

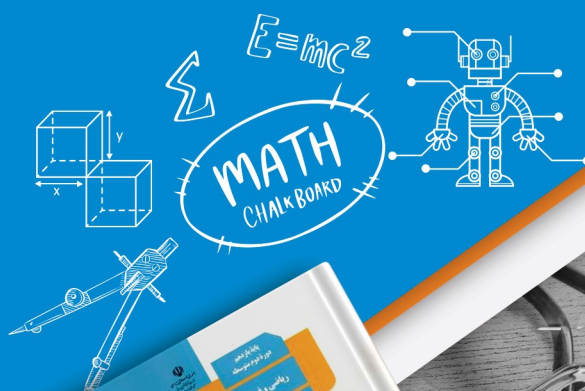
آزمون آزمایشی ۱۸ اردیبهشت

دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مرحله
۱۳



۱۴۰۴-۱۴۰۵

تذکرات مهم ↓

↙ آزمون پیشرفت تحصیلی مرحله ۱۴ گزینه دو، در روز جمعه ۲۵ اردیبهشت ۱۴۰۵ برگزار می گردد.

↙ دانش آموز گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

↘ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

↙ کارنامه های آزمون ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مرحله ۱۳ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



دانش آموز گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

گروه ریاضی

سید امیرمحمد سیدشاکری

کارشناسان	طراحان	مسئول درس: علی افضل زاده
سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد	سید امیرمحمد سیدشاکری • علی فرمد	دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری
علی صادقی • مانی خداینده	سعید اکبرزاده • هادی کاظم نژاد	مسئول درس: سعید اکبرزاده
حسین خواجوند • مانی خداینده	امیدرضا پورحسینی	دستیار: هادی کاظم نژاد
پوپک مقدم	محمد خانگلدی	مسئول درس: سعید اکبرزاده
امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده	علیرضا صحرایی • عباس مالکی	دستیار: فرهاد فرزامی
		مسئول درس: ایمان اردستانی
		دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی
		مسئول درس: حسین افسری
		دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

گروه علوم

محمد حسین کشانی

کارشناسان	طراحان	مسئول درس: بتول خواجه پور
علی جوهری • میلاد حاتمی • نرگس حسینی	سعید خورشیدی نسب • رضا بهنامی	دستیار: منصور داودوندی
مریم گلی حسن لو	یوسف صباغی • محسن داودی	دستیار: ساناز دریکوندی
محمد احمدی	محمدعلی توسلی فر • محمد احمدی • یاسر راش • بابک اسفندی	مسئول درس: سعید حامد میرقادری
فرزانه صاعدی • روزبه اسحاقیان • حسن علیمحمدی	فرزانه رجایی • عباس روزبهانی • حسن علیمحمدی	دستیار: حسین سعادت
		مسئول درس: شکیبیا کریمی

گروه انسانی

اکبر آخوندی

کارشناسان	طراحان	مسئول درس: محمدرضا پیرو
محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی	مینا پزنگ • محمدحسین صفایی • حمزه کریم تباح فر • هادی قورزایی • محمدرضا پیرو • امیرمهدی اسفندی	دستیار: سپهر سالارکیا
مهتاب شیرازی • هستی ناصح	علیرضا مختاری • آزاده میرزایی • الهام میرزایی • مبینا تاجیک	مسئول درس: الهام رضایی
علی شکر • فاطمه یاری	نگین تربیتی • حسین سعادت بهشتی • مهدی پارچه باف دولتی	دستیار: فاطمه صفری
فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • سارا حمزه • صبا پهلوان	ولی برجی • حمیدرضا قائد امینی • آریا ذوقی • سید محسن ماهینی • جواهر فرحات • امینه کارآمد	مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	مهسا اصغری • سیده ساره زاهدی	دستیار: ثنا کاشیان
مهتاب شیرازی • محمدصدرا حسینی	سیده ساره زاهدی • الهه ریاحی نسب • محسن سلیمانی	مسئولین درس: پویا رضاداد • محمدحسین حقیقت
ابوالفضل میرمحمدی • امیررضا علیزاده	فاطمه نیتی	مسئول درس: سیده ساره زاهدی
سپهر علی پور • امیررضا علیزاده	سیده ساره زاهدی • الهه ریاحی نسب • محسن انصاری • محمدحسین خدام • فرزان مختاری نژاد	مسئول درس: الناز گنج کار
کوثر رعدی	میترا چینی ساز • طاهره کریمی • علی محسنی • آیدانا رستمی • محمدرضا مبارکی • آرش بدری	دستیار: الهه ریاحی نسب
		مسئول درس: سعید رحیمیان
		دستیاران: محمدحسین خدام - فرزان مختاری نژاد
		مسئول درس: امیر محمدبیگی
		دستیار: محمدرضا مبارکی

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۱)

نکته: بین اندازه یک زاویه مانند θ بر حسب رادیان و طول کمان l روبه‌رو به آن در یک دایره به شعاع r رابطه زیر برقرار است:

$$\theta = \frac{l}{r}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

نکته: اگر D اندازه زاویه‌ای بر حسب درجه و R اندازه آن بر حسب رادیان باشد، آنگاه:

$$\theta = \frac{3\pi}{9} = \frac{\pi}{3}$$

ابتدا اندازه زاویه را بر حسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow D = 60^\circ$$

حال زاویه را بر حسب درجه به دست می‌آوریم:

۲- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: برای هر عدد حقیقی x ، جزء صحیح آن بزرگ‌ترین عدد صحیح است که از x بیشتر نباشد؛ یعنی اگر $k \in \mathbb{Z}$ و $k \leq x < k+1$ آنگاه:

$$[x] = k$$

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ حاصل جزء صحیح، عددی صحیح و قابل قبول است، ولی در گزینه ۳ حاصل جزء صحیح عددی غیر صحیح است.

$$1 \text{ گزینه } 1: 2[3x] + 4 = 0 \Rightarrow [3x] = -2 \quad \checkmark$$

$$2 \text{ گزینه } 2: 3[2x] + 6 = 0 \Rightarrow [2x] = -2 \quad \checkmark$$

$$3 \text{ گزینه } 3: 3[2x] + 4 = 0 \Rightarrow [2x] = -\frac{4}{3} \quad \times$$

$$4 \text{ گزینه } 4: 2[3x] - 6 = 0 \Rightarrow [3x] = 3 \quad \checkmark$$

۳- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)

نکته: برای هر عدد حقیقی x ، جزء صحیح آن بزرگ‌ترین عدد صحیح است که از x بیشتر نباشد؛ یعنی اگر $k \in \mathbb{Z}$ و $k \leq x < k+1$ آنگاه:

$$[x] = k$$

راه حل اول:

با محدوده‌بندی برای x ، ضابطه تابع را بازنویسی کرده و نمودار تابع را رسم می‌کنیم.

$-x$	$0 \leq -x < 1$	$-1 \leq -x < 0$	$-2 \leq -x < -1$	$-3 \leq -x < -2$
$-[-x]$	۰	۱	۲	۳
x	$-1 < x \leq 0$	$0 < x \leq 1$	$1 < x \leq 2$	$2 < x \leq 3$

یعنی تابع به صورت روبه‌رو می‌باشد.

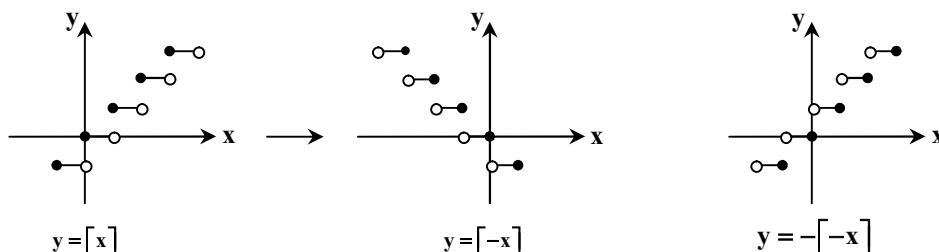
$$y = -[-x] = \begin{cases} 3 & 2 < x \leq 3 \\ 2 & 1 < x \leq 2 \\ 1 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & -1 < x \leq 0 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

که نمودار آن در گزینه ۴ به درستی رسم شده است.

راه حل دوم:

برای رسم $y = -[-x]$ کافی است نمودار تابع پله‌ای $y = [x]$ را نسبت به محور عرض‌ها و در ادامه نسبت به محور طول‌ها قرینه کنیم.

نمودار به دست آمده در گزینه ۴ به درستی رسم شده است.



راه حل سوم:

تابع $f(x) = -[-x]$ به ازای صفر برابر صفر و به ازای $\frac{1}{p}$ برابر یک می باشد. در بین نمودارهای داده شده، تنها نمودار گزینه ۴ از دو نقطه $(0,0)$ و $(\frac{1}{p}, 1)$ می گذرد. پس فقط این نمودار می تواند جواب درست باشد.

۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$x = 2$ یکی از ریشه های معادله است. برای یافتن ریشه های دیگر، ابتدا عبارت را بر $x - 2$ که بر آن بخش پذیر است، تقسیم می کنیم:

$$\begin{array}{r} x^2 - 7x^2 + 5x + 10 \\ -(x^2 - 2x^2) \\ \hline -5x^2 + 5x + 10 \\ -(-5x^2 + 10x) \\ \hline -5x + 10 \\ -(-5x + 10) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$x^2 - 7x^2 + 5x + 10 = 0 \Rightarrow (x-2)(x^2 - 5x - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 5x - 5 = 0 \end{cases}$$

بنابراین:

$$-\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = 5$$

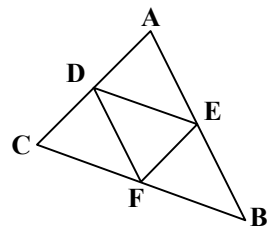
مجموع ریشه های دیگر این معادله برابر است با:

۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

نکته: اگر A و B دو نقطه در صفحه مختصات و M وسط پاره خط AB باشد، مختصات نقطه M برابر است با:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

راه حل اول:



اگر مطابق شکل روبه رو، مختصات رئوس مثلث را $A(a, a')$ ، $B(b, b')$ و $C(c, c')$ بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} \text{D وسط A و C است: } \frac{a+c}{2} = 5 \Rightarrow a+c=10 \\ \text{E وسط A و B است: } \frac{a+b}{2} = -3 \Rightarrow a+b=-6 \Rightarrow 2a+2b+2c=8 \Rightarrow a+b+c=4 \\ \text{F وسط B و C است: } \frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c=4 \end{cases}$$

راه حل دوم:

$$\frac{x_A + x_F}{2} = \frac{x_D + x_E}{2} \Rightarrow a+2 = 5-3 \Rightarrow a=0$$

می دانیم چهارضلعی $ADFE$ متوازی الاضلاع است، پس:

$$\frac{x_D + x_B}{2} = \frac{x_E + x_F}{2} \Rightarrow 5+b = -3+2 \Rightarrow b=-6$$

همچنین چهارضلعی $DEBF$ متوازی الاضلاع است، پس:

$$\frac{x_C + x_E}{2} = \frac{x_D + x_F}{2} \Rightarrow c-3 = 5+2 \Rightarrow c=10$$

همچنین چهارضلعی $CDEF$ نیز متوازی الاضلاع است، پس:

$$a + b + c = 4$$

۶- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)

نکته:

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

$$\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$$

$$\log_c ab = \log_c a + \log_c b$$

در عبارت داده شده به جای a و b مقادیر لگاریتمی آن‌ها را قرار می‌دهیم و مطابق نکته، داریم:

$$2(b - a + 1) = 2(\log 3 - \log 5 + 1) = 2(\log \frac{3}{5} + \log 10) = 2 \log(\frac{3}{5} \times 10) = 2 \log 6 = \log 36$$

۷- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس‌های ۲ و ۴)

نکته: $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$, $\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$, $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \cos \alpha$

نکته: $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

با استفاده از اتحادهای مثلثاتی، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \cos(2\pi + \alpha) + \cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) \sin(\pi + \alpha) = \cos \alpha \times \cos \alpha + \sin \alpha \times (-\sin \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

۸- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۱)

نکته: اگر $|u| < a$ و a عددی مثبت باشد، آنگاه: $-a < u < a$

نکته: هر بازه باز شامل x_0 را یک همسایگی x_0 می‌نامیم.

