

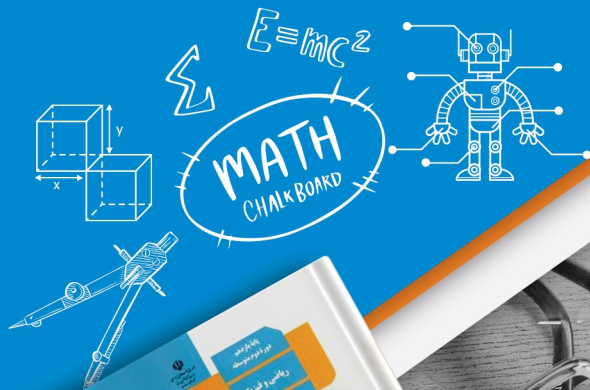
آزمون آزمایشی ۱۱ اردیبهشت

دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مرحله
۱۲



۱۴۰۴-۱۴۰۵

تذکرات مهم ↓

↙ آزمون پیشرفت تحصیلی مرحله ۱۳ گزینه دو، در روز جمعه ۱۸ اردیبهشت ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

↙ دانش آموز گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

↙↙ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

↙ کارنامه های آزمون ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مرحله ۱۲ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



دانش آموز گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد

سید امیرمحمد سیدشاکری • علی فرمد

مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری

حسابان و ریاضی ۱

گروه ریاضی
مدرسین: سید شاکری

علی صادقی • مانی خداینده

فرهاد فرزانی • سعید اکبرزاده • هادی کاظم نژاد

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

هندسه

حسین خواجهوند • مانی خداینده

امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانی

آمار و احتمال

پوپک مقدم

محمد خانگلدی

مسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

ریاضی تجربی

امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده

علیرضا صحرایی • عباس مالکی

مسئول درس: حسین افسری
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

ریاضی و آمار

کارشناسان

طراحان

علی جوهری • میلاد حاتمی • نرگس حسینی

منصوره رئیس دانا • سعید خورشیدی نسب • جواد ابادرلو • رضا بهنامی

مسئول درس: بتول خواجه پور

زیست شناسی

گروه علوم
مدرسین: محمد حسین کشانی

مریم گلی حسن لو

یوسف صباغی • محسن داودی

مسئول درس: منصور داودوندی
دستیار: ساناز دریکوندی

فیزیک

محمد احمدی

محمدعلی توسلی فر • یاسر راش • محمد احمدی • بابک اسفندی

مسئول درس: سید حامد میرقادری
دستیار: حسین سعادت

شیمی

فرزانه صاعدی • حسن علیمحمدی • روزبه اسحاقیان

فرزانه رجایی • حسن علیمحمدی • عباس روزبهانی

مسئول درس: شکیبا کریمی

زمین شناسی

کارشناسان

طراحان

محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی

مینا پزنگ • هادی قورزایی • محمدحسین صفایی • محمدرضا پیرو • حمزه کریم تباح فر • امیرمهدی اسفندی

مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: سپهر سالارکیا

علوم و فنون ادبی

مهتاب شیرازی • هستی ناصح

علیرضا مختاری • الهام میرزایی • آزاده میرزایی • مبینا تاجیک

مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

جامعه شناسی

علی شکری • فاطمه یاری

نگین تربیتی • مهدی پارچه باف دولتی • حسین سعادت بهشتی

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیان

روان شناسی

فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • سارا حمزه • صبا پهلوان

سید محسن ماهینی • ولی برجی • حمیدرضا قائد امینی • جواهر فرحات • آریا ذوقی • امینه کارآمد

مسئولین درس: پویا رضاداد • محمدحسین حقیقت

زبان عربی

گروه انسانی
مدرسین: اکبر آخوندی

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

مهسا اصغری • سیده ساره زاهدی • فاطمه نیتی

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

تاریخ

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

سیده ساره زاهدی • الهه ریاحی نسب • محسن سلیمانی

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

جغرافیا

ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور • امیررضا علیزاده

محمدحسین خدام • فاطمه شریف زاده • محسن انصاری

مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فرزاد مختاری نژاد

فلسفه و منطق

کوثر رعدی

میترا چینی ساز • طاهره کریمی • علی محسنی • آیدانا رستمی • محمدرضا مبارکی • آرش بدری

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

اقتصاد

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۱)

نکته: اگر D اندازه یک زاویه برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آنگاه:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

با توجه به اینکه مجموع زوایای هر مثلث 180° است، داریم:

$$\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 40^\circ \quad (\text{مثلث متساوی الساقین است.})$$

$$\frac{40^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{40\pi}{180} = \frac{2\pi}{9} \text{ rad}$$

۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۱)

نکته ۱: اگر D اندازه زاویه برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، داریم: $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ نکته ۲: همواره بین اندازه یک زاویه مانند θ (برحسب رادیان) و طول کمان روبه‌رو به آن (ℓ) در یک دایره به شعاع r رابطه زیر برقرار است:

$$\theta = \frac{\ell}{r}$$

ابتدا با استفاده از نکته ۱، اندازه زاویه را برحسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

حال با توجه به نکته ۲، داریم:

$$\frac{2\pi}{3} = \frac{\ell}{24} \Rightarrow \ell = 16\pi \text{ cm}$$

۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: برخی ویژگی‌های لگاریتم (با فرض برقرار بودن شرایط دامنه):

$$1) \log_c a + \log_c b = \log_c ab$$

$$2) \log_c a = n \Leftrightarrow a = c^n$$

$$3) \log_c a^n = n \log_c a$$

با توجه به نکته، معادله را حل می‌کنیم:

$$\log_2(x-2) + \log_2(x+4) = 4 \Rightarrow \log_2(x-2)(x+4) = 4 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 2^4 \Rightarrow x^2 + 2x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ \text{یا} \\ x=-6 \end{cases}$$

با توجه به دامنه لگاریتم قابل قبول نیست.

بنابراین:

$$\log_2 x \sqrt{x} = \log_2 4 \times 4^{\frac{1}{2}} = \log_2 2^{\frac{4}{2}} = \frac{4}{3} \log_2 2 = \frac{4}{3}$$

۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: اگر x_0 یک عدد حقیقی باشد، هر بازه باز شامل x_0 را یک «همسایگی x_0 » می‌نامیم. اگر نقطه x_0 را از این بازه حذف کنیم،مجموعه $\{x_0\} - (a, b)$ را یک همسایگی محذوف x_0 می‌گوییم.با توجه به نکته، عدد ۲ باید عضو بازه $(2x-1, 4x+3)$ باشد، یعنی:

$$\begin{cases} 2x-1 < 2 \Rightarrow 2x < 3 \Rightarrow x < \frac{3}{2} \\ 4x+3 > 2 \Rightarrow 4x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{4} < x < \frac{3}{2}$$

در این محدوده دو عدد صحیح صفر و ۱ قرار دارند، بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۳)

نکته: اگر دو تابع f و g در نقطه $x = a$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ ، آنگاه:

الف) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \pm L_2$ (حد مجموع و حد تفاضل)

ب) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \times g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \times L_2$ (حد حاصل ضرب)

ج) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L_1}{L_2}$ (حد خارج قسمت) (با شرط $L_2 \neq 0$)

با توجه به تابع $g(x)$ داریم: $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2$. از طرفی به دلیل اینکه $f + g$ و g دارای حد هستند، پس تابع f نیز حد دارد و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2$$

بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 3}{g(x) + 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) - 3)}{\lim_{x \rightarrow 2} (g(x) + 2)} = \frac{2 \times 2 - 3}{2 + 2} = \frac{1}{4}$$

۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۱ نکته: $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha$ ، $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin \alpha$ ، $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\cot \alpha$

۲ نکته: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

با توجه به نکات بالا، داریم:

$$g(x) = f(x) \cdot f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = (\sin x + \cos x) \left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = (\sin x + \cos x)(\cos x - \sin x) = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

بنابراین:

$$g\left(\frac{\pi}{8}\right) = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۷- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: قانون توان در لگاریتم:

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

اگر جرم اولیه این عنصر m_0 باشد، داریم:

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^T \Rightarrow \frac{1}{50} m_0 = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{602} \Rightarrow \frac{1}{50} = \left(\frac{1}{2}\right)^{602}$$

با فرض $\frac{t}{602} = x$ داریم:

$$\Delta_0^{-1} = 2^{-x} \xrightarrow{\text{معکوس}} 2^x = \Delta_0 \xrightarrow{\text{لگاریتم درمبنای ۱۰}} \log 2^x = \log \Delta_0 \Rightarrow x \log 2 = \log \Delta_0$$

$$x = \frac{\log \Delta_0}{\log 2} = \frac{\log 10 + \log \Delta_0}{\log 2} = \frac{1 + 1 - \log 2}{\log 2} = \frac{2 - \log 2}{\log 2} = \frac{2 - 0.301}{0.301} = \frac{1.699}{0.301}$$

$$\Rightarrow \frac{t}{602} = \frac{1.699}{0.301} \Rightarrow t = \frac{602 \times 1.699}{0.301} = 2 \times 1699 = 3398$$

۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: $\log_b a \times \log_a b = 1$ ، $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$ ، $\log_a a = 1$

مطابق نکته اگر به جای ۱، در عبارت داده شده، $\log_3 3$ قرار دهیم، داریم:

$$A = (\log_{12} 3)(1 + \log_3 4) = (\log_{12} 3)(\log_3 3 + \log_3 4) = (\log_{12} 3)(\log_3 3 \times 4) = \log_{12} 3 \times \log_3 12 = 1$$

۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

نکته: $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$

با توجه به رابطه $\cos(\alpha + \beta)$ داریم:

$$f(x) = \sin x \sin 2x - \cos x \cos 2x = -(\cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x) = -\cos(x + 2x) \Rightarrow f(x) = -\cos 3x$$

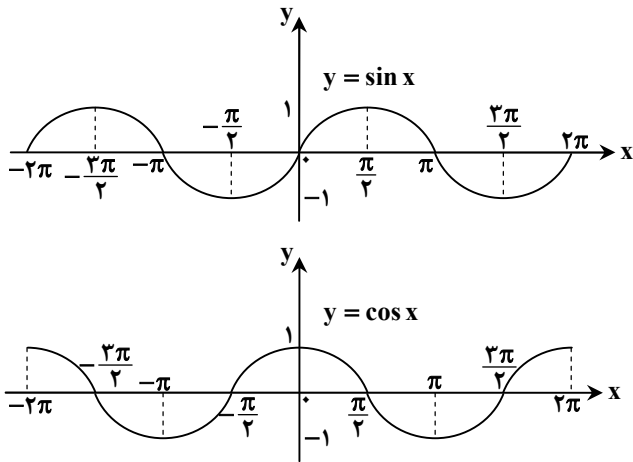
بنابراین:

$$f\left(\frac{\pi}{18}\right) = -\cos \frac{3\pi}{18} = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

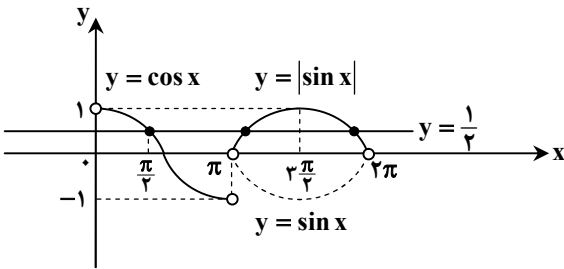
۱۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۳)

نکته ۱: توابع $y = \sin x$ و $y = \cos x$ را «توابع مثلثاتی» گویند. دامنه این توابع مجموعه \mathbb{R} و برد آن‌ها $[-1, 1]$ است. (گاهی به نمودار $y = \sin x$ موج سینوسی و به نمودار $y = \cos x$ موج کسینوسی نیز گویند).



نکته ۲: برای رسم $y = |f(x)|$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم و قسمت‌های پایین محور طول‌ها را به بالا قرینه نماییم. با توجه به نمودار $y = \sin x$ و $y = \cos x$ ، نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم:



واضح است که خط افقی $y = \frac{1}{2}$ در سه نقطه نمودار f را قطع می‌نماید.

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس‌های ۲ و ۳)

نکته: اگر دو تابع f و g در نقطه $x = a$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_2$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L_1 \pm L_2$$

حد راست و چپ را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

توجه کنید مقدار تابع $[x]$ در همسایگی راست ۲، برابر ۲ و در همسایگی چپ ۲، برابر ۱ است.

همچنین با توجه به نمودار f ، تابع f در سمت راست ۲ به عدد ۲ و در سمت چپ ۲ به عدد ۳ نزدیک می‌شود، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} ([x] + f(x)) = 2 + 2 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} ([x] + f(x)) = 1 + 3 = 4$$

دو مقدار به‌دست آمده با یکدیگر برابر هستند، پس تابع در $x = 2$ حد دارد و حد آن برابر ۴ است.

۱۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

نکته: تابع f را در $x = c$ پیوسته گوییم، هرگاه: $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

طبق نکته، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1)$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2 - \sqrt{3-x}}{x^2 - 1} \times \frac{2 + \sqrt{3-x}}{2 + \sqrt{3-x}} = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x+1}{(x+1)(x-1) \times 4} = -\frac{1}{8} \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1) = 1 - a \end{cases} \Rightarrow 1 - a = -\frac{1}{8} \Rightarrow a = \frac{9}{8}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس‌های ۲ و ۴)

۱۳- پاسخ: گزینه ۱

ابتدا تعیین می‌کنیم وقتی $x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-$ مقادیر x در کدام محدوده هستند.

$$\begin{aligned} x \rightarrow (-\frac{1}{2})^- &\Rightarrow x < -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{x} > -2 \Rightarrow -\frac{1}{x} < 2 \Rightarrow -\frac{1}{x} \rightarrow 2^- \\ \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{2x^2 + 3x \left[-\frac{1}{x}\right] + 1}{-2x^2 - 3x \left[x\right] + 2} &= \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{2x^2 + 3x \left[2^-\right] + 1}{-2x^2 - 3x \left[-\frac{1}{2}\right] + 2} = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{2x^2 + 3x + 1}{-2x^2 + 3x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{(2x+1)(x+1)}{(2x+1)(-x+2)} = \frac{-\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}+2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس‌های ۱ تا ۳)

۱۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

نکته: $\log_b b = 1$

نکته: $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$

راه حل اول:

$$\log_b ab = A \Rightarrow \log_b a + \log_b b = A \Rightarrow \log_b a = A - 1$$

از طرفی داریم:

$$\log_{ab} a = \frac{1}{\log_a ab} = \frac{1}{\log_a a + \log_a b} = \frac{1}{1 + \frac{1}{A-1}} = \frac{1}{\frac{A-1+1}{A-1}} = \frac{A-1}{A} = 1 - \frac{1}{A}$$

راه حل دوم:

$$\log_b ab = A \Rightarrow ab = b^A \Rightarrow a = b^{A-1}$$

$$\log_{ab} a = \log_{b^{A-1} b} b^{A-1} = \log_{b^A} b^{A-1} = (A-1) \log_{b^A} b = \frac{A-1}{\log_b b^A} = \frac{A-1}{A \log_b b} = \frac{A-1}{A} = 1 - \frac{1}{A}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: اگر تابع f وارون پذیر باشد و $f(a) = b$ ، آنگاه: $f^{-1}(b) = a$

نکته ۲: شرط تعریف تابع $y = \log_b a$ ، $a > 0$ ، $b > 0$ و $b \neq 1$ است.

نکته ۳: جدول تعیین علامت تابع خطی $y = ax + b$ به صورت روبه‌رو است:

x	$-\frac{b}{a}$
$ax + b$	مخالف علامت a موافق علامت a

مطابق نکته ۱، داریم:

$$f^{-1}(3) = 7 \Rightarrow f(7) = 3 \Rightarrow \log_7(7a+b) = 3 \Rightarrow 7a+b = 3^3 \Rightarrow 7a+b = 27 \quad (*)$$

از طرفی مطابق صورت سؤال، دامنه این تابع به صورت $(\frac{1}{4}, +\infty)$ است. با استفاده از نکات ۲ و ۳، داریم:

x	$\frac{1}{4}$
$ax + b$	$-$ $+$

$$\Rightarrow a \times \frac{1}{4} + b = 0 \Rightarrow \frac{1}{4}a + b = 0 \quad (**)$$

با حل دستگاه شامل معادلات (*) و (**) داریم:

$$\begin{cases} 7a + b = 27 \\ \frac{1}{4}a + b = 0 \end{cases}$$

$$\frac{27a}{4} = 27 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -1$$

$$a + b = 3$$

بنابراین:

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

۱۶- پاسخ: گزینه ۱

نکته: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

نکته: در محاسبه حدود گاهی می توانیم از تغییر متغیر استفاده کنیم بدین صورت که اگر $x \rightarrow a$ آنگاه $x - a = t$ سپس با قرار دادن $x = t + a$ در حد، آن را فقط بر حسب متغیر t می نویسیم.

از تغییر متغیر $x - \frac{\pi}{2} = t$ استفاده می کنیم و داریم:

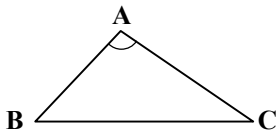
$$x = t + \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cos 3x}{(2x - \pi)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(t + \frac{\pi}{2}) \cos(3t + \frac{3\pi}{2})}{(2(t + \frac{\pi}{2}) - \pi)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t \times \sin 3t}{4t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin t}{t} \times \frac{\sin 3t}{3t} \times \frac{3}{4} = -\frac{3}{4}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۷- پاسخ: گزینه ۱

نکته: یکی از کاربردهای بازتاب، حل مسائلی است که به مسائل هم پیرامونی یا هم محیطی معروف است. در این گونه مسائل، هدف این است که بدون این که محیط یک چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم. یادآوری از ریاضی دهم: مساحت هر مثلث، برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع، در سینوس زاویه بین آن دو ضلع:



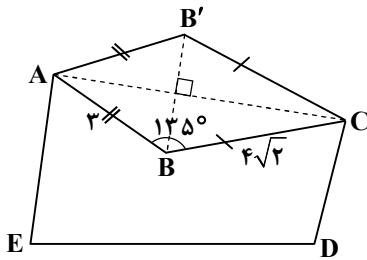
$$S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

با توجه به نکته، رأس B را نسبت به خط AC بازتاب می دهیم.

میزان افزایش مساحت در این شکل، دو برابر مساحت مثلث ABC است و داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin \hat{B} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$$

بنابراین میزان افزایش مساحت، برابر $6 \times 2 = 12$ است.



▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

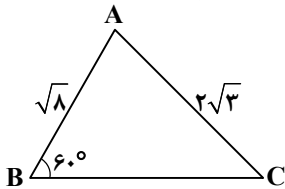
۱۸- پاسخ: گزینه ۲

نکته (قضیه سینوسها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.

