

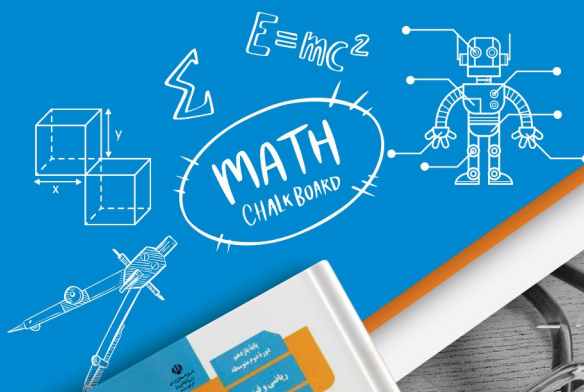
آزمون آزمایشی ۲۵ اردیبهشت

دفترچه پاسخ تشریحی

ویژه پایه یازدهم

گروه آزمایشی علوم ریاضی

مرحله
۱۴



۱۴۰۴-۱۴۰۵

تذکرات مهم ↓

❖ دانش آموز گرامی، جهت استفاده از خدمات اختصاصی خود مانند کارنامه های هوشمند بعد از آزمون ارزشیابی، بانک سؤال گزینه دو، رفع اشکال هوشمند و...، با استفاده از شماره داوطلبی (به عنوان نام کاربری) و کد ملی خود (به عنوان رمز عبور) وارد وبسایت گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir شوید.

❖❖ در صورتی که اینترنتی ثبت نام کرده اید، رمز عبور شما همان رمزی است که خودتان انتخاب نموده اید.

❖ کارنامه های آزمون ارزشیابی پیشرفت تحصیلی مرحله ۱۴ به صورت کامل، با فاصله زمانی کوتاهی پس از آزمون مطابق اطلاعیه اعلام شده، بر روی پایگاه اینترنتی گزینه دو به آدرس www.gozine2.ir قرار می گیرد. در صورت بروز اشکال در دریافت کارنامه، موضوع را از طریق نمایندگی شهر خود پیگیری نمایید.



دانش آموز گرامی، شما می توانید با اسکن تصویر بالا به وسیله گوشی هوشمند و یا تبلت خود، به صفحه اینستاگرام مؤسسه گزینه دو وارد شوید.

[gozine2.ir](https://www.instagram.com/gozine2.ir)

مدیر واحد آموزش تخصصی: محمدرضا محمدهاشمی

معاون تولید محتوا: علی الفتی

کارشناسان

طراحان

سید مهدی عابدی • سید علی موسوی راد

سید امیرمحمد سیدشاکری • علی فرمد

مسئول درس: علی افضل زاده
دستیاران: عباس سعیدی - وحید جعفری

حسابان و ریاضی ۱

گروه ریاضی
مدرسین: سید شاکری

علی صادقی • مانی خداینده

فرهاد فرزانی • سعید اکبرزاده • هادی کاظم نژاد

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: هادی کاظم نژاد

هندسه

حسین خواجهوند • مانی خداینده

امیدرضا پورحسینی

مسئول درس: سعید اکبرزاده
دستیار: فرهاد فرزانی

آمار و احتمال

پوپک مقدم

محمد خانگلدی

مسئول درس: ایمان اردستانی
دستیاران: وحید جعفری - مهدی پوررضایی

ریاضی تجربی

امیرحسین حریری • ایمان حسین زاده

علیرضا صحرایی • عباس مالکی

مسئول درس: حسین افسری
دستیاران: مهدی پوررضایی - عباس مالکی

ریاضی و آمار

کارشناسان

طراحان

علی جوهری • میلاد حاتمی • نرگس حسینی

منصوره رئیس دانا • سعید خورشیدی نسب • جواد ابادرلو • رضا بهنامی

مسئول درس: بتول خواجه پور

زیست شناسی

گروه علوم
مدرسین: محمد حسین کشانی

مریم گلی حسن لو

یوسف صباغی • محسن داودی

مسئول درس: منصور داوودندی
دستیار: ساناز دریکوندی

فیزیک

محمد احمدی

محمدعلی توسلی فر • یاسر راش • محمد احمدی • بابک اسفندی

مسئول درس: سید حامد میرقادری
دستیار: حسین سعادت

شیمی

فرزانه صاعدی • حسن علیمحمدی • روزبه اسحاقیان

فرزانه رجایی • حسن علیمحمدی • عباس روزبهانی

مسئول درس: شکیبا کریمی

زمین شناسی

کارشناسان

طراحان

محمدصادق حسام زاده • محمدصدرا حسینی

مینا پزنگ • هادی قورزایی • محمدحسین صفایی • محمدرضا پیرو • حمزه کریم تباح فر • امیرمهدی اسفندی

مسئول درس: محمدرضا پیرو
دستیار: سپهر سالارکیا

علوم و فنون ادبی

گروه انسانی
مدرسین: اکبر آخوندی

مهتاب شیرازی • هستی ناصح

علیرضا مختاری • الهام میرزایی • آزاده میرزایی • مبینا تاجیک

مسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

جامعه شناسی

علی شکری • فاطمه یاری

نگین تربیتی • مهدی پارچه باف دولتی • حسین سعادت بهشتی

مسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: ثنا کاشیان

روان شناسی

فاطمه نظری • مهتاب شیرازی • سارا حمزه • صبا پهلوان

ولیا برجی • سید محسن ماهینی • حمیدرضا قائد امینی • جواهر فرحات • آریا ذوقی • امینه کارآمد

مسئولین درس: پویا رضاداد
محمدحسین حقیقت

زبان عربی

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

مهسا اصغری • سیده ساره زاهدی • فاطمه نیتی

مسئول درس: سیده ساره زاهدی

تاریخ

محمدصدرا حسینی • مهتاب شیرازی

سیده ساره زاهدی • الهه ریاحی نسب • محسن سلیمانی

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسب

جغرافیا

ابوالفضل میرمحمدی • سپهر علی پور • امیررضا علیزاده

محمدحسین خدام • فاطمه شریف زاده • محسن انصاری

مسئول درس: سعید رحیمیان
دستیاران: محمدحسین خدام - فرزان مختاری نژاد

فلسفه و منطق

کوثر رعدی

میترا چینی ساز • محمدرضا مبارکی • آرش بدری • طاهره کریمی • علی محسنی

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

اقتصاد

ریاضیات



۱- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۳)