ابتدا نامعادله قدرمطلق داده شده را حل می‌کنیم:

$$|3x - 5| < 2 \Rightarrow -2 < 3x - 5 < 2 \Rightarrow 3 < 3x < 7 \Rightarrow 1 < x < \frac{7}{3}$$

بازه $(1, \frac{7}{3})$ مطابق نکته همسایگی تمامی اعضای این بازه است. با توجه به اینکه $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$, $\sqrt{2} = 1/41$, $\frac{5}{4} = 1/25$, $2\sqrt{2} = 2/82$ و

$\frac{9}{4} = 2/25$ فقط عدد $2\sqrt{2}$ در بازه موردنظر نیست. بنابراین بازه $(1, \frac{7}{3})$ همسایگی عدد $2\sqrt{2}$ نیست.

۹- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

نکته: تابع f در a از راست پیوسته است هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

نکته: تابع f در a از چپ پیوسته است هرگاه: $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$

این تابع در $x = 2$ از راست پیوسته است، پس داریم:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x+2) = 4 \\ f(2) = 2a - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a - 3 = 4 \Rightarrow 2a = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{2}$$

این تابع از چپ پیوسته نیست. ابتدا حد چپ تابع را در $x = 2$ محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (b \sin \frac{\pi x}{4} - 1) = b - 1$$

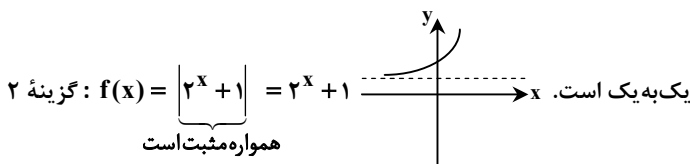
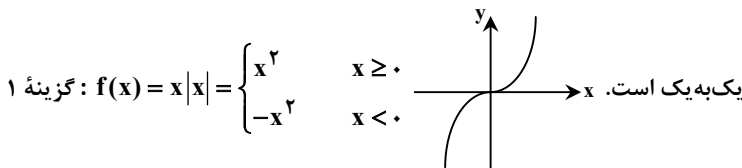
اگر تابع از چپ پیوسته نباشد، باید:

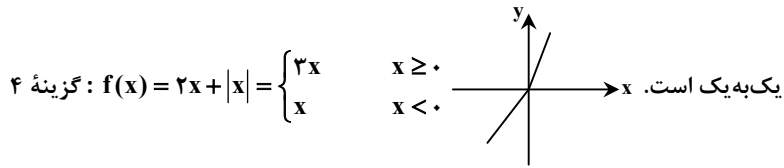
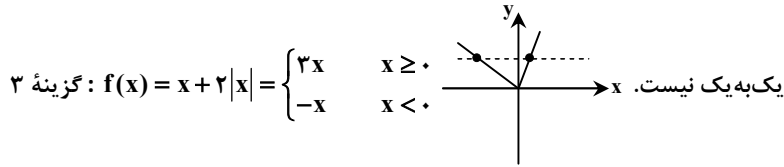
$$b - 1 \neq 4 \Rightarrow b \neq 5$$

۱۰- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

نکته: تابعی یک‌به‌یک است که هر خطی موازی محور طول‌ها، $(y = k)$ نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:





بنابراین گزینۀ ۳ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)

۱۱- پاسخ: گزینۀ ۲

راه حل اول:

با استفاده از تغییر متغیر $\sqrt{x^2 - x} = A$ داریم:

$$2\sqrt{x^2 - x} + x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow (\sqrt{x^2 - x})^2 + 2\sqrt{x^2 - x} - 3 = 0 \Rightarrow 2A + A^2 - 3 = 0 \Rightarrow (A-1)(A+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A=1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = 1 \Rightarrow x^2 - x = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \text{ معادله ۲ جواب دارد.} \\ A=-3 \Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = -3 \text{ غق ق} \end{cases}$$

راه حل دوم:

$$x^2 - x = t \Rightarrow 2\sqrt{t} = -t + 3 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 4t = t^2 - 6t + 9 \Rightarrow t^2 - 10t + 9 = 0 \Rightarrow (t-9)(t-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=9 \Rightarrow x^2 - x = 9 \text{ در معادله اولیه صدق نمی کند و غیر قابل قبول است.} \\ t=1 \Rightarrow x^2 - x = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 5 \Rightarrow \text{ معادله دو جواب دارد.} \end{cases}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۱۲- پاسخ: گزینۀ ۱

اگر g و f دو تابع باشند، ترکیب g با f را با $g \circ f$ نمایش می دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می کنیم: (به شرط آنکه مقادیر f در دامنه g قرار داشته باشد).

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \quad D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

مطابق تعریف دامنه تابع مرکب برای تعیین دامنه $g \circ f$ به دامنه توابع f و g و ضابطه تابع f احتیاج داریم. مطابق شکل دامنه توابع f و g برابر است با:

$$D_f = [0, 3], \quad D_g = (-1, 2)$$

ضمناً تابع f تابعی خطی است که از دو نقطه $(0, 3)$ و $(3, 0)$ می گذرد. پس شیب این خط برابر -1 است. با توجه به اینکه عرض از مبدأ آن ۳ می باشد، معادله خط به صورت $y = -x + 3$ است، پس:

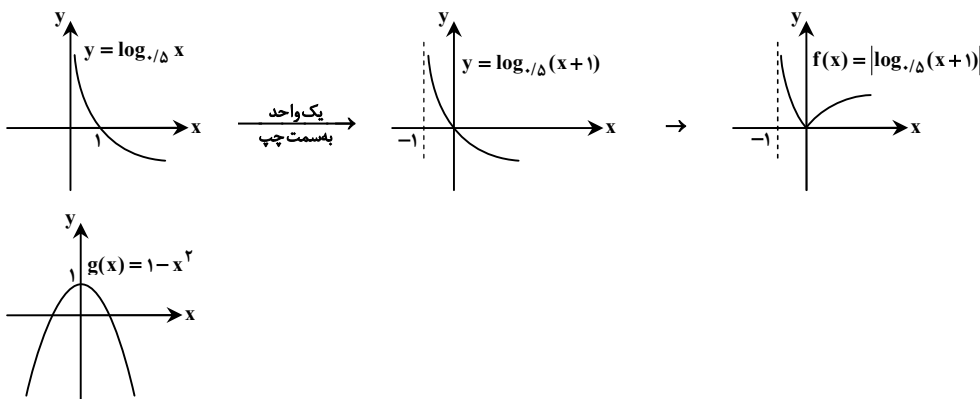
$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{0 \leq x \leq 3 \mid -1 < -x + 3 < 2\} = \{0 \leq x \leq 3 \mid -4 < -x < -1\} = \{0 \leq x \leq 3 \mid 1 < x < 4\} = (1, 3]$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۴) و (فصل ۳، درس ۲)

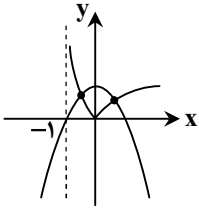
۱۳- پاسخ: گزینۀ ۲

نکته: برای رسم تابع $y = |f(x)|$ کافی است نمودار تابع $f(x)$ را رسم کرده و قسمت هایی از نمودار را که زیر محور طول ها قرار دارد نسبت به محور طول ها قرینه کنیم.

یکی از روش های به دست آوردن تعداد جواب های معادله $f(x) = g(x)$ ، رسم f و g در یک دستگاه مختصات و به دست آوردن تعداد نقاط برخورد آنها می باشد. پس دو تابع $f(x) = |\log_{1/5}(x+1)|$ و $g(x) = 1 - x^2$ را رسم می کنیم:



اگر این دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، داریم:



با توجه به نمودار، این دو تابع در دو نقطه با یکدیگر برخورد می کنند، پس معادله داده شده ۲ جواب دارد.

۱۴- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

نکته: $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$

زاویه A برابر $\frac{\pi}{4}$ است. از طرفی α و β هر دو حاده هستند، پس با توجه به نکته می توان نوشت:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta) \Rightarrow \cos \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right) = \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha (*)$$

برای به دست آوردن این مقدار نیاز به مقادیر $\sin \beta$ و $\cos \alpha$ داریم:

$$\sin^2 \beta = 1 - \frac{4}{9} \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{5}{9} \xrightarrow{\text{حاده } \beta} \sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{5}{25} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{20}{25} \xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \cos \alpha = \frac{\sqrt{20}}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

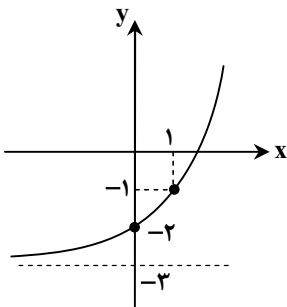
حال با جای گذاری مقادیر به دست آمده در (*) داریم:

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{15} + \frac{10}{15} = \frac{2\sqrt{5} + 10}{15}$$

۱۵- پاسخ: گزینه ۲ **▲** مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۲)

ابتدا ضابطه تابع داخل جزء صحیح را ساده می کنیم:

$$\frac{2^{2x} - 2^{x+1}}{2^x} - 1 = \frac{2^{2x}}{2^x} - \frac{2^{x+1}}{2^x} - 1 = 2^{2x-x} - 2^{x+1-x} - 1 = 2^x - 2 - 1 = 2^x - 3$$



نمودار تابع $f(x) = 2^x - 3$ به شکل روبه رو است. مطابق شکل وقتی x از سمت چپ به یک میل می کند، مقادیر تابع f با مقادیر کمتر از -1 به -1 میل می کنند، پس:

$$0 < x < 1 \Rightarrow -2 < f(x) < -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} [2^x - 3] = -2$$

۱۶- پاسخ: گزینه ۴ **▲** مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)

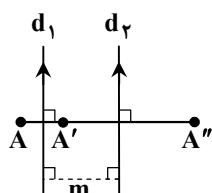
نکته: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = a$

برای محاسبه چنین حدهایی ابتدا با استفاده از تغییر متغیر، سعی می کنیم متغیر حد به صفر میل کند. اگر $x \rightarrow a$ آنگاه با فرض $x - a = t$ ؛ بنابراین حاصل حد خواسته شده برابر است با:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{4x - \pi} \xrightarrow{x - \frac{\pi}{4} = t} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos\left(2\left(\frac{\pi}{4} + t\right)\right)}{4t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + 2t\right)}{4t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\sin 2t}{4t} = -\frac{1}{2} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin 2t}{2t} = -\frac{1}{2} \times 1 = -\frac{1}{2}$$

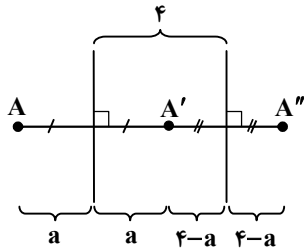
۱۷- پاسخ: گزینه ۳ **▲** مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

نکته: ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای موازی، یک انتقال است که جهت آن عمود بر محورهای بازتاب است و اندازه انتقال، دو برابر فاصله بین دو محور بازتاب موازی است.



