

دفترچه پاسخ تشریحی

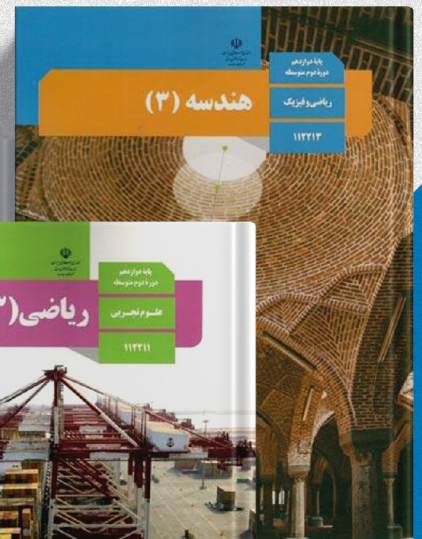
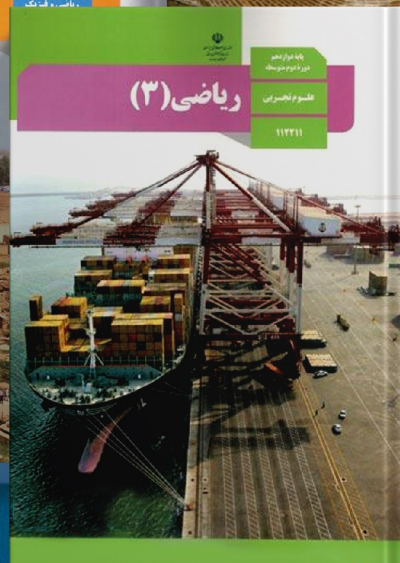
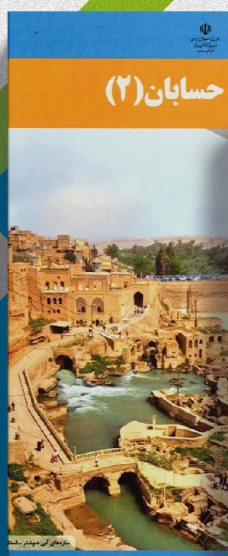
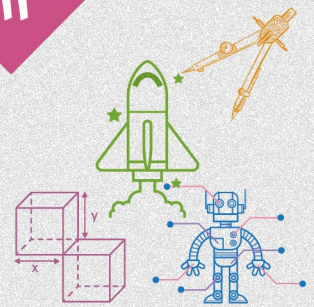
گروه آزمایشی علوم ریاضی

آزمون آزمایشی ۱۴ فروردین ۱۴۰۵

ویژه داوطلبان آزمون سراسری ۱۴۰۵

پایه
دوازدهم

مرحله
۱۱



۱۴۰۴-۱۴۰۵

گزینهدو
مؤسسه آموزشی فرهنگی

تذکرات مهم ↓

↪ آزمون آزمایشی مرحله ۱۲ گزینه دو، در روز جمعه ۲۱ فروردین ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

↪ داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، آرشیو آزمون های گزینه دو و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

↪↪ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

↪ کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۱۱ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگان شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

گروه ریاضی

گروه ریاضی

کارشناسان	طراحان	مستوفول دروس	دستياران
سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد	حسین شفیع زاده • ایمان اردستانی	مستوفول دروس: علی افضل زاده	دستياران: عباس سعیدی - وحید جعفری
علی صادقی • مانی خداینده	سید محسن میراسلامی • سعید اکبرزاده	مستوفول دروس: سعید اکبرزاده	دستياران: هادی کاظم نژاد
حسین خواجوند • مانی خداینده	علیرضا شریف خطیبی • امیدرضا پورحسینی	مستوفول دروس: سعید اکبرزاده	دستياران: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم	مهرداد کیوان • ایمان اردستانی	مستوفول دروس: ایمان اردستانی	دستياران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده	علی افضل زاده	مستوفول دروس: حسین افسری	دستياران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

گروه علوم

گروه علوم

کارشناسان	طراحان	مستوفول دروس	دستياران
بتول خواجه پور • علی حاجی محمدزاده • مهدیار مسعودی نیا	امیر کبیری راد • علیرضا اکبریور • مسعود حدادی • محمد شاملو	مستوفول دروس: امیر کبیری راد	دستياران: پرسا کامکار
مریم گلی حسن لو	علی نعیمی • احمد رضوانی • جمال خم خاجی	مستوفول دروس: منصور داودوندی	دستياران: ساناز دریکوندی
مرتضی قدیانی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • مهرداد ملاصالحی • حسین شرانلو • محمدرضا پورچاوید	مستوفول دروس: شهرام شاه پرویزی	دستياران: حنا شریف خطیبی
فرزانه صاعدی • روزبه اسحاقیان	فرزانه رجایی • عباس روزبهانی	مستوفول دروس: شکبیا کریمی	

گروه انسانی

گروه انسانی

کارشناسان	طراحان	مستوفول دروس	دستياران
محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی	ابوالفضل قاضی • علی عطری • محمدرضا پیرو	مستوفول دروس: محمدرضا پیرو	دستياران: حسنا محمدی - سپهر سالارکیا
مهتاب شیرازی • هستی ناصح	آزیتا بیدقی • علیرضا مختاری • محمود حسن پور	مستوفول دروس: الهام رضایی	دستياران: فاطمه صفری
علی شکرلی • فاطمه یاری	سیمین زاهدی • حمیدرضا توکلی	مستوفول دروس: سیده ضحی سکاکی	دستياران: ثنا کاشیان
فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • سارا حمزه • صبا پهلوان	کاظم غلامی • حمید جوهری مجد • پویا رضاداد	مستوفول دروس: پویا رضاداد	
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	شهرام امامی • نگار مروتی	مستوفول دروس: سیده ساره زاهدی	
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	شهرام امامی • نگار مروتی	مستوفول دروس: الناز گنج کار	دستياران: الهه ریاحی نسب
ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور • امیررضا علیزاده	حمید سودیان طهرانی • سعید رحیمیان • فرهاد قاسمی نژاد	مستوفول دروس: سعید رحیمیان	دستياران: محمدحسین خدام - فراز مختاری نژاد
کوثررعدی	حسین خاکساری • ظاهره کریمی • علی محسنی	مستوفول دروس: امیر محمدبیگی	دستياران: محمدرضا مبارکی

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

نکته: دنباله هندسی، دنباله ای است که در آن هر جمله (به جز جمله اول) از ضرب جمله قبل از خودش در عددی ثابت و غیر صفر به دست آید. با توجه به تعریف دنباله هندسی، در جملات دنباله هندسی، عدد صفر نمی تواند وجود داشته باشد. پس گزینه ۳ جملات یک دنباله هندسی نیست.

۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: مجموعه ای از زوج مرتبها، زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه اول یکسان نباشند؛ یعنی اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه اول یکسان باشند، باید مؤلفه های دوم آنها نیز برابر باشند. با توجه به تعریف تابع بودن، داریم:

$$\begin{cases} (1, 2-m) \in f \\ (1, m^2) \in f \end{cases} \Rightarrow 2-m = m^2 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m-1)(m+2) = 0 \Rightarrow m = 1 \text{ یا } -2 \quad (*)$$

$$\begin{cases} (2, -1) \in f \\ (2, m+1) \in f \end{cases} \Rightarrow -1 = m+1 \Rightarrow m = -2 \quad (**)$$

از اشتراک (*) و (**) نتیجه می گیریم $m = -2$ ، پس:

$$f = \{(1, 4), (2, -1), (0, 3)\} \Rightarrow f(0) = 3$$

۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: تابعی مانند f را که برد آن تنها شامل یک عضو است «تابع ثابت» می گوئیم. اگر این عضو را k بنامیم، ضابطه تابع به صورت $f(x) = k$ می باشد.

نکته: اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند و هر عضو از دامنه دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود، «تابع همانی» می گوئیم. اگر دامنه تابع همانی \mathbb{R} باشد، نمودار آن همان خط $y = x$ است.

تابع $f(x) = k$ تابعی ثابت است و چون محور عرضها را در عرض ۴ قطع می کند، ضابطه آن به صورت $f(x) = 4$ است.

تابع $g(x)$ همانی است، پس $g(x) = x$. بنابراین:

$$2g(x) + f(x) = 5 \Rightarrow 2x + 4 = 5 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

$$\text{نکته: } \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

راه حل اول:

با توجه به تعریف کتانژانت، عبارت را فقط بر حسب $\tan \alpha$ می نویسیم:

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} + \frac{1 - \tan \alpha}{1 - \cot \alpha} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 + \frac{1}{\tan \alpha}} + \frac{1 - \tan \alpha}{1 - \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{1 + \tan \alpha}{\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha}} + \frac{1 - \tan \alpha}{\frac{\tan \alpha - 1}{\tan \alpha}} = \tan \alpha - \tan \alpha = 0$$

راه حل دوم:

مخرج مشترک می گیریم و عبارت را ساده می کنیم:

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} + \frac{1 - \tan \alpha}{1 - \cot \alpha} = \frac{(1 + \tan \alpha)(1 - \cot \alpha) + (1 - \tan \alpha)(1 + \cot \alpha)}{(1 + \cot \alpha)(1 - \cot \alpha)} = \frac{1 + \tan \alpha - \cot \alpha - 1 + 1 - \tan \alpha + \cot \alpha - 1}{1 - \cot^2 \alpha} = 0$$

۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۱)

نکته: اگر $x = \alpha$ ریشه معادله $f(x) = 0$ باشد، آنگاه: $f(\alpha) = 0$.اگر x ریشه مشترک هر دو معادله باشد، داریم:

$$\begin{cases} x^2 - 2x - m = 0 \Rightarrow x^2 = 2x + m \\ x^2 - 4x + m = 0 \Rightarrow x^2 = 4x - m \end{cases} \Rightarrow 2x + m = 4x - m \Rightarrow x = m$$

در یکی از معادله ها به جای x مقدار m را قرار می دهیم:

$$m^2 - 2m - m = 0 \Rightarrow m^2 - 3m = 0 \Rightarrow m(m-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 & * \\ m = 3 & \checkmark \end{cases}$$

حال $m = 3$ را در معادله‌ها قرار می‌دهیم و ریشه‌های هر دو معادله را به دست می‌آوریم:

$$m = 3 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ یا } x = 3 \\ x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = 3 \end{cases}$$

پس $x = 3$ ریشه مشترک دو معادله و $x = -1$ و $x = 1$ ، ریشه‌های غیرمشترک هستند و مجموع مربع آن‌ها برابر با ۲ است.

۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: اگر m و n دو عدد طبیعی و a عددی مثبت باشد، داریم:

$$\frac{m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$$

نکته: اگر r عددی حقیقی و a عددی مثبت باشد، داریم:

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}, \quad \sqrt[n]{a} = \sqrt[kn]{a^k}$$

ابتدا با استفاده از ویژگی‌های رادیکال، مقدار A را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[5]{12} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[15]{144} = \sqrt[5]{2^2 \times 3} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[15]{2^4 \times 3^2} = \sqrt[15]{(2^2 \times 3)^3} \times \sqrt[15]{2^4} \times \sqrt[15]{2^4 \times 3^2} = \sqrt[15]{2^6 + 5 + 4} \times 2^3 + 2 \\ &= \sqrt[15]{2^{15} \times 3^5} = \sqrt[15]{2^{15}} \times \sqrt[15]{3^5} = 2 \times \sqrt[3]{3} \end{aligned}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$2^{-\frac{4}{3}} \times A = 2^{-\frac{4}{3}} \times 2 \times \sqrt[3]{3} = 2 \times 2^{-\frac{4}{3}} \times \sqrt[3]{3} = 2 \times 2^{-1} = \frac{2}{3}$$

۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۳)

$$\text{نکته: } 1 + 2 + 3 + \dots + n - 1 + n = \frac{n(n+1)}{2}, \quad n \in \mathbb{N}$$

برای رسیدن به الگوی مناسب داریم:

شماره مرحله	۱	۲	۳	...	n
نقاط توپر	۲	۳	۴	...	$n+1$
نقاط توخالی	$2(1)$	$2(1+2)$	$2(1+2+3)$...	$2(1+2+\dots+n)$

پس تعداد نقاط توخالی در مرحله n م برابر است با:

$$2(1+2+\dots+n) = 2\left(\frac{n(n+1)}{2}\right) = n(n+1) = n^2 + n$$

$$\text{نکته: جمله } n\text{م} = (n^2 + n) - (n+1) = n^2 - 1$$

$$n^2 - 1 = 120 \Rightarrow n^2 = 121 \Rightarrow n = 11$$

۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

نکته: جمله n م یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$t_{19} = 5t_5 \Rightarrow t_1 + 18d = 5(t_1 + 4d) \Rightarrow -4t_1 = 2d \Rightarrow d = -2t_1$$

اکنون خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$\frac{t_7 + t_8 + t_9}{t_7} = \frac{t_1 + 6d + t_1 + 7d + t_1 + 8d}{t_1 + 2d} = \frac{3t_1 + 21d}{t_1 + 2d} = \frac{3t_1 + 21(-2t_1)}{t_1 + 2(-2t_1)} = \frac{-39t_1}{-3t_1} = 13$$

۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۴)

نکته: اگر اعداد a ، b و c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آنگاه b واسطه هندسی a و c است؛ یعنی $b^2 = ac$.

نکته: جمله n م یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و قدرنسبت d ، به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.

طبق فرض جملات $a_3 = a_1 + 2d$ ، $a_6 = a_1 + 5d$ و $a_9 = a_1 + 8d$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی هستند. پس با توجه به نکات، داریم:

$$(a_1 + 5d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 8d) \Rightarrow a_1^2 + 10a_1d + 25d^2 = a_1^2 + 10a_1d + 16d^2 \Rightarrow 9d^2 = 0 \Rightarrow d = 0$$

بنابراین اختلاف جملات یازدهم و دوازدهم در دنباله حسابی برابر صفر است.

۱۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$, $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

با تغییر متغیر $\sin^2 \alpha = a$ و با توجه به رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ داریم:

$$\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow a - (1-a) = \frac{1}{3} \Rightarrow 2a - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

از طرفی مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha - 1 - \cot^2 \alpha = (1 + \tan^2 \alpha) - (1 + \cot^2 \alpha) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{1-a} - \frac{1}{a} = \frac{1}{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\frac{2}{3}}$$

$$= 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: اگر خطی با جهت مثبت محور طولها زاویه α تشکیل دهد، شیب آن برابر $\tan \alpha$ است.

خط l با جهت مثبت محور طولها زاویه 60° تشکیل می‌دهد، پس شیب آن برابر $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ و معادله آن به صورت زیر است: (توجه کنید که عرض از مبدأ خط l برابر -2 است.)

$$y = \sqrt{3}x - 2$$

به همین ترتیب طبق شکل، شیب خط l' برابر $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ و معادله آن به صورت

$$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

مختصات نقطه تقاطع دو خط l و l' را تعیین کرد:

$$\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 2 \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \end{cases}$$

اکنون می‌توان با حل دستگاه $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ است.

تقاطع دو خط l و l' را تعیین کرد:

$$\sqrt{3}x - 2 = \frac{\sqrt{3}}{3}x \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3}x = 2 \Rightarrow x = \sqrt{3} \Rightarrow y = 1$$

$$x + y = \sqrt{3} + 1$$

پس مختصات نقطه تقاطع به صورت $(\sqrt{3}, 1)$ است؛ بنابراین مجموع طول و عرض این نقطه برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: اگر m و n دو عدد طبیعی و a عددی مثبت باشد، داریم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{-r} = \frac{1}{a^r}$$

$$a^p > a^q$$

$$a^p < a^q$$

نکته: اگر r عددی حقیقی و a عددی مثبت باشد، داریم:

نکته: اگر $p > q$ و $a > 1$ ، آنگاه:

نکته: اگر $p > q$ و $0 < a < 1$ ، آنگاه:

ابتدا سه عدد a ، b و c را با پایه یکسان بازنویسی می‌کنیم:

$$a = \sqrt[3]{\sqrt{0.4}} = \sqrt[3]{(\frac{2}{5})^2} = (\frac{2}{5})^{\frac{2}{3}} = (\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$$

$$b = (\frac{1}{5})^{\frac{2}{5}}$$

$$c = 5^{-0.75} = 5^{-\frac{3}{4}} = (5^{-1})^{\frac{3}{4}} = (\frac{1}{5})^{\frac{3}{4}}$$

با توجه به مقادیر اعشاری $\frac{3}{4} = 0.75$ و $\frac{2}{3} = 0.66$ و $\frac{2}{5} = 0.4$ ، پس: $\frac{2}{5} < \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$ ، در نتیجه با توجه به اینکه پایه توان یعنی $\frac{1}{5}$

عددی بین صفر و یک است، داریم:

$$(\frac{1}{5})^{\frac{2}{5}} > (\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}} > (\frac{1}{5})^{\frac{3}{4}} \Rightarrow b > a > c$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

$$\text{نکته: } (x \pm y)^2 = x^2 + y^2 \pm 2xy$$

$$\text{نکته: } (x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

مقدار خواسته شده برابر است با:

$$A = a^2 + b^2 - 2ab = (\sqrt[4]{7\sqrt{3}+12})^2 + (\sqrt[4]{7\sqrt{3}-12})^2 - 2(\sqrt[4]{7\sqrt{3}+12} \times \sqrt[4]{7\sqrt{3}-12})$$

$$= \sqrt{7\sqrt{3}+12} + \sqrt{7\sqrt{3}-12} - 2\sqrt[4]{49 \times 3 - 144} = \sqrt{7\sqrt{3}+12} + \sqrt{7\sqrt{3}-12} - 2\sqrt[4]{3}$$

عبارت $\sqrt{7\sqrt{3}+12} + \sqrt{7\sqrt{3}-12}$ را B می‌نامیم و ابتدا B را محاسبه می‌کنیم:

$$B = \sqrt{7\sqrt{3}+12} + \sqrt{7\sqrt{3}-12} \Rightarrow B^2 = 7\sqrt{3}+12 + 7\sqrt{3}-12 + 2\sqrt{147-144}$$

$$\Rightarrow B^2 = 14\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \Rightarrow B^2 = 16\sqrt{3} \Rightarrow B = 4\sqrt[4]{3}$$

بنابراین مقدار A برابر است با:

$$A = B - 2\sqrt[4]{3} = 4\sqrt[4]{3} - 2\sqrt[4]{3} = 2\sqrt[4]{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۳)

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته: اگر a عددی مثبت و m و n اعدادی طبیعی باشند، آنگاه: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ نکته: اگر $n \geq 2$ یک عدد طبیعی باشد، b را یک ریشه n ام عدد a می‌نامیم، هرگاه: $b^n = a$
ابتدا با توجه به اطلاعات مسأله، مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$\sqrt[5]{a} = \frac{1}{8} a^{\frac{31}{5}} \Rightarrow 8a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{31}{5}} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۵}} 8^5 \times a = a^{31} \Rightarrow (2^3)^5 = a^{20}$$

$$a^{20} = 2^{15} \Rightarrow a^2 = 2 \xrightarrow{a>} a = \sqrt{2}$$

پس مقدار خواسته شده برابر است با:

$$\frac{a+1}{a+2} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+2} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{نکته: } (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

با استفاده از اتحاد مکعب تفاضل دو جمله، داریم:

$$x^3 = (\sqrt[4]{7\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \sqrt[4]{7\sqrt{3}+\sqrt{2}})^3 = \sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}-3\sqrt[4]{3}-2(\sqrt[4]{7\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \sqrt[4]{7\sqrt{3}+\sqrt{2}})$$

$$\Rightarrow x^3 = -2\sqrt{2} - 3x \Rightarrow x^3 + 3x = -2\sqrt{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر چندجمله‌ای درجه دوم $P(x) = ax^2 + bx + c$ دارای دو ریشه x_1 و x_2 باشد، جدول تعیین علامت آن به صورت زیر است:

x	x_1	x_2	
$P(x)$	موافق علامت a	مخالفت علامت a	موافق علامت a

دو نامعادله زیر را حل می‌کنیم و بین جواب‌ها، اشتراک می‌گیریم:

$$\text{الف) } \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} \geq 2 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 4x + 4}{x-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{x-1} \geq 0$$

صورت کسر همواره نامنفی است. بنابراین:

$$\begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ \text{یا} \\ x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \end{cases} \xrightarrow{U} x > 1 \quad (1)$$

$$\text{ب) } \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} \leq 3 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 5x + 5}{x-1} \leq 0$$

عبارت $A = \frac{x^2 - 5x + 5}{x - 1}$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 5 = 0 \xrightarrow{\Delta=5} x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

x	1	$\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$	$\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$
$x^2 - 5x + 5$	+	+	+
$x - 1$	-	+	+
A	-	+	+

ت ن

$$A \leq 0 \Rightarrow x < 1 \text{ یا } \frac{5 - \sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow x \in \left[\frac{5 - \sqrt{5}}{2}, \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \right]$$

بنابراین داریم: $2b = 5 + \sqrt{5}$

۱۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)

نکته: اگر نقطه $S(x_S, y_S)$ رأس سهمی y باشد، معادله سهمی به صورت $y = a(x - x_S)^2 + y_S$ است.
نکته: اگر نقاط هم‌عرض $A(x_A, y)$ و $B(x_B, y)$ روی یک سهمی با رأس S باشند، آنگاه:

$$\frac{x_A + x_B}{2} = x_S$$

عرض نقاط A و B برابر است (برابر صفر است)، پس با توجه به تقارن سهمی $AH = HB$ است.
با فرض $BH = AH = x$ و فرض سؤال داریم:

$$OA = AB \Rightarrow 3 - x = 2x \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین $x_B = 4$ و $x_A = 2$ است.