- اگر نقطه (a, b) روی نمودار تابع وارون پذیر f باشد، آنگاه نقطه (b, a) روی وارون تابع (f^{-1}) قرار دارد و برعکس.

$$(a, b) \in f \Leftrightarrow (b, a) \in f^{-1}$$

فرض کنیم وارون تابع f ، محور طولها را در نقطه $(\alpha, 0)$ قطع کند. در این صورت تابع f از نقطه $(0, \alpha)$ عبور می کند؛ بنابراین:

$$\alpha = f(0) = 0 + \sin(0) + 1 = 1$$

۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۱)

- با توجه به اینکه تابع $f(x) = a^x$ یک به یک است، بنابراین:

$$a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

جرم ماده پس از گذشت t سال را با $Q(t)$ و نیمه عمر آن را با T نمایش می دهیم. در این صورت:

$$Q(t) = Q_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

که در آن Q_0 جرم اولیه ماده است. در نتیجه:

$$\frac{1}{1024} = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{300}{T}} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{300}{T}} \Rightarrow 10 = \frac{300}{T} \Rightarrow T = 30 \text{ سال}$$

۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۲)

- اگر تابع f در یک همسایگی راست نقطه ای مانند a تعریف شده باشد، می گوییم حد راست تابع f در نقطه $x = a$ برابر عدد L_1 است هرگاه مقادیر تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به L_1 نزدیک کرد، به شرط آن که متغیر x (از سمت راست) به قدر کافی به a نزدیک شود. در این صورت می نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_1$$

- اگر تابع f در یک همسایگی چپ نقطه ای مانند a تعریف شده باشد، می گوییم حد چپ تابع f در نقطه $x = a$ برابر عدد L_2 است هرگاه مقادیر تابع f را به هر اندازه دلخواه بتوان به L_2 نزدیک کرد، به شرط آن که متغیر x (از سمت چپ) به قدر کافی به a نزدیک شود. در این صورت می نویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_2$$



گزینه ها را بررسی می کنیم:

گزینه ۱:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$$

توجه کنید که $f(2)$ تعریف نشده است.

گزینه ۲:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$$

تابع f در نقطه $x = 2$ حد چپ ندارد، زیرا در این نقطه همسایگی چپ ندارد.

گزینه ۳:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$$

توجه کنید که $f(2) = 1$.

گزینه ۴:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 0$$

تابع f در نقطه $x = 2$ هم حد چپ و هم حد راست دارد ولی از آنجا که مقدار این دو با هم یکسان نیست، در این نقطه حد ندارد.

۴- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)

- تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.تنها نقطه‌ای که باید از نظر پیوستگی بررسی شود، نقطه $x = 2$ است، زیرا در سایر نقاط واضح است که حد موجود بوده، با مقدار تابع یکسان است و در نتیجه پیوستگی برقرار است. برای پیوستگی تابع در نقطه $x = 2$ لازم است حد تابع با مقدار تابع برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x - 4} = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-1)}{2(x-2)} = a \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{2} = a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۱)

- مجموع جملات دنباله هندسی a_n با قدرنسبت q و جمله اول a_1 برابر است با:

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

جمله اول را a_1 و قدرنسبت را q در نظر می‌گیریم.

مجموع ۱۰ جمله نخست برابر است با:

$$S_{10} = \frac{a_1(1 - q^{10})}{1 - q}$$

مجموع ۵ جمله نخست برابر است با:

$$S_5 = \frac{a_1(1 - q^5)}{1 - q}$$

در نتیجه:

$$\frac{S_{10}}{S_5} = 29 \Rightarrow \frac{\frac{a_1(1 - q^{10})}{1 - q}}{\frac{a_1(1 - q^5)}{1 - q}} = 29 \Rightarrow \frac{1 - q^{10}}{1 - q^5} = 29 \Rightarrow \frac{(1 - q^5)(1 + q^5)}{(1 - q^5)} = 29 \Rightarrow 1 + q^5 = 29 \Rightarrow q^5 = 28$$

خواسته سؤال نسبت جمله دهم به جمله پنجم است:

$$\frac{a_{10}}{a_5} = \frac{a_1 q^9}{a_1 q^4} = q^5 = 28$$

۶- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۳)



برای حل معادلات گنگ با به توان رساندن طرفین معادله (و در صورت لزوم تکرار این عمل) و ساده کردن به معادله‌ای بدون رادیکال می‌رسیم که آن را حل می‌کنیم، جواب‌های به دست آمده باید در معادله اصلی آزمایش شوند، زیرا عملیات توان‌رسانی ممکن است جواب‌های اضافی تولید کند.



برای حل این معادله، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$2x^2 - 2x + 13 = (2x - 1)^2 \Rightarrow 2x^2 - 2x + 13 = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 12 = 0 \xrightarrow{\text{تقسیم بر 2}} x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = -2, 3$$

از آنجا که طرفین را به توان ۲ رسانده بودیم، لازم است هر جواب، جداگانه بررسی شود:

غ ق $x = -2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \sqrt{25} = -5 \Rightarrow 5 = -5 \Rightarrow x = -2$

ق ق $x = 3 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \sqrt{25} = 5 \Rightarrow 5 = 5 \Rightarrow x = 3$

بنابراین $a = 3$ است و از بین گزینه‌ها فقط عدد $a + 1 = 4$ بر ۴ بخش پذیر است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۱، درس ۵)

۷- پاسخ: گزینه ۱



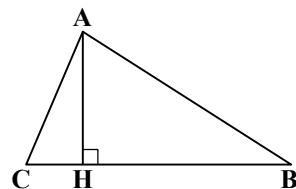
اگر خطوط d_1 و d_2 به ترتیب با شیب‌های m_1 و m_2 بر هم عمود باشند، آنگاه $m_1 m_2 = -1$ و برعکس.