در شکل مقابل، A'' انتقال یافته A در راستای عمود بر خطوط موازی d_1 و d_2 به اندازه $2m$ است.

با توجه به نکته بالا، ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای موازی که به فاصله ۴ از یکدیگر قرار دارند، یک انتقال با برداری به طول ۸ است.

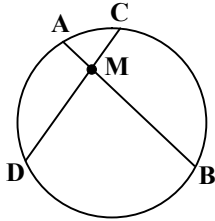


$$AA'' = 2a + 2(4 - a) = 8$$

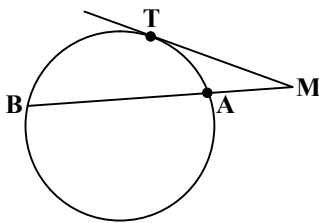
۱۸- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

نکته: هرگاه خطهای شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M درون دایره یکدیگر را قطع کنند.

$$MA \cdot MB = MC \cdot MD$$



نکته: هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع



$$MT^2 = MA \cdot MB$$

با توجه به نکته اول و مطابق شکل، داریم:

$$NB \times NC = NE \times ND \Rightarrow 4 \times 1 = 2 \times y \Rightarrow y = 2$$

و با توجه به نکته دوم و مطابق شکل، داریم:

$$MA^2 = MB \times MC \Rightarrow (\sqrt{14})^2 = x \times (x + 5) \Rightarrow x(x + 5) = 14 \Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -7 \text{ غق قق} \end{cases}$$

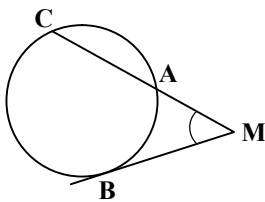
در نتیجه، داریم:

$$x + y = 2 + 2 = 4$$

۱۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

نکته: مجموع اندازه‌های کل کمان‌های مجزای یک دایره برابر 360° است.

نکته: در شکل مقابل، اندازه زاویه M از رابطه زیر به دست می‌آید.



$$\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2}$$

راه حل اول:

$$\text{اگر } \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = k \text{، آنگاه } x = 2k \text{، } y = 3k \text{ و } z = 5k$$

با توجه به اینکه مجموع کمان‌ها برابر 360° است، داریم:

$$x + y + z = 360^\circ \Rightarrow 2k + 3k + 5k = 360^\circ \Rightarrow 10k = 360^\circ$$

$$\Rightarrow k = 36^\circ \Rightarrow \begin{cases} x = 72^\circ \\ y = 108^\circ \\ z = 180^\circ \end{cases}$$

$$\hat{A} = \frac{z - x}{2} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$$

بنابراین:

راه حل دوم:

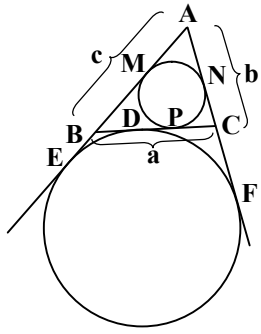
با استفاده از خواص تناسب داریم:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x+y+z}{2+3+5} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ \Rightarrow \begin{cases} x = 72^\circ \\ y = 108^\circ \\ z = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \frac{z - x}{2} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس های ۲ و ۳)

۲۰- پاسخ: گزینه ۴

نکته: در مثلث ABC با دایره محاطی داخلی و یکی از دایره محاطی خارجی به شکل روبه رو، روابط زیر را داریم: (P نصف محیط است).



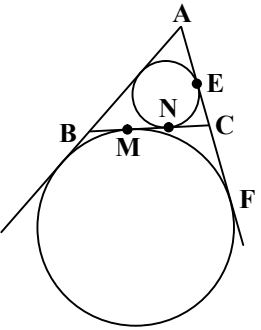
- ۱) $AE = AF = P$
- ۲) $AM = AN = P - a$
- ۳) $BM = BP = P - b$
- ۴) $CN = CP = P - c$

با توجه به نکته، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AF = P \\ AE = P - a \end{array} \right\} \Rightarrow EF = AF - AE = P - (P - a) = a \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} AF = P \\ AC = b \end{array} \right\} \Rightarrow CM = CF = AF - AC = P - b \quad (*)$$

$$\left. \begin{array}{l} CN = P - c \\ (*): CM = P - b \end{array} \right\} \Rightarrow MN = CM - CN = P - b - (P - c) = c - b \quad (2)$$



و در نهایت با استفاده از روابط (۱) و (۲) و طول اضلاع مثلث $(a = 7, b = 6, c = 8)$ ، نسبت اندازه مماس مشترک خارجی دو دایره

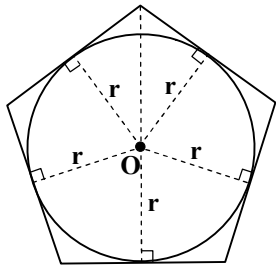
$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{EF}{MN} = \frac{a}{c-b} = \frac{7}{8-6} = \frac{7}{2} = 3.5$$

به اندازه مماس مشترک داخلی آنها، برابر است با:

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۳)

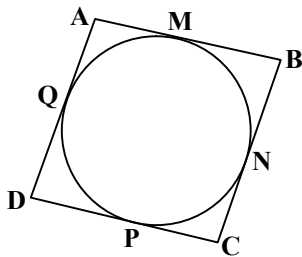
۲۱- پاسخ: گزینه ۱

نکته: اگر در یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط ۲P شعاع دایره محاطی برابر r باشد، داریم:



$$S = Pr \Rightarrow r = \frac{S}{P}$$

نکته: یک چهارضلعی محیطی است اگر و فقط اگر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل، برابر مجموع اندازه های دو ضلع مقابل دیگر باشند.

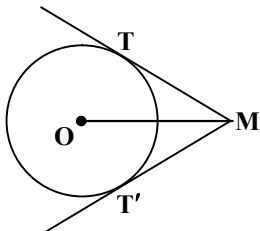


$$ABCD \text{ محیطی است} \Leftrightarrow AB + DC = AD + BC$$

نکته: هرگاه از نقطه M خارج دایره $C(O, r)$ دو مماس بر دایره رسم کنیم T و T' نقاط تماس باشند، آنگاه:

$$MT = MT' \quad \text{الف) اندازه های دو مماس برابرند.}$$

ب) نیم خط MO نیمساز زاویه TMT' است.



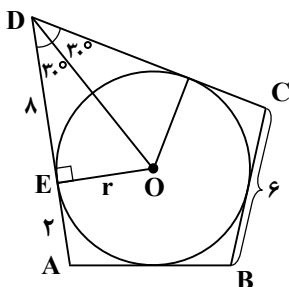
با توجه به نکات در شکل روبه رو، OD نیمساز زاویه D و O مرکز دایره محاطی است، پس:

$$\triangle ODE: \tan 30^\circ = \frac{OE}{DE} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{r}{8} \Rightarrow r = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$AD + BC = DC + AB = 10 + 6 = 16$$

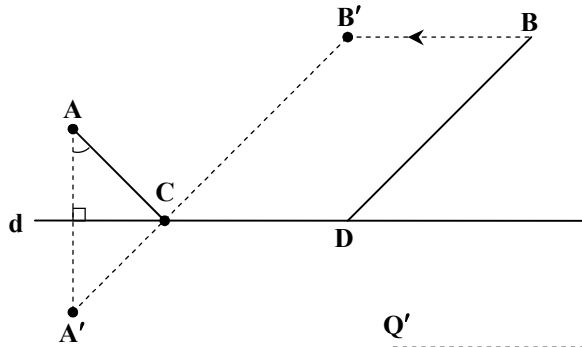
$$2P = AD + BC + DC + AB = 16 + 16 \Rightarrow P = 16$$

$$r = \frac{S}{P} \Rightarrow S = r \cdot P = \frac{8\sqrt{3}}{3} \times 16 = \frac{128\sqrt{3}}{3}$$



۲۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)



در شکل روبه‌رو، اگر بخواهیم از نقطه A به خط d برویم و از C تا D روی خط حرکت کنیم و سپس به نقطه B برویم، برای به‌دست آوردن طول کوتاه‌ترین مسیر، ابتدا B را با بردار \overrightarrow{DC} انتقال می‌دهیم تا B' به‌دست آید. سپس بازتاب A را نسبت به خط d به‌دست می‌آوریم و آن را A' می‌نامیم. در پایان A' را به B' وصل می‌کنیم. محل تقاطع این خط با خط d همان نقطه C است.

با توجه به نکته و مطابق شکل چون $\triangle NPQQ'$ متوازی‌الاضلاع است، باید $\hat{P} = 45^\circ$ باشد. پس:

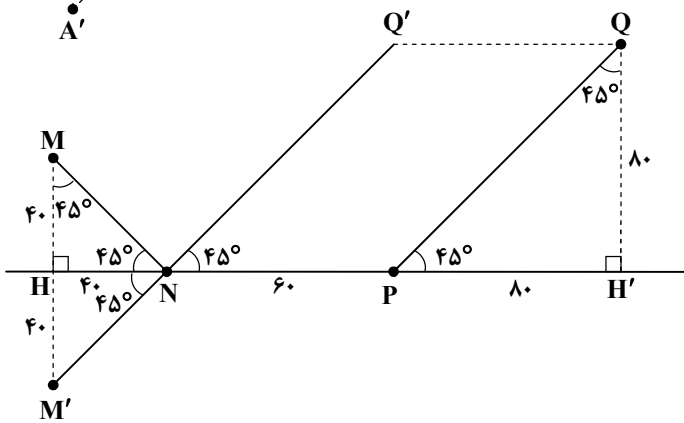
$$\triangle MNH : NH = MH = 40$$

$$\triangle PQH' : PH' = QH' = 80$$

بنابراین:

$$PN = HH' - NH - PH' = 180 - (40 + 80) = 60$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

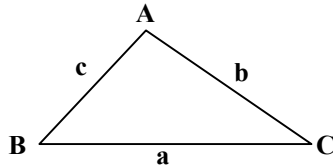


▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۴)

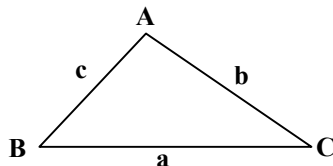
۲۳- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه دو ضلع آن در سینوس زاویه بین دو ضلع.