با استفاده از قضیه سینوسها زاویه C را به دست می آوریم. با معلوم شدن زاویه B و C به راحتی می توان زاویه A را هم به دست آورد.



$$\frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{AB}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{\sqrt{13}}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{8}}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin \hat{C}} \Rightarrow 4 = \frac{2\sqrt{2}}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

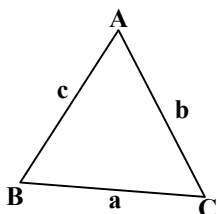
سینوس زوایای 45° و 135° برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}$ می باشد. ولی در این سؤال اگر $\hat{C} = 135^\circ$ باشد، مجموع زوایای مثلث از 180° بیشتر می شود که قابل قبول نیست؛ لذا $\hat{C} = 45^\circ$ و داریم:

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۴)

۱۹- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه های هر دو ضلع در سینوس زاویه بین آنها:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \cdot \sin \hat{B}$$

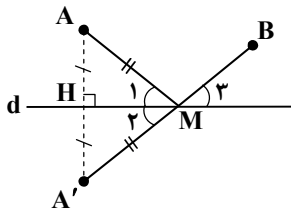
ابتدا با توجه به حاصل خواسته شده، روابط سینوس زوایا را بر حسب اضلاع و مساحت مثلث می نویسیم:

$$S_{\triangle ABC} = S = \frac{1}{2}bc \sin \hat{A} = \frac{1}{2}ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2}ab \sin \hat{C} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{2S}{bc}, \sin \hat{B} = \frac{2S}{ac}, \sin \hat{C} = \frac{2S}{ab}$$

اکنون با جایگذاری مقادیر به دست آمده در عبارت صورت سؤال، داریم:

$$\frac{a^2 \sin \hat{B} \cdot \sin \hat{C}}{\sin \hat{A}} = \frac{a^2 \left(\frac{2S}{ac}\right) \left(\frac{2S}{ab}\right)}{\frac{2S}{bc}} = \frac{a^2 bc}{a^2 bc} (2S) = 2S$$

۲۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

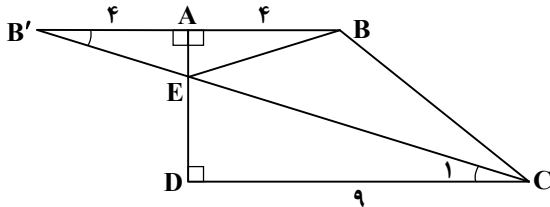


نکته (مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه ترین مسیر): خط d و نقاط A و B در یک طرف آن مفروض اند. برای به دست آوردن نقطه M روی خط d به طوری که $AM + MB$ کمترین مقدار باشد، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا می کنیم و A' می نامیم. سپس A' را به B وصل می کنیم. محل تلاقی پاره خط $A'B$ با خط d ، نقطه M خواهد بود. در این صورت داریم:

$$AM = A'M, \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3$$

طبق نکته فوق، بازتاب B را نسبت به AD یافته تا B' حاصل شود. B' را به C وصل می کنیم تا AD را در E قطع کند. $BE + EC$ کمترین مقدار ممکن خواهد بود و با توجه به ثابت بودن مقدار BC ، مثلث BEC کمترین محیط را دارد.

مثلث های AEB' و EDC متشابه هستند و داریم:



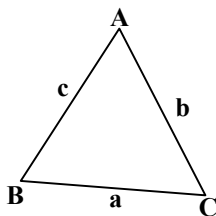
$$\left. \begin{aligned} BB' \parallel CD, \text{ مورب } CB' \Rightarrow \hat{B}' = \hat{C}_1 \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle AEB' \sim \triangle EDC$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{AB'}{DC} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{4}{9}$$

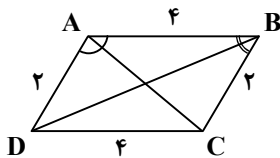
۲۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۲)

نکته (قضیه کسینوس ها): در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع های اندازه های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$



مطابق شکل و با توجه به نکته، داریم:



$$\triangle ABD: BD^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \times 2 \times 4 \times \cos \hat{A} = 20 - 16 \cos \hat{A} \quad (1)$$

$$\triangle ABC: AC^2 = 2^2 + 4^2 - 2 \times 2 \times 4 \times \cos \hat{B} = 20 - 16 \cos \hat{B} \quad (2)$$

و از آنجایی که زوایای A و B مکمل هستند، داریم:

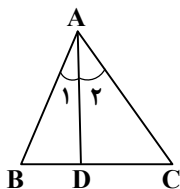
$$\cos \hat{A} = -\cos \hat{B} \quad (*)$$

و با جمع روابط (1) و (2) و استفاده از رابطه (*) خواهیم داشت:

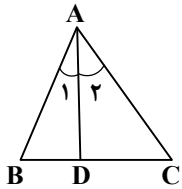
$$BD^2 + AC^2 = 20 - 16 \cos \hat{A} + 20 - 16(-\cos \hat{A}) = 40$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۳)

نکته: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه رو به آن زاویه را به نسبت اندازه های ضلع های آن زاویه تقسیم می کند.



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



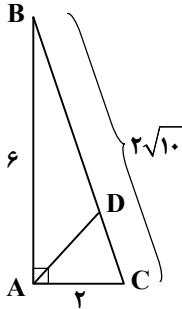
نکته: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه، منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

ابتدا به کمک قضیه فیثاغورس، اندازه وتر BC را به دست می‌آوریم:

$$BC = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

حال با توجه به نکته اول و مطابق شکل، طول قطعات BD و DC را به دست می‌آوریم:



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{BD}{2\sqrt{10} - BD} \Rightarrow 6\sqrt{10} - 3BD = BD \Rightarrow 4BD = 6\sqrt{10} \Rightarrow BD = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$CD = BC - BD = 2\sqrt{10} - \frac{3\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

و در نهایت با توجه به نکته دوم، اندازه نیمساز AD برابر است با:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD = 6 \times 2 - \left(\frac{3\sqrt{10}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right) = 12 - \frac{15}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow AD = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

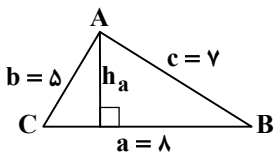
۲۳- پاسخ: گزینه ۱ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۴)

نکته: در مثلث ABC، که $BC = a$ و $AB = c$ و $AC = b$ مساحت از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \text{ (دستور هرون)}$$

که در این دستور $P = \frac{a+b+c}{2}$ نصف محیط مثلث است.

ابتدا با استفاده از دستور هرون مساحت مثلث ABC را می‌یابیم.



$$P = \frac{1}{2}(\delta + \gamma + \lambda) = 10 \Rightarrow S = \sqrt{10(10-\delta)(10-\gamma)(10-\lambda)}$$

$$S = \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = 10\sqrt{3}$$

کوچک‌ترین ارتفاع، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع است. بنابراین در شکل فوق باید h_a را محاسبه کنیم.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \times 10\sqrt{3}}{8} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

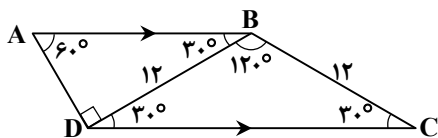
۲۴- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۱)

نکته (قضیه سینوس‌ها): در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

که شعاع دایره محیطی مثلث است.

با توجه به شکل روبه‌رو، داریم:



$$AB \parallel DC, DB \text{ مورب} \Rightarrow \hat{ABD} = 30^\circ \Rightarrow \hat{ADB} = 90^\circ$$

$$BD = BC \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ, \hat{DBC} = 120^\circ$$

$$\triangle BDC: \frac{DC}{\sin 120^\circ} = \frac{BC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \frac{DC}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{12}{\frac{1}{2}} \Rightarrow DC = 12\sqrt{3}$$

$$\triangle ABD: \sin 60^\circ = \frac{DB}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12}{AB} \Rightarrow AB = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABD، ضلع مقابل به زاویه 30° ، نصف وتر است، پس:

$$AD = \frac{1}{2} AB = 4\sqrt{3}$$

$$\text{محیط دوزنقه} = AB + AD + DC + BC = 8\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 12 = 12 + 24\sqrt{3}$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را متجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

الف) سه نقطه O, M, M' روی یک خط راست باشند.

ب) $OM' = |k| \cdot OM$

اگر k مثبت باشد، M' روی نیم خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.

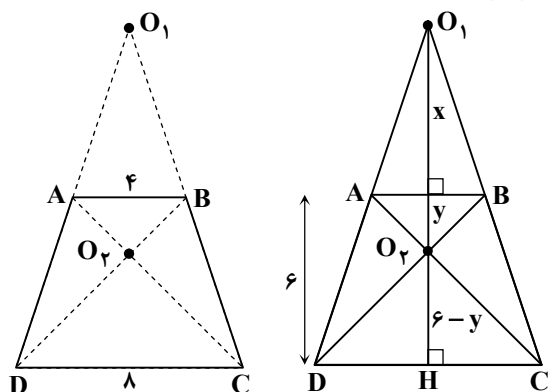
مثال: $k = 2$ $OM' = 2OM$

$k = \frac{1}{2}$ $OM' = \frac{1}{2}OM$

اگر k منفی باشد، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می‌گیرد.