با توجه به شکل فرضی روبه‌رو، برای یافتن مختصات نقطه H، کافی است معادله هر یک از خط‌های BC و AH را بیابیم و سپس محل تلاقی آن‌ها یعنی نقطه H را پیدا کنیم:

BC معادله: $y = ax + b \Rightarrow a = \frac{-4 - 2}{3 - (-1)} = \frac{-3}{2} \Rightarrow y = \frac{-3}{2}x + b$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری B}} 2 = -\frac{3}{2} \times (-1) + b \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$



AH معادله: $y = a'x + b'$

AH بر BC عمود است؛ در نتیجه:

$a' = -\frac{1}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + b' \xrightarrow{\text{جایگذاری A}} 1 = \frac{2}{3} \times 4 + b' \Rightarrow b' = -\frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

حال از حل دستگاه زیر، مختصات نقطه H به دست می‌آید:

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{13}{6}x = \frac{13}{6} \Rightarrow x = 1$$

بنابراین طول نقطه H برابر با ۱ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۸- پاسخ: گزینه ۱



اگر دامنه تابع f را با D_f و دامنه تابع g را با D_g نمایش دهیم، دامنه تابع $g \circ f$ برابر است با:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$



$$D_f : x^2 - x + 1 \geq 0 \Rightarrow \Delta = -3 \Rightarrow \Delta < 0$$

ابتدا دامنه هر یک از توابع f و g را مشخص می‌کنیم:

عبارت همواره هم‌علامت ضریب x^2 می‌باشد، یعنی این عبارت همواره مثبت است، بنابراین: $D_f = \mathbb{R}$

$$D_g : x^2 - 3 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm\sqrt{3} \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

اکنون دامنه $g \circ f$ را طبق تعریف به دست می‌آوریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \in D_g\}$$

بنابراین هیچ‌یک از دو تساوی زیر مجاز نیست:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - x + 1} = \sqrt{3} \Rightarrow x^2 - x + 1 = 3 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, 2 \\ \sqrt{x^2 - x + 1} = -\sqrt{3} \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

بنابراین تنها مقادیر غیرقابل قبول $x = -1, 2$ هستند و پاسخ برابر است با:

$$D_{g \circ f} = \mathbb{R} - \{-1, 2\}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۱)

۹- پاسخ: گزینه ۱



$$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$$

- اگر $a > 1$ آنگاه:

$$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$$

- اگر $0 < a < 1$ آنگاه:



ابتدا نامعادله را به صورتی می‌نویسیم که پایه در هر دو طرف یکسان باشد:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 2x} \geq \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}\right)^{2-x} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 - 2x} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5x - 10}$$

از آنجا که $0 < \frac{1}{2} < 1$ است، نتیجه می‌شود:

$$x^2 - 2x \leq 5x - 10 \Rightarrow x^2 - 7x + 10 \leq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 5$$

بنابراین مجموعه جواب به صورت $[2, 5]$ است؛ در نتیجه:

$$a = 2, b = 5 \Rightarrow b - a = 3$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۲)

۱۰- پاسخ: گزینه ۳



- برای زاویه دلخواه α داریم:

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha \quad \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha \quad \cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$



با توجه به روابط نسبت‌های مثلثاتی می‌توان نوشت:

$$\cot(\pi + \alpha) = \cot \alpha$$

$$\cot(3\pi - \alpha) = \cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

در نتیجه حاصل عبارت مطلوب برابر است با:

$$\cot \alpha \times (-\cot \alpha) \times (-\tan \alpha) = \cot \alpha \times \underbrace{\cot \alpha \times \tan \alpha}_1 = \cot \alpha$$

۱۱- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۴)



- در رفع ابهام حالت صفر تقسیم بر صفر مثلثاتی، سعی می‌کنیم آن را به عبارت $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ برسانیم.
- در رفع ابهام مثلثاتی که در آن x به سمت عددی غیر صفر میل می‌کند، می‌توانیم از راه تغییر متغیر استفاده کنیم.



با جایگذاری $x = \pi$ مشاهده می‌شود که با حالت مبهم $\frac{0}{0}$ روبه‌رو هستیم. تغییر متغیر $t = x - \pi$ را در نظر می‌گیریم و عبارت را بر حسب t

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2}{1 + \cos(t + \pi)} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2}{1 - \cos t}$$

بازنویسی می‌کنیم:

$$\cos t = 1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2}$$

از طرفی می‌دانیم:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2}{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2})} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t^2}{2 \sin^2 \frac{t}{2}}$$

در نتیجه عبارت مورد نظر برابر است با:

$$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\sin a}{a} = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{a}{\sin a} = 1$$

می‌دانیم؛ بنابراین عبارت را چنین بازنویسی می‌کنیم:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\frac{t}{2}}{\sin \frac{t}{2}} \right)^2 \times 2 = 1^2 \times 2 = 2$$

۱۲- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۵، درس ۵)



- تابع f در نقطه $x = a$ پیوسته است، هرگاه $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.



