کند. (تأثیر کاتالیزگر بر سرعت واکنش)

۷۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)



واکنش هدف را نوشته و موازنه می‌کنیم:



$$\Delta H_{\text{کل}} = -100 + (-10) + (-968) = -1078 \text{ kJ}$$

$$\text{مقدار نظری } 107/8 \text{ kJ} = \frac{1 \text{ mol N}_2\text{H}_4}{32 \text{ g N}_2\text{H}_4} \times \frac{1078 \text{ kJ}}{2 \text{ mol N}_2\text{H}_4} \times \frac{6}{4} \text{ g N}_2\text{H}_4 = ? \text{ kJ}$$

$$\text{بازده} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{x}{107/8} \times 100 = 86/24 \text{ kJ}$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)



گزینه ۴: یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که برای مولکول‌های چند اتمی انرژی شکستن هر پیوند با دیگری متفاوت است و در واقع انرژی مواد در هر مرحله فرق دارد؛ به همین دلیل برای گزارش آنتالپی پیوند در این مواد از میانگین آنتالپی پیوند استفاده می‌شود.

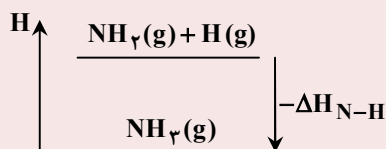


گزینه ۱: CH_4 دارای ۴ پیوند $\text{C}-\text{H}$ است که برای تبدیل کامل یک مول متان به اتم‌های گازی باید همه این پیوندها شکسته شوند.

میانگین آنتالپی پیوند $\text{C}-\text{H}$ در CH_4 برابر با $\frac{1}{4}$ مجموع انرژی لازم برای شکستن هر چهار پیوند $\text{C}-\text{H}$ است؛ بنابراین انرژی کل برابر

$$\text{است با } 4 \times \Delta H_{\text{C-H}}$$

گزینه ۲: تشکیل پیوند یک فرایند گرماده است. در فرایند گرماده، گرما از سامانه خارج می‌شود و سطح انرژی (محتوای انرژی) فرآورده پایین‌تر از واکنش‌دهنده قرار می‌گیرد.



گزینه ۳: در مولکول‌های دو اتمی ساده مثل H_2 تنها یک پیوند وجود دارد، پس نیازی به محاسبه میانگین نیست.