مثال: $k = -2$ $OM' = 2OM$

دو پاره خط موازی و غیرمساوی می‌توانند به صورت مستقیم یا معکوس متجانس یکدیگر باشند. O_1 که محل تلاقی امتداد AD و BC است، مرکز تجانس مستقیم و O_2 که محل تلاقی AC و BD است، مرکز تجانس معکوس آن‌ها است.



$$\triangle O_1DC: \frac{x}{x+6} = \frac{AB}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x = x+6 \Rightarrow x=6$$

$$\triangle ABO_2 \sim \triangle O_2DC: \frac{y}{6-y} = \frac{AB}{DC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

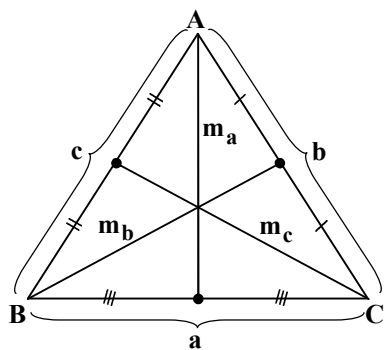
$$\Rightarrow 2y = 6-y \Rightarrow y=2$$

بنابراین:

$$O_1O_2 = x+y = 6+2 = 8$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۲)

نکته (قضیه میانه‌ها): بر طبق قضیه میانه‌ها در مثلث ABC در شکل زیر داریم:

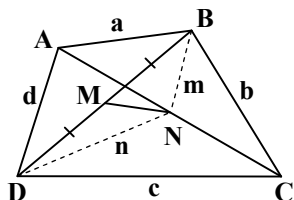


$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2}$$

$$a^2 + c^2 = 2m_b^2 + \frac{b^2}{2}$$

$$a^2 + b^2 = 2m_c^2 + \frac{c^2}{2}$$

برطبق قضیه میانه‌ها در شکل مقابل، داریم:



$$\begin{cases} \triangle ABC: a^2 + b^2 = 2m^2 + \frac{AC^2}{2} \\ \triangle ADC: d^2 + c^2 = 2n^2 + \frac{AC^2}{2} \end{cases}$$

دو رابطه به دست آمده را جمع می‌کنیم:

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2(m^2 + n^2) + AC^2 \Rightarrow 72 = 2(m^2 + n^2) + AC^2 \quad (I)$$

و بر طبق قضیه میانه‌ها در مثلث BND با فرض $MN = x$ ، داریم:

$$m^2 + n^2 = 2x^2 + \frac{BD^2}{2} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow 72 = 2(2x^2 + \frac{BD^2}{2}) + AC^2 = 4x^2 + (BD^2 + AC^2) = 4x^2 + 36 \Rightarrow 4x^2 = 36 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۱)

نکته (فراوانی نسبی یک داده): با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، فراوانی نسبی آن داده به دست می‌آید. اگر فراوانی نسبی داده‌ها در ۱۰۰ ضرب شود، آنگاه درصد داده‌ها به دست می‌آید.

اگر f_i فراوانی مطلق دسته A_m و n تعداد داده‌ها باشد، فراوانی نسبی دسته A_m برابر کسر $\frac{f_i}{n}$ است، لذا داریم:

$$f_4 = \frac{13}{7+15+10+13+5} = \frac{13}{50} = 0.26$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۱)

۲۸- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: روش‌های گردآوری داده‌ها عبارت‌اند از: (۱) مشاهده (۲) مصاحبه (۳) پرسش‌نامه (۴) دادگان‌ها
نکته ۲ (مشاهده): گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو، مانند شمارش تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک تقاطع در هر ساعت یا اندازه‌گیری وزن محصولات یک باغ میوه.

نکته ۳ (پرسش‌نامه): مجموعه سؤالات از پیش تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شود. این روش مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است. مرکز آمار ایران هر ۱۰ سال یک‌بار با استفاده از پرسش‌نامه اطلاعات همه خانوارهای ساکن در ایران را گردآوری می‌کند. به این فرایند، سرشماری نفوس و مسکن می‌گوییم.

نکته ۴ (مصاحبه): معمولاً بین دو نفر صورت می‌گیرد: یکی مصاحبه‌گر (همان آمارگیر) و دیگری مصاحبه‌شونده یا پاسخگو است. مثلاً اگر بخواهیم درباره مسائل فرهنگی کاهش شد آمد (ترافیک) پژوهش کنیم، مصاحبه از صاحب‌نظران راه حل مناسبی برای گردآوری داده‌هاست. از این روش، بیشتر زمانی استفاده می‌شود که آمارگیر از همه پاسخ‌های ممکن اطلاع کافی ندارد.

نکته ۵ (دادگان): شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است. در بسیاری از موارد، داده‌ها را می‌توان از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده است، به دست آورد. اگر قرار است تحقیقی در مورد نمره‌های دروس ریاضی استان‌ها انجام شود، اطلاعات ثبتی اداره کل آموزش و پرورش راه‌گشا خواهد بود. از سوی دیگر به دلیل تولید داده‌ها به صورت خودکار، در بسیاری از مؤسسات و سامانه‌ها، استفاده از این روش برای گردآوری داده‌ها به سرعت رواج یافته است.

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ روش ارائه شده برای موضوع مورد نظر مناسب است، اما تأثیر مصرف شیرینی و نوشابه روی بیماری دیابت، از طریق آزمایش و مشاهده امکان‌پذیر است. پس گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۴)

۲۹- پاسخ: گزینه ۴

نکته: پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد، به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

نکته: $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

احتمال قبولی فرد A و B ، پیشامدهای مستقل هستند. خواسته سؤال به صورت زیر است:

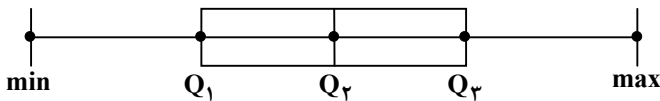
$$\begin{cases} P(A) = 0.6 \\ P(B) = 0.8 \end{cases} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0.6 \times 0.8 = 0.48$$

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0.6 + 0.8 - 0.96 = 0.44$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

نکته: به نمودار زیر، نمودار جعبه‌ای می‌گوییم. در این نمودار چارک اول، میانه، چارک سوم، بیشترین و کمترین مقدار داده‌ها به‌طور هم‌زمان نشان داده می‌شود.



ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$5, 7, 9, 12, 13, 18, 20, 22, 25 \Rightarrow a = \text{کوچک‌ترین داده} = 5$$

b نیز چارک سوم داده‌ها می‌باشد که عبارت است از میانگین داده‌های هفتم و هشتم:

$$b = \text{چارک سوم} = \frac{20 + 22}{2} = 21$$

پس $a + b = 5 + 21 = 26$ می‌باشد.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

۳۱- پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱: اگر A و B دو پیشامد باشند که $P(A) > 0$ ، آنگاه $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$.

نکته ۲: وقتی مهره‌ها پی‌درپی (متوالیاً) و بدون جای‌گذاری یا با جای‌گذاری خارج می‌شوند از قانون ضرب احتمال استفاده می‌کنیم.

نکته ۳: احتمال آنکه پیشامد A رخ ندهد برابر است با: $P(A') = 1 - P(A)$.

حداقل یک مهره قرمز باشد یعنی یکی از دو مهره قرمز باشد یا هر دو مهره قرمز باشند.

راه حل اول:

$$P(\text{اولی غیر قرمز | دومی قرمز}) \cdot P(\text{اولی غیر قرمز}) + P(\text{اولی قرمز | دومی غیر قرمز}) \cdot P(\text{اولی قرمز}) = P(\text{حداقل یک مهره قرمز})$$

$$+ P(\text{اولی قرمز | دومی قرمز}) \cdot P(\text{اولی قرمز}) = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} + \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} + \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = 3 \times 0.25 = 0.75$$

راه حل دوم:

برای محاسبه سریع تر، بهتر است با توجه به نکته ۳، روش متمم را به کار ببریم. یعنی ابتدا احتمال آن را محاسبه کنیم که اصلاً مهره قرمز خارج نشود و سپس از یک کم کنیم، پس داریم:

۴ سفید
۵ قرمز
۱ سبز
۱۰ مهره

هر دو مهره سفید یا سبز هستند

$$P(\text{مهره قرمز خارج نشود}) = 1 - P(\text{حداقل یک مهره قرمز}) = 1 - \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = 0.75$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته ۱: در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A، «احتمال A به شرط رخ دادن B» (که آن را «P ی A به شرط B» نیز می خوانیم) به شکل زیر تعریف می شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته ۲: برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه S داریم:

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) \quad , \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

پیشامدهای زیر را در نظر می گیریم:

$$A: \text{پیشامد اینکه دچار نقص فنی نشود: } P(A) = 0.9 \Rightarrow P(A') = 1 - 0.9 = 0.1$$

$$B: \text{پیشامد اینکه به خط پایان برسد: } P(B') = 0.2 \Rightarrow P(B) = 1 - 0.2 = 0.8$$

$$P(B|A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = 0.3 \Rightarrow \frac{P(B - A)}{0.1} = 0.3 \Rightarrow \frac{P(B) - P(A \cap B)}{0.1} = 0.3$$

$$\Rightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0.3 \times 0.1 = 0.03 \Rightarrow 0.8 - P(A \cap B) = 0.03 \Rightarrow P(A \cap B) = 0.77$$

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P((A \cup B)')}{0.2} = \frac{1 - P(A \cup B)}{0.2} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{0.2}$$

$$\Rightarrow P(A'|B') = \frac{1 - 0.9 - 0.8 + 0.77}{0.2} = \frac{0.07}{0.2} = 0.35$$

۳۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته ۱ (انحراف معیار داده ها): اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف معیار آن ها را با نماد σ نشان می دهیم، که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ ، را انحراف داده i ام از میانگین داده ها می گویند.نکته ۲ (واریانس داده ها): توان دوم انحراف معیار داده ها را «واریانس داده ها» گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می دهیم.

نکته ۳ (ضریب تغییرات داده ها): معیاری است که از تقسیم انحراف معیار داده ها (σ) به میانگین داده ها (\bar{x}) به دست می آید و آن را با نماد CV نشان می دهند:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

هر قدر ضریب تغییرات کمتر باشد، میزان پراکندگی داده ها کمتر خواهد شد که این موضوع برای ما مطلوب است.

نکته ۴: اگر واریانس یا انحراف معیار برابر صفر باشد، آنگاه تمام داده ها برابرند و بالعکس.