لازم است حد راست، حد چپ و مقدار تابع در $x = 2$ یکسان باشند:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = (2 \times 2 - a) \times 4 = 4(4 - a) = 16 - 4a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = (2 \times 1 - a) \times 3 = 3(2 - a) = 6 - 3a$$

$$f(2) = (4 - a) \times 4 = 16 - 4a$$

در نتیجه:

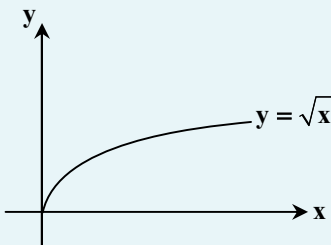
$$16 - 4a = 6 - 3a \Rightarrow a = 10$$

۱۳- پاسخ: گزینه ۱

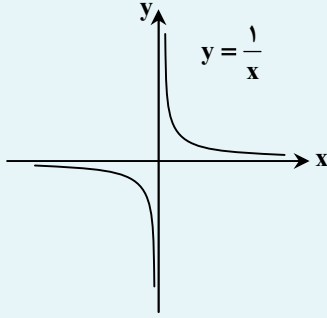
▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۲)



- نمودار تابع گنگ $y = \sqrt{x}$ به صورت زیر است:



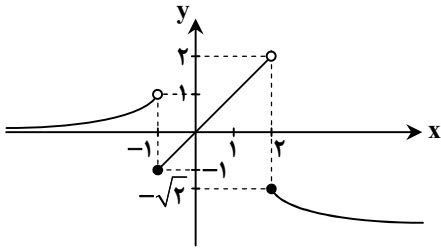
- نمودار تابع گویای $y = \frac{1}{x}$ به صورت زیر است:



ابتدا ضابطه تابع f را می‌یابیم:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & x < -1 \\ x & -1 \leq x < 2 \\ -\sqrt{x} & x \geq 2 \end{cases}$$

حال نمودار f را رسم می‌کنیم:



بنابراین برد تابع f برابر است با:

$$(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [-1, 2)$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۲، درس ۴)

۱۴- پاسخ: گزینه ۲

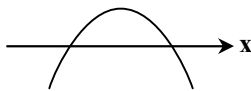


- به طور کلی اگر f و g دو تابع باشند، اعمال بین توابع به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$



نمودار تابع f به این شکل است:



در نتیجه جدول تعیین علامت و ضابطه آن به این صورت است:

x	a	b	
$f(x)$	-	+	-

 $\Rightarrow f(x) = k(x-a)(x-b) ; k < 0$

از آنجا که تابع $\frac{f}{g}$ به ازای a و b تعریف نشده است، این دو عدد ریشه تابع g نیز هستند. از آنجا که g تابعی از درجه ۴ است، ضابطه آن چنین

شکلی دارد:

$$g(x) = (x-a)(x-b) \times h(x)$$

که $h(x)$ یک چندجمله‌ای از درجه ۲ است. با توجه به جدول تعیین علامت تابع $\frac{f}{g}$ ، واضح است که تابع g ، ریشه‌های به‌جز a و b ندارد؛ بنابراین برای تابع h ، این حالت‌ها قابل فرض است:

حالت ۱: h تابعی بدون ریشه (دلته منفی) باشد. در این صورت تابع h یا همواره مثبت و یا همواره منفی است. در این صورت جدول تعیین علامت تابع $\frac{f}{g}$ به یکی از دو صورت زیر است:

x	a	b
$(\frac{f}{g})(x)$	-	-

یا

x	a	b
$(\frac{f}{g})(x)$	+	+

در نتیجه این حالت، امکان پذیر نیست.

حالت ۲: تابع h ، ریشه مضاعف a یا ریشه مضاعف b داشته باشد. در این صورت ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ به یکی از دو صورت زیر درمی‌آید:

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{k(x-a)(x-b)}{k'(x-a)^2(x-b)} = \frac{k}{k'} \times \frac{1}{(x-a)^2} \quad \text{یا} \quad \frac{f}{g}(x) = \frac{k(x-a)(x-b)}{k'(x-a)(x-b)^2} = \frac{k}{k'} \times \frac{1}{(x-b)^2}$$

واضح است که در این شرایط نیز جدول تعیین علامت تابع $\frac{f}{g}$ به یکی از دو حالت بالا درمی‌آید. در نتیجه این حالت، امکان پذیر نیست.

حالت ۳: تابع h به صورت زیر باشد:

$$h(x) = k'(x-a)(x-b) \quad \text{در این صورت ضابطه تابع } \frac{f}{g} \text{ به صورت زیر درمی‌آید:}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{k(x-a)(x-b)}{k'(x-a)^2(x-b)^2} = \frac{k}{k'} \times \frac{1}{(x-a)(x-b)}$$

در این حالت به شرط $k' < 0$ (در نتیجه $\frac{k}{k'} > 0$)، جدول تعیین علامت تابع $\frac{f}{g}$ ، مطابق با فرض سؤال است. در نتیجه:

$$g(x) = k'(x-a)^2(x-b)^2 \quad k' < 0$$

بنابراین جدول تعیین علامت تابع g ، به این صورت است:

x	a	b
$g(x)$	-	-

۱۵- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * حسابان ۱ (فصل ۳، درس ۳)



- اگر هر کدام از لگاریتم‌های زیر تعریف شده باشند، آنگاه: $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$
- اگر هر کدام از لگاریتم‌های زیر تعریف شده باشند، آنگاه: $\log_a b^n = n \log_a b$
- اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، آنگاه از تساوی $\log_a x = \log_a y$ می‌توان نتیجه گرفت $x = y$.



ابتدا به دامنه مقادیر قابل قبول برای x توجه کنید:

$$\begin{cases} 1-2x > 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \\ -3x-1 > 0 \Rightarrow x < -\frac{1}{3} \end{cases} \xrightarrow{\cap} x < -\frac{1}{3}$$

حال به حل معادله می‌پردازیم:

$$2 \log(1-2x) - \log(-3x-1) = \log 5 \Rightarrow \log(1-2x)^2 - \log(-3x-1) = \log 5 \Rightarrow \log \frac{(1-2x)^2}{-3x-1} = \log 5 \Rightarrow \frac{(1-2x)^2}{-3x-1} = 5$$

$$\Rightarrow (1-2x)^2 = -15x-5 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = -15x - 5 \Rightarrow 4x^2 + 11x + 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 121 - 4 \times 4 \times 6 = 25$$

$$\Rightarrow x = \frac{-11 \pm 5}{8} \Rightarrow x = -2, \frac{-3}{4}$$

هر دو جواب در محدوده دامنه x قرار دارند و قابل قبول هستند. حاصل ضرب جواب‌ها برابر است با: $(-2) \times (\frac{-3}{4}) = \frac{3}{2} = 1.5$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * حسابان ۱ (فصل ۴، درس ۴)

