

تذکرات مهم ↓

👉 آزمون آزمایشی مرحله ۲۲ گزینه دو، در روز جمعه جمعه ۲۹ فروردین ۱۴۰۴ برگزار می گردد.


👉 داوطلب گرامی، جهت استفاده از خدمات طلایی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون، آزمونک ها، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند، جزوه های کمک آموزشی، آرشیو آزمون های گزینه دو و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

👉 در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

👉 کارنامه های آزمون آزمایشی مرحله ۲۱ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



داوطلب گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

 [gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

گروه ریاضی

گروه ریاضی: امیر محمد نسیم شاکری

کارشناسان	طراحان	مستوفی
علی صادقی • نیکو دهقان	حسین شفیق زاده • ایمان اردستانی	مستوفی درس: علی افضل زاده دستیاران: عباس سعیدی - امین کبیری
محمد امین خدابخنده • امیرورودی	علی نعمت • سید محسن میراسلامی	مستوفی درس: سعید اکبرزاده دستیار: هادی کاظم نژاد
محمد امین خدابخنده • امیرورودی	امیدرضا پورحسینی • علیرضا شریف خطیبی	مستوفی درس: سعید اکبرزاده دستیار: فرهاد فرزانی
پوپک مقدم	علی افضل زاده • مهرداد کیوان	مستوفی درس: ایمان اردستانی دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
	وحید رباعی	مستوفی درس: حسین افسری دستیاران: حسین اسدزاده - مهدی پوررضایی

گروه علوم

گروه علوم: محمد حسین کشانی

کارشناسان	طراحان	مستوفی
بتول خواجه پور • حسین ایمانی پور • مرتضی فرهنگد	امیر کبیری راد • محمد یازوگی • علی پناهی شایق • بهرام میرحبیبی • منصور کهن دل	مستوفی درس: امیر کبیری راد دستیار: پرسا کامکار
سید علیرضا کشفیان • نرگس سادات حسینی • مریم کلی حسنلو	علی نعیمی • احمد رضوانی • جمال خم خاجی	مستوفی درس: منصور داودوندی دستیار: ساناز دریکوندی
محمد احمدی • حسین ایمانی پور	ماشاءالله سلیمانی • مهداد ملاصالحی • محمدعلی توسلی فر	مستوفی درس: شهرام شاه پرویزی
فرزانه صاعدی • آیتا هرطونیان	فرزانه رجایی • فرزانه صاعدی	مستوفی درس: شکبیا کریمی

گروه انسانی

گروه انسانی: علی اکبر آخوندی

کارشناسان	طراحان	مستوفی
سپهر سالار کیا • سید محمد صادق حسام زاده • محمدحسن مزروعی • عرشیا شریفیان	محمد رضا لمسه چی • عماد فیض آبادی	مستوفی درس: محمدرضا پیرو دستیار: حسنا محمدی
هستی ناصح • نیایش غریبی • مهتاب شیرازی	فروغ تیموریان • محمد زمان کبیر	مستوفی درس: الهام رضایی دستیار: فاطمه صفری
ثنا کاشیان • فاطمه انوری	سیده ضحی سکاکی	مستوفی درس: سیده ضحی سکاکی دستیار: حسین اصفهانی
سارا حمزه • فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • یکتا فضل الهی • صبا پهلوان	اسرافیل قربانپور • پدرام علیمرادی • عرفان جالیزی	مستوفی درس: پویا رضاداد
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	بهرز یحیی • فاطمه نیتی	مستوفی درس: مهسا اصغری دستیار: ثنا کاشیان
علی سلوکی • مهتاب شیرازی	شهرام امامی	مستوفی درس: الناز گنج کار دستیار: الهه ریاحی نسب
مهدی مشایخی • مهتاب بیشه • محمدعلی مهرآبادی • فرزاد مختاری نژاد	احمد خداداد حسینی • سعید رحیمیان	مستوفی درس: سعید رحیمیان دستیاران: منصور کاظم بیگی - محمد حسین خدام
کوثر عدی	حسین خاکساری • ظاهره کریمی • علی محسنی	مستوفی درس: امیر محمد بیگی دستیار: محمدرضا مبارکی

ریاضیات

۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس ۴)

$$\text{نکته (اتحاد مزدوج): } a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

فرض می‌کنیم $\sqrt{\Delta \sin x + 1} - \sqrt{\Delta \sin x - 1} = A$ باشد، پس با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{\Delta \sin x + 1} + \sqrt{\Delta \sin x - 1} = 2 \\ \sqrt{\Delta \sin x + 1} - \sqrt{\Delta \sin x - 1} = A \end{cases} \xrightarrow{\text{طرفین را در هم ضرب می‌کنیم.}} (\sqrt{\Delta \sin x + 1})^2 - (\sqrt{\Delta \sin x - 1})^2 = 2A$$

$$\Rightarrow (\Delta \sin x + 1) - (\Delta \sin x - 1) = 2A \Rightarrow \Delta \sin x + 1 - \Delta \sin x + 1 = 2A \Rightarrow 2 = 2A \Rightarrow A = 1$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته:

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \quad D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

نکته: اگر یک تابع وارون‌پذیر به کمک زوج مرتب نمایش داده شده باشد، برای به دست آوردن وارون آن کافی است جای مؤلفه‌های اول و دوم را در زوج مرتب‌ها عوض کنیم.

ابتدا توابع $f-g$ ، f^{-1} و $g \circ f^{-1}$ را با توجه به نکات، به دست می‌آوریم:

$$f-g = \{(2, 3-1), (3, 4-(-1))\} = \{(2, 2), (3, 5)\}$$

$$f^{-1} = \{(3, 2), (2, -1), (4, 3)\}$$

$$g \circ f^{-1} = \{(3, 1), (4, -1)\}$$

$$\frac{f-g}{g \circ f^{-1}} = \{(3, 5)\} \quad \text{حال تابع خواسته شده را به دست می‌آوریم:}$$

بنابراین عدد ۵ عضو برد این تابع است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۳- پاسخ: گزینه ۱

نکته: تابع f را در مجموعه A ($A \subseteq D_f$) صعودی می‌گوییم، اگر برای هر دو مقدار a و b در این مجموعه که $a < b$ ، آنگاه $f(a) \leq f(b)$ در فاصله‌ای که یک تابع صعودی است، با حرکت روی نمودار (از چپ به راست)، روبه پایین نخواهیم رفت.اگر نمودار تابع $f(x)$ پایین‌تر از نمودار $g(x)$ باشد، داریم:

$$f(x) < g(x) \Rightarrow 2^{x^2-4x} < 4^{x-4} \Rightarrow 2^{x^2-4x} < 2^{2x-8} \Rightarrow x^2-4x < 2x-8 \Rightarrow x^2-6x+8 < 0 \Rightarrow (x-2)(x-4) < 0$$

$$\Rightarrow 2 < x < 4 \Rightarrow a+b = 2+4 = 6$$

(دقت داشته باشید با توجه به نکته، از آنجاکه تابع $y = 2^x$ تابعی اکیداً صعودی است؛ بنابراین اگر $2^a < 2^b$ باشد، نتیجه می‌شود $a < b$ است.)

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{نکته ۱: به طور کلی فاصله نقطه } A(x_0, y_0) \text{ از خط } ax+by+c=0 \text{ برابر است با: } d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

نکته ۲: اگر خطوط d_1 و d_2 به ترتیب با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، آنگاه $m_1 m_2 = -1$ و برعکس.ابتدا فاصله نقطه A را از دو خط داده شده با توجه به نکته ۱، به دست می‌آوریم تا طول و عرض مستطیل به دست آید:

$$3x+4y-1=0 \Rightarrow \text{فاصله } A \text{ از خط } d_1 = \frac{|3+8-1|}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

چون دو ضلع مجاور مستطیل داده شده است، پس دو خط برهم عمودند و با توجه به نکته ۲، داریم:

$$m_1 = -\frac{3}{4}, \quad m_2 = -\frac{4}{a}$$

$$-\frac{3}{4} \times \left(-\frac{4}{a}\right) = -1 \Rightarrow \frac{3}{a} = -1 \Rightarrow a = -3$$

$$4x-3y-b=0 \Rightarrow \text{فاصله } A \text{ از خط } d_2 = \frac{|4-6-b|}{5} = \frac{|b+2|}{5}$$

محیط مستطیل ۸ است، پس:

$$2d_1 + 2d_2 = 8 \Rightarrow d_1 + d_2 = 4 \Rightarrow 2 + \frac{|b+2|}{5} = 4 \Rightarrow |b+2| = 10 \Rightarrow \begin{cases} b+2 = 10 \Rightarrow b = 8 \\ b+2 = -10 \Rightarrow b = -12 \end{cases}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضی ۱ (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)

$$1 \text{ نکته } ۱: a^m \times a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}$$

نکته ۲: هرگاه $a > 0$ برای هر دو عدد طبیعی m و n ، توان کسری و غیرصحیح $\frac{m}{n}$ را برای a چنین تعریف می‌کنیم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

با توجه به نکات، عبارت P را ساده می‌کنیم:

$$P = \sqrt[3]{3 \times 2^4 \times 3^4 \times (2^3 \times 3)^4 \times (3^2 \times 2)^6} = 3^3 \times 2^{12} \times 3^{12} \times 2^4 \times 3^4 \times 3^2 \times 2^6 = 3^{3+12+12+4+2+6} \times 2^{12+4+6} = 3^{36} \times 2^{24} = 6^6$$

۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۱ (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)

$$\text{نکته: } \log_b a^n = n \log_b a, \log_c ab = \log_c a + \log_c b \quad (a, b, c > 0, b, c \neq 1)$$

با توجه به نکته، عبارت P را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} P &= (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)(\log_6 (12 \times 9)) = (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)(\log_6 12 + \log_6 9) \\ &= (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)^2 + \log_6 12 \cdot \log_6 9 = (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)^2 + \log_6 12 \cdot \log_6 3^2 \\ &= (\log_6 3)^2 + (\log_6 12)^2 + 2 \log_6 12 \cdot \log_6 3 \quad \text{اتحاد مربع دو جمله‌ای} \\ &= (\log_6 3 + \log_6 12)^2 = (\log_6 36)^2 = 4 \end{aligned}$$

۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضی ۱ (فصل ۴، درس ۳)

اگر یک چندجمله‌ای درجه سوم دارای ۳ ریشه α ، β و γ باشد، جدول آن به یکی از صورت‌های زیر است:

x	α	β	γ
$P(x)$	-	+	+

اگر یک ریشه ساده α و یک ریشه مضاعف β داشته باشد، جدول آن به یکی از صورت‌های زیر است:

x	α	β
$P(x)$	-	+

با توجه به جدول داده شده باید $P(x)$ از درجه ۳ نباشد و دارای ۲ ریشه ۱ و α باشد و یعنی $P(x)$ از درجه ۲ است و ضریب عبارت درجه سوم باید صفر باشد:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1 \Rightarrow P(x) = 2x^2 - bx - 1$$

طبق جدول یکی از ریشه‌های $P(x)$ عدد $x=1$ است:

$$P(1) = 0 \Rightarrow 2 - b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow P(x) = 2x^2 - x - 1 = (x-1)(2x+1)$$

ریشه دیگر این عبارت عدد $-\frac{1}{2}$ است که یعنی $\alpha = -\frac{1}{2}$ ؛ بنابراین:

$$\begin{cases} \alpha = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \alpha + b = \frac{1}{2}$$

۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۱ (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

$$1 \text{ نکته } ۱: (f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$2 \text{ نکته } ۲: f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

نکته ۳: برای محاسبه ضابطه وارون تابع f در صورت وجود در معادله $y = f(x)$ ابتدا x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم و سپس با تعویض جای x و y ضابطه f^{-1} حاصل می‌شود.