اکنون با داشتن رأس سهمی، معادله آن را می‌نویسیم:

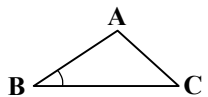
$$\begin{aligned} y &= a(x - x_S)^2 + y_S \\ \Rightarrow y &= a(x - 2)^2 + 2 \xrightarrow{A(2,0)} 0 = a(2 - 2)^2 + 2 \\ \Rightarrow a &= -2 \Rightarrow y = -2(x - 2)^2 + 2 \end{aligned}$$

اکنون محل برخورد سهمی با محور عرض‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x = 0 \Rightarrow y = -2(0 - 2)^2 + 2 \Rightarrow y = -16$$

۱۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \hat{B}$$

با توجه به شکل زیر، مساحت مثلث AMN قابل محاسبه است:

$$S_{\triangle AMN} = S_{\square ABCD} - (S_{\triangle ABM} + S_{\triangle MCN} + S_{\triangle AND}) = 3 \times 3 - \left(\frac{2 \times 3}{2} + \frac{1 \times 1}{2} + \frac{2 \times 3}{2} \right) \Rightarrow S_{\triangle AMN} = 9 - \left(\frac{13}{2} \right) = \frac{5}{2} \quad (*)$$

از طرفی طبق رابطه فیثاغورس در مثلث‌های AND و ABM داریم:

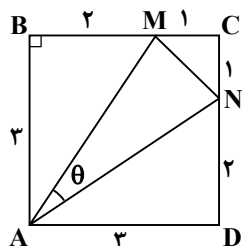
$$AM = AN = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

با توجه به رابطه مساحت مثلث AMN ، داریم:

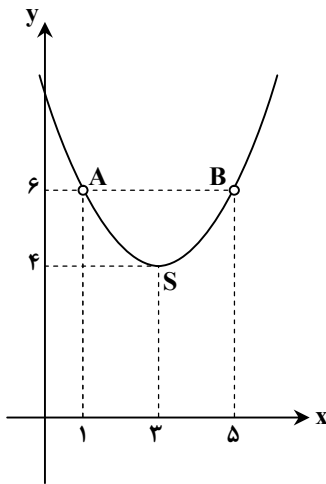
$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times AM \times AN \times \sin \theta = \frac{1}{2} \times \sqrt{13} \times \sqrt{13} \times \sin \theta = \frac{1}{2} \times 13 \times \sin \theta$$

حال با توجه به (*)، داریم:

$$\frac{13}{2} \sin \theta = \frac{5}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{5}{13}$$



۱۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۲)



نکته: هر سهمی به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ ، رأسی به مختصات (h, k) و خط تقارنی به معادله $x = h$ دارد. با حذف دو عدد ۱ و ۵ از مجموعه اعداد حقیقی در دامنه تابع درجه دوم f تنها عدد ۶ از برد تابع کم شده است. یعنی دو نقطه $A(1, 6)$ و $B(5, 6)$ روی تابع f با دامنه \mathbb{R} قرار داشته‌اند. عرض این دو نقطه یکسان است، پس با توجه به تقارن سهمی رأس سهمی از لحاظ طولی دقیقاً وسط این دو نقطه است. پس طول رأس سهمی برابر است با:

$$x_S = \frac{1+5}{2} = 3$$

با توجه به اینکه برد سهمی با دامنه \mathbb{R} ، $\{6\} - [4, +\infty)$ است، پس عرض رأس سهمی نیز برابر ۴ است. یعنی رأس سهمی $S(3, 4)$ معادله یک سهمی با رأس $S(3, 4)$ به صورت $f(x) = a(x-3)^2 + 4$ است. برای یافتن a توجه کنید که نقطه $(1, 6)$ یا $(5, 6)$ در ضابطه f باید صدق کند:

$$f(1) = 6 \Rightarrow a(1-3)^2 + 4 = 6 \Rightarrow 4a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

بنابراین مقدار خواسته شده برابر است با:

$$f(-1) = \frac{1}{2}(-1-3)^2 + 4 = \frac{16}{2} + 4 = 12$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

نکته: جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ به صورت زیر است:

x	x_1	x_2
$P(x)$	موافق علامت a	مخالف علامت a

نکته: جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = a(x-x_1)^2$ به صورت روبه‌رو است:

x	x_1
$P(x)$	موافق علامت a

با توجه به جدول تعیین علامت $P(x)$ می‌دانیم اعداد ۱ و -۳ ریشه‌های این چندجمله‌ای هستند، پس ضابطه چندجمله‌ای درجه دوم $P(x)$ به صورت $P(x) = a(x-1)(x+3)$ است.

همچنین چندجمله‌ای $P(x) + 6$ نیز یک عبارت درجه دوم خواهد بود که با توجه به جدول تعیین علامت آن دارای ریشه مضاعف -۱ است. پس ضابطه آن به صورت $P(x) + 6 = a(x+1)^2$ می‌باشد (توجه کنید a در دو ضابطه $P(x)$ و $P(x) + 6$ یکسان است) بنابراین:

$$6 + a(x-1)(x+3) = a(x+1)^2 \Rightarrow a(x^2 + 2x - 3) + 6 = a(x^2 + 2x + 1)$$

$$\Rightarrow ax^2 + 2ax - 3a + 6 = ax^2 + 2ax + a \Rightarrow -3a + 6 = a \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

بنابراین $P(x) = \frac{3}{2}(x-1)(x+3)$ و مقدار خواسته شده برابر است با:

$$P(5) = \frac{3}{2}(5-1)(5+3) = \frac{3}{2} \times 4 \times 8 = 48$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۳)

نکته: متغیرهایی را که قابل اندازه‌گیری نیستند، «متغیرهای کیفی» گویند.

نکته: متغیر ترتیبی، متغیری کیفی است که در آن نوعی ترتیب طبیعی وجود داشته باشد.

نکته: متغیر اسمی (غیر ترتیبی)، متغیری کیفی است که ترتیبی نیست.

گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ متغیرهای کیفی اسمی هستند، اما ماه‌های سال نوعی ترتیب دارند و کیفی ترتیبی به‌شمار می‌آیند.

۲۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

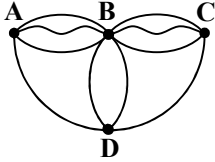
عدد -۳ یکی از اعضای بازه $[2a-1, a+5)$ است، پس:

$$2a-1 \leq -3 < a+5 \Rightarrow \begin{cases} 2a-1 \leq -3 \Rightarrow 2a \leq -2 \Rightarrow a \leq -1 \\ -3 < a+5 \Rightarrow a > -8 \end{cases} \Rightarrow -8 < a \leq -1$$

۲۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۱)

نکته (اصل جمع): اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد، به طوری که در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد، برای انجام کار مورد نظر $m+n$ روش وجود دارد. (اصل جمع قابل تعمیم به بیش از ۲ مرحله است).
نکته (اصل ضرب): اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش، مرحله دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است. (اصل ضرب قابل تعمیم به بیش از ۲ مرحله است).
تعداد راه‌های رفتن از A به D برابر تعداد مسیرهای زیر است:



$$A \xrightarrow{\text{به}} D \Rightarrow \text{تعداد} = 1$$

$$A \xrightarrow{\text{به}} B \text{ و } B \xrightarrow{\text{به}} D \Rightarrow \text{تعداد} = 3 \times 2 = 6$$

$$A \xrightarrow{\text{به}} B \text{ و } B \xrightarrow{\text{به}} C \text{ و } C \xrightarrow{\text{به}} D \Rightarrow \text{تعداد} = 3 \times 3 \times 1 = 9$$

$$\text{تعداد کل مسیرها} = 1 + 6 + 9 = 16$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۲)

نکته: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$.
اگر تمام عبارت «angle» یا «angel» را یک حرف محسوب کنیم، ۲ حالت داریم. ضمناً این حرف با سه حرف دیگر r, t, i چهار حرف را تشکیل می‌دهند که جایگشت آن‌ها برابر $4!$ است، پس تعداد جایگشت‌های خواسته شده برابر است با:

$$4! \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: مجموعه‌هایی را که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است، «مجموعه‌های متناهی» می‌نامیم.
اگر مجموعه مرجع نامتناهی باشد، از متناهی بودن A ، نامتناهی بودن A' نتیجه می‌شود، اما با توجه به نامتناهی بودن B ، مجموعه B' ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد. حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:
گزینه ۱: A متناهی است، پس اشتراک آن با هر مجموعه دیگر حتماً متناهی است.
گزینه ۳: A' نامتناهی است، پس اجتماع آن با هر مجموعه دیگر نیز حتماً نامتناهی است.
گزینه ۴: B نامتناهی است، پس اجتماع آن با هر مجموعه دیگر نیز حتماً نامتناهی است.
مجموعه $A' \cap B'$ در گزینه ۲ می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. مثلاً:

$$A = \{2, -2\}, B = \mathbb{N} \Rightarrow A' \cap B' = \{\dots, -3, -1, 0\} \text{ نامتناهی}$$

$$A = \{2, -2\}, B = \mathbb{Z} - \{3\} \Rightarrow A' \cap B' = \{3\} \text{ متناهی}$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۳)

نکته: به هر انتخاب r شیء از n شیء متمایز که در آن ترتیب انتخاب اهمیت نداشته باشد یا به عبارتی به هر زیرمجموعه r عضوی از یک مجموعه n عضوی، یک ترکیب r تایی از n شیء می‌گوییم.

تعداد ترکیب‌های r تایی از n شیء متمایز را معمولاً با $C(n, r)$ یا $\binom{n}{r}$ نمایش می‌دهیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad (0 \leq r \leq n)$$

اول ۳ تا از تیم‌ها را انتخاب می‌کنیم: $\binom{4}{3}$

حالا از این ۳ تیم، از هر کدام ۱ نفر را انتخاب می‌کنیم: $\binom{5}{1} \binom{5}{1} \binom{5}{1}$

چون این دو کار مستقل از هم است، جواب برابر است با: $4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$

۲۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۷، درس ۱)

نکته (احتمال رخداد یک پیشامد (اندازه‌گیری شانس)): اگر S فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی باشد و $A \subseteq S$ یک پیشامد در فضای S باشد، احتمال رخداد پیشامد A یعنی $P(A)$ که به صورت $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ تعریف می‌شود، عددی است حقیقی که $0 \leq P(A) \leq 1$.
 $n(S)$ برابر با تعداد حالات انتخاب ۳ نقطه از بین ۹ نقطه است.