۱۶- پاسخ: گزینه ۲

- برای زوایای دلخواه α و β ، داریم:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

- برای زاویه دلخواه θ می‌دانیم:

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

با توجه به رابطه $\sin(\alpha - \beta)$ لازم است سینوس و کسینوس هر کدام از زاویه‌های α و β را بیابیم:

$$\alpha \text{ زاویه: } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \frac{16}{9} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \frac{25}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \sin \alpha = \frac{-3}{5}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \cot \alpha \times \sin \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{-4}{5}$$

$$\beta \text{ زاویه: } \frac{1}{\cos^2 \beta} = 1 + \tan^2 \beta \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \beta} = 1 + \frac{25}{144} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \beta} = \frac{169}{144} \Rightarrow \cos \beta = \pm \frac{12}{13} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos \beta = \frac{-12}{13}$$

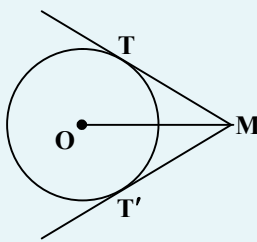
$$\Rightarrow \sin \beta = \tan \beta \times \cos \beta \Rightarrow \sin \beta = \frac{-5}{13}$$

حال مقدار $\sin(\alpha - \beta)$ را می‌یابیم:

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \left(\frac{-3}{5}\right) \times \left(\frac{-12}{13}\right) - \left(\frac{-4}{5}\right) \times \left(\frac{-5}{13}\right) = \frac{36}{65} - \frac{20}{65} = \frac{16}{65}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۲)

۱۷- پاسخ: گزینه ۳

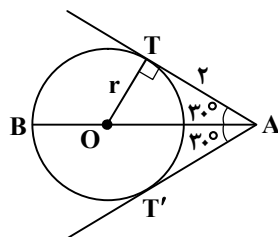
- هرگاه از نقطه M خارج دایره $C(O, r)$ دو مماس بر دایره رسم کنیم و T و T' نقاط تماس باشند، آنگاه:الف) اندازه‌های دو مماس برابرند. $MT = MT'$ ب) نیم خط MO نیمساز زاویه TMT' است.با توجه به شکل مقابل، چون OA نیمساز زاویه TAT' است، در مثلث OAT داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{OT}{AT} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{OT}{2} \Rightarrow OT = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{AT}{OA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{OA} \Rightarrow OA = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

بیشترین فاصله A تا نقاط دایره، AB است که برابر است با:

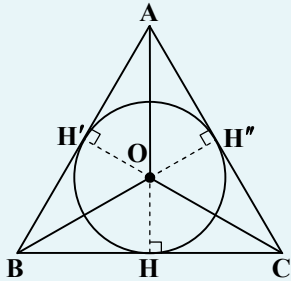
$$AB = OA + OB = OA + r = \frac{4\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$





- اگر r_a, r_b, r_c شعاع‌های سه دایره محاطی خارجی مثلث ABC و r شعاع دایره محاطی داخلی باشد، داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r}$$



$$OH = OH' = OH'' = r$$

- سه نیمساز زاویه‌های داخلی مثلث در نقطه‌ای درون مثلث هم‌رس‌اند. این نقطه از هر سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

پس مرکز دایره محاطی مثلث نقطه هم‌رسی سه نیمساز است و شعاع این دایره که آن را با r نشان می‌دهیم فاصله این نقطه از هر یک از سه ضلع است.

در مثلث نیز $S = Pr$ که S مساحت و P نصف محیط مثلث است.



خواسته سؤال را K در نظر گرفته و با معکوس کردن آن، داریم:

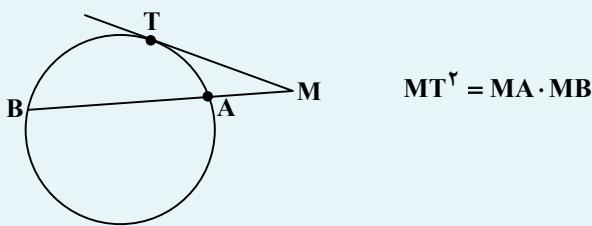
$$K = \frac{r_a r_b r_c}{r_a r_b + r_a r_c + r_b r_c} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{r_a r_b + r_a r_c + r_b r_c}{r_a r_b r_c} = \frac{r_a r_b}{r_a r_b r_c} + \frac{r_a r_c}{r_a r_b r_c} + \frac{r_b r_c}{r_a r_b r_c} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_a}$$

حال طبق نکات، داریم:

$$\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = \frac{1}{r} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{r} \Rightarrow K = r = \frac{S}{P} = \frac{42}{\frac{1}{2} \times 26} = \frac{42}{13}$$



- هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع



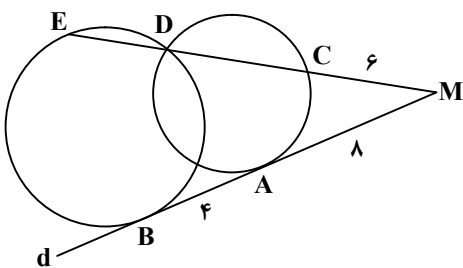
طبق نکته در دایره کوچک‌تر داریم:

$$MA^2 = MC \cdot MD \Rightarrow 8^2 = 6 \times MD \Rightarrow MD = \frac{64}{6} = \frac{32}{3}$$

حال در دایره بزرگ‌تر، داریم:

$$MB^2 = MD \cdot ME \Rightarrow 12^2 = \frac{32}{3} \left(\frac{32}{3} + DE \right) \Rightarrow \frac{3}{32} \times 144 = \frac{32}{3} + DE$$

$$\frac{3}{2} \times 9 = \frac{32}{3} + DE \Rightarrow DE = \frac{27}{2} - \frac{32}{3} = \frac{81 - 64}{6} = \frac{17}{6}$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس‌های ۱ و ۳)

۲۰- پاسخ: گزینه ۳

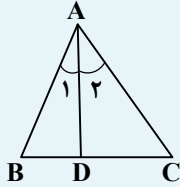


$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

- قضیه سینوس‌ها: در مثلث ABC با اضلاع $BC = a$ ، $AC = b$ و $AB = c$ داریم:

که R شعاع دایره محیطی مثلث است.