با توجه به فرض داده شده و با توجه به نکته ۱ و ۲، داریم:

$$(f^{-1} \circ g)(x) = -\frac{x}{2} \Rightarrow g(x) = f\left(-\frac{x}{2}\right) \Rightarrow g(x) = \frac{2\left(-\frac{x}{2}\right) - 1}{4\left(-\frac{x}{2}\right) + 3} = \frac{-x - 1}{-2x + 3} = \frac{x + 1}{2x - 3}$$

حال با توجه به نکته ۳، وارون تابع g را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{x+1}{2x-3} \Rightarrow 2xy - 3y = x+1 \Rightarrow x(2y-1) = 2y+1 \Rightarrow x = \frac{2y+1}{2y-1} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$$

۹- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: توابع $y = a \cos bx + c$ و $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ هستند.

مطابق نمودار، بیشترین مقدار تابع ۳ است، پس مطابق نکته:

$$a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

از طرفی دوره تناوب تابع برابر ۳ است، پس:

$$T = 3 = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{2}{3} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$f\left(\frac{5}{4}\right) = 1 + 2 \sin\left(\frac{2}{3}\pi \times \frac{5}{4}\right) = 1 + 2 \sin \frac{5\pi}{6} = 1 + 1 = 2$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: روابط مجموع و تفاضل زوایا برای تانژانت به صورت زیر است:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}, \quad \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

اگر $2\alpha - \beta = x$ و $\beta - \alpha = y$ در نظر بگیریم، با توجه به نکته، داریم:

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = x \\ \beta - \alpha = y \end{cases} \Rightarrow \tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1+5}{1-(1 \times 5)} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

بنابراین با توجه به نکته، داریم:

$$\Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{-3}{1 - \frac{9}{4}} = \frac{-3}{-\frac{5}{4}} = \frac{12}{5} \Rightarrow \cot 2\alpha = \frac{5}{12}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۱۱- پاسخ: گزینه ۲

۱ نکته: $\cos(\pi - x) = -\cos x$

۲ نکته: $\cos \alpha = \cos \beta \Rightarrow \alpha = 2k\pi \pm \beta \quad (k \in \mathbb{Z})$

با توجه به نکته ۱، معادله را ساده می‌کنیم، سپس آن را به کمک نکته ۲، حل می‌کنیم:

$$\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos x \Rightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos(\pi - x)$$

$$\begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{5\pi}{4} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

جوابها در بازه $(0, \pi)$ به صورت $\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{4}$ است که مجموع آنها برابر است با:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + \frac{2\pi}{3} = \frac{15\pi + 8\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حسابان ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

نکته: خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می‌نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \text{ برقرار باشد.}$$

با توجه به نکته، مجانب افقی تابع خط $y = 2$ است، پس $x = 1$ ریشه معادله $f(x) = 2$ می‌باشد.

$$\frac{4x^2 + ax + 3}{2x^2 - 4x + 1} = 2 \Rightarrow \frac{4 + a + 3}{2 - 4 + 1} = 2 \Rightarrow a + 7 = -2 \Rightarrow a = -9 \Rightarrow f(x) = \frac{4x^2 - 9x + 3}{2x^2 - 4x + 1}$$

حالا تابع را با خط $y = 2$ مقایسه می‌کنیم، داریم:

$$f(x) = \frac{4x^2 - 9x + 3}{2x^2 - 4x + 1} = \frac{2(2x^2 - 4x + 1) - x + 1}{2x^2 - 4x + 1} = 2 + \frac{-x + 1}{2x^2 - 4x + 1}$$

حد مخرج کسر حاصل در $x \rightarrow +\infty$ و $x \rightarrow -\infty$ مثبت و حد صورت آن به ترتیب منفی و مثبت است.

پس نمودار این تابع در مجاورت مجانب افقی خود به صورت زیر خواهد بود:

$y = 2$

۱۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۱)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x-h) - f(x)}{h} = -f'(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} = f'(a)$$

با توجه به نکته و فرض سؤال داریم $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - a} = \frac{3}{a}$ و چون به ازای $x = 2$ صورت حد برابر صفر است، ولی حاصل حد عددی

غیرصفر است، پس باید مخرج کسر هم به ازای $x = 2$ صفر شود؛ بنابراین:

$$2^2 - a = 0 \Rightarrow a = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} f'(2) \Rightarrow \frac{1}{4} f'(2) = \frac{3}{4} \xrightarrow{a=4} \frac{3}{4} \Rightarrow f'(2) = 3$$

حال می توان نوشت:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2-h) - f(2)}{h} = -f'(2) = -3$$

حال حاصل حد خواسته شده را به دست می آوریم:

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۴- پاسخ: گزینه ۳

$$\text{نکته: } (f \circ g)'(x) = g'(x) f'(g(x))$$

$$(f \circ g)'(1) = g'(1) \cdot f'(g(1)) = -3$$

با توجه به مشتق تابع مرکب، داریم:

$$g(1) = 1, \quad g'(x) = \frac{6}{(x+2)^2} \Rightarrow g'(1) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

حال با توجه به تابع g ، مقادیر مورد نیاز را به دست می آوریم:

$$(f \circ g)'(1) = \frac{2}{3} \times f'(1) = -3 \Rightarrow f'(1) = -\frac{9}{2}$$

بنابراین داریم:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۴، درس ۲)

۱۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نکته ۱: } \sin 2x = 2 \sin x \cos x, \quad \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$\text{نکته ۲: } y = \tan x \Rightarrow y' = 1 + \tan^2 x$$

نکته ۳: مقدار مشتق تابع در a برابر با شیب خط مماس بر نمودار در نقطه ای به طول a است.

با توجه به نکته ۳، ابتدا معادله خط مماس بر نمودار f را در $x = \frac{\pi}{6}$ به دست می آوریم؛ برای این کار با توجه به نکته ۱ ابتدا تابع را ساده می کنیم:

$$f(x) = \frac{3 \sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{6 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = 3 \tan x \Rightarrow f'(x) = 3(1 + \tan^2 x)$$

$$x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{شیب خط مماس بر نمودار تابع } f \text{ در } x = \frac{\pi}{6} = f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\left(1 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\right) = 3\left(1 + \frac{1}{3}\right) = 4$$

حال، معادله خط مماس را به دست می آوریم. شیب این خط برابر ۴ و از نقطه $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$ می گذرد:

$$y = 4x + b \xrightarrow{\text{از نقطه } \left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right) \text{ می گذرد}} \sqrt{3} = 4 \times \frac{\pi}{6} + b \Rightarrow b = \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = 4x + \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$$

طول نقطه تقاطع این خط با خط $y = -3\sqrt{3}$ برابر است با:

$$-3\sqrt{3} = 4x + \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 4x = \frac{2\pi}{3} - 4\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{12} - \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: فرض کنیم $c \in D_f$. نقطه ای به طول c را یک نقطه بحرانیبرای تابع f می نامیم، هرگاه $f'(c) = 0$ برابر صفر باشد ویا $f'(c)$ موجود نباشد.

ابتدا مشتق تابع را به دست می آوریم:

$$f'(x) = 2x\sqrt{x} + \frac{1}{3\sqrt{x^2}}(x^2 - 14) = \frac{6x^2 + x^2 - 14}{3\sqrt{x^2}} = \frac{7(x^2 - 2)}{3\sqrt{x^2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 7(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

طول نقاط بحرانی $x = 0$ و $x = \pm\sqrt{2}$ است (تابع در $x = 0$ مشتق ندارد). حال مقادیر تابع را به ازای هر کدام به دست می آوریم:

$$f(0) = 0$$

$$f(\sqrt{2}) = -14\sqrt{2}$$

$$f(-\sqrt{2}) = 14\sqrt{2}$$

با توجه به گزینه ها، گزینه ۲ پاسخ است.

۱۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: برای یافتن نقاط اکسترمم مطلق ابتدا نقاط بحرانی را مشخص می‌نماییم. در این صورت از بین تمام نقاط بحرانی و نقاط ابتدا و انتهای بازه، نقطه یا نقاطی که بیشترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد نقاط ماکزیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار ماکزیمم مطلق تابع است. همچنین در بین نقاط مذکور نقطه یا نقاطی که کمترین مقدار تابع در آن‌ها اتفاق می‌افتد، نقاط مینیمم مطلق تابع و مقدار تابع در این نقاط مقدار مینیمم مطلق تابع است.
ابتدا دامنه تابع را به دست می‌آوریم:

$$4x - x^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{4x - x^2} \left| \begin{array}{c} \cdot \\ - \quad | \quad + \quad | \quad - \\ \phi \quad \phi \quad \phi \end{array} \right. \Rightarrow D_f = [0, 4]$$

مشتق تابع را به دست آورده و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f'(x) = 1 - \frac{4-2x}{2\sqrt{4x-x^2}} = \frac{\sqrt{4x-x^2}-2+x}{\sqrt{4x-x^2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{4x-x^2}-2+x=0 \Rightarrow \sqrt{4x-x^2}=2-x$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 4x - x^2 = (2-x)^2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} * \text{ (در معادله صدق نمی‌کند.)} \\ x = 2 - \sqrt{2} \checkmark \end{cases}$$

همچنین تابع در $x=0$ مشتق ندارد، پس مقادیر تابع f را به ازای $x=0, 2-\sqrt{2}, 4$ به دست می‌آوریم:

$$f(2-\sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2} - \sqrt{4(2-\sqrt{2}) - (2-\sqrt{2})^2} = 2 - 2\sqrt{2}$$

$$f(0) = 0, \quad f(4) = 4$$

بنابراین مینیمم مطلق این تابع برابر $2-2\sqrt{2}$ است.