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

هر ۳ نقطه تشکیل یک مثلث می‌دهند به جز ۳ نقطه‌ای که روی یک خط راست باشند، پس:

$$n(A) = \binom{9}{3} - \binom{4}{3} = 84 - 4 = 80$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{80}{84} = \frac{20}{21}$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۱)

نکته: مربع، متوازی‌الاضلاعی است که قطرهایش مساوی و عمود هستند.

گزینه ۱: یک مستطیل را مشخص می‌کند.

گزینه ۲: یک لوزی را مشخص می‌کند.

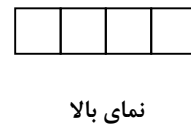
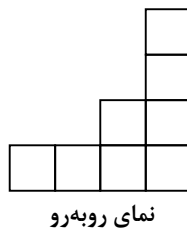
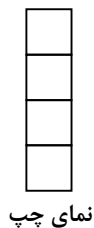
گزینه ۳: یک مربع را مشخص می‌کند.

گزینه ۴: یک مستطیل را مشخص می‌کند.

پس گزینه ۳ پاسخ است.

۲۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

سه نمای شکل داده شده را رسم می‌کنیم:



بنابراین مجموع تعداد تمام مربع‌ها برابر است با:

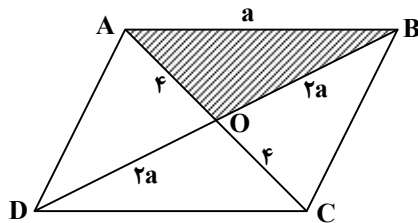
$$4 + 8 + 4 = 16$$

۳۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: در متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.

نکته: سه عدد a ، b و c می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند، هرگاه سه رابطه زیر برقرار باشد.

$$a + b > c, a + c > b, b + c > a$$



$$\begin{cases} OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \\ OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 4a = 2a \end{cases}$$

مطابق شکل روبه‌رو و اطلاعات مسئله داریم:

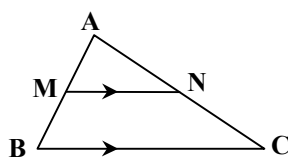
برای رسم متوازی‌الاضلاع ABCD، باید مثلث OAB قابل رسم باشد، پس:

$$\left. \begin{aligned} 4 + a > 2a &\Rightarrow a < 4 \\ 4 + 2a > a &\Rightarrow a > -4 \\ a + 2a > 4 &\Rightarrow a > \frac{4}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{4}{3} < a < 4$$

از بین گزینه‌ها، فقط $a = 3$ می‌تواند پاسخ باشد.

۳۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته ۱: در شکل مقابل، اگر $MN \parallel BC$ ، آنگاه:



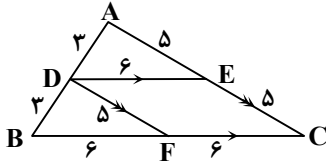
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

نکته ۲: در هر متوازی‌الاضلاع، اضلاع روبه‌رو برابرند.

چهارضلعی DECF متوازی‌الاضلاع است، پس:

$$FC = DE = 6, EC = DF = 5$$

طبق فرض $DE \parallel BC$ ، پس با توجه به نکته ۱ داریم:

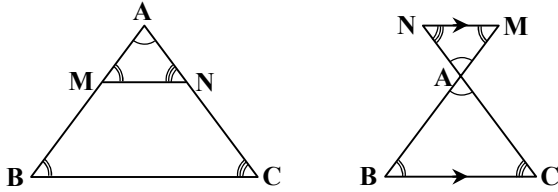


$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{6}{BC} \Rightarrow BC = 12 \Rightarrow BF = BC - FC = 12 - 6 = 6$$

$$\frac{\text{محیط } BFD}{\text{محیط } ABC} = \frac{3+5+6}{6+10+12} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2}$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۴)

نکته (قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها): اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.



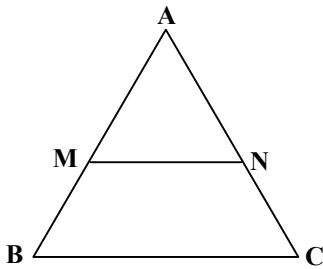
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

نکته: اگر مثلث‌های ABC و $A'B'C'$ متشابه باشند و نسبت تشابه آن‌ها k باشد $(\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k)$ ، آنگاه:

نسبت مساحت‌های دو مثلث برابر توان دوم نسبت تشابه یعنی k^2 است.

$$\frac{S_{A'B'C'}}{S_{ABC}} = k^2$$

طبق فرض $MN \parallel BC$ ، پس از قضیه اساسی تشابه نتیجه می‌گیریم که $\triangle ABC$ و $\triangle AMN$ متشابه‌اند. از طرفی طبق فرض $S_{AMN} = S_{MNCB}$ ، پس:



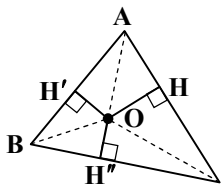
$$\frac{S_{AMN}}{S_{MNCB}} = 1 \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{S_{AMN}}{S_{MNCB} + S_{AMN}} = \frac{1}{1+1} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} \quad (*)$$

اگر نسبت تشابه k فرض کنیم، از (*) داریم: $k^2 = \frac{1}{2}$ ، پس $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$. بنابراین نسبت اضلاع متناظر هم برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

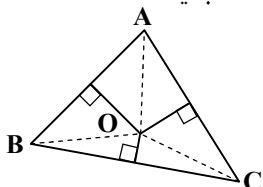
۳۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۱)

نکته ۱: در هر مثلث، سه نیمساز داخلی در یک نقطه هم‌رس هستند. نقطه هم‌رسی سه نیمساز داخلی همواره داخل مثلث قرار دارد و از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.



$$OH = OH' = OH''$$

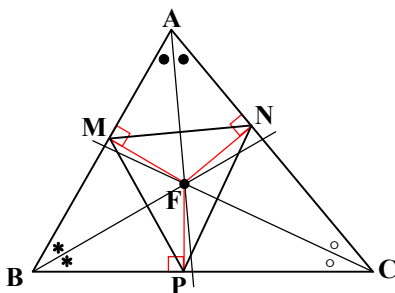
نکته ۲: سه عمودمنصف هر مثلث در یک نقطه هم‌رس هستند. نقطه هم‌رسی سه عمودمنصف مثلث از سه رأس مثلث به یک فاصله است.



$$OA = OB = OC$$

با توجه به نکته ۱، مطابق شکل، داریم: $FM = FN = FP$

بدین ترتیب واضح است که نقطه F از سه رأس مثلث MNP به یک فاصله است، پس با توجه به نکته ۲، نقطه F برای مثلث MNP ، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌هاست. بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.



▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: مساحت هر چندضلعی شبکه‌ای با تعداد b نقطه مرزی و تعداد i نقطه درونی برابر است با: $S = \frac{b}{2} + i - 1$
 نکته ۲: هر چندضلعی شبکه‌ای حداقل ۳ نقطه مرزی دارد.
 با توجه به نکته ۱، داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 7/5 = \frac{b}{2} + i - 1 \xrightarrow{\times 2} 15 = b + 2i - 2 \Rightarrow b + 2i = 17 \Rightarrow b = 17 - 2i \quad (*)$$

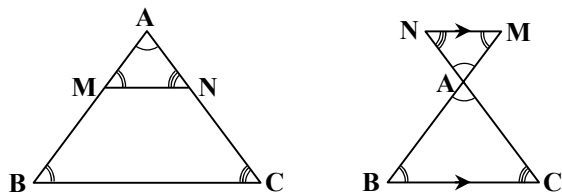
با توجه به نکته ۲، تعداد نقاط مرزی همواره بزرگ‌تر یا مساوی ۳ است، یعنی: $b \geq 3$
 پس با جای‌گذاری در رابطه (*), خواهیم داشت:

$$17 - 2i \geq 3 \Rightarrow 2i \leq 14 \Rightarrow i \leq 7 \Rightarrow i_{\max} = 7$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

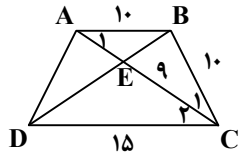
۳۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته (قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها): اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر (یا امتداد آن‌ها) را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آن‌ها تشکیل می‌دهد که با مثلث اصلی متشابه است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

مثلث ABC متساوی‌الساقین است، زیرا:



$$\begin{cases} \text{توازی: } \hat{C}_2 = \hat{A}_1 \\ \text{فرض: } \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow AB = BC = 10$$

به دلیل موازی بودن AB و CD، طبق قضیه اساسی تشابه، دو مثلث ABE و CDE متشابه‌اند، پس از تناسب اضلاع متناظر داریم:

$$\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{CD} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3} \xrightarrow{EC=9} \frac{AE}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow AE = 6$$

بنابراین طول قطر AC برابر است با:

$$AC = AE + CE = 6 + 9 = 15$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته: از دوران هر دایره حول هر قطر آن یک کره پدید می‌آید.

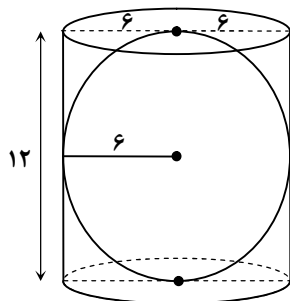
نکته: از دوران هر مربع یا مستطیل حول طول یا عرض آن یک استوانه پدید می‌آید.

نکته: حجم هر کره به شعاع R، برابر $\frac{4}{3}\pi R^3$ است.

نکته: حجم هر استوانه به شعاع قاعده R و ارتفاع h برابر $\pi R^2 h$ می‌باشد.

حجم حاصل از دوران قسمت هاشورزده، یک استوانه است که یک کره از آن خارج شده است.