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$



نکته: در هر مثلث، مربع هر ضلع آن برابر است با مجموع مربعات دو ضلع دیگر منهای دو برابر حاصل ضرب دو ضلع دیگر در کسینوس زاویه بین آن‌ها.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

ابتدا با استفاده از رابطه مساحت داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \sin \hat{A} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{4}{5}$$

اکنون $\cos \hat{A}$ را می‌یابیم:

$$\cos \hat{A} = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \hat{A}} \xrightarrow{\text{حاده است A}} A = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

حال بر طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC خواهیم داشت:

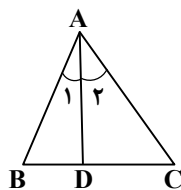
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} = 100 + 64 - 2 \times 10 \times 8 \times \frac{3}{5} = 68 \Rightarrow a = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۳)

۲۴- پاسخ: گزینه ۳

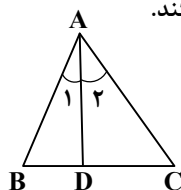
نکته: در هر مثلث، مربع اندازه هر نیمساز داخلی برابر است با حاصل ضرب اندازه دو ضلع زاویه منهای حاصل ضرب اندازه دو قطعه‌ای که نیمساز روی ضلع مقابل ایجاد می‌کند.

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

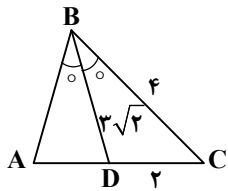


نکته: در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



با استفاده از نکات داریم:



$$BD \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AD}{2} = \frac{AB}{4} \Rightarrow AB = 2AD$$

$$BD^2 = AB \cdot BC - AD \cdot DC \Rightarrow (3\sqrt{2})^2 = 2AD \times 4 - AD \times 2$$

$$\Rightarrow 18 = 8AD - 2AD \Rightarrow 6AD = 18 \Rightarrow AD = 3 \Rightarrow AB = 2 \times 3 = 6$$

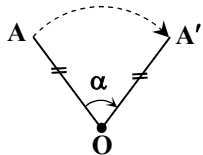
$$AC = AD + DC = 3 + 2 = 5$$

$$ABC \text{ محیط} = AB + BC + AC = 6 + 4 + 5 = 15$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲) و (فصل ۲، درس ۱)

۲۵- پاسخ: گزینه ۱

نکته: دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد، داریم: (در هر دوران، مرکز دوران ثابت می ماند).



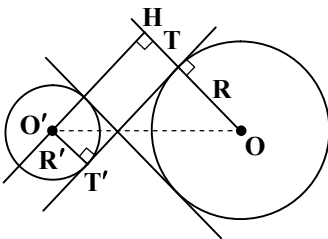
۱) $OA = OA'$

۲) $\angle AOA' = \alpha$

نکته: در هر دوران، اندازه هر پاره خط و تصویر آن با هم برابرند.

نکته: در دو دایره متخارج، دو مماس مشترک داخلی و خطالمركزین در یک نقطه همرس هستند و اندازه مماس مشترک داخلی از رابطه زیر به دست می آید.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (R + R')^2}$$



مطابق شکل دایره های C و C'' نیز مماس خارج هستند و از آنجاکه دوران طولپاست، داریم:

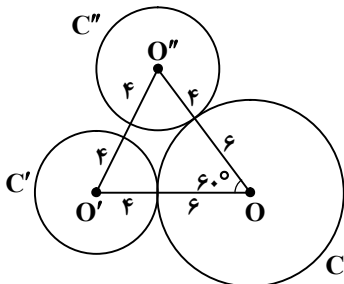
$$R'' = R' = 4$$

$$OO' = OO'' \Rightarrow \triangle OO'O'' \text{ متساوی الساقین است}$$

$$\xrightarrow{\hat{O} = 60^\circ} \triangle OO'O'' \text{ متساوی الاضلاع است.} \Rightarrow O'O'' = OO'' = 10$$

پس طول مماس مشترک داخلی دو دایره C' و C'' برابر است با:

$$\sqrt{d^2 - (R' + R'')^2} = \sqrt{10^2 - (4 + 4)^2} = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$$

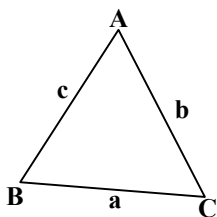


▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس های ۲ و ۴)

۲۶- پاسخ: گزینه ۲

نکته: مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه های هر دو ضلع در سینوس زاویه بین آن ها:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \cdot \sin \hat{B}$$



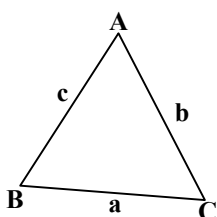
نکته: در مثلث ABC، که $BC = a$ و $AB = c$ و $AC = b$ مساحت از رابطه زیر به دست می آید:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \text{ (دستور هرون)}$$

که در این دستور $P = \frac{a+b+c}{2}$ نصف محیط مثلث است.

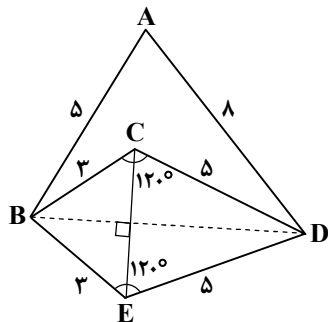
نکته: قضیه کسینوس ها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع های اندازه های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$



نکته: یکی از کاربردهای بازتاب، حل مسائلی است که به مسائل هم پیرامونی یا هم محیطی معروف است. در این گونه مسائل، هدف این است که بدون این که محیط یک چندضلعی تغییر کند، مساحت آن چندضلعی را تغییر دهیم.

باید بازتاب نقطه C را نسبت به BD بیابیم و آن را به B و D وصل کنیم. چهارضلعی ABED، زمین افزایش یافته است که مساحت آن را محاسبه می‌کنیم. بر طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث BCD داریم:



$$BD^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \cos 120^\circ = 9 + 25 + 15 = 49 \Rightarrow BD = 7$$

مساحت مثلث ABD را با کمک دستور هرون، محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{5 + 7 + 8}{2} = 10$$

$$S_{\triangle ABD} = \sqrt{10(10-5)(10-7)(10-8)} = \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = 10\sqrt{3}$$

در نهایت مساحت جدید زمین برابر است با:

$$S_{ABED} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BED} = 10\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin 120^\circ = 10\sqrt{3} + \frac{15\sqrt{3}}{4} = 13\frac{7}{4}\sqrt{3}$$

۲۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۲)

نکته (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده x_1, x_2, \dots, x_n را با نماد \bar{x} نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\frac{19/5 + 17/5 + 18 + 19 + x}{5} = 18/5 \Rightarrow \frac{74 + x}{5} = 18/5 \Rightarrow 74 + x = 92/5 \Rightarrow x = 18/5$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

نکته: نقیض گزاره‌های سوری به صورت زیر است:

$$\sim (\forall x ; P(x)) \equiv \exists x ; \sim P(x) \quad , \quad \sim (\exists x ; P(x)) \equiv \forall x ; \sim P(x)$$

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

با توجه به نکات داریم:

$$\sim (\forall x, y \in \mathbb{R} ; (x^3 > y^3) \Rightarrow (x > y)) \equiv \exists x, y \in \mathbb{R} ; (x^3 > y^3) \wedge (x \leq y)$$

۲۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

نکته: فرض کنید A یک مجموعه n عضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A برابر با 2^n است.

فرض کنیم X یکی از زیرمجموعه‌های مورد نظر باشد. با توجه به اینکه کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو X به ترتیب ۵ و ۱۷ است، این دو عدد حتماً عضو X هستند و اعداد کوچک‌تر از ۵ و بزرگ‌تر از ۱۷ قطعاً عضو X نیستند. اما هر کدام از اعداد طبیعی ۶، ۷، ... و ۱۶ می‌توانند عضو X باشند یا نباشند، یعنی هر کدام ۲ حالت دارند. با توجه به این که تعداد این اعداد برابر ۱۱ است، تعداد زیرمجموعه‌های مورد نظر برابر 2^{11} است.

۳۰- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * آمار و احتمال (فصل ۲، درس‌های ۳ و ۴)

نکته: در صورتی که B پیشامدی باشد که $P(B) > 0$ ، برای هر پیشامد A، «احتمال A به شرط رخ دادن B» (که آن را «P ی A به شرط B» نیز می‌خوانیم) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

نکته: خاصیت توزیع پذیری در جبر مجموعه‌ها به صورت زیر است:

$$\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$$

نکته: برای مجموعه دلخواه A داریم:

$$\begin{cases} A \cap A' = \emptyset \\ A \cup \emptyset = A \end{cases}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

نکته: اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، آنگاه:

با توجه به نکات، داریم:

$$\begin{aligned} P((A \cup B')|B) &= \frac{P[(A \cup B') \cap B]}{P(B)} = \frac{P[(A \cap B) \cup (B' \cap B)]}{P(B)} = \frac{P[(A \cap B) \cup \emptyset]}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \\ &= \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

۳۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)

نکته: برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

نکته: تعداد مضارب عدد طبیعی k در مجموعه $\{1, 2, \dots, n\}$ برابر است با: $\left[\frac{n}{k} \right]$

پیشامد A را مضرب ۶ بودن و پیشامد B را مضرب ۷ بودن عدد انتخابی در نظر می‌گیریم. با توجه به اینکه مجموعه داده شده از عدد ۱۵۱ شروع می‌شود. داریم:

$$S = \{151, 152, \dots, 400\} \Rightarrow n(S) = 400 - 151 + 1 = 250$$

$$n(A) = \left[\frac{400}{6} \right] - \left[\frac{150}{6} \right] = 66 - 25 = 41$$

$$n(B) = \left[\frac{400}{7} \right] - \left[\frac{150}{7} \right] = 57 - 21 = 36$$

$$n(A \cap B) = \left[\frac{400}{42} \right] - \left[\frac{150}{42} \right] = 9 - 3 = 6$$

مطابق نکته داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{41 + 36 - 6}{250} = \frac{71}{250} = 0.284$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۲)

نکته: پیشامدهای A و B را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد A و B مستقل‌اند، اگر و تنها اگر $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.