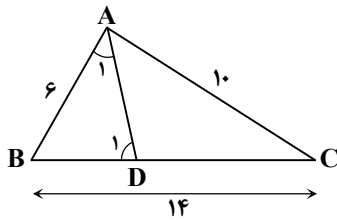
- در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های ضلع‌های آن زاویه تقسیم می‌کند.



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$



AD نیمساز زاویه A است، پس:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{14 - BD} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{BD}{14 - BD} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow 5BD = 42 - 3BD \Rightarrow 8BD = 42 \Rightarrow BD = \frac{42}{8} = \frac{21}{4}$$

حال با استفاده از قضیه سینوس‌ها در مثلث ABD داریم:

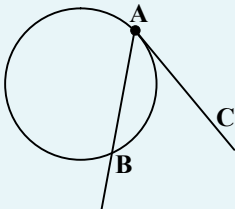
$$\frac{AB}{\sin \hat{D}_1} = \frac{BD}{\sin \hat{A}_1} \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}_1}{\sin \hat{D}_1} = \frac{BD}{AB} = \frac{\frac{21}{4}}{6} = \frac{21}{24} = \frac{7}{8}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۱، درس ۱)

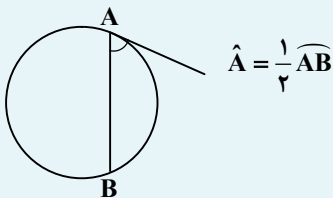
۲۱- پاسخ: گزینه ۴



- «زاویه ظلی» زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره قرار دارد و یکی از اضلاع آن مماس بر دایره و ضلع

دیگر آن شامل وتری از دایره باشد. در شکل مقابل \hat{BAC} یک زاویه ظلی است.

- اندازه هر زاویه ظلی برابر است با نصف کمان روبه‌رو به آن زاویه.

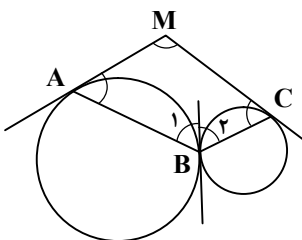
در نقطه B، مماس مشترک داخلی دو دایره را رسم می‌کنیم. در دایره کوچک‌تر، دو زاویه C و B_۲

ظلی و رو به کمان BC هستند، پس:

$$\hat{C} = \hat{B}_2 = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

همچنین در دایره بزرگ‌تر، دو زاویه A و B_۱ ظلی و رو به کمان AB هستند.

$$\hat{A} = \hat{B}_1 = \frac{\widehat{AB}}{2}$$



$$\widehat{ABC} = 140^\circ \Rightarrow \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 = 140^\circ$$

با توجه به فرض، داریم:

در چهارضلعی MABC، مجموع زوایا برابر 360° است.

$$\widehat{M} + \widehat{A} + \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 + \widehat{C} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{M} + \widehat{B}_1 + \widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 + \widehat{B}_2 = 360^\circ$$

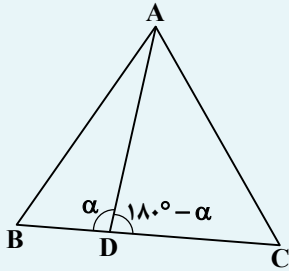
$$\Rightarrow \widehat{M} + 2(\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2) = 360^\circ \Rightarrow \widehat{M} + 2 \times 140^\circ = 360^\circ \Rightarrow \widehat{M} = 360^\circ - 280^\circ \Rightarrow \widehat{M} = 80^\circ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس ۲)

۲۲- پاسخ: گزینه ۱



- در مثلث ABC، برای نقطه دلخواه D روی BC، رابطه زیر همواره برقرار است.



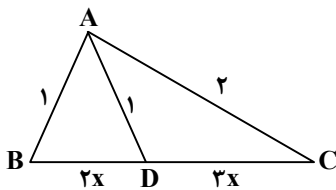
$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = AD^2 \cdot BC + DB \cdot DC \cdot BC \quad (\text{قضیه استوارت})$$



از فرض $\frac{DC}{DB} = \frac{3}{2}$ داریم:

$$DC = 3x, DB = 2x \Rightarrow BC = DC + DB = 3x + 2x = 5x$$

حال از رابطه استوارت استفاده می‌کنیم:



$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = AD^2 \cdot BC + BC \cdot DB \cdot DC$$

$$\Rightarrow 1^2 \times 3x + 2^2 \times 2x = 1^2 \times 5x + 5x \times 2x \times 3x$$

$$\Rightarrow 3x + 8x = 5x + 30x^2 \Rightarrow 30x^2 = 6x \Rightarrow 5x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{5} \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

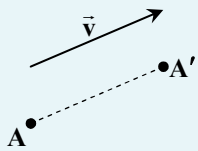
$$\Rightarrow BC = 5x = 5 \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱)

۲۳- پاسخ: گزینه ۱



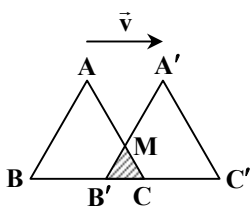
- انتقال T تحت بردار \vec{v} ، تبدیلی از صفحه است که در آن، تصویر هر نقطه A از صفحه P، نقطه‌ای مانند A' در همان صفحه است که $\overline{AA'} = \vec{v}$



- در هر دوران، اندازه هر پاره‌خط و تصویر آن با هم برابرند.