۱۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حسابان ۲ (فصل ۵، درس ۲)

نکته ۱ (تعریف): اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c (بازه باز شامل نقطه c) باشد که:

الف) به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک ماکزیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

ب) به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \geq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک مینیمم نسبی تابع f می‌نامیم.

نکته ۲ (تعریف): فرض کنیم تابع f در نقطه $x=c$ پیوسته است. در این صورت نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع f است، هرگاه هر دو شرط زیر برقرار باشند:

الف) نمودار f در نقطه $(c, f(c))$ خط مماس داشته باشد.

ب) جهت تغير f در نقطه $(c, f(c))$ تغییر کند.

با توجه به نکته ۱ و فرض سؤال، $x=1$ طول ماکزیمم نسبی f است، پس:

x	۱		
f'	+	ϕ	-
	↗	↘	

max نسبی

با توجه به نکته ۲، $x=2$ نقطه عطف است که مشتق در آن صفر می‌شود، اما تغییر علامت نمی‌دهد.

x	۱	۲
f'	+	- ϕ -
	↗	↘ ↘

max عطف

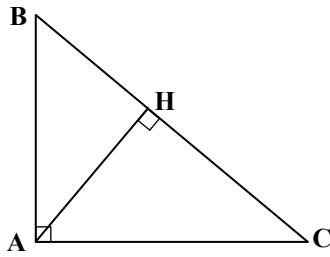
در نقطه $x=1$ علامت f' از چپ به راست از مثبت به منفی تغییر می‌کند. در نقطه $x=2$ یکنوایی تغییر نمی‌کند، پس گزینه ۲ پاسخ است.

۱۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * هندسه ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث 180° است.

نکته: محل هم‌رسی نیمسازها، میانه‌ها، ارتفاع‌ها و عمودمنصف‌های یک مثلث به صورت زیر است:

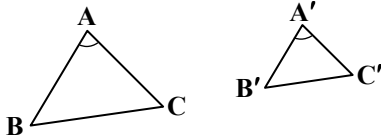
نوع مثلث	محل هم‌رسی	نیمسازها	میانه‌ها	ارتفاع‌ها	عمودمنصف‌ها
مثلث با سه زاویه حاده	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث
مثلث قائم‌الزاویه	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	روی رأس قائمه مثلث	وسط وتر مثلث
مثلث با زاویه منفرجه	داخل مثلث	داخل مثلث	داخل مثلث	خارج مثلث	خارج مثلث



طبق فرض $\hat{B} + \hat{C} = \hat{A}$. از طرفی مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180° است. پس:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

بنابراین مثلث مورد نظر قائمه است. پس با توجه به جدول بالا، گزینه ۲ پاسخ است.

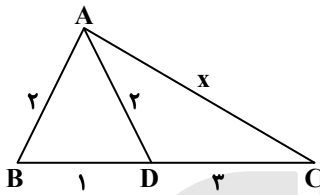


۲۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویه بین آن‌ها، همان‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$\hat{A} = \hat{A}', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

طبق نکته بالا، مثلث‌های ABD و ABC متشابه هستند.



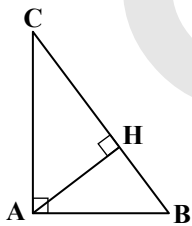
$$\begin{cases} \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB} = 2 \\ \hat{B} = \hat{B} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض‌ض}} \triangle ABD \sim \triangle ABC$$

تناسب اضلاع متناظر این دو مثلث متشابه عبارت است از:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BC}{AB} = \frac{AC}{AD} = 2 \Rightarrow \frac{AC}{AD} = 2 \Rightarrow AC = 2AD \Rightarrow x = 2 \times 2 \Rightarrow x = 4$$

۲۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۱ (فصل ۲، درس‌های ۲ و ۳)

نکته: در مثلث قائم‌الزاویه ABC، اگر ارتفاع وارد بر وتر باشد، روابط طولی زیر برقرار است:



$$AH^2 = BH \times CH$$

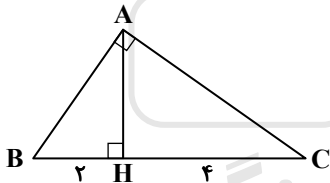
$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$AH \times BC = AB \times AC$$

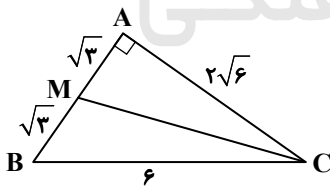
با استفاده از نکته بالا داریم:



$$AB^2 = BH \times BC = 2 \times 6 = 12 \Rightarrow AB = 2\sqrt{3}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 4 \times 6 = 24 \Rightarrow AC = 2\sqrt{6}$$

اندازه میانه وارد بر کوچک‌ترین ضلع (AB) که در واقع بلندترین میانه مثلث است را می‌توان از رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ACM به دست آورد:



$$CM^2 = AM^2 + AC^2 = (\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{6})^2 = 27 \Rightarrow CM = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

۲۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۱ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: مساحت هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمودند، برابر با نصف حاصل ضرب دو قطر است.

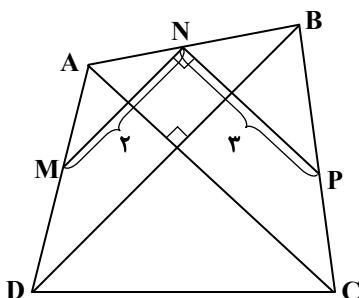
قطرهای AC و BD را رسم می‌کنیم. توجه کنید که MN در مثلث ABD، وسط ضلع‌ها را

به هم وصل می‌کند، پس $MN \parallel BD$ و $MN = \frac{1}{2}BD$. همین‌طور NP در مثلث ABC،

وسط ضلع‌ها را به هم وصل می‌کند، پس $NP \parallel AC$ و $NP = \frac{1}{2}AC$. در نتیجه چون

$\hat{MNP} = 90^\circ$ ، پس قطرهای AC و BD بر هم عمودند و $BD = 2MN = 4$ و

$$AC = 2NP = 6$$



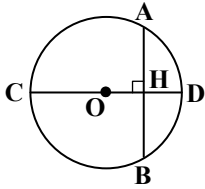
$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \times BD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

بنابراین مطابق نکته، داریم:

۲۳- پاسخ: گزینه ۳

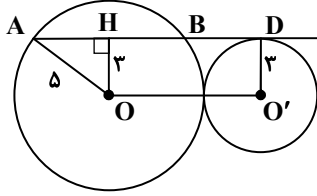
▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (فصل ۱، درس های ۱ و ۲)

نکته: اگر CD قطری از دایره باشد که بر وتر AB عمود است، آنگاه قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می کند.



$$CD \perp AB \Rightarrow \begin{cases} AH = BH \\ \widehat{AD} = \widehat{BD} \end{cases}$$

با توجه به شکل مقابل، داریم:



$$\begin{cases} OH = O'D = 3 \\ OA = 5 \end{cases} \Rightarrow AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \\ \Rightarrow AB = 2 \times AH = 2 \times 4 = 8$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۲ (درس ۱، فصل ۲)

۲۴- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر O نقطه ای ثابت در صفحه و $k \neq 0$ یک عدد حقیقی باشد، نقطه M' را متجانس نقطه M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k گوئیم؛ هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:
الف) سه نقطه M, O, M' روی یک خط راست باشند.

$$\text{ب) } OM' = |k| \cdot OM$$

- اگر k مثبت باشد، M' روی نیم خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطه O قرار دارند.

$$k = 2 \quad \begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \\ O \quad M \quad M' \end{array} \quad \text{مثال: } OM' = 2OM$$

$$k = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \\ O \quad M' \quad M \end{array} \quad \text{مثال: } OM' = \frac{1}{2}OM$$

- اگر k منفی باشد، نقطه O بین نقاط M و M' قرار می گیرد.

$$k = -2 \quad \begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \\ M' \quad O \quad M \end{array} \quad \text{مثال: } OM' = 2OM$$

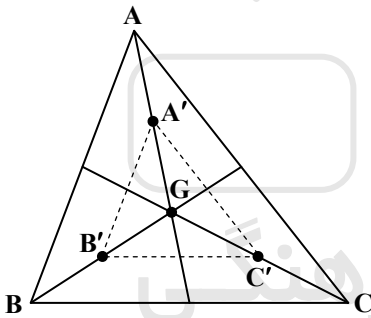
طبق فرض، A', B', C' به ترتیب وسط GA, GB, GC هستند. پس:

$$\text{الف) } G, A, A' \text{ روی یک خط راست قرار دارند و } \frac{GA'}{GA} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ب) } G, B, B' \text{ روی یک خط راست قرار دارند و } \frac{GB'}{GB} = \frac{1}{2}$$

$$\text{پ) } G, C, C' \text{ روی یک خط راست قرار دارند و } \frac{GC'}{GC} = \frac{1}{2}$$

بنابراین A', B', C' به ترتیب مجانس نقاط A, B, C در تجانس به مرکز G و نسبت $k = \frac{1}{2}$ هستند.



بنابراین نسبت تجانس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ برابر $\frac{1}{2}$ یا ۲ است. پس گزینه ۱ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۴)

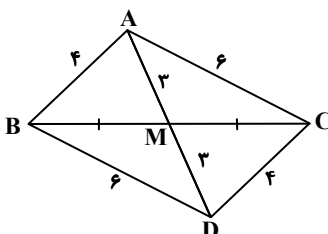
۲۵- پاسخ: گزینه ۳

نکته: در مثلث ABC ، که $BC = a$ ، $AB = c$ و $AC = b$ مساحت از رابطه زیر به دست می آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (\text{دستور هرون})$$

که در این دستور $P = \frac{a+b+c}{2}$ نصف محیط مثلث است.

اگر میانه AM را به اندازه خودش از طرف M امتداد دهیم، مطابق شکل، متوازی الاضلاعی حاصل می شود که دو مثلث AMB و MCD در آن با هم هم نهشت اند. پس مساحت مثلث ABC با مساحت مثلث ACD برابر است. بنابراین کافی است مساحت مثلث ACD با اضلاع ۶، ۴ و ۶ را به روش هرون محاسبه کنیم:



$$P = \frac{6+4+6}{2} = 8$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{8 \times 2 \times 4 \times 2} = 8\sqrt{2}$$

۲۶- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: اگر I ماتریس همانی مرتبه n و A یک ماتریس $n \times n$ باشد، آنگاه: $AI = IA = A$

نکته: $ACB + ADB = A(C + D)B$

با استفاده از نکات بالا، داریم:

$$A \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} B + A \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} B = A \left(\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \right) B = A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} B = AIB = AB \quad \text{طبق فرض} \quad \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۴ است.