نکته: در فضای نمونه‌ای متناهی با احتمال غیرهم‌شانس، اگر $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ فضای نمونه‌ای و $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ یک زیرمجموعه k عضوی S باشد، همواره داریم:

$$P(A) = P(a_1) + P(a_2) + \dots + P(a_k) \quad (۳) \quad P(S) = 1 \quad (۲) \quad 0 \leq P(A) \leq 1 \quad (۱)$$

با توجه به نکته داریم:

$$P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) = ۱$$

با توجه به رابطه داده شده که احتمال اصابت به ناحیه k ام برابر $(2k-1)x$ است، داریم:

$$\Rightarrow x + 2x + 5x + 7x + 9x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{25} \Rightarrow P(\text{اصابت به ناحیه دوم}) = \frac{3}{25}$$

پیشامد اصابت دارت علی و رضا به ناحیه دوم مستقل از هم هستند و مقدار احتمال آن برابر است با: $\frac{3}{25} \times \frac{3}{25} = \frac{9}{625}$

۳۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۳)

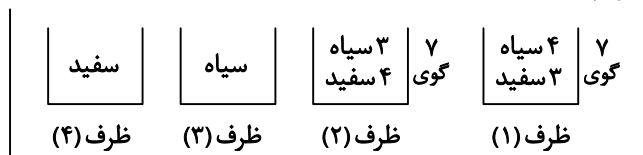
نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

نکته: فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد

$$P(B_i | A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)} \quad \text{دلخواه A و هر } i \leq n \text{ داریم:}$$

با توجه به نکات و اطلاعات سؤال داریم:



احتمال انتخاب هر ظرف برابر $\frac{1}{4}$ است.

$$P(\text{سفید بودن گوی}) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{7} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{7} + \frac{1}{4} \times 0 + \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{7} + 1 \right) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{سفید بودن گوی} | \text{ظرف ۲}) = \frac{P(\text{ظرف ۲}) \cdot P(\text{سفید بودن گوی} | \text{ظرف ۲})}{P(\text{سفید بودن گوی})} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{4}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{7}$$

۳۴- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

نکته: انحراف معیار جامعه تقسیم بر جذر اندازه نمونه = انحراف معیار میانگین

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

نکته: برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه: اگر نمونه‌ای تصادفی به اندازه n در اختیار داشته باشیم، با اطمینان بیش از ۹۵٪ می‌توانیم بگوییم:

$$\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

که μ میانگین جامعه و σ انحراف معیار جامعه است.

$$0.2 = \frac{\sigma}{\sqrt{64}} \Rightarrow \sigma = 1.6$$

با توجه به نکته ۱ داریم:

با توجه به نکته ۲ داریم:

$$20 - \frac{2 \times 1.6}{8} \leq \mu \leq 20 + \frac{2 \times 1.6}{8} \Rightarrow 20 - 0.4 \leq \mu \leq 20 + 0.4 \Rightarrow 19.6 \leq \mu \leq 20.4$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

۳۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس ۳)

نکته (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده x_1, x_2, \dots, x_n را با نماد \bar{x} نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

نکته: واریانس داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n با میانگین \bar{x} از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - (\bar{x})^2$$

نکته (واریانس داده‌ها): توان دوم انحراف معیار داده‌ها را «واریانس داده‌ها» گویند و آن را با نماد σ^2 نشان می‌دهیم.

چون میانگین چهار داده دور ریخته شده برابر $\bar{x} = \frac{10 + 15 + 45 + 50}{4} = \frac{120}{4} = 30$ و برابر با میانگین اولیه می‌باشد، پس میانگین ۲۱ داده

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = 30 \quad (*)$$

باقی‌مانده تغییری نکرده و همان ۳۰ باقی می‌ماند. یعنی:

$$\sigma^2_{\text{اولیه}} = \frac{x_1^2 + \dots + x_{25}^2}{25} - \bar{x}^2 \Rightarrow 8^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_{25}^2}{25} - (30)^2 \Rightarrow x_1^2 + \dots + x_{25}^2 = 25(64 + 900) = 24100$$

از این ۲۵ داده، ۴ داده ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ دور ریخته شده‌اند، پس:

$$x_1^2 + \dots + x_{21}^2 + 10^2 + 15^2 + 45^2 + 50^2 = 24100 \Rightarrow x_1^2 + \dots + x_{21}^2 = 24100 - 100 - 225 - 2025 - 2500 = 19250 \quad (**)$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{x_1^2 + \dots + x_{21}^2}{21} - (\bar{x}_{\text{جدید}})^2 \stackrel{(*)}{=} \frac{19250}{21} - 30^2 = 916.66 - 900 = 16.66$$

فیزیک



۳۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۲)

آمپر ساعت حاصل ضرب یکای جریان الکتریکی در زمان است و طبق رابطه $\Delta q = I \Delta t$ ، یکای بار الکتریکی است.

۳۷- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)

عبارت بیان شده توصیفی از مواد فرومغناطیسی سخت است.

۳۸- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۱)

هرگاه یک ذره باردار در جهت نیروی الکتریکی وارد بر آن حرکت کند، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد؛ به عبارت دیگر اگر بار الکتریکی مثبت در جهت میدان و بار الکتریکی منفی در خلاف جهت میدان جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل آن کاهش می‌یابد. در این سؤال، ذره با بار الکتریکی منفی به‌طور کلی در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شده است؛ پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. هرگاه ذره‌ای در خلاف جهت خطوط میدان حرکت کند، (مستقل از نوع بار ذره) پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد؛ پس پتانسیل الکتریکی نقطه A کمتر از نقطه B است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۳۹- پاسخ: گزینه ۳

$$I_m = 4A$$

$$U_m = \frac{1}{2}LI_m^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^{-3} \times 16 = 64 \text{ mJ}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۰- پاسخ: گزینه ۱

$$F_{12} = k \frac{|q_1||q_2|}{r_{12}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-9} \times 8 \times 10^{-9}}{3^2 \times 10^{-2}} = 40 \times 10^{-7} \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r_{23}^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9} \times 8 \times 10^{-9}}{1 \times 10^{-2}} = 144 \times 10^{-7} \text{ N}$$

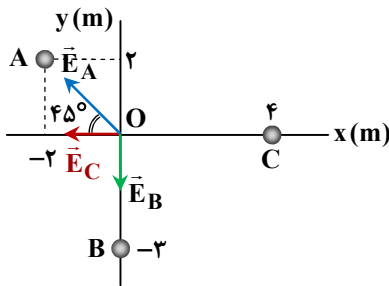
جهت نیروهای وارد بر q_3 به صورت شکل روبه‌رو است:

$$\vec{F}_3 = (-144 \times 10^{-7} \text{ N})\vec{i} + (40 \times 10^{-7} \text{ N})\vec{i} \Rightarrow \vec{F}_3 = (-1.04 \times 10^{-5} \text{ N})\vec{i}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۱- پاسخ: گزینه ۱

جهت میدان الکتریکی بار منفی به طرف خودش و جهت میدان الکتریکی بار مثبت به طرف بیرون است.



$$OA = 2\sqrt{2} \text{ m} \Rightarrow E_A = \frac{k|q_A|}{r_A^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-9}}{(2\sqrt{2})^2} = 9\sqrt{2} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}_A = 9\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j} - 9\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{i} = -9\left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\vec{i} + 9\left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\vec{j}$$

$$OC = 4 \text{ m} \Rightarrow E_C = \frac{k|q_C|}{r_C^2} \Rightarrow E_C = \frac{9 \times 10^9 \times 16 \times 10^{-9}}{16} = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}_C = -9\left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\vec{i}$$

$$OB = 2 \text{ m} \Rightarrow E_B = \frac{k|q_B|}{r_B^2} \Rightarrow E_B = \frac{9 \times 10^9 \times 9 \times 10^{-9}}{4} = 9 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}_B = -9\left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\vec{j}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C = -18\left(\frac{\text{N}}{\text{C}}\right)\vec{i}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۲- پاسخ: گزینه ۲

چون خازن از مولد جدا شده است، با تغییرات در ساختمان آن، بار خازن ثابت باقی می‌ماند.

طبق رابطه ظرفیت خازن $(C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d})$ ، با خارج کردن دی الکتریک، κ و در نتیجه ظرفیت خازن کاهش می‌یابد.

میدان بین دو صفحه خازن طبق رابطه $E = \frac{V}{d}$ و انرژی آن طبق رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ به دست می‌آیند که تغییرات آن‌ها به صورت زیر است:

$$Q = CV \xrightarrow[\text{کاهش } C]{\text{ثابت } Q} V \uparrow \text{ (افزایش)}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} E = \frac{V}{d} \xrightarrow[\text{ثابت } d]{\text{افزایش } V} E \uparrow \text{ (افزایش)} \\ U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow[\text{کاهش } 2C]{\text{ثابت } Q} U \uparrow \text{ (افزایش)} \end{array} \right.$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۴۳- پاسخ: گزینه ۱

$$P = \frac{U}{t} \Rightarrow 100 \times 10^2 = \frac{U}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow U = 200 \text{ J}$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \Rightarrow 200 = \frac{1}{2} \times \frac{Q^2}{9 \times 10^{-6}} \Rightarrow Q^2 = 36 \times 10^{-4} \Rightarrow Q = 6 \times 10^{-2} \text{ C} = 60 \text{ mC}$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

با استفاده از قضیه کار- انرژی جنبشی و توجه به اینکه سرعت حرکت ذره ثابت است، می توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{خارجی}} + W_E = \Delta K = 0$$

$$W_{\text{خارجی}} = -W_E \Rightarrow 2 \mu J = -W_E = -|q|Ed \cos \theta \Rightarrow 2 \times 10^{-6} = -5 \times 10^{-9} \times E \times 0.1 \times -1 \Rightarrow E = \frac{2 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-10}} = 4 \times 10^3 \frac{N}{C}$$

کار میدان الکتریکی منفی است، در نتیجه جهت نیروی الکتریکی خلاف جهت جابه جایی است. چون بار الکتریکی ذره باردار مثبت است، جهت نیروی الکتریکی و جهت میدان الکتریکی یکسان است.

۴۵- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

$$\sigma = \frac{Q}{A} \Rightarrow Q = A \cdot \sigma = 4\pi R^2 \times \sigma = 4 \times 2 \times (\frac{0}{5})^2 \times 320 \times 10^{-6} = 4 \times 2 \times 0 / 25 \times 320 \times 10^{-6} = 960 \times 10^{-6} C$$

نصف این بار به کره دیگر داده می شود (کره ها مشابه اند):

$$Q = ne \Rightarrow 480 \times 10^{-6} = n \times 1.6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{480 \times 10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3 \times 10^{15}$$

۴۶- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$R = R_0(1 + \alpha \Delta T) \Rightarrow 900 = 500(1 + \alpha \times 200) \Rightarrow 400 = \alpha \times 500 \times 200 \Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$$

۴۷- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

$$V_{\text{باتری}} = \mathcal{E} - rI \Rightarrow \begin{cases} I = 0 \Rightarrow \mathcal{E} = 20V \\ I = 8A \Rightarrow 0 = 20 - r \times 8 \end{cases} \Rightarrow r = \frac{20}{8} = 2.5 \Omega$$

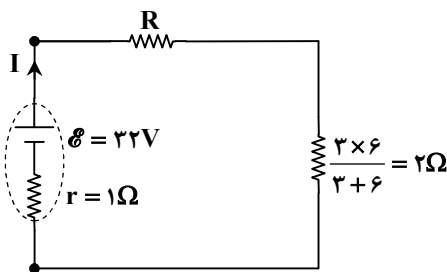
با اتصال مقاومت $R = 7/5 \Omega$ به دو سر این باتری داریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{20}{7/5 + 2/5} = 2A$$

$$V_R = RI = 7/5 \times 2 = 14V$$

۴۸- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با استفاده از قاعده حلقه در مدار ساده شده، داریم:



$$V_{\text{باتری}} = \mathcal{E} - rI = V_R + V_{2\Omega}$$

$$32 - 1 \times I = 22 + 2I \Rightarrow 2I = 9 \Rightarrow I = 3A$$

دو مقاومت 2Ω و 6Ω در مدار اصلی با هم موازی هستند و در نتیجه ولتاژ هر کدام برابر ولتاژ مقاومت معادل آن هاست، پس:

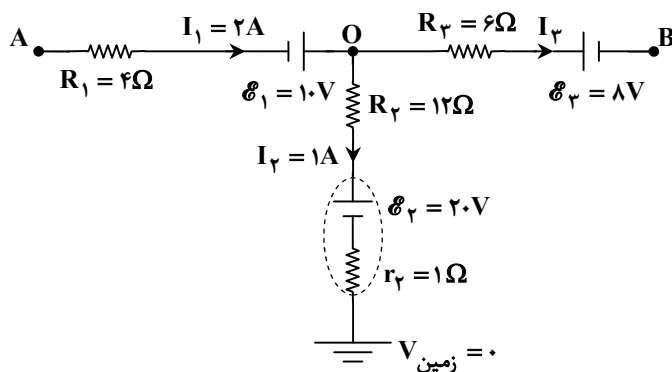
$$V_{2\Omega} = 2 \times 3 = 6V \Rightarrow V_{2\Omega} = 6V$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow P_{2\Omega} = \frac{6^2}{2} = \frac{36}{2} = 18W$$

۴۹- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * فیزیک ۲ (فصل ۲)

با تابش نور بر LDR، مقاومت آن کم می شود، پس مقاومت معادل مدار هم کم می شود و در نتیجه جریان کل مدار افزایش می یابد. بنابراین عدد آمپرسنج زیاد می شود و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر باتری مطابق رابطه $V = \mathcal{E} - rI$ کاهش می یابد. با کاهش مقاومت LDR، جریان در شاخه موازی با آن کم می شود و شدت نور LED کاهش می یابد و توان مصرفی مقاومت R نیز کم می شود.