ابتدا حجم کره و استوانه حاصل را جداگانه می‌یابیم:



$$R_{\text{کره}} = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi R^2 h = \pi \times 6^2 \times 12 = 432\pi$$

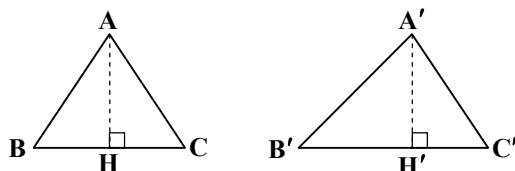
حجم خواسته شده اختلاف دو حجم فوق است، بنابراین:

$$V = 432\pi - 288\pi = 144\pi$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

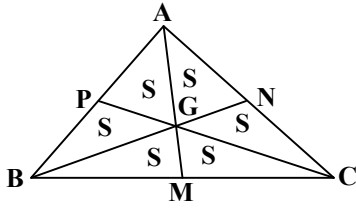
۳۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: در دو مثلث که اندازه دو ارتفاع برابر باشد، نسبت مساحت‌ها برابر نسبت اندازه قاعده‌های متناظر این دو ارتفاع است.



$$AH = A'H' \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$$

نکته: سه میانه هر مثلث آن را به شش مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند.

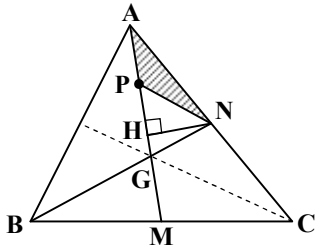


$$S_{\triangle APG} = S_{\triangle ANG} = S_{\triangle BPG} = S_{\triangle BMG} = S_{\triangle CMG} = S_{\triangle CNG} = S = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

با در نظر گرفتن شکل روبه‌رو داریم:

$$\begin{aligned} 2AP = 2PG &\Rightarrow 2AP = 2(AG - AP) = 2AG - 2AP \Rightarrow 4AP = 2AG \\ \Rightarrow AG &= \frac{5}{2} AP \end{aligned}$$

از ارتفاع وارد بر AM را رسم می‌کنیم.



$$\frac{S_{\triangle ANG}}{S_{\triangle APN}} = \frac{\frac{1}{2} NH \cdot AG}{\frac{1}{2} NH \cdot AP} = \frac{AG}{AP} = \frac{\frac{5}{2} AP}{AP} = \frac{5}{2} \Rightarrow S_{\triangle ANG} = \frac{5}{2} S_{\triangle APN} = \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{2}$$

حال طبق نکته، مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{\triangle ABC} = 6 S_{\triangle ANG} = 6 \times \frac{15}{2} = 45$$

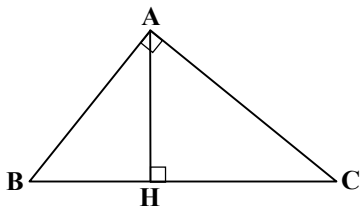
۳۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳) و (فصل ۴، درس ۲)

نکته ۱: سطح مقطع حاصل از تقاطع دو کره، یک دایره است.

نکته ۲: اعداد ۳، ۴ و ۵ مضارب آن‌ها اعداد فیثاغورسی هستند که در رابطه فیثاغورس صدق می‌کنند:

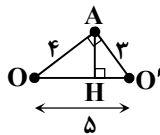
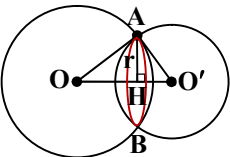
$$(3k)^2 + (4k)^2 = (5k)^2$$

نکته ۳: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را روابط طولی می‌نامیم؛ زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند:



- ۱) $AB^2 = BC \cdot BH$
- ۲) $AC^2 = BC \cdot CH$
- ۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- ۴) $AH^2 = BH \cdot CH$
- ۵) $AH \times BC = AB \times AC$

با توجه به نکته ۱، سطح مقطع حاصل، یک دایره است، پس برای محاسبه مساحت آن باید اندازه شعاع آن را حساب کنیم. از طرفی با توجه به نکته ۲ و مطابق شکل، اعداد ۳، ۴ و ۵ فیثاغورسی هستند یعنی $3^2 + 4^2 = 5^2$ و در نتیجه مثلث AOO' قائم‌الزاویه است، پس با توجه به نکته ۳، داریم:



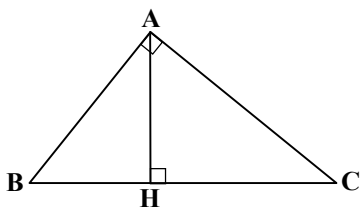
$$AO \times AO' = AH \times OO' \Rightarrow 4 \times 3 = r \times 5 \Rightarrow r = \frac{12}{5}$$

و در نهایت، مساحت دایره سطح مقطع برابر است با:

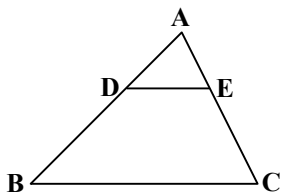
$$S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{12}{5}\right)^2 = \pi \times \frac{144}{25} = \frac{144}{25} \pi$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۲، درس‌های ۲ و ۳)

نکته ۱: در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را روابط طولی می‌نامیم؛ زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند:

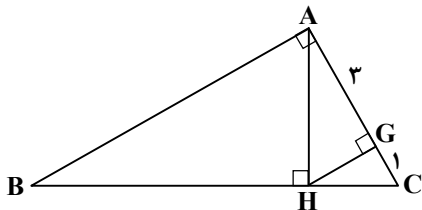


- ۱) $AB^2 = BC \cdot BH$
- ۲) $AC^2 = BC \cdot CH$
- ۳) $AB^2 + AC^2 = BC^2$
- ۴) $AH^2 = BH \cdot CH$
- ۵) $AH \times BC = AB \times AC$



نکته ۲ (تعمیم قضیه تالس): اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می‌آید که اندازه ضلع‌های آن با اندازه ضلع‌های مثلث اصلی متناسب‌اند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



ابتدا با استفاده از نکته ۱، طول ارتفاع GH در مثلث قائم‌الزاویه AHC را به دست می‌آوریم:

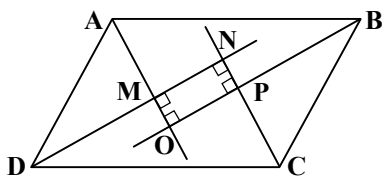
$$GH^2 = CG \times AG = 3 \Rightarrow GH = \sqrt{3}$$

اکنون با استفاده از نکته ۲ در مثلث ABC، طول AB را به دست می‌آوریم:

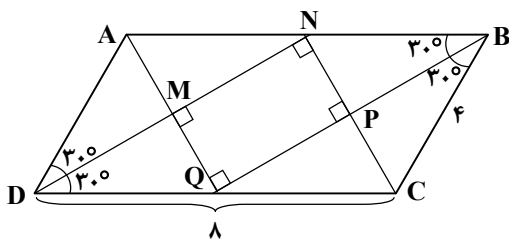
$$GH \parallel AB \Rightarrow \frac{GH}{AB} = \frac{CG}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow AB = 4\sqrt{3}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: از تقاطع نیمسازهای داخلی هر متوازی‌الاضلاع، یک مستطیل به وجود می‌آید.



طبق نکته و مطابق شکل روبه‌رو، داریم:



$$\triangle DNC : \begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{NC}{DC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{NC}{8} \Rightarrow NC = 4 \\ \cos 30^\circ = \frac{DN}{DC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DN}{8} \Rightarrow DN = 4\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\triangle PBC : \sin 30^\circ = \frac{PC}{BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{PC}{4} \Rightarrow PC = 2$$

$$\Rightarrow NP = NC - PC = 4 - 2 = 2$$

$$\triangle ADM : \cos 30^\circ = \frac{DM}{AD} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DM}{4} \Rightarrow DM = 2\sqrt{3} \Rightarrow MN = DN - DM = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$S_{MNPQ} = MN \times NP = 2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$$

توجه کنید که چون اندازه یک ضلع متوازی‌الاضلاع دو برابر اندازه ضلع دیگر است، نقطه برخورد دو تا از نیمسازها روی ضلع مقابل قرار دارد.

فیزیک



۴۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

تفسنج براساس آشکارسازی شدت تابش گرمایی کار می‌کند و دمای یک جسم را بدون تماس دماسنج با آن جسم اندازه‌گیری می‌کند.

۴۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۵)

در فرایند هم‌دما، $\Delta T = 0$ است و از آنجایی که تغییر انرژی درونی گاز آرمانی فقط تابع دمای گاز است، $\Delta U = 0$ است.

۴۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۲)

عبارت‌های «الف»، «ب»، «ت» و «ث» صحیح هستند.

نادرستی مورد «ب»: چگالی ذرات خاک بیشتر از آب است ولی وجود نیروی هم‌چسبی قوی‌تر بین مولکول‌های آب در مقایسه با مولکول‌های

خاک باعث می‌شود جریان هوا نتواند ذرات آب را از سطح دریا جدا کرده و آن‌ها را جابه‌جا نماید.

۴۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۱)

طول، جرم، زمان، دما، مقدار ماده، جریان الکتریکی و شدت روشنایی، هفت کمیت اصلی و دیگر کمیت‌ها فرعی هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

در ابزار مدرج دقت اندازه گیری برابر کمینه درجه بندی آن وسیله است که در این خط کش دقت برابر است با: $\frac{1}{5} \text{ cm} = 2 \text{ mm}$
در مورد روش محاسبه قطر سیم، کافی است طول این سیم پیچ که برابر 2 cm است را بر تعداد حلقه ها تقسیم کنیم.

$$\text{قطر سیم} = \frac{2}{20} \text{ cm} = 1 \text{ mm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۴

$$500 \times 0.6 = 300 \text{ L}$$

$$300 = 0.25 \times t \Rightarrow t = 1200 \text{ s}$$

$$500 \times 0.9 = 450 \text{ L}$$

$$450 - 300 = 150 \text{ L}$$

$$12 \frac{\text{dm}^3}{\text{min}} = 12 \frac{\text{L}}{60 \text{ s}} = 0.2 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

$$150 = (0.25 - 0.2)t' \Rightarrow t' = \frac{150}{0.05} = 3000 \text{ s}$$

$$t_{\text{r}} = t + t' = 1200 + 3000 = 4200 \text{ s} = 70 \text{ min}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۷- پاسخ: گزینه ۳

حجم جسم جامد که به طور کامل در مایع فرو می رود، برابر با حجم مایع بیرون ریخته شده است و بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{جسم}} = 3500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$V_{\text{جسم}} = V_{\text{مایع بیرون ریخته}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{\rho_{\text{جسم}}} = \frac{m_{\text{مایع بیرون ریخته}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{جسم}}}{3.5} = \frac{960}{1.2} \Rightarrow m_{\text{جسم}} = \frac{3.5 \times 960}{1.2} = 2800 \text{ g} = 2.8 \text{ kg}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۱)

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

وقتی دو مایع را روی هم می ریزیم، مایع با چگالی کمتر بالاتر قرار می گیرد؛ پس لازم است ابتدا چگالی هر یک از دو مایع را حساب کنیم.

$$\rho_1 = \frac{60}{40} = 1.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$\rho_2 = \frac{60}{50} = 1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

پس مایع با چگالی ρ_2 بالاتر قرار می گیرد.