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: وارون ماتریس $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ (در صورت وجود) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}; |A| = ad - bc$$

ابتدا ماتریس A و سپس ماتریس $A + 4I$ را به دست می‌آوریم:

$$2A + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 11 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ -1 & -9 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 11 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 10 \\ -12 & -14 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -6 & -7 \end{bmatrix}$$

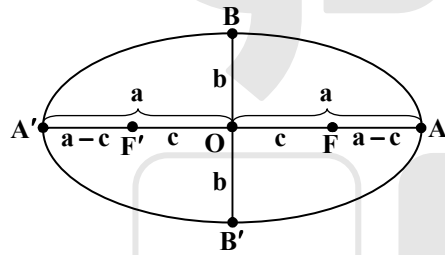
$$\Rightarrow A + 4I = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -6 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$$

اکنون با استفاده از نکته بالا برای ماتریس $C = A + 4I = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -6 & -3 \end{bmatrix}$ داریم:

$$|C| = -6 + 30 = 24 \Rightarrow C^{-1} = (A + 4I)^{-1} = \frac{1}{24} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: در بیضی شکل زیر داریم:



۱) $AA' = 2a =$ طول قطر بزرگ

۲) $BB' = 2b =$ طول قطر کوچک

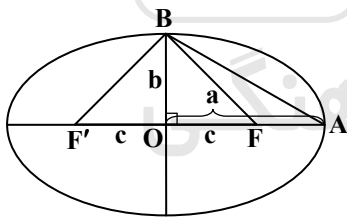
۳) $FF' = 2c =$ فاصله کانونی

۴) $a^2 = b^2 + c^2$

نکته: در هر بیضی نسبت $\frac{c}{a}$ را خروج از مرکز بیضی می‌گویند و با e نمایش می‌دهند.

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$S_{\triangle OAB} = 2 \times S_{\triangle BFF'} \Rightarrow \frac{1}{2} b \times a = 2 \times \frac{1}{2} b \times 2c \Rightarrow a = 4c \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{1}{4}$$



۲۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * هندسه ۳ (فصل ۳، درس ۲)

نکته: فرض کنیم \vec{a} و \vec{b} دو بردار غیرصفر و θ زاویه بین این دو بردار باشد، داریم:

$$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}, \quad \vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta, \quad |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \theta, \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

با توجه به فرض مسئله و نکته بالا، داریم:

$$|(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + 2\vec{b})| = 48\sqrt{2} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{a} \times \vec{b} - \vec{b} \times \vec{a} - 2\vec{b} \times \vec{b}| = 48\sqrt{2} \Rightarrow |\vec{0} + 2\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{b} - \vec{0}| = 48\sqrt{2} \Rightarrow |3\vec{a} \times \vec{b}| = 48\sqrt{2}$$

با توجه به رابطه اندازه ضرب خارجی دو بردار، داریم:

$$\Rightarrow 3|\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta = 48\sqrt{2} \Rightarrow 3 \times 6 \times 4 \sin \theta = 48\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{48\sqrt{2}}{72} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3}$$

$$\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{b} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}| |\vec{a}| \cos \theta + |\vec{b}|^2 = 6 \times 6 \times \frac{1}{3} + 6^2 = 8 + 36 = 44$$

حال، حاصل $\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ را می‌یابیم:

۳۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * ریاضی ۱ (فصل ۶، درس ۱)

نکته: اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد، به طوری که برای انجام مرحله اول m روش و برای هر کدام از این m روش، مرحله دوم را بتوان به n روش انجام داد، در کل کار مورد نظر با $m \times n$ روش قابل انجام است.
با توجه به اینکه میان ارقام ۱ تا ۹، تعداد ۵ رقم فرد و ۴ رقم زوج داریم، دو حالت زیر را می توان در نظر گرفت:

$$۱) \frac{۵}{\text{فرد}} \times \frac{۴}{\text{زوج}} \times \frac{۵}{\text{فرد}} = ۱۰۰$$

$$۲) \frac{۴}{\text{زوج}} \times \frac{۵}{\text{فرد}} \times \frac{۴}{\text{زوج}} = ۸۰$$

بنابراین طبق اصل جمع، کل حالات برابر $۱۰۰ + ۸۰ = ۱۸۰$ است.

۳۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

نکته ۱: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « $p \wedge q$ » که خوانده می شود « p و q » را «ترکیب عطفی» دو گزاره می گوئیم. در اینجا به رابط منطقی « \wedge » عطف گفته می شود. ارزش ترکیب عطفی دو گزاره « $p \wedge q$ » فقط وقتی درست است که ارزش هر دو گزاره p و q درست باشد و در بقیه حالات ارزش $p \wedge q$ نادرست است.

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

نکته ۲: هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « p یا q » را که به صورت « $p \vee q$ » می نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می گوئیم. در اینجا به رابط منطقی « \vee » فاصل گفته می شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره « $p \vee q$ » فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد و در بقیه حالات ارزش $p \vee q$ درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

نکته ۳: اگر p و q هم ارزش باشند (هر دو درست یا هر دو نادرست)، آنگاه ترکیب دوشرطی « $p \leftrightarrow q$ » درست و در غیر این صورت نادرست است.

طبق فرض، گزاره « $p \leftrightarrow q$ » نادرست است، پس دقیقاً یکی از دو گزاره p یا q درست و دیگری نادرست است. بنابراین گزاره مرکب فصلی « $p \vee q$ » درست است. پس گزاره مرکب عطفی « $(p \vee q) \wedge r$ » هم ارز با گزاره r است. بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)

۳۲- پاسخ: گزینه ۲

$$۱ \text{ نکته: } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$۲ \text{ نکته: } A - B = A \cap B'$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$P(A \cap B') = ۰/۲ \Rightarrow P(A - B) = ۰/۲ \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = ۰/۲ \Rightarrow ۰/۶ - P(A \cap B) = ۰/۲ \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۴$$

$$P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

۳۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱: پارامتر جامعه یک مشخصه عددی است که توصیف کننده جنبه خاصی از جامعه بوده و همواره ثابت است.

نکته ۲: بر آورد نقطه ای پارامتر جامعه برابر با مقدار عددی حاصل از جای گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر است.

تمام نمونه های دوتایی را نوشته و میانگین آن ها را حساب می کنیم.

$$\{۰, ۱\}: \frac{۰+۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$\{۰, ۳\}: \frac{۰+۳}{۲} = \frac{۳}{۲}$$

$$\{۰, ۴\}: \frac{۰+۴}{۲} = ۲$$

$$\{۱, ۳\}: \frac{۱+۳}{۲} = ۲$$

$$\{۱, ۴\}: \frac{۱+۴}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

$$\{۳, ۴\}: \frac{۳+۴}{۲} = \frac{۷}{۲}$$

واضح است که ۵ بر آورد متمایز وجود دارد؛ زیرا میانگین نمونه های دوتایی، ۵ عدد متمایز است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۴- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱: برای هر سه مجموعه دلخواه A، B و C داریم:

$$\begin{aligned} ۱) A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \\ ۲) A \cup A' &= U \\ ۳) A \cap U &= A \end{aligned}$$

نکته ۲: $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$

از رابطه $B - A \subseteq (B - A)'$ نتیجه می شود $B - A = \emptyset$ ، زیرا تنها مجموعه تهی است که زیرمجموعه متمم خود ($Q' = U$) می باشد. در حالت کلی برای مجموعه D اگر $D \subseteq D'$ ، داریم:

$$\left. \begin{aligned} D \subseteq D' \\ D \subseteq D \end{aligned} \right\} \Rightarrow D \subseteq D' \cap D \Rightarrow \left. \begin{aligned} D \subseteq \emptyset \\ \emptyset \subseteq D \end{aligned} \right\} \Rightarrow D = \emptyset$$

از آنجایی که $B - A = \emptyset$ ، پس یعنی اعضای B در A وجود داشته اند، یعنی $B \subseteq A$ (*). اینک به سراغ ساده کردن عبارت $B \cup (A \cap B')$ می رویم. با توجه به نکته ۱، داریم:

$$(B \cup A) \cap (B \cup B') = (A \cup B) \cap U = A \cup B \xrightarrow[\text{نکته ۲}]{(*)} A \cup B = A$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

۳۵- پاسخ: گزینه ۴

نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

احتمال انتخاب هریک از تفنگ ها $\frac{1}{3}$ است. احتمال اینکه تیر هریک از تفنگ ها به هدف برخورد نکند، برابر $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{5}$ و $\frac{1}{3}$ است. پس طبق نکته بالا، احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \times \frac{17}{20} = \frac{17}{60}$$

▲ مشخصات سؤال: دشار * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

۳۶- پاسخ: گزینه ۳

نکته ۱ (انحراف معیار داده ها): اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف معیار آن ها را با نماد σ نشان می دهیم، که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $x_i - \bar{x}$ را انحراف داده i ام از میانگین داده ها می گویند.

نکته ۲ (واریانس داده ها): توان دوم انحراف معیار داده ها را واریانس داده ها گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می دهیم.

چون میانگین هر دو گروه ۷ است، پس میانگین کل ۸ داده هم مساوی ۷ است. طبق نکته بالا، داریم:

$$\text{واریانس ۵ داده اول} = \frac{(x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_5 - 7)^2}{5} = 4 \Rightarrow (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_5 - 7)^2 = 20$$

$$\text{واریانس ۳ داده دوم} = \frac{(y_1 - 7)^2 + (y_2 - 7)^2 + (y_3 - 7)^2}{3} = 2 \Rightarrow (y_1 - 7)^2 + (y_2 - 7)^2 + (y_3 - 7)^2 = 6$$

$$\text{واریانس ۸ داده} = \frac{(x_1 - 7)^2 + (x_2 - 7)^2 + \dots + (x_5 - 7)^2 + (y_1 - 7)^2 + (y_2 - 7)^2 + (y_3 - 7)^2}{8} = \frac{20 + 6}{8} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4} = 3.25$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۲)

۳۷- پاسخ: گزینه ۴

نکته (قضیه تقسیم): اگر a عددی صحیح و b عددی طبیعی باشد در این صورت، اعدادی صحیح و منحصر به فرد مانند q و r یافت می شوند به قسمی که $a = bq + r$ و $0 \leq r < b$.