۵۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)



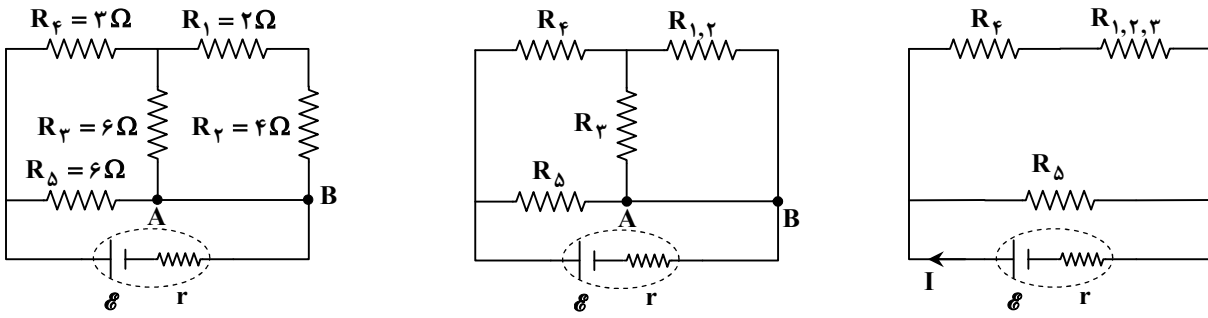
ابتدا جریان عبوری از شاخه ای که نقطه B در آن قرار دارد را به دست می آوریم. در گره O داریم:

$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow 2 = 1 + I_3 \Rightarrow I_3 = 1A$$

با حرکت از نقطه B به نقطه زمین ($V = 0$) داریم:

$$V_B + \mathcal{E}_3 + R_3 I_3 - R_2 I_2 - \mathcal{E}_2 - r_2 I_2 = V_{\text{زمین}} \\ V_B + 8 + 6 - 12 - 20 - 1 = 0 \Rightarrow V_B = +19V$$

۵۱- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)
 در مدار روبه‌رو R_1 و R_2 با هم متوالی و $R_{1,2}$ با R_3 موازی و $R_{1,2,3}$ با R_4 متوالی است.



$$R_{1,2} = 4 + 2 = 6\Omega$$

$$R_{1,2,3} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$$

$$R_{1,2,3,4} = R_{1,2,3} + R_4 = 3 + 3 = 6\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{6 \times 6}{6 + 6} = 3\Omega$$

$$R_{1,2,3,4} = R_4 \Rightarrow \begin{cases} I_{1,2,3,4} = \frac{I}{2} \Rightarrow I_{1,2,3} = \frac{I}{2} \\ I_4 = \frac{I}{2} \end{cases}$$

$$R_{1,2} = R_3 \Rightarrow I_3 = \frac{I_{1,2,3}}{2} = \frac{I}{4}$$

$$A \text{ قاعده انشعاب در نقطه } I_{AB} = I_3 + I_4 = \frac{I}{4} + \frac{I}{2} = \frac{3}{4}I = 3 \Rightarrow I = 4A$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

چون $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است، جریان ساعت‌گرد می‌شود (در جهتی که \mathcal{E}_1 جریان ایجاد می‌کند).

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R_1 + R_2 + r_1 + r_2} = \frac{12 - 4}{4 + 2/5 + 1 + 0/5} = \frac{8}{8} = 1A$$

باتری شماره (۲) از مدار انرژی می‌گیرد و توان ورودی آن برابر خواهد بود با:

$$P_2 \text{ ورودی باتری} = \mathcal{E}_2 I + r_2 I^2 = 4 \times 1 + 0/5 \times 1^2 = 4/5 W$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۲
 ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

$$B = \sqrt{400^2 + 400^2} = 400\sqrt{2}G$$

مؤلفه‌های افقی و عمودی میدان مغناطیسی هم‌اندازه هستند، پس زاویه بین خطوط میدان و سیم 45° خواهد شد:

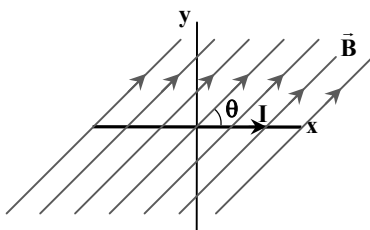
$$F = I l B \sin \theta = 6 \times 1/5 \times 400\sqrt{2} \times 10^{-4} \times \sin 45^\circ = 0/36 N$$

این جوری هم می‌شه:

مؤلفه افقی میدان $(\vec{B}_x = (400G)\vec{i})$ با سیم موازی است؛ بنابراین بر سیم نیرو وارد نمی‌کند ($\theta = 0$)، اما برای مؤلفه عمودی میدان $\theta = 90^\circ$ بوده و داریم:

$$F = I l B_y \sin 90^\circ = 6 \times 1/5 \times 400 \times 10^{-4} \times 1 = 0/36 N$$

۵۴- پاسخ: گزینه ۱
 ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



با توجه به قاعده دست راست، میدان‌های مغناطیسی حاصل از دو سیم در نقاط b و c هم‌جهت (هر دو برون‌سو) هستند، بنابراین در این نقاط، میدان مغناطیسی خالص صفر نمی‌شود.

در هر یک از نقاط a و d میدان‌های مغناطیسی دو سیم در خلاف جهت هم هستند. می‌دانیم میدان مغناطیسی هر سیم با افزایش جریان و همین‌طور با کاهش فاصله از سیم افزایش پیدا می‌کند. در نقطه d به سیم b با جریان بیشتر نزدیک‌تر هستیم، لذا میدان حاصل از سیم I_1 حتماً از میدان حاصل از سیم I_2 بیشتر است و میدان مغناطیسی خالص صفر نخواهد شد، ولی در نقطه a با توجه به مقایسه فاصله از دو سیم و جریان‌های دو سیم، امکان صفر شدن میدان مغناطیسی خالص وجود دارد.

۵۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

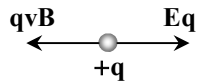
$$I = \frac{V}{R} = \frac{60}{12} = 5 \text{ A}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{5 \times 5}{0.1} = 3 \times 10^{-3} \text{ T} = 30 \text{ G}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل‌های ۱ و ۳)

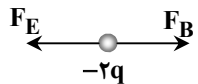
۵۶- پاسخ: گزینه ۳

در حالت اول نیروهای وارد بر ذره به صورت روبه‌رو است. با توجه به عدم انحراف ذره مشخص می‌شود که این دو نیرو یکدیگر را خنثی می‌کنند.



$$Eq = qvB \Rightarrow E = vB$$

در حالت دوم:



$$\left. \begin{aligned} F_B &= (2q)vB \\ F_E &= 2qE \\ vB &= E \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_B = F_E \Rightarrow \text{ذره } -2q \text{ نیز منحرف نمی‌شود.}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۵۷- پاسخ: گزینه ۲

$$|\mathcal{E}_{av}| = \left| -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \left| -N \frac{\Delta B}{\Delta t} A \cos\theta \right| \Rightarrow 0.02 = |-200 \times 0.04 \times A \times 1| \Rightarrow A = 2/5 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2/5 \text{ cm}^2$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

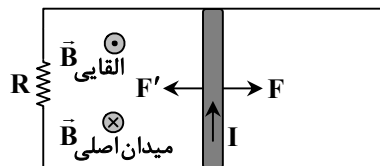
۵۸- پاسخ: گزینه ۱

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{N_A}{N_B} \right)^2 \times \frac{l_B}{l_A} = (2)^2 \times \frac{1}{2} = 2$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۵۹- پاسخ: گزینه ۱

چون میله به سمت راست حرکت می‌کند، به علت افزایش مساحت قاب شار مغناطیسی درون سو افزایش می‌یابد؛ بنابراین جریان در میله روبه‌بالا ایجاد می‌شود تا طبق قانون لنز میدان القایی برون سو ایجاد کند. حال بر میله حامل جریان روبه‌بالا، از طرف میدان مغناطیسی طبق قاعده دست راست نیرویی به سمت چپ وارد می‌شود (F') و چون میله با تندی ثابت حرکت می‌کند، طبق قانون اول نیوتون برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است.

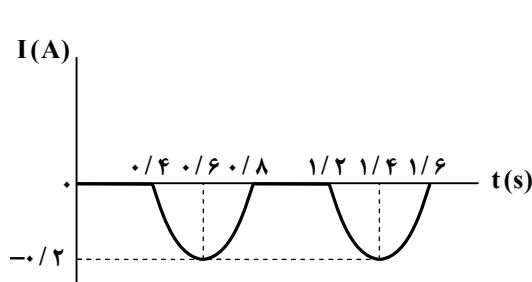


$$F' = F = 0.3 \text{ N}$$

$$F' = IlB = \frac{\mathcal{E}}{R} lB = \frac{Bvl}{R} lB = \frac{B^2 v l^2}{R} \Rightarrow 0.3 = \frac{26 \times v \times 1}{100 \times \frac{1}{2}} \Rightarrow v = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۰- پاسخ: گزینه ۳



دیود جریان را فقط در یک جهت (\rightarrow) از خود عبور می‌دهد، پس با قرار گرفتن دیود در مدار، نمودار جریان مدار بر حسب زمان به شکل روبه‌رو می‌شود: مقداری که ولت‌سنج نشان می‌دهد، برابر $V = RI$ است که فقط گزینه ۳ این مقدار را به درستی نشان می‌دهد.