حال با توجه به جرم مایع ها، حجم و سپس ارتفاع هر مایع را محاسبه می کنیم.

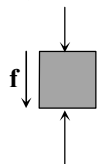
$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = \frac{3000}{1.5} = 2000 \text{ cm}^3, & h_1 = \frac{V_1}{A} = \frac{2000}{50} = 40 \text{ cm} \\ V_2 = \frac{3000}{1.2} = 2500 \text{ cm}^3 \Rightarrow & h_2 = \frac{V_2}{A} = \frac{2500}{50} = 50 \text{ cm} \end{cases}$$

با توجه به اینکه مایع ۲ بالاتر است، پس ارتفاع آن 10 cm بیشتر از مایع پایینی است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۱

$$F_1 = P_0 A$$



$$F_2 = PA$$

$$F_1 + f = F_2 \Rightarrow f = F_2 - F_1 = PA - P_0 A = (P - P_0) A$$

$$\Rightarrow f = \rho g h A = 1400 \times 10 \times 0.2 \times (8 \times 10^{-4}) = 2.24 \text{ N} \approx 2 \text{ N}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۳

جرم چهار مکعب یکسان است؛ بنابراین وزن همگی یکسان و برابر W است. مکعب (۴) در حال بالا رفتن است؛ در نتیجه در این وضعیت

نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر از وزن مکعب است: رابطه (۱) $F_4 > W$

مکعب (۳) درون مایع غوطه ور است و مکعب های (۱) و (۲) نیز روی سطح مایع شناورند؛ در نتیجه اندازه نیروی شناوری وارد بر آن ها با

اندازه وزن هریک برابر است:

$$F_1 = F_2 = F_3 = W \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$F_1 = F_2 = F_3 < F_4$$

با توجه به دو رابطه بالا می توان گفت:

۵۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow P = 100 - 75 = 25 \text{ cmHg} = \text{مابع در عمق ۲ متری}$$

طبق رابطه $P = \rho gh$ فشار مایع در عمق ۶ متری، ۳ برابر فشار مایع در عمق ۲ متری است، پس فشار مایع در عمق ۶ متری ۷۵ cmHg است.
 $P_{\text{کل}} = P_{\text{مابع}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{کل}} = 75 + 75 = 150 \text{ cmHg}$ در عمق ۶ متری

۵۲- پاسخ: گزینه ۲

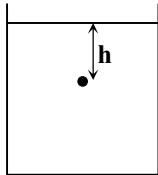
▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

گزاره‌های «الف» و «ب» درست هستند. توجه کنید که با چرب کردن کارت بانکی، نیروی دگرچسبی بین کارت و آب کم می‌شود.

۵۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

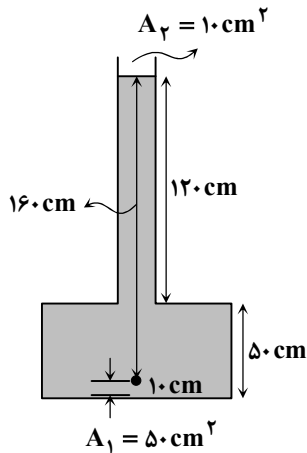
فشار پیمانه‌ای به فشار هوای محیط بستگی ندارد و با عمق مایع تناسب مستقیم دارد.



$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow \underbrace{P - P_0}_{\text{فشار پیمانه‌ای}} = \rho gh$$

$$P = 2/1 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P - P_0 = 2/1 \times 10^5 - 9 \times 10^4 = 1/2 \times 10^5 = 120 \text{ kPa}$$

در عمق ۸۰ سانتی متری مایع فشار پیمانه‌ای ۶۰ کیلوپاسکال و در عمق h از آن فشار پیمانه‌ای ۱۲۰ کیلوپاسکال است.



$$\frac{60}{120} \mid \frac{80}{h} \Rightarrow h = 160 \text{ cm}$$

پس نقطه مورد نظر ما در عمق ۱۶۰ سانتی متری است؛ بنابراین فاصله سطح مایع از کف مخزن ۱۷۰ سانتی متر است.

$$V = 50 \times 50 + 120 \times 10 = 3700 \text{ cm}^3 = 3/7 L$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

با استفاده از معادله پیوستگی بین دو نقطه می‌توان نوشت:

$$r_1 = \frac{A_2}{A_1} = 4 \text{ cm}, \quad r_2 = \frac{A_1}{A_2} = 1 \text{ cm}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \pi r_1^2 \times v_1 = \pi r_2^2 \times v_2$$

$$4^2 \times 10 = 1^2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = 160 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1/6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۲)

اگر فشار گاز داخل مخزن را P_1 و فشار هوای محبوس در قسمت میانی را P_2 و فشار هوای محیط را P_0 بنامیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= P_1 + (\rho_1 \times 40) \text{ (فشار حاصل از ۴۰ سانتی متر مایع با چگالی } \rho_1) \\ P_2 &= P_0 + (\rho_2 \times 80) \text{ (فشار حاصل از ۸۰ سانتی متر مایع با چگالی } \rho_2) \end{aligned} \right\} \text{ رابطه (۱)}$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \times 40 = \rho_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{Hg}_1} &\Rightarrow h_{\text{Hg}_1} = \frac{40 \rho_1}{\rho_{\text{Hg}}} \\ \rho_2 \times 80 = \rho_{\text{Hg}} \cdot h_{\text{Hg}_2} &\Rightarrow h_{\text{Hg}_2} = \frac{80 \rho_2}{\rho_{\text{Hg}}} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{رابطه (۱)}} P_1 - P_0 = \frac{80 \rho_2 - 40 \rho_1}{\rho_{\text{Hg}}}$$

$$\Rightarrow P_1 - P_0 = \frac{80 \times 1/7 - 40 \times 1/36}{13/6} = 10 - 4 = 6 \text{ cmHg}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۳)

فقط گزینه ۳ صحیح است؛ انرژی پتانسیل گرانشی چتر باز کاهش می‌یابد و انرژی جنبشی او ثابت است؛ پس حاصل جمع آن‌ها که انرژی مکانیکی را تشکیل می‌دهد، کاهش می‌یابد.

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: کار نیروی وزن، هنگام پایین آمدن مثبت و هنگام بالا رفتن منفی است.

گزینه ۲: کار کل برابر تغییر انرژی جنبشی جسم است که در اینجا صفر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۷- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} W_{1t} = \Delta K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 \\ W_{2t} = \Delta K_2 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v_2^2 - v_1^2} = \frac{1}{8} \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = 8v_1^2 \Rightarrow v_2^2 = 9v_1^2$$

$$\Rightarrow v_2 = 3v_1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل های ۳ و ۴)

۵۸- پاسخ: گزینه ۳

انرژی اولیه: $E_1 = mgh + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E = \frac{10}{100} E_1 = \frac{10}{100} (mgh + \frac{1}{2} m v^2)$

$$Q = \frac{4}{100} \left(\frac{10}{100} (mgh + \frac{1}{2} m v^2) \right) \Rightarrow Q = \frac{32}{100} (2 \times 10 \times 45 + \frac{1}{2} \times 2 \times 100) = 320 \text{ J}$$

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow 320 = 2(400)(\Delta\theta) \Rightarrow \Delta\theta = \frac{320}{800} = \frac{4}{10} ^\circ\text{C} \Rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \left(\frac{4}{10} \right) = 0.72 ^\circ\text{F}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۵۹- پاسخ: گزینه ۲

$$v = 720 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 720 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \times \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

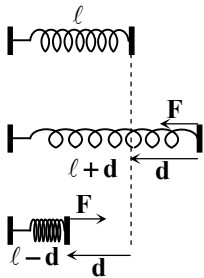
$$m = 500 \text{ ton} = 5 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^5 \times (200)^2 = 2 / 5 \times 10^5 \times 4 \times 10^4 = 10^{10} \text{ J} = 10^4 \text{ MJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۶۰- پاسخ: گزینه ۱

در حالت اول: زاویه بین F با d صفر است و $\cos \theta = 1$ بنابراین داریم: $W = (F \cos \theta) d > 0$



در حالت دوم: زاویه بین F با d 180° است و $\cos \theta = -1$ بنابراین داریم: $W = (F \cos \theta) d < 0$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۶۱- پاسخ: گزینه ۳

اگر حجم گاز و تیل مصرفی V باشد، انرژی گرمایی حاصل از سوختن گاز و تیل برابر $30V$ است.

$$\text{انرژی الکتریکی} = \text{انرژی گرمایی} \Rightarrow 0.6 = \frac{\text{انرژی الکتریکی}}{30V} \Rightarrow \text{انرژی الکتریکی} = 0.6 \times 30V$$

$$\text{انرژی الکتریکی در انتهای خط} = 0.6 \times 30V \times \frac{90}{100} = 324 \text{ MJ} \Rightarrow V = \frac{324}{0.6 \times 30 \times 0.9} = \frac{324}{16.2} = 20 \text{ L}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

۶۲- پاسخ: گزینه ۴

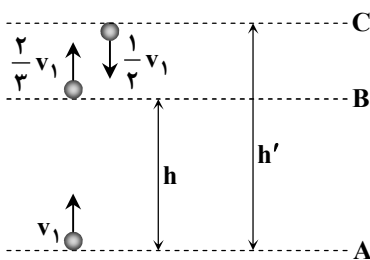
با توجه به اینکه مقاومت هوا ناچیز است، تندی گلوله در هر محل هنگام بالا رفتن و پایین آمدن یکسان است.

$$E_A = E_B = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow \begin{cases} K_A - K_B = U_B \\ K_A - K_C = U_C \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m \left(\frac{2}{3} v_1 \right)^2 = mgh \\ \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{3} v_1 \right)^2 = mgh' \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{h'}{h} = \frac{v_1^2 - \frac{1}{9} v_1^2}{v_1^2 - \frac{4}{9} v_1^2}$$

$$= \frac{2}{5} = \frac{27}{20} \Rightarrow h' = \frac{27}{20} h$$



۶۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۴)

با توجه به رابطه محاسبه گرما داریم:

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow 1930 = 2 \times c \times 2 / 5 \Rightarrow c = 386 \frac{J}{kg \cdot K} \Rightarrow \text{جسم از فلز مس ساخته شده است.}$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

طبق رابطه $\Delta A = A_1 \alpha \Delta \theta$ وقتی صفحات از یک جنس هستند و افزایش دمای همه آنها نیز یکسان است، صفحه‌ای که مساحت اولیه بیشتری دارد، بیشترین افزایش سطح را پیدا می‌کند.

$$5 \times 2 = 10 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحت اولیه صفحه «ب»}$$

$$4 \times 2 = 8 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحت اولیه صفحه «ت»}$$

پس صفحه «پ» که بیشترین مساحت اولیه را دارد بیشترین افزایش مساحت و صفحه «ت» که کمترین مساحت اولیه را دارد، کمترین افزایش مساحت را خواهد داشت.