با توجه به نکات بالا داریم:

$$2x + 3, y + 2, 2z - 1, 9 \xrightarrow{\sigma=0} 2x + 3 = y + 2 = 2z - 1 = 9 \Rightarrow x = 3, y = 7, z = 5$$

اکنون ضریب تغییرات داده‌های زیر را می‌یابیم.

$$1, 3, 7, 5 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1+3+7+5}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (7-4)^2 + (5-4)^2}{4} = \frac{9+1+9+1}{4} = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

بنابراین: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

۳۴- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

نکته: برآورد نقطه‌ای پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جای‌گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر؛ به بیان دیگر مقدار عددی آماره را «برآورد» یا «برآورد نقطه‌ای» می‌نامند.

جمله از چند میله تشکیل شده است به این معناست که در نمونه‌های سه‌عضوی چند برآورد مختلف برای میانگین این جامعه وجود دارد.

تعداد کل نمونه‌های سه‌عضوی: $\binom{5}{3} = 10$

$$\{2, 3, 4\}, \{2, 3, 6\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 7\}, \{3, 4, 6\}, \{3, 4, 7\}, \{3, 6, 7\}, \{2, 6, 7\}, \{4, 6, 7\}$$

مجموع اعضای تمام نمونه‌های سه‌عضوی را محاسبه می‌کنیم تا ببینیم چند مقدار مشابه وجود دارد.

$$9, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 16, 15, 17$$

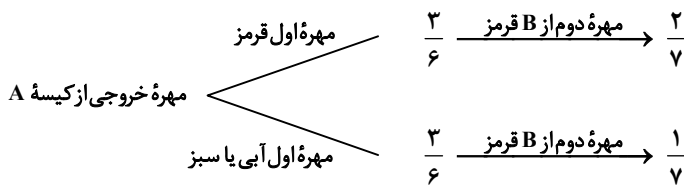
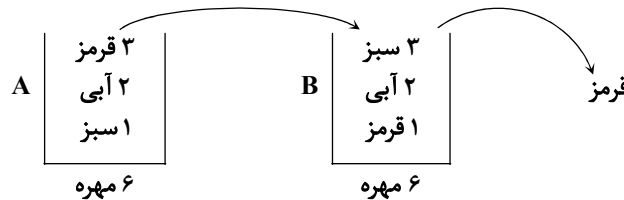
بنابراین ۸ میله متفاوت به وجود می‌آید.

۳۵- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

در این تست، پیشامد آنکه مهره خروجی از کیسه B قرمز باشد، به این بستگی دارد که مهره انتقالی از کیسه A به کیسه B قرمز بوده یا قرمز نبوده است، پس با توجه به نکات، داریم:



حال طبق قانون احتمال کل، داریم:

$$P(\text{مهره دوم، قرمز}) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{7} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$$

فیزیک



۳۶- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با توجه به اینکه در ساختمان‌ها وسایل برقی به شکل موازی قرار می‌گیرند، ابتدا توان مصرفی مجاز را به دست می‌آوریم.

$$P = VI \Rightarrow P = (200)(15) = 3000 \text{ W}$$

$$P = P_{\text{لامپ}} + P_{\text{ماشین لباس شویی}} + P_{\text{بخاری}} + P_X \Rightarrow 3000 = 100 + 1600 + 1000 + P_X \Rightarrow P_X = 300 \text{ W}$$

۳۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با بستن کلید، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد.

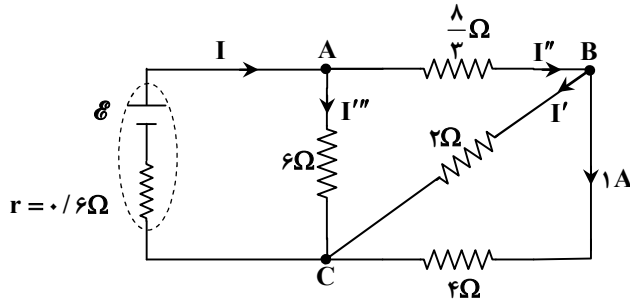
$$R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_T \uparrow \Rightarrow \begin{cases} L_p \text{ پرنورتر می‌شود} \\ \mathcal{E} - Ir = V \Rightarrow V \downarrow \end{cases}$$

چون ولتاژ مدار کاهش می‌یابد، خواهیم داشت:

$$\text{مدار } V = V_{1,2} + V_3 \xrightarrow[V_3 \uparrow]{V \downarrow} V_{1,2} \downarrow \Rightarrow V_2 \downarrow$$

بنابراین ولتاژ و در نتیجه جریان لامپ L_p کاهش می‌یابد و نور آن کمتر می‌شود.

۳۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)



$$V_{BC} = 4 \times 1 = 2I' \Rightarrow I' = 2A$$

$$I'' = 2 + 1 = 3A$$

$$R_{2,4, \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = 4\Omega$$

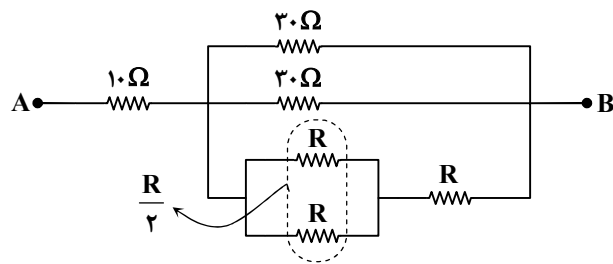
$$V_{AC} = 4 \times I'' = 6I''' \Rightarrow 4 \times 3 = 6I''' \Rightarrow I''' = 2A$$

$$I = 2 + 3 = 5A$$

$$R_{eq} = \frac{6 \times 4}{6 + 4} = 2.4\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow 5 = \frac{\mathcal{E}}{2.4 + 0.6} \Rightarrow \mathcal{E} = 15V$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)



$$R_{eq} = 10 + \left\{ 20 \parallel 20 \parallel \frac{3}{2}R \right\}$$

$$\Rightarrow R = 10 + (15 \parallel \frac{3}{2}R)$$

$$\Rightarrow R - 10 = \frac{15 \times \frac{3}{2}R}{15 + \frac{3}{2}R} \Rightarrow (R - 10)(30 + 3R) = 45R$$

$$\Rightarrow 3R^2 - 45R - 300 = 0 \Rightarrow R^2 - 15R - 100 = 0 \Rightarrow (R - 20)(R + 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 20\Omega \\ R = -5\Omega \end{cases}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$\text{در حالت کلید باز: } R_{eq} = 6 + 5 = 11\Omega \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} = \frac{36}{11 + 1} = 2A = I_{\text{آمپرسنج}}$$

$$\text{در حالت کلید بسته: } R'_{eq} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} + 5 = 9\Omega \Rightarrow I' = \frac{\mathcal{E}}{R'_{eq} + r} = \frac{36}{9 + 1} = 3.6A$$

$$\left. \begin{aligned} I_{6\Omega} + I_{12\Omega} &= 3/6 \\ 6I_{6\Omega} &= 12I_{12\Omega} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I_{6\Omega} = 2/4A = I'_{\text{آمپرسنج}}$$

$$I'_{\text{آمپرسنج}} - I_{\text{آمپرسنج}} = 2/4 - 2 = -0.6A \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج } 0.6A \text{ کاهش می‌یابد}$$

۴۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

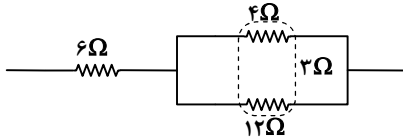
$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{8 - 2}{2 + 1 + 1} = \frac{3}{2}A$$

$$P_{1 \text{ خروجی}} = \mathcal{E}_1 I - I^2 r_1 = 8 \times \frac{3}{2} - \frac{9}{4} \times 1 = \frac{48 - 9}{4} = \frac{39}{4}W$$

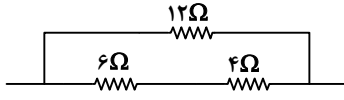
۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} \Rightarrow 1/5 = \frac{15}{2 + R_{eq}} \Rightarrow R_{eq} = 8\Omega$$

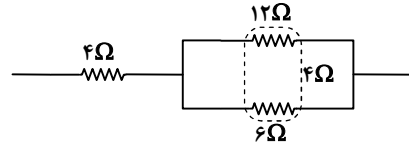
سه مقاومت $R_1 = 12\Omega$ ، $R_2 = 6\Omega$ و $R_3 = 4\Omega$ را باید طوری به هم ببندیم تا مقاومت معادل آن‌ها $R_{eq} = 8\Omega$ شود:



غ ق ق $R_{eq} = 6 + 3 = 9\Omega$

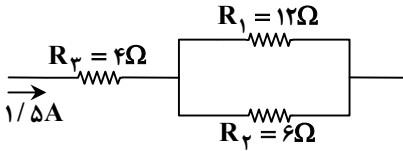


غ ق ق $R_{eq} = \frac{12 \times 10}{22} = \frac{60}{11}\Omega$



ق ق $R_{eq} = 4 + 4 = 8\Omega$

مسلماً ترکیب‌های دیگر بدون محاسبه مردود است؛ مثلاً اگر مقاومت R_1 با بقیه مقاومت‌ها متوالی باشد، R_{eq} بیشتر از 12Ω می‌شود.



$R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow 12 I_1 = 6 I_2 \Rightarrow I_1 = \frac{1}{2} I_2$

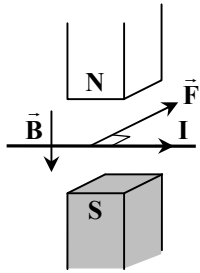
$I_1 + I_2 = 1/5 A \Rightarrow \frac{1}{2} I_2 + I_2 = 1/5 \Rightarrow \frac{3}{2} I_2 = 1/5 \Rightarrow I_2 = \frac{2}{3} \times 1/5 = 1 A$

۴۳- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)

گزینه ۳ صحیح است.