شیمی



▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)

۶۱- پاسخ: گزینه ۴

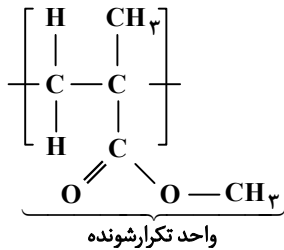
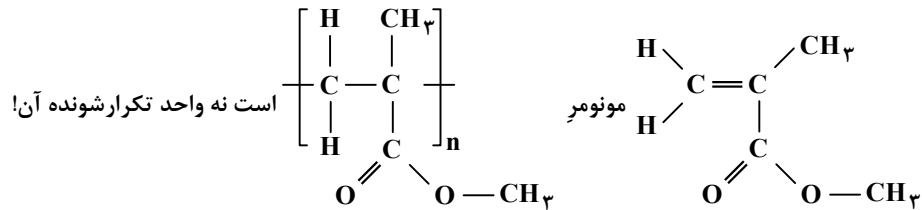
فقط گزینه ۴ درست است.

گزینه ۴: درست؛ از پلی‌لاکتیک اسید که نوعی پلیمر سبز (زیست تخریب پذیر) است انواع ظرف‌های پلاستیکی یک‌بار مصرف مانند انواع وسایل آشپزخانه، سفره و... تولید می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست؛ واکنش هالوژن دار شدن آلکن‌ها همواره گرماده است ($\Delta H < 0$)، نه گرماگیر! بنابراین گرما جذب نمی‌شود بلکه آزاد می‌شود. با تغییر اتن به پروپن به دلیل تغییر پایداری پیوندها و ساختار محصول عددی آنتالپی تغییر می‌کند، اما ماهیت گرماده بودن (علامت منفی ΔH) ثابت می‌ماند.

گزینه ۲: نادرست؛ اتانویک اسید (CH_3COOH سرکه) قطبی است و زنجیره کوتاهی دارد، پس انحلال پذیری بالایی در آب دارد، اما هگزانویک اسید $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{COOH}$ (۶ کربنه) به دلیل بخش ناقطبی نسبتاً بزرگ انحلال پذیری کمی در آب دارد. گزینه ۳: نادرست؛



۶۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

فقط عبارت «اول» درست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: درست؛ انجام یک واکنش شیمیایی نشانه‌ای از تغییر در شیوه اتصال اتم‌ها به یکدیگر است که به تغییر در ساختار و خواص مواد منجر می‌شود.

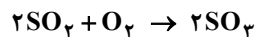
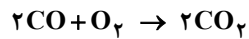
عبارت «دوم»: نادرست؛ انجام یک واکنش شیمیایی با تغییر در ساختار و خواص مواد همراه است، یکی از خواصی که در واکنش‌های شیمیایی تغییر می‌کند محتوای انرژی مواد است.

عبارت «سوم»: نادرست؛ آنتالپی پیوند مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول از پیوند اشتراکی در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های مجزا و گازی است.

عبارت «چهارم»: نادرست؛ برای پیوندهای $\text{H}-\text{H}$ و $\text{Cl}-\text{Cl}$ ، به کار بردن آنتالپی پیوند به جای میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است؛ زیرا به صورت مولکول‌هایی دو اتمی در طبیعت وجود دارند ولی پیوند $\text{N}-\text{N}$ مربوط به یک مولکول چنداتمی است (مثلاً N_2H_4) و بهتر است برای آن میانگین آنتالپی پیوند به کار ببریم.

نکته: در مولکول دو اتمی N_2 پیوند میان نیتروژن‌ها از نوع سه‌گانه است ($\text{N} \equiv \text{N}$) که برای آن از آنتالپی پیوند استفاده می‌کنیم.

۶۳- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)



$$14\text{g CO} \times \frac{1\text{mol CO}}{28\text{g CO}} \times \frac{2\text{mol CO}_2}{2\text{mol CO}} \times \frac{44\text{g CO}_2}{1\text{mol CO}_2} = 22\text{g CO}_2$$

$$160\text{g SO}_2 \times \frac{1\text{mol SO}_2}{80\text{g SO}_2} \times \frac{2\text{mol SO}_3}{2\text{mol SO}_2} \times \frac{64\text{g SO}_3}{1\text{mol SO}_3} = 128\text{g SO}_3$$

طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم CO_2 ، O_2 و SO_2 در واکنش‌دهنده‌ها با مجموع جرم CO_2 و SO_3 در فرآورده‌ها برابر است.

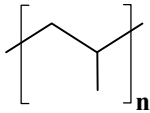
$$160 + 22 = 128 + 14 + x \Rightarrow x = 40\text{g O}_2$$

$$\% \text{O}_2 \text{ در مخلوط اولیه} = \frac{40}{(128 + 14 + 40)} \times 100 \approx 22\%$$

۶۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)



برای ساخت سرنگ از پلیمر پلی پروپین استفاده می‌شود:



۶۵- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

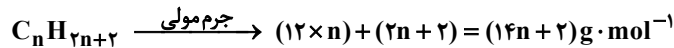
فرایند تقطیر جزء به جزء بر اساس تفاوت نقطه جوش هیدروکربن‌ها عمل می‌کند. مولکول‌های سبک‌تر با نقطه جوش پایین‌تر زودتر بخار شده و در دماهای پایین‌تر میعان می‌شوند. در برج تقطیر، دما از پایین به بالا کاهش می‌یابد. بنزین و خوراک پتروشیمی کمترین تعداد کربن و پایین‌ترین نقطه جوش را در مقایسه با گزینه‌های دیگر دارد؛ بنابراین انتظار می‌رود در بالاترین قسمت برج (که سردترین نقطه است) میعان شود. به ترتیب نفت سفید، گازوئیل و در نهایت نفت کوره (که سنگین‌ترین و دارای بالاترین نقطه جوش است) در سینی‌های پایین‌تر میعان خواهند شد.

۶۶- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

گزینه ۳ نادرست و گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ درست هستند.

گزینه ۳: نادرست



$$14n + 2 = 58 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow C_4H_{10} \text{ بوتان}$$

برای حفاظت از خوردگی فلزها از آلکان‌های مایع یا جامد در دمای اتاق استفاده می‌شود. نقطه جوش بوتان حدود 0°C است، بنابراین در دمای اتاق (بالاتر از نقطه جوش) به حالت فیزیکی گاز است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست؛ تعداد پیوندهای اشتراکی کربن-کربن در یک آلکان یک واحد کمتر از تعداد کل کربن‌ها ($n-1$) است، پس آلکان مورد نظر ۹ اتم کربن دارد و C_9H_{20} است با نقطه جوش حدود 150°C . نقطه ذوب یخ نیز 0°C است. میزان تغییرات دما بر حسب کلویین و سلسیوس یکسان است ($\Delta T = \Delta \theta$)، پس تفاوت نقطه جوش C_9H_{20} با نقطه ذوب یخ 150°C یا همان 150K است.

گزینه ۲: درست؛ با توجه به فرمول عمومی آلکان‌ها یعنی C_nH_{2n+2} آلکانی با ۲۴ اتم هیدروژن دارای ۱۱ اتم کربن است ($C_{11}H_{24}$). دمای 452K یعنی 180°C ($180^\circ\text{C} = 453 - 273$) کمتر از دمای جوش $C_{11}H_{24}$ (حدود 200°C) است، هر ماده‌ای در دمای پایین‌تر از نقطه جوشش به حالت مایع است.

گزینه ۴: درست؛ تعداد پیوندهای اشتراکی در یک آلکان از رابطه $2n+1$ به دست می‌آید: $2n+1 = 16 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow C_5H_{12}$ نقطه جوش C_5H_{12} از نقطه جوش آلکان موجود در سوخت فندک یعنی بوتان (C_4H_{10}) بیشتر است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۷- پاسخ: گزینه ۳

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: نادرست؛ ریز مغذی‌ها دسته‌ای از ترکیبات هستند (شامل ویتامین‌ها و مواد معدنی)، در حالی که بازدارنده نقشی است که برخی از این ریز مغذی‌ها می‌توانند ایفا کنند؛ بنابراین همه ریز مغذی‌ها لزوماً بازدارنده نیستند.

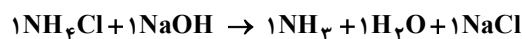
عبارت «دوم»: نادرست؛ نقش کامل این مواد هنوز به طور دقیق مشخص نشده است.

عبارت «سوم»: نادرست؛ رادیکال‌ها گونه‌هایی هستند که به دلیل داشتن الکترون جفت‌نشده، بسیار ناپایدار و واکنش‌پذیرند.

عبارت «چهارم»: درست؛ رادیکال‌های آزاد در بدن، موجب آسیب‌رسانی می‌شوند که این آسیب‌ها، فرایند پیری را تسریع می‌کنند.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۸- پاسخ: گزینه ۱



$$\text{مقدار نظری } ? \text{ mol NaCl} : 10/7 \text{ g NH}_4\text{Cl} \times \frac{1 \text{ mol NH}_4\text{Cl}}{53/5 \text{ g NH}_4\text{Cl}} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{1 \text{ mol NH}_4\text{Cl}} = 0/2 \text{ mol NaCl}$$

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{x}{0/2} \Rightarrow x = 0/16 \text{ mol NaCl}$$

طبق قانون پایستگی جرم، مجموع جرم واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها با هم برابر است.

$$\text{پایستگی جرم (جرم)} = \text{جرم } \text{NaOH(aq)} + \text{جرم } \text{NH}_4\text{Cl(s)} = 489/2 + 10/7 = 500 \text{ g}$$

$$\text{چگالی آب} = 1000 \frac{\text{g}}{\text{L}} = \text{چگالی محلول}$$

$$\text{محلول } 500 \text{ g} \times \frac{1 \text{ L محلول}}{1000 \text{ g محلول}} = 0/5 \text{ L محلول}$$

$$[\text{NaCl}] = \frac{0/16}{0/5} = 0/32 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

۶۹- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

فقط عبارت «اول» درست است.

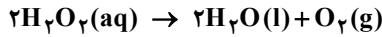
بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: درست؛ واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه سریع تر است؛ زیرا در خاک باغچه کاتالیزگر مناسب برای این واکنش وجود دارد.

عبارت «دوم»: نادرست؛ با اضافه کردن یک قرص جوشان پودر شده به ۵ mL آب در دمای ۲۵°C به دلیل افزایش سطح تماس سرعت واکنش افزایش و زمان پرتاب قوطی کاهش می یابد.

عبارت «سوم»: نادرست؛ محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می دهد.

عبارت «چهارم»: نادرست؛ محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می کند:



- این طوری به خاطر بسپرید که آب اکسیژنه، آب و اکسیژن تولید می کنه!