طبق نکته بالا، داریم:

$$a = 56q + r, \quad r = 2q^3, \quad 0 \leq r < 56 \Rightarrow a = 56q + 2q^3, \quad 0 \leq 2q^3 < 56$$

$$0 \leq q^3 < 28 \Rightarrow \text{Max } q = 3 \Rightarrow \text{Max } a = 56 \times 3 + 2(27) = 222$$

۳۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۱، درس ۳)

نکته ۱: به دو طرف یک رابطه هم‌نهستی می‌توان عددی صحیح را اضافه یا از آن کم کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow \begin{cases} a+c \equiv b+c \\ a-c \equiv b-c \end{cases}$$

نکته ۲: دو طرف یک رابطه هم‌نهستی را می‌توان در عددی صحیح ضرب کرد.

$$a \equiv b \Rightarrow ac \equiv bc$$

نکته ۳: دو طرف یک رابطه هم‌نهستی را می‌توان به توان n رساند. ($n \in \mathbb{N}$)

$$a \equiv b \Rightarrow a^n \equiv b^n$$

نکته ۴: دو طرف دو رابطه هم‌نهستی را که پیمانه‌های یکسان داشته باشند، می‌توان با هم جمع یا از هم منها و یا در هم ضرب کرد.

$$a \equiv b, c \equiv d \Rightarrow \begin{cases} ac \equiv bd & (۱) \\ a+c \equiv b+d & (۲) \\ a-c \equiv b-d & (۳) \end{cases}$$

ابتدا داریم:

$$3^3 \equiv 1 \xrightarrow{\text{به توان } 5n} 3^{15n} \equiv 1 \xrightarrow{\times 3^2} 3^{15n+2} \equiv 9$$

$$2^6 \equiv -1 \xrightarrow{\text{به توان } 2n} 2^{12n} \equiv -1 \xrightarrow{\times 2} 2^{12n+1} \equiv -2$$

بنابراین خواسته سؤال برابر است با:

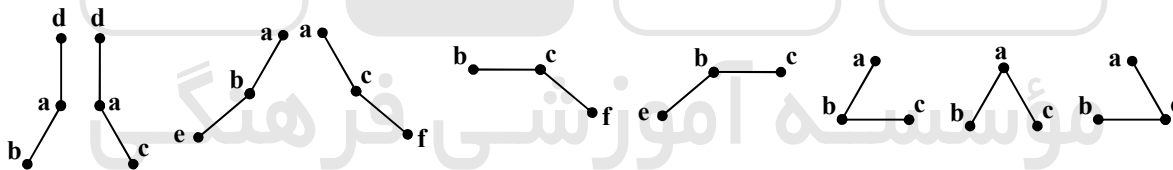
$$3^{15n+2} \times 2^{12n+1} + 8 \equiv 9 \times 2 + 8 \equiv 26 \equiv 0$$

۳۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * ریاضیات گسسته (فصل ۲، درس ۱)

نکته ۱ (دو یال مجاور): دو یال را مجاور گوئیم، هرگاه رأسی وجود داشته باشد که هر دوی آن‌ها به آن متصل باشند.

نکته ۲: هر زیرگراف از گراف G ، گرافی است که مجموعه رئوسش زیرمجموعه‌ای از مجموعه رئوس گراف G و مجموعه یال‌هایش نیز زیرمجموعه‌ای از مجموعه یال‌های گراف G باشد.

در گراف داده شده، هر دو یال مجاور یک زیرگراف با ۳ رأس و ۲ یال ایجاد می‌کند که به شکل‌های زیر هستند:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید تعداد ۹ زیرگراف با شرایط خواسته شده رسم شده است، بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۴۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * ریاضیات گسسته (فصل ۳، درس ۱)

نکته: تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

ابتدا شرط‌های مسئله را بررسی کرده و در هر مرحله، معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$x_1 \geq 5 \Rightarrow x_1 - 5 \geq 0 \Rightarrow y_1 = x_1 - 5 \Rightarrow x_1 = 5 + y_1 \Rightarrow 5 + y_1 + x_2 + x_3 = 10 \Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 = 5$$

حال مسئله را روی متغیر x_2 حالت‌بندی می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_2 = 1 \Rightarrow y_1 + x_3 = 4 \Rightarrow \binom{4+2-1}{2-1} = 5 \\ x_2 = 0 \Rightarrow y_1 + x_3 = 5 \Rightarrow \binom{5+2-1}{2-1} = 6 \end{cases}$$

تعداد جواب‌های مسئله برابر است با:

$$\text{تعداد کل جواب‌ها} = 5 + 6 = 11$$

فیزیک

۴۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۱ (فصل ۳)

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ :گزینه ۱: نادرست؛ انرژی جنبشی چتر باز ثابت است؛}$$

گزینه ۲: نادرست؛ با سقوط چتر باز، انرژی پتانسیل گرانشی آن کاهش می‌یابد و کار نیروی وزن روی چتر باز مثبت است.

$$W_{\text{وزن}} = -mg\Delta h \text{ و } \Delta U = mg\Delta h \text{ و } \Delta h < 0$$

گزینه ۳: درست؛ انرژی مکانیکی چتر باز که حاصل جمع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن است، در حال کاهش است.

گزینه ۴: نادرست؛ کار کل انجام شده روی چتر باز صفر است، پس کار وزن قرینه کار نیروی مقاومت هوا است.

$$\Delta K = W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{\text{مقاومت هوا}}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۴۲- پاسخ: گزینه ۱

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}$$

$$12 = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 1/2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow 4 \log 2 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 2^4 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow 2^4 = \frac{I}{I_0}$$

$$\Rightarrow I = 16 I_0 = 16 \times 10^{-12} = 1/6 \times 10^{-11} \frac{W}{m^2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۴۳- پاسخ: گزینه ۲

در آب‌های کم عمق هر چه عمق آب کمتر باشد، تندی انتشار موج کمتر می‌شود و طول موج یعنی فاصله جبهه‌های متوالی موج هم کمتر می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

$$E = k \frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_A}{r_A^2} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{3r}{r}\right)^2 = 9$$

$$E_A - E_B = 16 \times 10^3 \Rightarrow E_A - \frac{1}{9} E_A = 16 \times 10^3 \Rightarrow \frac{8}{9} E_A = 16 \times 10^3 \Rightarrow E_A = 18 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۵- پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} Q_2 = Q_1 \\ C_2 = \kappa C_1 \\ Q = CV \end{array} \right\} \Rightarrow C_2 V_2 = C_1 V_1 \Rightarrow \kappa C_1 V_2 = C_1 V_1 \Rightarrow 4V_2 = V_1$$

$$\left. \begin{array}{l} V_2 - V_1 = -30 \\ V_1 = 4V_2 \end{array} \right\} \Rightarrow V_2 = 10V$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

$$d = 1m \Rightarrow R = \frac{1}{2}m$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{4\pi R^2} \Rightarrow \delta = \frac{Q}{4 \times \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2} \Rightarrow Q = \delta \pi \mu C$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۷- پاسخ: گزینه ۴

با توجه به مدار، دو باتری در خلاف جهت هم متصل شده‌اند و با توجه به اینکه $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$ است، پس جهت جریان و توان تولیدی را باتری قوی‌تر یعنی \mathcal{E}_2 تعیین می‌کند.

■ باتری (۱) از مدار انرژی می‌گیرد، لذا گزینه ۱ درست نیست.

■ توان تولیدی باتری (۲) را علاوه بر مقاومت R و \mathcal{E}_1 ، مقاومت درونی r_1 نیز مصرف می‌کند، لذا گزینه ۲ درست نیست.

■ نیروی محرکه باتری (۱) کمتر از باتری (۲) است، لذا انرژی مصرف می‌کند و توان خروجی ندارد؛ بنابراین گزینه ۳ درست نیست.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۸- پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \rho \frac{L}{A} = 20 \Omega \\ R_2 &= \rho \frac{(L-2)}{A} = 16 \Omega \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{20}{16} = \frac{L}{L-2} \Rightarrow 5(L-2) = 4L \Rightarrow L = 10 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۹- پاسخ: گزینه ۲

با افزایش مقاومت رئوستا جریان در مدار سمت چپ کاهش یافته و نور لامپ کم می‌شود؛ بنابراین در مدار سمت راست مقاومت LDR زیاد شده و جریان در مدار سمت راست کم می‌شود.

$$I_{\text{راست}} = \frac{\mathcal{E}_2}{R_{\text{eq راست}} + r_2} \Rightarrow \text{راست } R_{\text{eq}} \text{ افزایش یافته و } I \text{ کاهش می‌یابد}$$

$$\mathcal{E}_2 = V_{\text{ولتسنج}} + \underbrace{r_2 I_{\text{راست}} + R_{23} I_{\text{راست}}}_{\text{کاهش}}$$

با قطع کلید k چون جریان از دیود نیز نمی‌گذرد، مقاومت R_3 حذف شده و مقاومت معادل مدار سمت راست افزایش می‌یابد؛ بنابراین جریان در مدار سمت راست کاهش یافته و (با استدلالی مشابه بالا) ولتاژ دو سر ولتسنج کم می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۰- پاسخ: گزینه ۴

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{\text{eq}}} = \frac{15}{2 + 10 + 10 + 8} = 0.5 \text{ A}$$

$$V_P - R_1 I - R_3 I = V_Q \Rightarrow V_Q - V_P = -(R_1 + R_3)I = -(10 + 8) \times 0.5 = -9 \text{ V}$$

$$\Delta U = q \cdot \Delta V = q(V_Q - V_P) = 3 \times 10^{-6} \times (-9) = -27 \mu\text{J}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۵۱- پاسخ: گزینه ۲

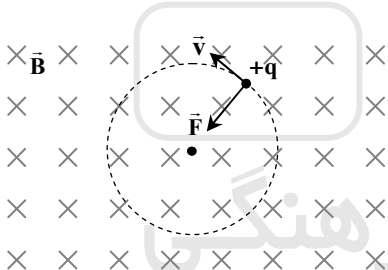
$$|\mathcal{E}_{\text{av}}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow |\mathcal{E}_{\text{av}}| = 200 \times \frac{10^{-4}}{\Delta t} = \frac{0.02}{\Delta t}$$

$$I_{\text{av}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{av}}}{R} = \frac{0.02}{10 \times \Delta t} = \frac{0.002}{\Delta t}$$

$$q = I_{\text{av}} \Delta t \Rightarrow q = 0.002 \text{ C} = 2 \text{ mC}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۲ (فصل ۳) و فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۲- پاسخ: گزینه ۴



نیروی مغناطیسی، نیروی مرکزگرا است. طبق قاعده دست راست، جهت چرخش گلوله پادساعتگرد است.

$$F = ma \quad \text{و} \quad a = \frac{v^2}{R}$$

$$|q|vB \sin 90^\circ = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{|q|B} \xrightarrow{q > 0} R = \frac{mv}{qB}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۵۳- پاسخ: گزینه ۳

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{20}{0.02\pi} = \frac{1000}{\pi}, \quad A = \pi r^2 = 10^{-4} \pi \text{ m}^2$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times \left(\frac{1000}{\pi}\right)^2 \times (10^{-4} \pi)}{1} = 4 \times 225 \times 10^{-7} = 9 \times 10^{-5} = 90 \mu\text{H}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۴- پاسخ: گزینه ۳