۶۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای را نشان می‌دهد. در این صورت با استفاده از قانون گازهای آرمانی در حجم ثابت می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{300}{285} = \frac{400}{T_2} \Rightarrow T_2 = 380 \text{ K}$$

$$\Delta T = T_2 - T_1 \Rightarrow \Delta T = 95 \text{ K}$$

$$\Delta T = \Delta \theta = \frac{\Delta F}{9} \Rightarrow 95 = \frac{\Delta F}{9} \Rightarrow \Delta F = 171^\circ \text{F}$$

۶۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۴)

با توجه به رابطه محاسبه گرما و رابطه بین گرماهای داده شده می‌توان نوشت:

$$60^\circ \text{C} \leftarrow \text{آب } \theta \rightarrow \text{آب } 0^\circ \text{C} \rightarrow \text{یخ } 0^\circ \text{C} \rightarrow \text{یخ } -10^\circ \text{C}$$

$$|Q_1| = 0.9 Q_2$$

$$200 \times 4 / 2 \times (60 - \theta) = 0.9 [100 \times 2 / 1 \times (0 - (-10)) + 100 \times 336 + 100 \times 4 / 2 \times \theta] \Rightarrow 2(60 - \theta) = 0.9 [5 + 80 + \theta]$$

$$10(120 - 2\theta) = 9 \times 85 + 9\theta \Rightarrow 1200 - 20\theta = 765 + 9\theta \Rightarrow 29\theta = 435 \Rightarrow \theta = \frac{435}{29} = 15^\circ \text{C}$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\begin{cases} n_1 = \frac{m_1}{M} = \frac{56}{M} \\ n_2 = \frac{m_2}{M} = \frac{70}{M} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{70}{56} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{P_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2}{n_2 T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{n_1 T_1} = \frac{1/5 P_1}{\frac{5}{4} n_1 T_2} \Rightarrow \frac{5}{4} T_2 = \frac{3}{2} T_1 \Rightarrow T_2 = 1/2 T_1 \Rightarrow 2\theta + 273 = 1/2(\theta + 273)$$

$$\Rightarrow 0.8\theta = 0.2 \times 273 \Rightarrow 4\theta = 273 \Rightarrow \theta = 68.25^\circ \text{C}$$

$$T_2 = 2\theta + 273 = 136.5 + 273 = 409.5 \text{ K}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

در شکل «ب» دمای نوار دو فلزه افزایش یافته و کمان بیرونی مربوط به فلزی است که بیشتر منبسط می‌شود؛ یعنی فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد. ($\alpha_A > \alpha_B$)در شکل «پ» دمای نوار دو فلزه کاهش یافته است و کمان داخلی مربوط به فلزی است که بیشتر منقبض می‌شود؛ یعنی فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتری دارد. ($\alpha_B > \alpha_C$)

۶۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

گرمای داده شده ابتدا صرف ذوب یخ داخل مخلوط می‌شود تا تمام مخلوط به آب 0°C تبدیل شود. سپس دمای تمام آب را به 10°C می‌رساند.

$$Q = P\Delta t = m_{\text{یخ}} L_F + m_{\text{آب}} c \Delta \theta \Rightarrow 1000 \times 75 = m_{\text{یخ}} \times 33000 + 1 \times 4200 \times 10$$

$$\Rightarrow m_{\text{یخ}} = \frac{75000 - 42000}{33000} = 0.1 \text{ kg} = 100 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۷۰- پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} L_{\gamma, Al} &= L_{1, Al} + L_{1, Al} \alpha_{Al} \Delta T \\ L_{\gamma, Cu} &= L_{1, Cu} + L_{1, Cu} \alpha_{Cu} \Delta T \end{aligned} \right\} \xrightarrow{L_{1, Al} = L_{1, Cu} = L_1} L_{\gamma, Al} - L_{\gamma, Cu} = L_1 \Delta T (\alpha_{Al} - \alpha_{Cu})$$

$$= 2 \times (46 - 26) \times (23 \times 10^{-6} - 17 \times 10^{-6}) = 2 \times 20 \times 6 \times 10^{-6} = 240 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.24 \text{ mm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

۷۱- پاسخ: گزینه ۲

با توجه به اینکه $\begin{cases} r_A > r_B \\ \alpha_A > \alpha_B \end{cases}$ است باید دمای مجموعه را کاهش دهیم ($\Delta\theta < 0$) تا کره A با کاهش شعاع بیشتری که دارد، از حلقه B عبور کند.

$$r_{\gamma, B} = r_{\gamma, A} \Rightarrow r_B (1 + \alpha_B \Delta\theta) = r_A (1 + \alpha_A \Delta\theta)$$

$$r_A - r_B = \alpha_B \Delta\theta r_B - \alpha_A \Delta\theta r_A \Rightarrow \Delta\theta = \frac{r_A - r_B}{\alpha_B r_B - \alpha_A r_A}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

موارد «الف»، «ب» و «ت» صحیح هستند.

نادرستی مورد «ب»: وقتی قانون دوم ترمودینامیک در ماشین گرمایی نقض می‌شود که تمام گرمای داده شده به دستگاه تبدیل به کار شود $Q_H = |W|$ ولی در این شرایط قانون اول ترمودینامیک نقض نمی‌شود. زیرا طبق قانون اول ترمودینامیک دستگاه می‌تواند تمام گرمای دریافتی را به کار تبدیل کند.

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow{\Delta U = 0} Q = |W|$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۳- پاسخ: گزینه ۴

$$W = -P\Delta V = -nR\Delta T = -1 \times 8 \times (900 - 300) = -4800 \text{ J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

معادله حالت گاز کامل را یک بار برای نقطه A و بار دیگر برای نقطه B می‌نویسیم:

$$PV = nRT \Rightarrow \begin{cases} 4V_{\gamma} = nRT_{\gamma} \\ 2V_{\gamma} = nR \times 600 \end{cases} \Rightarrow \frac{4V_{\gamma}}{2V_{\gamma}} = \frac{nRT_{\gamma}}{nR \times 600} \Rightarrow T_{\gamma} = 1200 \text{ K}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۵- پاسخ: گزینه ۳

وقتی ۶۰ درصد از گرمای حاصل از سوخت استفاده می‌شود، مانند این است که در هر دقیقه، $15 \text{ g} = 25 \text{ g} \times 60\%$ ماده سوختنی به طور کامل استفاده شده است:

$$Q_H = 15 \text{ g} \times 240 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} = 3600 \text{ kJ}$$

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = 18 \times 60 = 1080 \text{ kJ}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{1080}{3600} = 0.3 \Rightarrow \text{بازده بر حسب درصد} = 30\%$$

شیمی



▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

دو ایزوتوپ به دلیل دارا بودن تعداد پروتون و الکترون برابر دارای خواص شیمیایی یکسانی هستند، ولی خواص فیزیکی وابسته به جرم آن‌ها مانند چگالی، با یکدیگر تفاوت دارد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

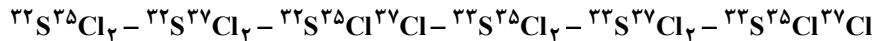
از روابط بین عدد جرمی و اختلاف نوترون و الکترون معادله ساخته و محاسبه می‌کنیم:

$$A = Z + N$$

$$N - e = 21 \Rightarrow N - (p + 2) = 21 \Rightarrow N - p = 23 \Rightarrow 127 = 2Z + 23 \Rightarrow Z = 52, N = 75$$

۷۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

با توجه به ایزوتوپ‌های داده‌شده، ۶ نوع مولکول SCl_2 وجود دارد:



۷۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

دوره اول عناصر جدول با ۲ عنصر کوتاه‌ترین دوره می‌باشد، اما گروه اول با ۷ عضو کوتاه‌ترین گروه نیست. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: اتم‌های A و B هر دو در گروه دوم جدول (فلزهای قلیایی خاکی) قرار داشته و با از دست دادن دو الکترون به کاتیون با بار الکتریکی (۲+) تبدیل می‌شوند.

گزینه ۲: نماد طلا (Au)، نماد نقره (Ag) و نماد نیتروژن (N) است.

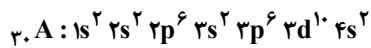
گزینه ۳: در دوره‌های دوم و سوم جدول، هر کدام ۸ عنصر، دوره‌های چهارم و پنجم، هر کدام ۱۸ عنصر و در دوره‌های ششم و هفتم، هر کدام ۳۲ عنصر قرار دارند.

۸۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

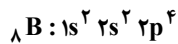
عبارت‌های «الف»، «ب» و «پ» درست‌اند.

عدد اتمی عنصرهای «A» و «B»، به ترتیب برابر ۳۰ و ۸ است.

الف) تمام زیرلایه‌های دارای الکترون A، پر هستند.



ب) ۴ الکترون با $l=0$ و ۴ الکترون با $l=1$ ، در اتم B وجود دارد.



پ) بیرونی‌ترین زیرلایه دارای الکترون اتم «A»، ۲ الکترون دارد که با گنجایش الکترونی لایه اول برابر است.

ت) تفاوت عدد اتمی دو عنصر، برابر $22 - 8 = 14$ است، در حالی که عدد اتمی سومین گاز نجیب (Ar) جدول دوره‌ای، برابر ۱۸ می‌باشد.

۸۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

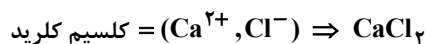
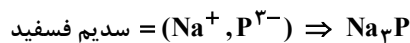
طیف نشری خطی یک اتم به عدد اتمی و تعداد الکترون‌های آن بستگی دارد. از آنجاکه ایزوتوپ‌های یک اتم در عدد اتمی و تعداد الکترون با یکدیگر برابر هستند، دارای طیف نشری خطی یکسانی نیز می‌باشند.

۸۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

در دوره چهارم علاوه بر عناصر ^{29}Cu و ^{30}Zn ، لایه سوم شش عنصر دسته p ($[Ar] 3d^1 4s^2 4p^{1-6}$) نیز به‌طور کامل پر است. (جمعاً ۸ عنصر)

۸۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

فرمول شیمیایی ترکیبات با توجه به یون‌های سازنده آن‌ها به صورت زیر هستند:



۸۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) در جامدهای یونی، به دلیل وجود بارهای الکتریکی ناهمنام، نیروی جاذبه بسیار قوی به نام پیوند یونی میان یون‌ها برقرار می‌شود.