۷۰- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

ابتدا سرعت مصرف C_2H_6 را در بازه های زمانی خواسته شده با توجه به جدول داده شده محاسبه می کنیم، سپس با توجه به ضرایب استوکیومتری معادله واکنش سرعت مصرف O_2 و نسبت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$\bar{R}_{C_2H_6} = -\frac{\Delta[C_2H_6]}{\Delta t} = -\frac{0.48 - 0.6}{20} = 0.006 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

بازه ۰ تا ۲۰ ثانیه

$$\bar{R}_{C_2H_6} = -\frac{\Delta[C_2H_6]}{\Delta t} = -\frac{0.28 - 0.4}{100 - 40} = 0.002 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

بازه ۴۰ تا ۱۰۰ ثانیه

$$\frac{\bar{R}_{C_2H_6}}{2} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{7} \begin{cases} \text{بازه ۰ تا ۲۰ ثانیه: } \frac{0.006}{2} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{7} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = 0.021 = R_1 \\ \text{بازه ۴۰ تا ۱۰۰ ثانیه: } \frac{0.002}{2} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{7} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = 0.007 = R_2 \end{cases}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{0.007}{0.021} = \frac{1}{3} \approx 0.33$$

با توجه به اینکه سؤال نسبت سرعت مصرف $O_2(g)$ در بازه های داده شده را می خواهد، می توانیم از به دست آوردن سرعت $O_2(g)$ با استفاده از ضریب استوکیومتری صرف نظر کنیم و همین نسبت را برای $C_2H_6(g)$ به دست آوریم:

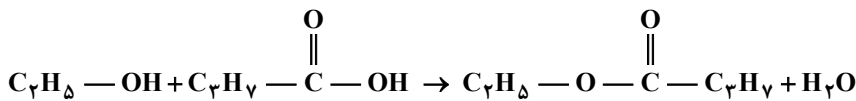
$$\frac{-\frac{0.28 - 0.4}{100 - 40} \times \frac{7}{2}}{-\frac{0.48 - 0.6}{20} \times \frac{7}{2}} = \frac{0.12}{0.12} = \frac{1}{3} \approx 0.33$$

۷۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۳)

الکل انگور: اتانول (C_2H_5OH) با جرم مولی ۴۶ گرم بر مول

اسید سیب: بتانویک اسید (C_4H_7COOH)

استر حاصل: اتیل بوتانوات ($C_4H_7COOC_2H_5$) با جرم مولی ۱۱۶ گرم بر مول



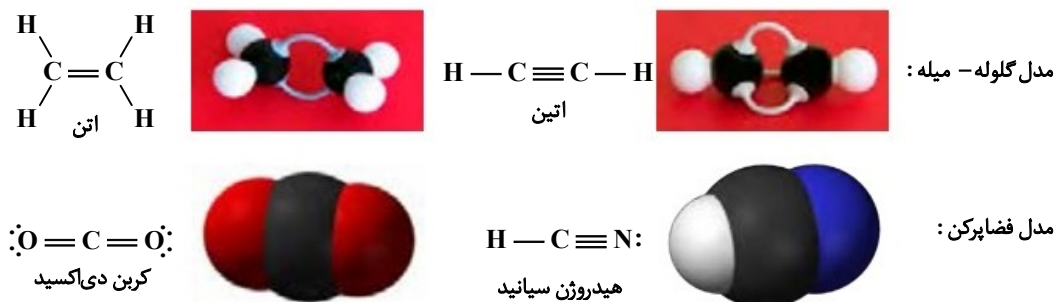
$$? \text{ g استر} : \frac{4}{6} \text{ g } C_2H_5OH \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_5OH}{46 \text{ g } C_2H_5OH} \times \frac{1 \text{ mol } C_4H_7COOC_2H_5}{1 \text{ mol } C_2H_5OH} \times \frac{116 \text{ g } C_4H_7COOC_2H_5}{1 \text{ mol } C_4H_7COOC_2H_5}$$

$$\frac{0.1}{46} \times 116 = 11/6 \text{ g } C_4H_7COOC_2H_5 \text{ مقدار نظری}$$

$$\text{مقدار نظری} \times 100 = \frac{\text{مقدار عملی}}{\text{مقدار نظری}} \times 100 \Rightarrow \frac{80}{11/6} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 9/28 \text{ استر}$$

$$\frac{4/6 \times 80 \text{ g } C_2H_5OH}{1 \times 46 \times 100} = \frac{? \text{ g } C_4H_7COOC_2H_5}{1 \times 116} \Rightarrow 9/28 \text{ g } C_4H_7COOC_2H_5$$

۷۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)
گزینه ۳: مدل های گلوله- میله و فضاپرکن روش هایی برای نمایش یک مولکول هستند.



بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی در اتن به جفت الکترون های ناپیوندی در کربن دی اکسید برابر ۱/۵ است.

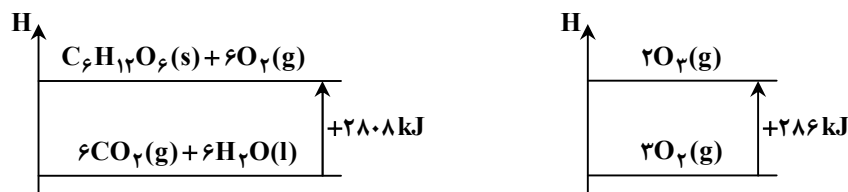
در مولکول اتن ۶ جفت الکترون پیوندی و در مولکول کربن دی اکسید $\text{O}=\text{C}=\text{O}$ ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد که نسبت آن ها برابر با ۱/۵ می شود.

گزینه ۲: نفت خام مخلوطی از هیدروکربن های مختلف است (در نفت خام، آلکان، آلکن، آلکین، ترکیب های آروماتیک، حلقوی سیر شده و ... وجود دارد).

گزینه ۴: در مدل فضاپرکن شمار پیوندها نمایش داده نمی شود و فقط زاویه بین اتم ها با رعایت نسبت اندازه آن ها نشان داده می شود.

۷۳- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

(ب) درست؛ در واکنش های فتوسنتز و تشکیل اوزون از اکسیژن، سطح آنتالپی فرآورده ها از واکنش دهنده ها بالاتر است.



(ت) درست؛ واکنش تبدیل N_2O_4 به NO_2 یک واکنش گرماگیر است (NO_2 به علت داشتن الکترون جفت نشده و رادیکال آزاد بودن، سطح انرژی بسیار بالایی دارد). همچنین N_2O_4 بی رنگ و NO_2 قهوه ای رنگ است.
بررسی گزینه های نادرست:

(الف) نادرست؛ برای توصیف یک نمونه ماده باید مقدار آن، دما و فشار را بدانیم.

(پ) نادرست؛ تغییر آنتالپی یک واکنش هم ارز با گرمایی است که بر اثر انجام آن واکنش در فشار ثابت با محیط پیرامون دادوستد می شود.

۷۴- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)

فقط عبارت «دوم» درست است.

بررسی همه عبارت ها:

عبارت «اول»: نادرست؛ ساختار داده شده متعلق به ویتامین C با فرمول مولکولی $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ است که دارای ۲۲ جفت الکترون پیوندی است:

$$\text{تعداد جفت الکترون های پیوندی} = \frac{(\text{تعداد C} \times 4) + (\text{تعداد H} \times 1) + (\text{تعداد O} \times 2)}{2} = \frac{(6 \times 4) + (8 \times 1) + (6 \times 2)}{2} = 22$$

عبارت «دوم»: درست؛ فرمول مولکولی ساختار داده شده $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ است و یک ترکیب غیر آروماتیک (فاقد حلقه بنزنی):

عبارت «سوم»: نادرست؛ نیروی بین مولکولی غالب در ویتامین C از نوع هیدروژنی است. (مقدار OH و بخش قطبی زیاد است).

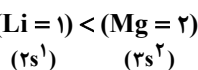
عبارت «چهارم»: نادرست؛ در این ساختار چهار گروه هیدروکسیل (OH) و یک گروه استری وجود دارد.

۷۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۱)

موارد «ب» و «ت» درست هستند.

(ب) شعاع اتمی استرانسیم از کلسیم بیشتر است چرا که در گروه ۲، استرانسیم پایین تر است و تعداد لایه های الکترونی بیشتر دارد.

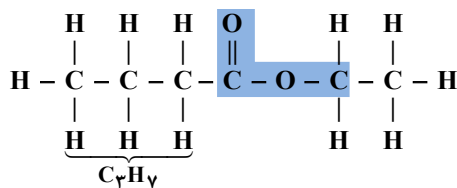
(ت) تعداد الکترون های بیرونی ترین زیر لایه:



منیزیم در گروه دوم و لیتیم در گروه اول جدول تناوبی قرار دارند.

پاسخ تشریحی آزمون ۱۸ اردیبهشت ۱۴۰۵

گزینه ۳: بخش اسیدی ۴ کربن دارد، یکی از این کربن‌ها در گروه عاملی (استری) است، پس ۳ کربن دیگر به صورت گروه C_3H_7 به کربن گروه عاملی وصل هستند.



گزینه ۴: فرمول مولکولی اتیل بوتانوات و هگزانوئیک اسید $C_6H_{12}O_2$ است، پس ایزومر هستند.

۷۹- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

پ) درست؛ این واکنش در بدن در دمای ثابت انجام می‌شود.

ت) درست؛ با توجه به اینکه دمای واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها در بدن یکسان است، انرژی حاصل در این فرایند به دلیل تفاوت میان انرژی پتانسیل واکنش دهنده‌ها و فراورده‌ها است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

الف) نادرست؛ طی واکنش یک مول گلوکز با ۶ مول گاز اکسیژن، ۲۸۰۸ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

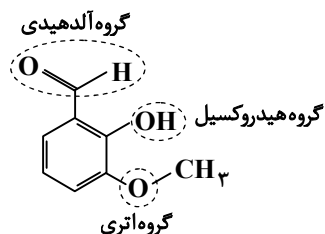
ب) نادرست؛ این فرایند را می‌توان به شکل $C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l) + 2808 \text{ kJ}$ نیز نشان داد.

۸۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۳)

فقط عبارت «اول» نادرست است.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: نادرست؛ در ساختار وانیلین سه گروه عاملی اتری، هیدروکسیل و آلدئیدی وجود دارد.



عبارت «دوم»: درست؛ مطابق ساختار داده شده وانیلین دارای فرمول مولکولی $C_8H_8O_3$ است.

$$\frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{جرم هیدروژن}} = \frac{3 \times 16}{8 \times 1} = \frac{48}{8} = 6, \quad \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم اکسیژن}} = \frac{8 \times 12}{3 \times 16} = \frac{96}{48} = 2$$

نسبت جرم اکسیژن به هیدروژن ۳ برابر نسبت جرم کربن به اکسیژن است:

$$\frac{6}{2} = 3$$

عبارت «سوم»: درست؛ جرم مولی وانیلین برابر ۱۵۲ گرم بر مول است.

$$C_8H_8O_3 : 8 \times 12 + 8 \times 1 + 3 \times 16 = 152 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$? \text{ mol O} : 15 / 2 \text{ g } C_8H_8O_3 \times \frac{1 \text{ mol } C_8H_8O_3}{152 \text{ g } C_8H_8O_3} \times \frac{3 \text{ mol atom O}}{1 \text{ mol } C_8H_8O_3} = 0.15 \text{ mol atom O}$$

عبارت «چهارم»: درست؛ در ساختار وانیلین با فرمول مولکولی $C_8H_8O_3$ ، ۳ اتم اکسیژن وجود دارد که هر اتم اکسیژن دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی است که روی هم ۶ جفت الکترون ناپیوندی می‌شود. از طرفی تعداد پیوندهای دوگانه در این ساختار برابر ۴ است که نسبت آن‌ها برابر ۱/۵ می‌شود.

$$\frac{6}{4} = 1.5$$