هر دو نمودار مکان-زمان به صورت خط راست هستند، یعنی هر دو حرکت یکنواخت روی خط راست است.

$$x = vt + x_0$$

$$A: x_0 = +10 \text{ m} \quad \text{و} \quad v = v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50 - 10}{1} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x_A = 40t + 10$$

$$B: x_0 = +50 \text{ m} \quad \text{و} \quad v = v_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 50}{1} = -50 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow x_B = -50t + 50$$

$$x_A = x_B \Rightarrow 40t + 10 = -50t + 50 \Rightarrow 90t = 40 \Rightarrow t = \frac{4}{9} \text{ s}$$

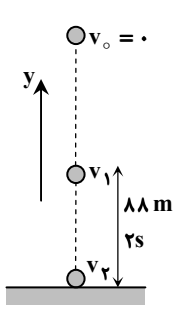
$$x_A = x_B = -50 \times \frac{4}{9} + 50 = \frac{200}{9} \text{ m}$$

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

راه حل اول:

برای ۲ ثانیه آخر سقوط داریم:



$$v_2 = -g\Delta t + v_1 \xrightarrow{\Delta t=2s} v_2 = -20 + v_1$$

$$\Delta y = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow -18 = \frac{v_1 + (v_1 - 20)}{2} \times 2 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = -34 \frac{m}{s} \\ v_2 = -54 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$v_2^2 = -2g\Delta y \text{ کل} \Rightarrow 54 \times 54 - 0 = -20 \times \Delta y \text{ کل} \Rightarrow \Delta y \text{ کل} = -145 / 10 \text{ m}$$

$$l = |\Delta y \text{ کل}| = 14.5 / 10 \text{ m}$$

راه حل دوم:

اگر کل مدت زمان سقوط t باشد، داریم:

$$y_{(t-2s)} - y_t = 18 \Rightarrow -\frac{1}{2}g(t-2)^2 + \frac{1}{2}gt^2 = 18 \Rightarrow -5t^2 + 20t - 20 + 5t^2 = 18 \Rightarrow t = 5 / 10 \text{ s}$$

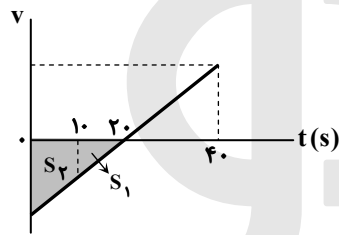
$$y_t = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_t = -\frac{1}{2} \times 10 \times (5/10)^2 = -14.5 / 10 \Rightarrow l = 14.5 / 10 \text{ m}$$

۵۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۱)

راه حل اول:

متحرک در مدت $t = 0$ تا $t = 40$ s یک حرکت با شتاب ثابت دارد. با توجه به تقارن نمودار سرعت-زمان در این ۴۰ ثانیه می توان گفت که در $t = 20$ s جهت حرکت (علامت سرعت) عوض می شود. پس بیشترین فاصله متحرک از نقطه شروع در $t = 20$ s است.

برای بازه $t = 0$ تا $t = 10$ s:

$$S_2 = |\Delta x| = 300 \text{ m}$$

با توجه به تشابه مثلثها، می توان نوشت:

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2} = \left(\frac{10}{20}\right)^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_1 + 300} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_1 = 100 \Rightarrow |\Delta x_{(0,20s)}| = S_1 + S_2 = 400 \Rightarrow |x_{20} - x_0| = 400 \text{ m}$$

راه حل دوم:

$$v = at + v_0 \text{ و } v_{t=20s} = 0 \Rightarrow 20a + v_0 = 0$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow -300 = 50a + 10v_0 \Rightarrow \Delta a + v_0 = -30 \Rightarrow \left. \begin{aligned} a = 2 \frac{m}{s^2} \text{ و } v_0 = -40 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\}$$

$$x_{t=20s} - x_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 + 20 \times (-40) = -400 \text{ m} \Rightarrow |x_{t=20s} - x_0| = 400 \text{ m}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۱)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

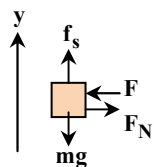
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \Delta x = \frac{v(0) + v(5)}{2} \times 5 + \frac{v(5) + v(10)}{2} \times 5 + v(10) \times 10$$

$$\left. \begin{aligned} v(5) &= 5 \times 4 = 20 \frac{m}{s} \\ v(10) &= 20 - 5 \times 2 = 10 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{0+20}{2} \times 5\right) + \left(\frac{20+10}{2} \times 5\right) + 10 \times 10 = 50 + 75 + 100 = 225 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{225}{20} = 11.25 \frac{m}{s}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

۵۸- پاسخ: گزینه ۲



$$\begin{cases} F = F_N \\ f_s - mg = ma \Rightarrow f_s = m(g+a) \end{cases}$$

چون حرکت کندشونده رو به پایین است، شتاب در خلاف جهت بردار سرعت و رو به بالا است، بنابراین

$$a = +2 \frac{m}{s^2} \text{ است.}$$

$$f_s = 2(10 + 2) = 24 \text{ N}$$

۵۹- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۲)

یکی از نیروی وارد بر جسم، وزن است که واکنش آن به عامل به وجود آورنده آن یعنی زمین وارد می شود و واکنش نیروی فنر به خود فنر که این نیرو را ایجاد کرده است، اعمال می گردد.

۶۰- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$v = R_c \sqrt{\frac{g}{r}} \Rightarrow v \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{1}{4}$$

در حرکت ماهواره‌ها دور زمین داریم:

$$T^2 \propto r^3 \quad \text{یا} \quad T \propto r\sqrt{r}$$

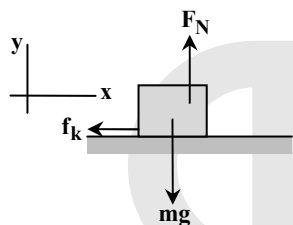
$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{r_A}{r_B} \cdot \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} = 4 \times \sqrt{4} = 8$$

۶۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۲)

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a \Delta x \Rightarrow 0 - 4 = 2 \times a \times 0.8 \Rightarrow a = -2.5 \frac{m}{s^2}$$

از لحظه‌ای که جعبه را رها می کنیم نیروهای وارد بر آن، مطابق شکل است.



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow -f_k = ma \Rightarrow -\mu_k F_N = ma$$

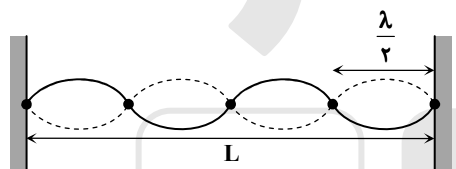
$$\Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow -\frac{5}{2} = -\mu_k g \Rightarrow \mu_k = \frac{1}{4}$$

توجه کنید که جرم جعبه در محاسبه فوق نقشی ندارد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۴)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲

راه حل اول:

فاصله هر دو گره متوالی $\frac{\lambda}{2}$ است، پس با توجه به شکل روبه‌رو، طول تار ۲ برابر طول موج است.

$$L = 2\lambda \Rightarrow \frac{\lambda}{L} = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم:

در یک تار دو سر بسته در حالتی که n شکم تشکیل می شود، (n+1) گره خواهیم داشت (همانگ n ام).

$$L = \frac{n\lambda_n}{2} \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n} \xrightarrow{n=4} \lambda_4 = \frac{2L}{4} = \frac{L}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

$$2\lambda_B = \frac{4}{3}\lambda_A \Rightarrow \lambda_A = \frac{4}{3}\lambda_B$$

طول موج A برابر $\frac{4}{3}$ طول موج B است:

تندی انتشار به دامنه و بسامد موج بستگی ندارد و تنها به محیط و شرایط فیزیکی محیط وابسته است؛ بنابراین تندی انتشار دو موج در یک محیط برابر است و داریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{f_B}{f_A} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = \frac{4}{3}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۳)

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

$$F = -kx = ma \Rightarrow \frac{m}{k} = -\frac{x}{a}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{-\frac{x}{a}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{|x|}{a}} = 2\pi\sqrt{\frac{4 \times 10^{-2}}{1}} = \frac{4\pi}{10} = \frac{2\pi}{5} \text{ (s)} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_{\max} = A\omega = 0.1 \times 5 = 0.5 \frac{m}{s}$$

۶۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۴)

برای آنکه سطح آنتن به خوبی امواج را کانونی نماید، باید بازتاب پخشنده اتفاق نیفتد و برای این موضوع لازم است ابعاد ناهمواری‌های سطح در مقایسه با طول موج پرتوها کاملاً کوچک باشد.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^9} = 3 \times 10^{-3} \text{ m} = 3 \text{ mm}$$

طول موج در حدود چند میلی‌متر است. بنابراین با توجه به گزینه‌ها، ناهمواری‌ها می‌تواند حدود ۱ mm و کمتر از آن باشد.

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$$K_{\max} = hf - W_0 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$K_{\max_2} - K_{\max_1} = hc \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 1200 \left(\frac{1}{150} - \frac{1}{200} \right) = 2 \Rightarrow K_{\max_2} - 3 = 2 \Rightarrow K_{\max_2} = 5 \text{ eV}$$

۶۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۵)

$n = 6$: سومین خط $\Rightarrow n' = 3$: رشته پاشن

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = 0.1 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right) \Rightarrow \lambda = 1200 \text{ nm}$$

۶۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۳ (فصل ۶)

^{238}U ایزوتوپ فراوان اورانیم است که احتمال شکافته شدن آن توسط نوترون بسیار کم است. نوترون‌های تند به احتمال زیاد جذب می‌شوند و در نتیجه شکافت اتفاق نمی‌افتد. نوترون‌های کند می‌توانند باعث شکافت ^{235}U شوند و افزایش درصد این ایزوتوپ در یک نمونه را غنی‌سازی اورانیم می‌نامند.