مثلث A'B'C' تصویر مثلث ABC تحت انتقال با بردار \vec{v} است. مثلث MB'C' نیز متساوی‌الاضلاع است. اگر اندازه ضلع مثلث ABC برابر a باشد، داریم:



$$|\vec{v}| = \frac{2}{3}BC = \frac{2}{3}a \Rightarrow BB' = |\vec{v}| \Rightarrow BB' = \frac{2}{3}a \Rightarrow B'C = BC - BB' = a - \frac{2}{3}a$$

$$\Rightarrow B'C = \frac{1}{3}a \Rightarrow S_{MB'C'} = \frac{B'C^2 \times \sqrt{3}}{4} = \frac{1}{9}a^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{36} \Rightarrow \frac{a^2 \sqrt{3}}{36} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

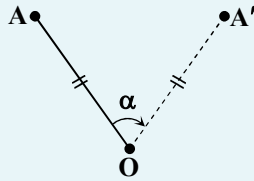
$$\Rightarrow a^2 = \frac{36}{2} = 18$$

پاسخ تشریحی آزمون ۲۵ اردیبهشت ۱۴۰۵

دوران یافته هر شکل، با شکل اولیه هم‌نهشت است؛ پس مساحت تصویر مثلث ABC تحت دوران به مرکز C و زاویه ۹۰° با مساحت مثلث ABC برابر است.

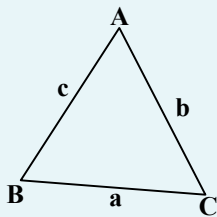
$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{18\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

۲۴- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۱ و فصل ۳، درس ۲)



- دوران R به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد، داریم:

$$OA = OA' \text{ و } \widehat{AOA'} = \alpha$$

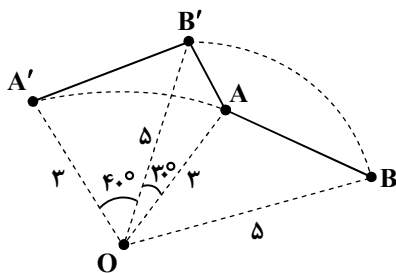


- قضیه کسینوس‌ها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$



با استفاده از خواص دوران، داریم:



$$\hat{AOA'} = 70^\circ \Rightarrow \hat{AOB'} = \hat{AOA'} - \hat{A'OB'} = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$$

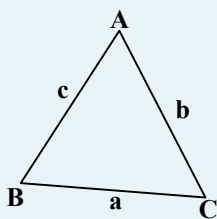
در مثلث OAB' از قضیه کسینوس‌ها استفاده می‌کنیم:

$$AB'^2 = OA^2 + OB'^2 - 2OA \cdot OB' \cos \hat{AOB'}$$

$$\Rightarrow AB'^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \times 3 \times 5 \cos 30^\circ$$

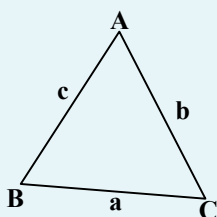
$$\Rightarrow AB'^2 = 9 + 25 - 30 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 34 - 15\sqrt{3} \Rightarrow AB' = \sqrt{34 - 15\sqrt{3}}$$

۲۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۴)



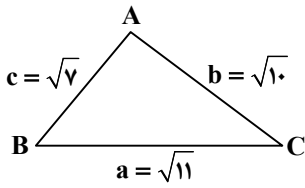
- قضیه کسینوس‌ها: در هر مثلث، مربع اندازه هر ضلع برابر است با مجموع مربع‌های اندازه‌های دو ضلع دیگر، منهای دو برابر حاصل ضرب اندازه آن دو ضلع در کسینوس زاویه بین آن‌ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \hat{A}, \quad b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \hat{B}, \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \hat{C}$$



- مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب اندازه‌های هر دو ضلع در سینوس زاویه بین آن‌ها:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} bc \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \cdot \sin \hat{B}$$



ابتدا با استفاده از قضیه کسینوس‌ها، مقدار $\cos \hat{A}$ را می‌یابیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow 11 = 10 + 7 - 2\sqrt{10} \times \sqrt{7} \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{70} \cos \hat{A} = 6 \Rightarrow \cos \hat{A} = \frac{6}{2\sqrt{70}} = \frac{3}{\sqrt{70}}$$

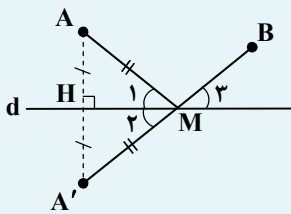
$$\Rightarrow \sin^2 \hat{A} = 1 - \cos^2 \hat{A} = 1 - \frac{9}{70} = \frac{61}{70} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{61}}{\sqrt{70}}$$

حال مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{7} \times \frac{\sqrt{61}}{\sqrt{70}} = \frac{1}{2} \sqrt{61}$$

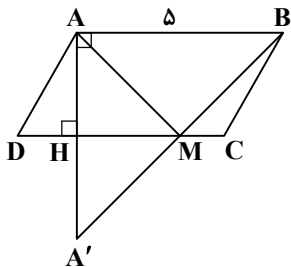
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * هندسه ۲ (فصل ۲، درس ۲)

۲۶- پاسخ: گزینه ۴



- مسئله هرون برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر: خط d و نقاط A و B در یک طرف آن مفروض‌اند. برای به دست آوردن نقطه M روی خط d به طوری که $AM + MB$ کمترین مقدار باشد، ابتدا بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا می‌کنیم و A' می‌نامیم. سپس A' را به B وصل می‌کنیم. محل تلاقی پاره خط $A'B$ با خط d ، نقطه M خواهد بود. در این صورت داریم:

$$AM = A'M, \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = \hat{M}_3$$



طبق نکته، بازتاب A را نسبت به DC یافته و A' می‌نامیم. A' را به B وصل می‌کنیم تا DC را در M قطع کند. M را به A وصل می‌کنیم. محیط مثلث AMB کمترین مقدار است و داریم:

$$AM = A'M \Rightarrow \text{محیط } AMB = AM + MB + AB = 15$$

$$\Rightarrow A'M + MB + 5 = 15 \Rightarrow A'B = 10$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABA' داریم:

$$AA'^2 + AB^2 = A'B^2 \Rightarrow AA'^2 + 25 = 100 \Rightarrow AA'^2 = 75 \Rightarrow AA' = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$AH = \frac{1}{2} AA' = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = AH \cdot DC = AH \cdot AB = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times 5 = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۴، درس ۲)