طرح خط‌های میدان مغناطیسی زمین مانند طرح خط‌های آهن‌ربای میله‌ای بزرگی است که در نزدیکی مرکز زمین قرار دارد و قطب شمال آن در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین است.

قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق نیستند.



۴۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی باید از بالا به پایین باشد تا بر سیم حامل جریان چپ به راست، نیروی درون‌سوی \vec{F} وارد شود.

۴۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$F = |q| v B \sin \theta = 2 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^3 \times 0/5 \times 1 = 2/5 \times 10^{-3} N$

۴۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

تنها عبارت «ب» درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

جهت جریان‌های دو سیم موازی خلاف همدیگر بوده، پس نیروی مغناطیسی بین آن‌ها دافعه است. (نادرستی عبارت «الف»)

جهت میدان‌های مغناطیسی حاصل از سیم‌ها در هر ناحیه مطابق شکل روبه‌رو است. اندازه جریان عبوری از سیم‌ها یکسان بوده و با دور شدن از سیم، بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از آن کاهش می‌یابد؛ در نتیجه در ناحیه (۳)، همواره $B_2 > B_1$ بوده و میدان مغناطیسی خالص

درون‌سو و مخالف صفر خواهد بود. (نادرستی عبارت «پ»)

۴۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$N_1 \times 2\pi R_1 = N_2 \times 2\pi R_2 \Rightarrow \frac{N_1}{N_2} = \frac{R_2}{R_1}$

$B = \mu_0 \frac{NI}{2R} \Rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{R_1}{R_1+1}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_1+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_1 = 1cm$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)

حضور میدان مغناطیسی خارجی، می‌تواند سبب القای دو قطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی، در مواد دیامغناطیسی شود.

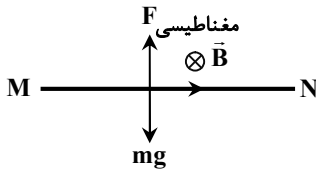
۴۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

تعداد حلقه‌ها: $N = \frac{40}{2\pi r} = \frac{40}{2\pi \times 0/02} = \frac{1000}{\pi}$

$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \frac{1000}{\pi} \times 0/5}{4 \times 10^{-1}} = 5 \times 10^{-4} T = 5G$

۵۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

با توجه به پایانه‌های باتری، جریان از M به N بوده و با استفاده از قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی به سمت بالا به دست می‌آید.
حالت اول:

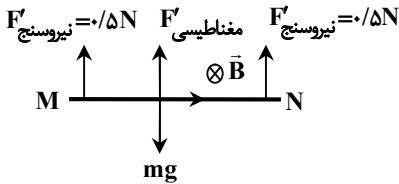


$$F_{\text{مغناطیسی}} = mg \Rightarrow I_1 \ell B \sin \theta = mg \Rightarrow 20 \times \ell \times 0.5 \times 1 = mg$$

$$\Rightarrow 1 \times \ell = mg \quad \text{رابطه (۱)}$$

حالت دوم:

با کاهش جریان، نیروی مغناطیسی نیز کاهش می‌یابد، بنابراین با توجه به تعادل میله، نیرویی که نیروسنج‌ها به میله وارد می‌کنند، به سمت بالا خواهد بود.



$$F'_{\text{مغناطیسی}} + 0.5 + 0.5 = mg \Rightarrow 10 \times \ell \times 0.5 \times 1 + 0.5 + 0.5 = mg$$

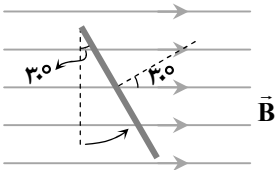
$$\Rightarrow 0.5 \ell + 1 = mg \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\xrightarrow{\text{(۱) و (۲)}} 0.5 \ell + 1 = 1 \times \ell \Rightarrow \ell = 2 \text{ m}$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$\Phi = AB \cos \theta \Rightarrow \Phi_1 = AB \cos 0^\circ = AB$$

اگر سطح حلقه را 30° حول ضلع MN دوران دهیم، زاویه بین نیم‌خط عمود بر سطح حلقه و خطوط میدان مغناطیسی نیز $\theta = 30^\circ$ می‌شود.



$$\Phi_2 = AB \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} AB \Rightarrow \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} AB}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

با توجه به آنکه در کل بازه زمانی صفر تا 0.5 ثانیه، شار به‌طور خطی تغییر می‌کند، مقدار لحظه‌ای آهنگ تغییر شار با مقدار متوسط آن برابر است. لحظه‌ای که شار مغناطیسی صفر است نیز در همین بازه صفر تا 0.5 ثانیه قرار دارد و می‌توان نوشت:

$$\mathcal{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{-0.3 - 0.2}{0.5} = -\frac{-0.5}{0.5} = +1 \text{ V}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

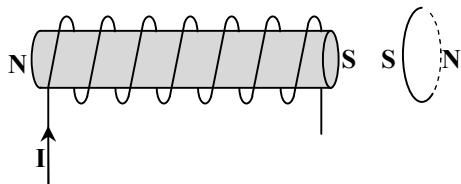
$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{I_2}{I_1}\right)^2$$

$$I_1 = I_2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{L_2}{L_1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$I_{\text{av}} = \frac{|\mathcal{E}_{\text{av}}|}{R} = \frac{\left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right|}{R} \Rightarrow I_{\text{av}} = \frac{N}{R} \times \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \nu = \frac{200}{60} \times \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = 2/1 \frac{\text{Wb}}{\text{s}}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)



با نزدیک شدن حلقه به سیم‌لوله شار عبوری از حلقه افزایش پیدا کرده، طبق قانون لنز جریان در حلقه در جهت ۲ القا می‌شود و اگر هر یک از سیم‌لوله و حلقه را به صورت یک آهن‌ربا در نظر بگیریم، قطب‌های آن‌ها به صورت روبه‌رو است؛ لذا نیروی بین آن دو، دافعه است.

۵۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$P_{\text{max}(R)} = \frac{V_{\text{max}(R)}^2}{R} \Rightarrow 1/8 = \frac{V_{\text{max}(R)}^2}{20} \Rightarrow V_{\text{max}(R)} = 6 \text{ V}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{6}{20} = 0.3$$

نسبت تعداد دورها برابر نسبت ولتاژها است، بنابراین داریم:

۵۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

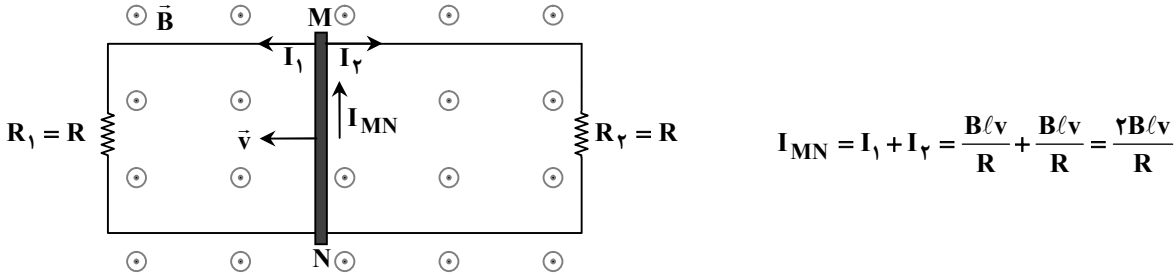
$$U = \frac{1}{2} LI^2 \Rightarrow 0.2 = \frac{1}{2} L \times 2^2 \Rightarrow L = 10^{-4} \text{ H}$$

$$L = \mu_0 \frac{AN^2}{\ell} \Rightarrow \ell = \frac{\mu_0 AN^2}{L} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 10 \times 10^{-4} \times 100^2}{10^{-4}} = 12 \times 10^{-2} \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

۵۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۴)

نیروی محرکه‌ای که در میله MN القا می‌شود، برابر $B\ell v$ است که این نیروی محرکه هم در دو سر مقاومت R_1 و هم در دو سر مقاومت R_2 ایجاد می‌شود. با حرکت میله، شار مغناطیسی در حلقه سمت راست افزایش می‌یابد؛ بنابراین طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در حلقه سمت راست باید ساعت‌گرد باشد. همچنین شار مغناطیسی در حلقه سمت چپ در حال کاهش است؛ پس طبق قانون لنز، جهت جریان القایی در حلقه سمت چپ باید پادساعت‌گرد باشد. با توجه به شکل زیر، جهت جریان در میله از N به M خواهد بود و اندازه آن برابر است با:



۵۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

$$T = \frac{\Delta t}{N} = \frac{60}{3000} = 0.02 \text{ s}$$

$$t = \frac{T}{2} = 0.01 \text{ s} = 10 \text{ ms}$$

مدت زمانی که طول می‌کشد تا جریان از صفر به مقدار بیشینه برسد و مجدداً صفر شود، برابر $\frac{T}{2}$ است:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{\Delta}{4} T = \frac{1}{40} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s} = 0.02 \text{ s}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \Rightarrow \mathcal{E} = 200 \sin\left(\frac{2\pi}{0.02}t\right) \Rightarrow \mathcal{E} = 200 \sin(100\pi t)$$

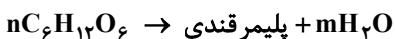
$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R} = \frac{200}{50} = 4 \text{ A} \Rightarrow I = 4 \sin(100\pi t) \Rightarrow I\left(\frac{1}{300}\right) = 4 \sin\left(\frac{100\pi}{300}\right) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ A}$$

شیمی



۶۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۳)



تعداد مول گلوکز ($n = 1500$) و تعداد مول آب تولیدشده ($m = 350$) است.