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * فیزیک ۳ (فصل ۶)

$$\frac{N(160)}{N(120)} = \frac{2/5 \times 10^{24}}{1.25} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2} \right)^t \Rightarrow \text{فاصله زمانی «روز } t = 120 \text{» تا «روز } t = 160 \text{» شامل دو نیمه‌عمر است.}$$

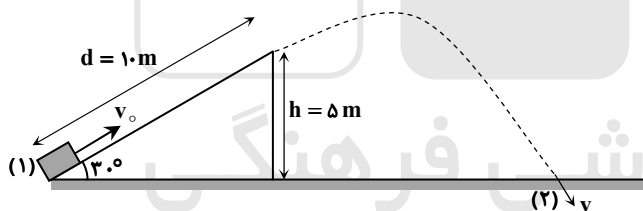
$$40 = 2T \Rightarrow T = 20 \text{ روز}$$

$$n = \frac{120}{20} = 6 \Rightarrow \frac{N(120)}{N_0} = \left(\frac{1}{2} \right)^6 \Rightarrow N(120) = \frac{1}{64} \times N_0 \Rightarrow 10^{25} = \frac{1}{64} N_0 \Rightarrow N_0 = 64 \times 10^{25}$$

۷۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۳)

سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته می‌شود.



$$d = \frac{h}{\sin 30^\circ} \Rightarrow d = 10 \text{ m}$$

$$E_f - E_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -f_k d \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times v^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = -7/6 \times 10$$

$$\Rightarrow v^2 - 400 = -76 \Rightarrow v^2 = 400 - 76 = 324 \Rightarrow v = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$P_{\text{در عمق } 7 \text{ m}} = P_0 + \rho g h = 10^5 + 1000 \times 10 \times 7 = 8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{در سطح آب}} = P_0 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow 8 \times 10^5 \times \frac{4}{3} \pi r_1^3 = 10^5 \times \frac{4}{3} \pi r_2^3 \Rightarrow 8 r_1^3 = r_2^3 \Rightarrow r_2 = 2 r_1$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۴)

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = \frac{\Delta L}{L_1 \alpha} = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{0.20 \times 10^{-5}} = 50^\circ \text{C}$$

$$Q = mc \Delta \theta = 0.1 \times 400 \times 50 = 2000 \text{ J} = 2 \text{ kJ}$$

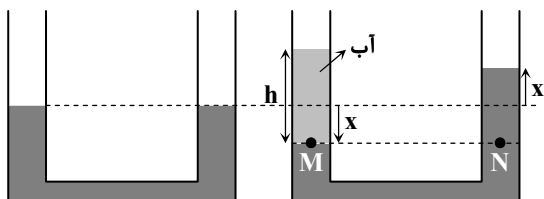
۷۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۲)

با اضافه کردن آب به شاخه سمت چپ، ارتفاع مایع در شاخه سمت چپ به اندازه x پایین می آید و در شاخه مقابل، نسبت به حالت اول به اندازه x بالا می رود. ابتدا ارتفاع آب اضافه شده را به دست می آوریم:

$$V = A \times h \Rightarrow 10 = \pi \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times h \Rightarrow h = \frac{40}{\pi} \text{ cm}$$

شکل لوله پس از اضافه شدن آب به صورت روبه رو است:



$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h = \rho_{\text{مایع}} g (2x)$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{40}{\pi} = 8 \times 2 \times x \Rightarrow x = \frac{5}{2\pi} \text{ cm}$$

اختلاف ارتفاع سطح آزاد دو مایع برابر است با:

$$\Delta h = h - 2x = \frac{40}{\pi} - 2\left(\frac{5}{2\pi}\right) = \frac{35}{\pi} \text{ cm}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۴- پاسخ: گزینه ۳

$$W = -P \Delta V = -4 \times 10^5 \times (1/5 - 2) \times 10^{-3} = +200 \text{ J}$$

چون فشار ثابت است و حجم کاهش یافته، با توجه به $PV = nRT$ دمای گاز نیز حتماً کاهش یافته و در نتیجه انرژی درونی گاز کم شده است، پس:

$$\Delta U = -300 \text{ J} \quad \Delta U = Q + W \Rightarrow Q = -300 - 200 = -500 \text{ J}$$

یعنی گاز ۵۰۰ J گرما به محیط داده است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * فیزیک ۱ (فصل ۵)

۷۵- پاسخ: گزینه ۱

بازده $= \frac{|W|}{Q_H} \Rightarrow 0.4 = \frac{60}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 150 \text{ kJ}$ (در هر دقیقه)

$Q_H = 150 \times 60 = 9000 \text{ kJ}$ (در هر ساعت)

جرم سوخت در هر ساعت: $x = 9000 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ g}}{50 \text{ kJ}} = 180 \text{ g}$

شیمی

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۶- پاسخ: گزینه ۳

$x = \text{تعداد الکترون} = \text{تعداد پروتون}$

$\text{تعداد نوترون} = 1/5 x$

$160 = 80 + 80 = \text{مجموع تعداد الکترون و پروتون} \Rightarrow x = 80 = Z$

$200 = 120 + 80 = A = \text{مجموع تعداد نوترون و پروتون} \Rightarrow 120 = 280 - 160 = \text{تعداد نوترون}$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۷- پاسخ: گزینه ۲

جرم اتمی میانگین اتم نئون (\bar{M}) از رابطه زیر قابل محاسبه است:

روش اول:

$$\bar{M} = \frac{M_1 F_1 + M_2 F_2 + M_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{(20 \times 90/5) + (21 \times 10/3) + (22 \times 9/2)}{100} = 20.187 \text{ amu}$$

روش دوم:

$$\bar{M} = M_1 + \frac{(M_2 - M_1) F_2}{100} + \frac{(M_3 - M_1) F_3}{100} = 20 + \frac{(21 - 20) \times 10/3}{100} + \frac{(22 - 20) \times 9/2}{100} = 20 + 0.003 + 0.184 = 20.187 \text{ amu}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۱)

۷۸- پاسخ: گزینه ۴

نام عنصر	دوره	گروه	آرایش الکترونی فشرده
$_{11}\text{Na}$	سوم	اول	$[\text{Ne}] 3s^1$
$_{35}\text{Br}$	چهارم	هفدهم	$[\text{Ar}] 3d^{10} 4s^2 4p^5$
$_{20}\text{Ca}$	چهارم	دوم	$[\text{Ar}] 4s^2$

۷۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۲)

$$\text{الف) } H_2 : \cdot / 5 g H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{2 g H_2} = \cdot / 25 \text{ mol } H_2 \quad \text{یا} \quad 5 / 6 L H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22 / 4 L H_2} = \cdot / 25 \text{ mol } H_2$$

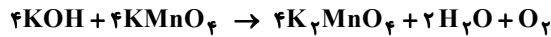
$$\text{ب) } CO_2 : \cdot / 75 \text{ mol } CO_2 \times \frac{22 / 4 L CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 16 / 8 L CO_2$$

$$\text{پ) } O_3 : \cdot / 5 \text{ mol } O_3 \times \frac{48 g O_3}{1 \text{ mol } O_3} = 24 g O_3$$

۸۰- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۱ (فصل ۲)

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



که مجموع ضرایب مواد موجود در دو سمت واکنش برابر با ۱۵ است.

۸۱- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

فرمول شیمیایی هریک از ترکیب‌های ارائه شده در گزینه‌ها و نسبت تعداد کاتیون‌ها به آنیون‌ها به صورت زیر است:

$$1) (NH_4)_2CO_3 : \frac{2}{1}$$

$$2) Al(NO_3)_3 : \frac{1}{3}$$

$$3) MgSO_4 : \frac{1}{1}$$

$$4) Fe_3(PO_4)_2 : \frac{3}{2}$$

۸۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

شکل پدیده اسمز معکوس را نشان می‌دهد که برای تصفیه آب دریاها استفاده می‌شود؛ که بر اثر ایجاد فشار، مولکول‌های آب از محیط بالا با عبور از غشای نیمه‌تراوا وارد محیط پایینی شده و تصفیه می‌شوند و به تدریج با گذشت زمان، محلول قسمت بالای غشای نیمه‌تراوا غلیظ‌تر می‌شود.

۸۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

$$\text{محلول جرم محلول} : 2L \times \frac{1000 \text{ mL}}{1L} \times \frac{1g}{1 \text{ mL}} = 2000g$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6 \Rightarrow 355 = \frac{x}{2000g} \times 10^6 \Rightarrow x = 0.71g Na_2SO_4$$



$$0.71g Na_2SO_4 \times \frac{1 \text{ mol } Na_2SO_4}{142g Na_2SO_4} \times \frac{1 \text{ mol } SO_4^{2-}}{1 \text{ mol } Na_2SO_4} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol } SO_4^{2-}$$

۸۴- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۱ (فصل ۳)

به بیشترین مقدار از یک نمک که در ۱۰۰ گرم آب در دمای معین حل می‌شود، انحلال پذیری آن می‌گوییم.

$$\text{نمک } A : 100g H_2O \times \frac{0.4g A}{2000g H_2O} = 0.02g A$$

این نمک کم محلول است، چون انحلال پذیری آن بیشتر از ۰/۰۱ و کمتر از ۱ گرم در ۱۰۰ گرم آب است.

۸۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه ۱: در گروه‌های نافلزلی (مانند گروه ۱۷)، از بالا به پایین واکنش پذیری کاهش می‌یابد.

گزینه ۲: گروه ۱۷ از دوره ۲ آغاز می‌شود، پس در دوره اول هیچ عنصری از گروه ۱۷ وجود ندارد.

گزینه ۴: عناصر گروه ۱ به طور کلی از عناصر گروه ۲ جدول دوره‌ای واکنش پذیرتر هستند.

۸۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۱)

بدون در نظر گرفتن اثر بازده، در فرایند (I)، به ازای مصرف هر مول Fe_2O_3 ، ۲ مول Fe تولید می‌شود و در فرایند (II)، به ازای مصرف هر ۲ مول Fe_2O_3 ، ۴ مول Fe تولید می‌شود؛ بنابراین در فرایند (II) هم به ازای مصرف هر مول Fe_2O_3 ، ۲ مول Fe تولید می‌شود. ولی باید در نظر داشت که بازده این دو فرایند با هم برابر نیست؛ بنابراین مقدار آهن تولیدی در دو فرایند هم برابر نیست و در فرایندی که بازده بیشتری دارد، بیشتر است.

۸۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۱)

تنها مورد «سوم»، نادرست است.

فرمول عمومی آلکان‌ها، C_nH_{2n+2} است.

$$\frac{\text{تعداد اتم‌های هیدروژن}}{\text{تعداد اتم‌های کربن}} = \frac{2n+2}{n} = 2/4 \Rightarrow n=5 \rightarrow C_5H_{12}$$

مورد «اول»: در آلکان‌ها، اتم‌های هیدروژن به کربن متصل هستند؛ بنابراین به تعداد اتم‌های هیدروژن، پیوند C-H وجود دارد.

مورد «دوم»: ساده‌ترین آلکن، اتن (C_2H_4) است که ۴ اتم هیدروژن دارد.

مورد «سوم»: با افزایش تعداد اتم‌های کربن در آلکان‌های راست‌زنجیر، گران‌روی آن‌ها افزایش می‌یابد؛ بنابراین گران‌روی پنتان راست‌زنجیر

از نونان راست‌زنجیر (C_9H_{20}) کمتر است.

مورد «چهارم»: پنتان در دمای $22^\circ C$ ، مایع است.