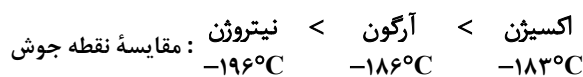
ب) هر ترکیب یونی از لحاظ بار الکتریکی خنثی است.

۸۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

در تقطیر جزء به جزء هوای مایع به ترتیب گاز نیتروژن (N_2) در دمای $-196^\circ C$ ، سپس گاز آرگون (Ar) در دمای $-186^\circ C$ و گاز اکسیژن (O_2) در دمای $-183^\circ C$ به جوش آمده و خارج می‌شوند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

دو گازی که بیشترین درصد حجمی را در هوای پاک و خشک دارند، به ترتیب گازهای نیتروژن و اکسیژن هستند که نقطه جوش اکسیژن بیشتر از آرگون، ولی نقطه جوش نیتروژن کمتر از آرگون است.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: با افزایش فاصله از سطح زمین ابتدا دما کم می‌شود، سپس زیاد می‌شود و باز کم خواهد شد؛ این موضوع نشان می‌دهد که در نقاطی که شیب نمودار دما - فاصله از سطح زمین تغییر می‌کند لایه هواکره نیز عوض می‌شود.

گزینه ۲: درست

گزینه ۴: سبک‌ترین گاز نجیب، گاز هلیم است که در کپسول‌های غواصی، پر کردن بالن‌های هواشناسی، تفریحاتی و تبلیغاتی، جوشکاری و از همه مهم‌تر در خنک کردن قطعات الکترونیکی دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

۸۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۱ (فصل ۲)

گزینه ۱: مجموع ضرایب فرآورده‌ها = ۲۴

بررسی سایر گزینه‌ها:

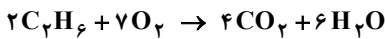
گزینه ۲: مجموع ضرایب فرآورده‌ها = ۹



گزینه ۳: مجموع ضرایب فرآورده‌ها = ۴



گزینه ۴: مجموع ضرایب فرآورده‌ها = ۱۰



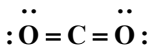
۸۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل‌های ۱ و ۲)

رنگ شعله یک نمک به کاتیون آن وابسته است؛ بنابراین باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که دو نمک ارائه شده در آن، دارای کاتیون یکسانی باشند (رد گزینه‌های ۱ و ۳).

گزینه	فرمول شیمیایی نمک اول	فرمول شیمیایی نمک دوم
۲	LiCl	Li ₂ SO ₄
۴	NaCl	NaNO ₃

۸۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۲)

با رسم مدل لوویس مشخص می‌شود که در CO₂ تعداد زوج پیوندی و ناپیوندی ۴ است.



۹۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

موارد «الف» و «ت» درست هستند.

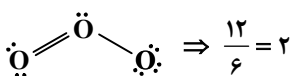
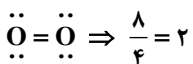
نقطه جوش و چگالی گاز اوزون در دما و فشار یکسان، بیشتر از گاز اکسیژن است.

نام دگرشکل	فرمول شیمیایی	جرم مولی	نقطه جوش (°C)
اکسیژن	O ₂	۳۲	-۱۸۳
اوزون	O ₃	۴۸	-۱۱۲

توجه کنید در دما و فشار یکسان به واسطه یکسان بودن حجم گازها چگالی گازها با جرم مولی آن‌ها متناسب است.

(ب) مقدار گاز اوزون در هواکره ناچیز، ولی مقدار گاز اکسیژن قابل توجه است (اکسیژن پس از نیتروژن دومین گاز فراوان در هواکره است).

(پ) نسبت شمار الکترون‌های ناپیوندی به پیوندی، در این دو مولکول برابر است.



۹۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

فقط مورد «پ» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) در فشار ثابت، حجم گازها با دما رابطه مستقیم دارد.

(ب) یک مول از گازهای مختلف در شرایط STP، دارای ۲۲/۴ لیتر حجم هستند.

(ت) برای توصیف یک نمونه گاز، افزون بر مقدار، باید دما و فشار آن هم مشخص باشد.

$$4/44 \text{ mg Mg(NO}_3)_2 \times \frac{1 \text{ g Mg(NO}_3)_2}{1000 \text{ mg Mg(NO}_3)_2} \times \frac{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2}{148 \text{ g Mg(NO}_3)_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ mol NO}_3^-}{1 \text{ mol Mg(NO}_3)_2} \times \frac{62 \text{ g NO}_3^-}{1 \text{ mol NO}_3^-} = 3/72 \times 10^{-3} \text{ g NO}_3^-$$

$$\Rightarrow \text{جرم کل یون نیترات} = 0/62 \times 10^{-3} + 3/72 \times 10^{-3} = 4/34 \times 10^{-3} \text{ g}$$

این مقدار یون نیترات، در ۴ لیتر آب دریاچه وجود دارد. از آنجایی که چگالی آب دریاچه ۱ گرم بر میلی لیتر است، جرم این نمونه از آب دریاچه ۴۰۰۰ گرم می باشد؛ بنابراین:

$$\text{جرم نمونه آب دریاچه} = 4 \text{ L آب} \times \frac{10^3 \text{ mL آب}}{1 \text{ L آب}} \times \frac{1 \text{ g آب}}{1 \text{ mL آب}} = 4000 \text{ g}$$

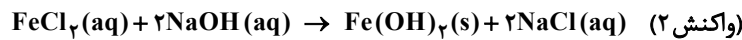
$$\text{ppm (NO}_3^-) = \frac{\text{جرم یون نیترات}}{\text{جرم نمونه آب دریاچه}} \times 10^6 = \frac{4/34 \times 10^{-3}}{4000} \times 10^6 = 1/085$$

۹۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

فلز آهن در واکنش با هیدروکلریک اسید، تشکیل آهن (II) کلرید می دهد.



محلول حاصل یعنی $\text{FeCl}_2(\text{aq})$ با سدیم هیدروکسید، تشکیل رسوب آهن (II) هیدروکسید Fe(OH)_2 می دهد.



با توجه به واکنش های ۱ و ۲ می توان رابطه ی زیر را نوشت:

$$? \text{ g Fe(OH)}_2 : 100 \text{ mL HCl} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{0/2 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol FeCl}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{1 \text{ mol Fe(OH)}_2}{1 \text{ mol FeCl}_2} \times \frac{90 \text{ g Fe(OH)}_2}{1 \text{ mol Fe(OH)}_2}$$

$$= 0/9 \text{ g Fe(OH)}_2$$

۹۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

در شرایط «B»، محلول Li_2SO_4 فراسیر شده، ولی محلول KClO_3 سیر نشده است.

در شرایط «A»، انحلال پذیری هر دو نمک یکسان است؛ بنابراین نسبت جرم حل شونده به جرم محلول نیز برای هر دو نمک برابر است.

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

در دمای ۷۰ درجه سلسیوس، a گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب حل می شود و (a + ۱۰۰) گرم محلول تولید می کند. در دمای ۳۰ درجه سلسیوس، ۱۰ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب حل می شود و ۱۱۰ گرم محلول تولید می کند؛ بنابراین به ازای (a + ۱۰۰) گرم محلول، (a - ۱۰) گرم رسوب تولید می شود؛ بنابراین:

$$\text{جرم رسوب تشکیل شده} = \frac{\text{رسوب } (a-10) \text{ g}}{\text{محلول } (100+a) \text{ g}} \times \text{محلول } 390 \text{ g} = 60 \text{ g رسوب} \Rightarrow a = 30$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

موارد «الف» و «پ» درست هستند.

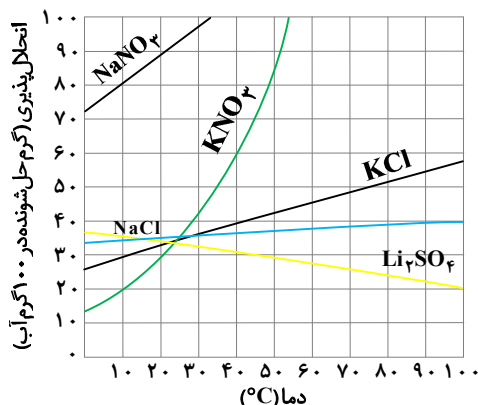
بررسی موارد:

الف) در آب نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی است.

پ) جرم مولی AsH_3 از PH_3 بیشتر است و هیچ کدام پیوند هیدروژنی تشکیل نمی دهند، در نتیجه نقطه جوش AsH_3 بیشتر است.

ب) اتانول و استون به هر نسبتی در آب حل می شوند و نمی توان انحلال پذیری آن ها را با هم مقایسه کرد.

ت) با توجه به شیب نمودار انحلال پذیری - دما، میزان وابستگی انحلال پذیری به دما در KCl بیشتر از NaCl است.



۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۲: استون حلال برخی چربی‌ها، رنگ‌ها و لاک‌ها است.

گزینه ۳: هگزان حلال ناقطبی‌ها است.

گزینه ۴: مجموع شمار اتم‌ها در هگزان (C_6H_{14}) و استون (C_3H_6O) به ترتیب برابر با ۲۰ و ۱۰ است.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

گزینه ۲: شکل (الف) نشان‌دهنده مولکول ناقطبی CO_2 است که در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کند.

سایر گزینه‌ها درست هستند.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: بر طبق قانون هنری، در دمای ثابت میزان انحلال‌پذیری یک گاز در آب با فشار رابطه مستقیم دارد.

گزینه ۲: هگزان (C_6H_{14}) یک هیدروکربن است و در ساختار آن، اتم اکسیژن وجود ندارد.

گزینه ۳: انحلال‌پذیری گاز اکسیژن در آب آشامیدنی بیشتر از آب دریا است؛ زیرا مقدار نمک‌های حل‌شده در آب آشامیدنی کمتر است.

۱۰۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۳)

با توجه به اینکه در هر سه روش تقطیر، صافی کربن و اسمز معکوس میکروپها در آب باقی می‌مانند، باید پس از استفاده از هر کدام از این

روش‌ها آب را کلرزنی کرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: در آب تصفیه شده به کمک روش تقطیر علاوه بر میکروپها، ترکیب‌های آلی فرار نیز وجود دارند، در حالی که در آب تصفیه شده به

روش اسمز معکوس فقط میکروپها وجود دارند.

گزینه ۳: کلسیم سولفات یک ماده کم محلول در آب محسوب می‌شود.

گزینه ۴: خیار شور به کمک پدیده اسمز تهیه می‌شود.