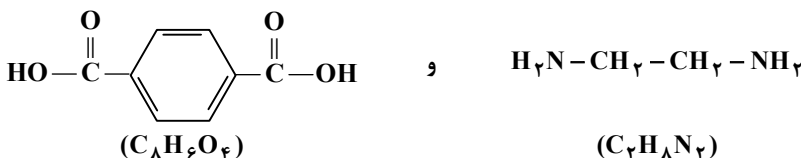
طبق قانون پایستگی جرم، جرم گلوکز واکنش داده با مجموع جرم آب و پلی ساکارید تولیدشده برابر است، پس:

$$\text{جرم پلیمر قندی} = (n \times 180) - (m \times 18) = (1500 \times 180) - (350 \times 18) = 263700 \text{ g}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۳)

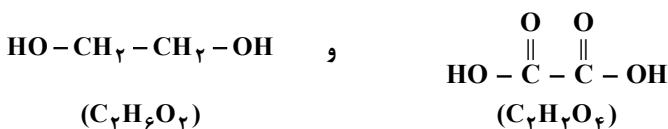
۶۲- پاسخ: گزینه ۳

از آبکافت پلیمر (II)، دی‌اسید ($\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$) و دی‌آمین ($\text{C}_7\text{H}_8\text{N}_2$) سازنده آن به‌دست می‌آید:



گزینه ۱: پلیمر (II)، یک پلی‌آمید است و از واکنش یک نوع دی‌آسید با یک نوع دی‌آمین تولید می‌شود.

گزینه ۲: از آبکافت پلیمر (I)، دی‌الکل و دی‌اسید سازنده آن به‌دست می‌آید:

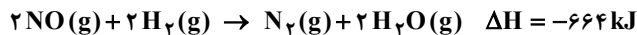


گزینه ۴: به‌طور کلی، واکنش تجزیه پلی‌استرها و پلی‌آمیدها کند است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۳- پاسخ: گزینه ۲

ابتدا واکنش‌ها را جمع می‌کنیم تا واکنش کلی به دست آید.



[مجموع آنتالپی پیوندهای فرآورده‌ها] - [مجموع آنتالپی پیوندهای واکنش‌دهنده‌ها] = واکنش ΔH

$$= [2\Delta H_{\text{N=O}} + 2 \times \Delta H_{\text{H-H}}] - [\Delta H_{\text{N}\equiv\text{N}} + 4\Delta H_{\text{O-H}}]$$

$$-664 = (2\Delta H_{\text{N=O}} + 2 \times 435) - (940 + 4 \times 460)$$

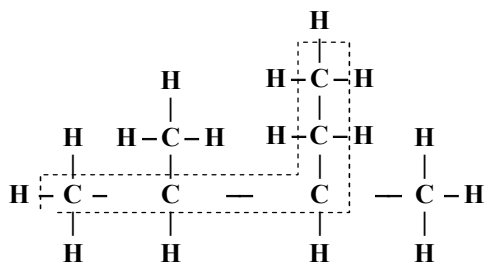
$$-664 = 2\Delta H_{\text{N=O}} + 870 - 2780 \Rightarrow \Delta H_{\text{N=O}} = 623 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

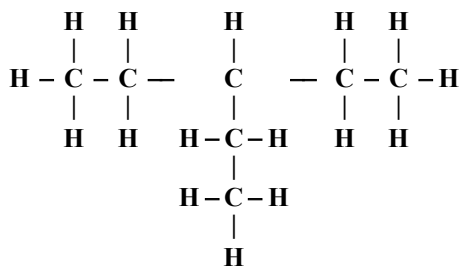
۶۴- پاسخ: گزینه ۲

آلکان مدنظر سؤال ۷ کربن دارد.

ساختار و نام‌گذاری آلکان سؤال: ۲ و ۳- دی متیل پنتان



ساختار گزینه ۲:

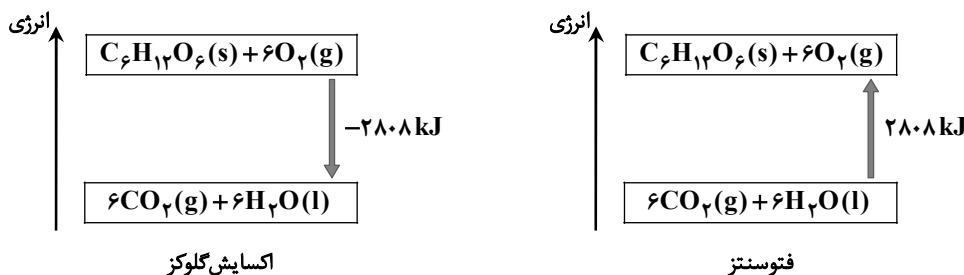


تعداد C در گزینه‌های ۳ و ۴ با ترکیب داده شده برابر نیست و این ترکیبات ایزومر آن نیستند. (گزینه ۳، ۶ کربن و گزینه ۴، ۸ کربن دارد).
گزینه ۱، نام خود ترکیب است و ایزومر آن نیست، اما گزینه ۲ فرمول مولکولی مشابهی با ترکیب دارد اما ساختار آن متفاوت است؛ بنابراین ایزومر آن است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

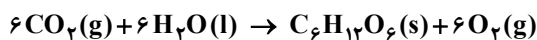
۶۵- پاسخ: گزینه ۲

فقط عبارت «اول» درست است.



بررسی عبارت‌های نادرست:

عبارت «دوم»:



آب مایع و گلوکز جامد است.

عبارت «سوم»: فتوسنتز واکنشی گرماگیر است و با جذب انرژی همراه است نه آزاد کردن آن.

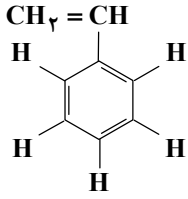
عبارت «چهارم»: گرمای جذب شده یا آزاد شده در واکنش‌های شیمیایی، به‌طور عمده وابسته به تفاوت انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)

۶۶- پاسخ: گزینه ۱

ساختار داده شده مربوط به پلی استیرن است.

واحد سازنده این پلیمر (استیرن) دارای ساختاری به شکل زیر است. دارای ۸ اتم هیدروژن و ۴ پیوند دوگانه بوده و فرمول مولکولی آن C_8H_8 می باشد.



گزینه ۲: جرم مولکولی مونومر آن کمتر از اوکتان است. (۱۰ اتم هیدروژن کمتر دارد).

گزینه ۳: مونومر آن، استیرن نام دارد.

گزینه ۴: این پلیمر، ساختگی است. (از پلی استیرن در ظروف یک بار مصرف استفاده می شود).

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۷- پاسخ: گزینه ۱

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{\text{آنالتپی سوختن}}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{\text{ارزش سوختی}}{\text{آنالتپی سوختن}} \times 100 = \frac{1}{16} \times 100 = \frac{100}{16} = 6.25\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۳)

۶۸- پاسخ: گزینه ۴

از واکنش n مول دی الکل با n مول دی اسید برای تهیه پلی استر، به تقریب 2n مول آب تولید می شود؛ پس $40 = 2 \times 20$ مول آب در این واکنش تولید می شود.

$$40 \text{ mol } H_2O \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 720 \text{ g } H_2O$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۹- پاسخ: گزینه ۲

موارد «دوم» و «سوم»، نقش اثر غلظت را بر سرعت واکنش ها نشان می دهند. (مورد دوم غلظت گاز اکسیژن و مورد سوم نبود کاهش) غلظت گاز اکسیژن

مورد «اول» اثر سطح تماس و مورد «چهارم»، اثر دما را نشان می دهد.

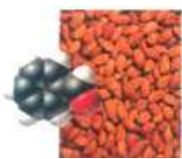
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

۷۰- پاسخ: گزینه ۳

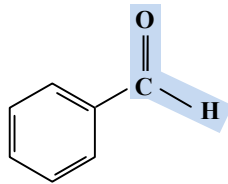
تنها عبارت «پ» نادرست است.

۲- هپتانون ($C_7H_{14}O$) ترکیبی در ساختار گل میخک می باشد.

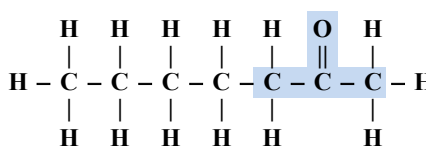
بنز آلدهید (C_7H_6O) ترکیبی در ساختار بادام است.



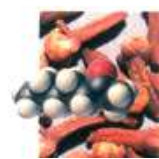
بادام



بنز آلدهید



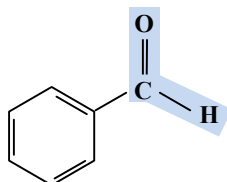
۲- هپتانون



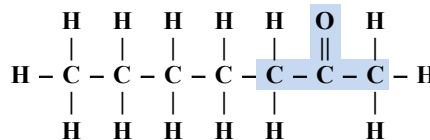
میخک

بررسی سایر عبارت ها:

موارد «الف» و «ب»:



بنز آلدهید



۲- هپتانون

(ت) هر دو گروه عاملی آلدهیدی دارند. $(-C(=O)-H)$

توجه کنید که گروه عاملی آلدهید $(-C(=O)-H)$ نوعی گروه عاملی کربونیل $(-C(=O)-)$ محسوب می شود.