۸۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۲ (فصل ۲)

$$\text{حجم مکعب} = (2 \text{ cm})^3 = 8 \text{ cm}^3 = 8 \text{ mL}$$

$$\text{جرم مکعب} = 8 \text{ mL} \times \frac{20 \text{ g}}{1 \text{ mL}} = 160 \text{ g}$$

$$Q = m \cdot C \cdot \Delta\theta \Rightarrow 160 \times 0.13 \times 10 = 208 \text{ J}$$

$$Q = m \cdot C \cdot \Delta\theta \Rightarrow 208 = m \times 0.104 \times 80 \Rightarrow m = 25 \text{ g}$$

۸۹- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۲ (فصل ۲)

گزینه ۱: ترکیب موجود در میخک (۲- هیتانول) دارای گروه عاملی کتونی است نه آلدهیدی.

گزینه ۲: ترکیب (II) دارای گروه عاملی الکی است.

گزینه ۳: چون فرمول مولکولی یکسانی دارند، $(C_6H_{12}O)$ پس هم‌پار یا ایزومر یکدیگر هستند.

گزینه ۴: ترکیب (II) پیوند $C=C$ دارد و سیر نشده است.

۹۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

در هر واکنش، چنانچه سرعت متوسط هر ماده را به ضریب استوکیومتری آن تقسیم کنیم، عددی به دست می‌آید که آن را سرعت واکنش می‌نامیم و برای همه مواد شرکت‌کننده در واکنش یکسان می‌باشد، بنابراین:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}(A)}{x} = \frac{\bar{R}(B)}{y} = z = 5 \times 10^{-3}$$

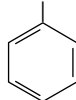
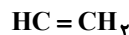
۹۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۲)

چون نمودار صعودی است، پس مربوط به فرآورده این واکنش (NH_3) است.

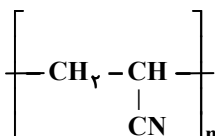
$$\bar{R}_{(NH_3)} = \frac{\Delta[NH_3]}{\Delta t} = \frac{4/9 - 4}{300} = 0.003 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{(واکنش)}} = \frac{\bar{R}_{(NH_3)}}{2} = \frac{0.003}{2} = 0.0015 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

۹۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

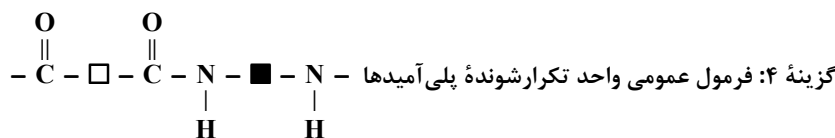
بررسی گزینه‌های نادرست:



گزینه ۱: مونومر سازنده پلی‌استیرن:



گزینه ۲: پلی‌سیانو اتن:



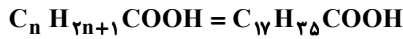
۹۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۲ (فصل ۳)

در گزینه‌های ۲ و ۳ بخش الکی به ترتیب اتانول و متانول هستند که ایزومر الکی دیگری ندارند.

گزینه ۴ در کل استر نیست، اما در گزینه ۱ بخش الکی ۱- پروپانول است که ایزومر دیگر آن ۲- پروپانول است.

۹۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



$$0.00568 \div 284 = 2 \times 10^{-5} \text{ mol} \xrightarrow{+0.1L} 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[H^+] = M\alpha = 2 \times 10^{-4} \times 0.2 = 4 \times 10^{-5} \Rightarrow pH = 5 - \log 4 = 5 - 2 \log 2 = 5 - 2(0.3) = 4.4$$

۹۵- پاسخ: گزینه ۲

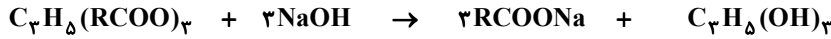
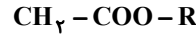
▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)



|

استر بلندزنجیر با سه عامل استری و سه زنجیر هیدروکربنی یکسان

|



$$\frac{4.3}{\text{جرم مولی}} = \frac{1/5}{3} \Rightarrow \text{جرم مولی استر} = 8.06$$

$$\text{جرم مولی استر} = 3R + (6 \times 12) + (6 \times 16) + (5 \times 1) = 8.06 \Rightarrow R = 211 \Rightarrow C_n H_{2n+1} = 211 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow 14n + 1 = 211 \Rightarrow n = 15 \Rightarrow C_3 H_7 (C_{15} H_{31} COO)_3 = C_{51} H_{98} O_6$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۱)

۹۶- پاسخ: گزینه ۳

$$pH = 10.7 \Rightarrow [H^+] = 10^{-10.7} \Rightarrow [H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-10.7}} = 10^{-3.3}$$

$$K_b = \frac{[OH^-]^2}{M - [OH^-]} \Rightarrow \frac{(10^{-3.3})^2}{0.1 - 10^{-3.3}} = \frac{(10^{-3.3})^2}{0.1} = \frac{10^{-6.6}}{10^{-1}} = 10^{-5.6}$$

$$K_b = 10^{-5.6} = 10^{-5} \times 10^{-0.6} = 10^{-5} \times (10^{-0.3})^2 = 10^{-5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.25 \times 10^{-5} = 2.5 \times 10^{-6}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل‌های ۱ و ۲)

۹۷- پاسخ: گزینه ۳

با قرار دادن تیغه روی در محلول هیدروکلریک اسید، واکنش زیر انجام می‌گیرد:

$Zn(s) + 2HCl(aq) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$ pH محلول اسید در ابتدا برابر ۲ است، پس غلظت محلول هیدروکلریک اسید در ابتدا ۰/۰۱ مول بر لیتر است و در زمان موردنظر با مصرف

شدن اسید، pH به اندازه ۰/۳ افزایش می‌یابد و به ۲/۳ می‌رسد، پس غلظت اسید برابر می‌شود با: $10^{-2.3} = 5 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot L^{-1}$

بنابراین غلظت HCl به اندازه ۰/۰۵ مول بر لیتر کاهش یافته و تعداد مول‌های مصرف شده HCl برابر با $0.05 \times 0.1 = 0.005 \text{ mol}$

است. طی این مدت، تعداد مول یون‌های روی تولید شده در محلول به $2/5 \times 10^{-4}$ می‌رسد؛ در نتیجه غلظت روی کلرید

$$\frac{2/5 \times 10^{-4}}{0.1} = 2/5 \times 10^{-3} \text{ مولار خواهد بود.}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۸- پاسخ: گزینه ۴

غشاء مورد استفاده در سلول سوختی یکی از اجزای اصلی به‌همراه الکتروود آند و کاتد است و تنها مبادله‌گر پروتون است که در آن H^+

تولیدی در آند را به طرف کاتد یا قطب مثبت انتقال می‌دهد.

▲ مشخصات سؤال: ساده * شیمی ۳ (فصل ۲)

۹۹- پاسخ: گزینه ۳

بررسی عبارت‌های نادرست:

(الف) در حلی‌ها، فلز محافظ (قلع) قدرت کاهندگی کمتری از فلز آهن دارد.

(ت) اگر قطعه‌ای از آهن با لایه‌ای از فلز مس پوشانده شود، آهن متفاوت با آنچه که در آهن گالوانیزه رخ می‌دهد از خوردگی محافظت می‌شود؛

چون در آهن گالوانیزه، آهن توسط یک فلز واکنش‌پذیرتر (کاهنده‌تر) محافظت می‌شود.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۳)

۱۰۰- پاسخ: گزینه ۳

اگر جرم اولیه ۱۰۰ گرم در نظر گرفته شود و میزان H_2O جدا شده x g باشد:

$$3/32 = \frac{13/32 - x}{100 - x} \times 100 \Rightarrow 332 - 3/32x = 1332 - 100x \Rightarrow 96/68x = 1000 \Rightarrow x \approx 10/34$$

جرم مخلوط جدید برابر می‌شود با:

$$100 - 10/34 = 89/66$$

$$\text{درصد جرمی SiO}_2 \text{ در مخلوط جدید} = \frac{\text{جرم ماده موردنظر}}{\text{جرم کل نمونه}} \times 100 = \frac{46/2}{89/66} \times 100 \approx 51/5\%$$

۱۰۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

- گزینه ۱: هسته اتم‌های سازنده مولکول‌های سه اتمی خمیده، بر روی یک خط راست قرار نمی‌گیرد. مانند H_2O
- گزینه ۲: گشتاور دوقطبی کربونیل سولفید (COS) صفر نیست و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.
- گزینه ۴: بار جزئی اتم مرکزی در مولکول‌های خطی، می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

۱۰۲- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

- (زرد) $V^{5+}(aq): \dots 3s^2 3p^6$
- (آبی) $V^{4+}(aq): \dots 3s^2 3p^6 3d^1$
- (سبز) $V^{3+}(aq): \dots 3s^2 3p^6 3d^2$
- (بنفش) $V^{2+}(aq): \dots 3s^2 3p^6 3d^3$

(الف) نادرست؛ با توجه به آرایش‌های الکترونی، عبارت «الف» نادرست است.

(ب) نادرست؛ فلز روی نقش کاهنده و وانادیم (V) نقش اکسنده را دارد.

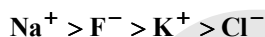
(پ) درست

(ت) نادرست؛ با کاهش عدد اکسایش وانادیم، طول موج رنگ محلول نمک‌های آن، هم زیاد و هم کم می‌شود.

۱۰۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۳)

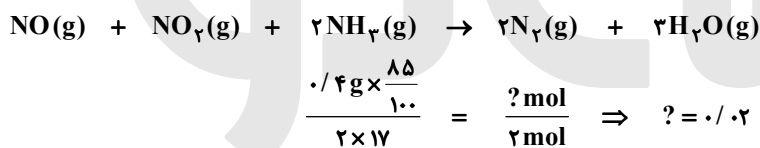
- با توجه به اینکه مقدار بار الکتریکی هر چهار یون برابر است، پس مقایسه چگالی بار آن‌ها فقط وابسته به شعاع یونی آن‌هاست که هر چه شعاع یون کوچک‌تر باشد چگالی بار آن بیشتر است. پس مقایسه چگالی بار این یون‌ها چنین است:

در نتیجه بیشترین تفاوت چگالی بار مربوط به دو یون Na^+ و Cl^- است.

۱۰۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * شیمی ۳ (فصل ۴)

معادله موازنه شده واکنش چنین است:



۱۰۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * شیمی ۳ (فصل ۴)



مول‌ها: ۱ ۲ ۴ (حجم سامانه = ۱L)

$$K = \frac{[C]}{[A] \times [B]} = \frac{4}{2 \times 1} = 2$$



مول‌ها: ۳ ۴ ۶ (حجم سامانه = x)

$$K = \frac{[C]}{[A] \times [B]} = \frac{6}{\frac{3}{x} \times \frac{4}{x}} = 2 \Rightarrow \frac{6x}{12} = 2 \Rightarrow x = 4L$$