۷۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$100 \text{ L} \times \frac{1}{44} \frac{\text{g}}{\text{L}} = 144 \text{ g} \Rightarrow \text{تعداد مول بخار آب} = 144 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{18 \text{ g}} = 8 \text{ mol}$$

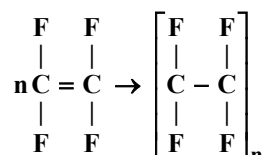
$$\bar{R}_{(\text{H}_2\text{O})} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{8}{\frac{1}{60}} = 120 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1} \Rightarrow \bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}_{\text{H}_2\text{O}}}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$100 \text{ L H}_2\text{O} \times \frac{1/44 \text{ g H}_2\text{O}}{1 \text{ L H}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{1}{4 \text{ s}} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \times \frac{1}{2} = 60 \frac{\text{mol}}{\text{min}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۳)

۷۲- پاسخ: گزینه ۳

شکل‌ها به کاربردهای تفلون اشاره دارند.



عبارت‌های «الف»، «ب» و «ت» درست هستند.

الف) ۴ اتم فلورین در مقابل ۲ اتم کربن

ب) ۴ پیوند C-F و ۱ پیوند C=C، ۶ جفت الکترون پیوندی

ت) طبق قانون پایستگی جرم، جرم پلیمر تفلون برابر مجموع جرم مونومرهای سازنده آن خواهد بود:

$$n(2 \times 12 + 4 \times 19)$$

بررسی عبارت‌های نادرست:

پ) تفلون از نظر شیمیایی بی‌اثر بوده و در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.

ث) تفلون نقطه ذوب بالایی دارد و در تهیه نخ دندان به کار می‌رود.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

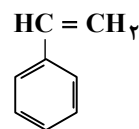
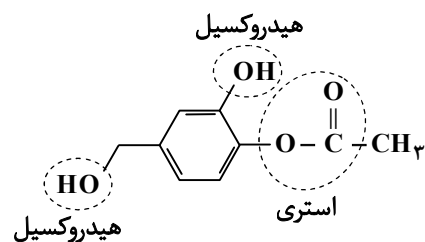
۷۳- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به اینکه واکنش \bar{R} باید مقداری مثبت باشد، پس برای صدق کردن معادله داده شده، $\Delta[A]$ و $\Delta[C]$ باید مقادیر منفی و $\Delta[B]$ و $\Delta[D]$ باید مقادیر مثبت داشته باشند. با توجه به اینکه تغییرات مول یا غلظت منفی به معنای مصرف شدن و تغییرات مول یا غلظت مثبت به معنای تولید شدن ماده است، پس A و C واکنش‌دهنده‌ها و B و C فراورده‌های واکنش هستند.

با توجه به اینکه $\bar{R}_{(\text{واکنش})} = \frac{\bar{R}_{(\text{ماده})}}{\text{ضریب ماده}}$ ، پس ضرایب استوکیومتری مواد A، C، D و B به ترتیب ۲، ۵، ۴ و ۳ هستند.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۳)

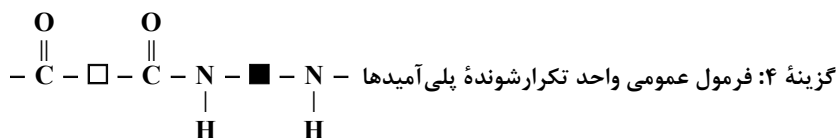
۷۴- پاسخ: گزینه ۳



گزینه ۱: مونومر سازنده پلی‌استیرین:

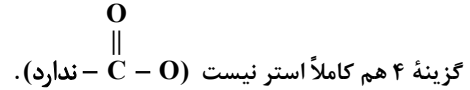
گزینه ۲: پلی‌سیانو اتن: $\left[\text{CH}_2 - \underset{\text{CN}}{\text{CH}} \right]_n$ در ساختار واحد تکرارشونده پلیمر یگانه و در ساختار مونومر

دوگانه است.



۷۵- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۳)

در گزینه‌های ۲ و ۳ بخش الکی به ترتیب اتانول و متانول هستند که ایزومر الکی دیگری ندارند.



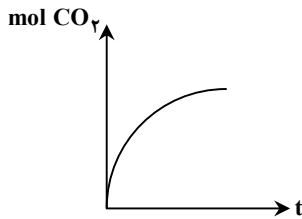
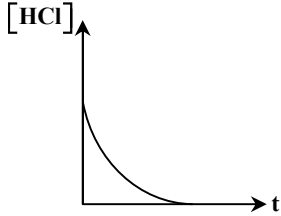
اما در گزینه ۱ بخش الکی ۱- پروپانول (OH-C-C-C) است که ایزومر دیگر آن ۲- پروپانول C-C-C است.



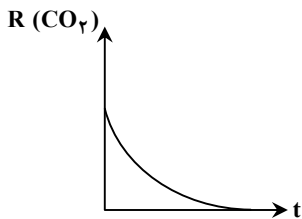
۷۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

گزینه ۱: شیب نمودار غلظت- زمان، سرعت مصرف HCl است که به مرور زمان باید در حال کم شدن باشد (خطی نیست).

سرعت واکنش ابتدا سریع است و در طول زمان کندتر می‌شود.



گزینه ۳: به مرور زمان مول‌های CO_۲ در حال افزایش است و بعد از مدتی به مقدار ثابتی می‌رسد و سرعت تولید CO_۲ به مرور کم خواهد شد. نمودار سؤال برعکس است ابتدا سرعت کم و در انتها سرعت بیشترین مقدار است.



گزینه ۴: سرعت تولید و مصرف مواد به تدریج کاهش می‌یابد.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)

اسید سازنده این استر که اتانویک اسید است، ۲ کربنه (CC(=O)O) و الکل سازنده آن، ۵ کربنه است (HO(CH2)4CH2)؛

در نتیجه ساختار پیوند- خط این استر به صورت CC(=O)O(CH2)4CH2 است و پنتیل اتانوات نام دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

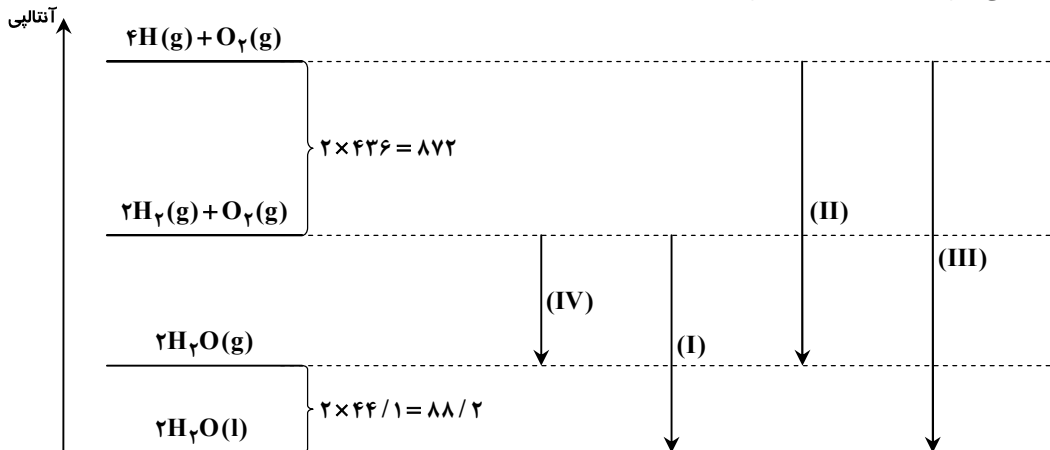
گزینه ۱: الکل ۴ کربنه و اسید ۳ کربنه

گزینه ۲: الکل ۳ کربنه و اسید ۴ کربنه

گزینه ۴: الکل ۲ کربنه و اسید ۵ کربنه

۷۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

با توجه به داده‌های مسئله، می‌توان نمودار زیر را برای این فرایندها رسم کرد.



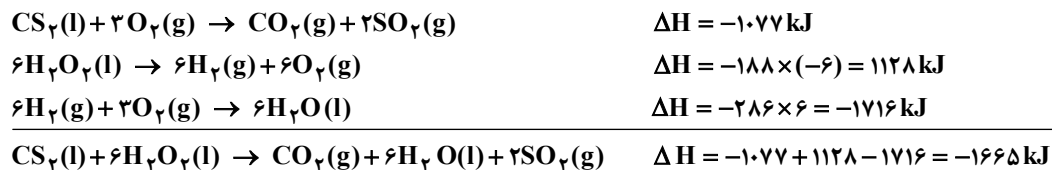
بنابراین: $(\text{III}) > (\text{II}) > (\text{I}) > (\text{IV})$ قدرمطلق آنتالپی

بنابراین:

۷۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

واکنش اول را معکوس می‌کنیم (براساس ضریب $\text{CS}_2(\text{l})$). واکنش دوم را نیز معکوس کرده (براساس ضریب $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$) و در ۶ ضرب می‌کنیم و واکنش سوم را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم (براساس ضریب $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$). در انتها ΔH های همه واکنش‌ها را با هم جمع می‌کنیم.



۸۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)

گزینه ۳: به‌ازای مصرف ۱ مول $\text{Mg}(\text{s})$ با جرم مولی ۲۴ گرم بر مول، ۱ مول $\text{Cu}(\text{s})$ با جرم مولی ۶۴ گرم بر مول تولید می‌شود؛ بنابراین جرم مواد جامد افزایش می‌یابد. ($64 - 24 = 40$)

گزینه ۱: رنگ آبی محلول در ابتدا به‌دلیل وجود یون Cu^{2+} است و به‌تدریج با مصرف آن محلول کم‌رنگ می‌شود.

گزینه ۲: غلظت SO_4^{2-} ثابت است و غلظت Mg^{2+} (در غالب MgSO_4) افزایش می‌یابد.

گزینه ۴: سرعت تولید یا مصرف مواد، به‌مرور زمان کاهش می‌یابد.