۲۷- پاسخ: گزینه ۱



- طول بازه اطمینان بیش از ۹۵٪ برای برآورد بازه‌ای میانگین جامعه برابر است با: $\frac{4\sigma}{\sqrt{n}}$



طبق نکته، طول بازه اطمینان در برآورد بازه‌ای میانگین با اطمینان بیش از ۹۵ درصد برابر است با:

$$\sigma^2 = 16 \Rightarrow \sigma = 4 \Rightarrow \frac{4\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{4 \times 4}{\sqrt{100}} = \frac{16}{10} = 1.6$$

۲۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)



- نقیض گزاره‌های سوری به صورت زیر است:

$$\sim (\forall x ; P(x)) \equiv \exists x ; \sim P(x) , \quad \sim (\exists x ; P(x)) \equiv \forall x ; \sim P(x)$$

- نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت زیر است.

$$\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$



با توجه به نقیض گزاره‌های شرطی و سور وجودی، داریم:

$$\sim (\forall x \in \mathbb{R} ; [(x = x^2 \wedge x > 1) \Rightarrow x^2 < 1]) \equiv \exists x \in \mathbb{R} ; (x = x^2 \wedge x > 1 \wedge x^2 \geq 1)$$

بنابراین گزینه ۴ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۱)

۲۹- پاسخ: گزینه ۲



- هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزاره مرکب « p یا q » را که به صورت « $p \vee q$ » می‌نویسند، «ترکیب فصلی» دو گزاره می‌گوییم. در اینجا به رابط منطقی « \vee » فاصل گفته می‌شود. ارزش ترکیب فصلی دو گزاره « $p \vee q$ » فقط وقتی نادرست است که ارزش هر دو گزاره p و q نادرست باشد و در بقیه حالات ارزش $p \vee q$ درست است.

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

- جدول ارزش گزاره شرطی $p \Rightarrow q$ به صورت زیر است:

(۱) هرگاه ارزش p (مقدم) نادرست باشد، آنگاه ارزش گزاره مرکب « $p \Rightarrow q$ » همواره درست است و ارزش آن به ارزش گزاره q بستگی ندارد.

(۲) ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د



از نادرست بودن گزاره $(p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow r)$ نتیجه می‌شود گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $p \Rightarrow r$ نادرست هستند و از آنجا نتیجه می‌گیریم که p درست و q و r نادرست هستند. پس ارزش گزاره $(q \vee \sim r) \Rightarrow p$ به صورت زیر است.

$$p \Rightarrow (q \vee \sim r) \equiv T \Rightarrow (F \vee T) \equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)

۳۰- پاسخ: گزینه ۳

- اگر $A \subseteq B$ به طوری که $A \neq B$ ، آنگاه A «زیرمجموعه محض» یا «سره» B نامیده می‌شود.

$$2^n - 1$$

- تعداد زیرمجموعه‌های محض (سره) یک مجموعه n عضوی برابر است با:- تساوی‌های زیر را که به قوانین دمورگان معروف‌اند برای هر دو مجموعه دلخواه A و B از مجموعه مرجع U برقرارند:

الف) $(A \cup B)' = (A' \cap B')$

ب) $(A \cap B)' = (A' \cup B')$

$$A - B = A \cap B'$$

- برای دو مجموعه دلخواه A و B داریم:



A و B دو مجموعه جدا از هم هستند، پس $B - A = B$ و به کمک جبر مجموعه‌ها، داریم:

$$(B - A)' - A = B' - A = B' \cap A' = (A \cup B)' \xrightarrow{\text{متمم}} ((A \cup B)')' = A \cup B$$

و چون A و B جدا از هم هستند، پس:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 3 + 5 = 8$$

پس تعداد زیرمجموعه‌های سره ناتهی مجموعه $A \cup B$ ، برابر است با:

$$2^8 - 2 = 254$$

۳۱- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۱، درس ۲)



- برای مجموعه‌های A و B داریم:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$$

- تعداد اعضای ضرب دکارتی دو مجموعه A و B از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$n(A \times B) = n(B \times A) = n(A) \cdot n(B)$$



ابتدا اعضای مجموعه‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0\} \Rightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Rightarrow x^2(x-3) - (x-3) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x^2-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow A = \{-1, 1, 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 25\} \Rightarrow x^2 < 25 \Rightarrow -5 < x < +5 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

اعضای مشترک A و B عبارتند از: $A \cap B = \{-1, 1, 3\}$ ، پس خواسته سؤال برابر است با:

$$(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (B \cap A)$$

$$\Rightarrow n((A \times B) \cap (B \times A)) = n((A \cap B) \times (B \cap A)) = n(A \cap B) \times n(B \cap A) = 3 \times 3 = 9$$

۳۲- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۲، درس ۱)



- برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

- برای هر دو پیشامد دلخواه A و B داریم $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$.



فرض می‌کنیم $P(A \cap B) = x$ ، در این صورت داریم:

$$P(A) = 4x$$

$$2P(B - A) = 4x \Rightarrow P(B - A) = 2x \Rightarrow P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_x = 2x \Rightarrow P(B) = 3x$$

پس حاصل $\frac{P(A - B)}{P(A \cup B)}$ برابر است با:

$$\frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A) + P(B) - P(A \cap B)} = \frac{4x - x}{4x + 3x - x} = \frac{3x}{6x} = \frac{1}{2} = 0.5$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.



- فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A ، داریم:

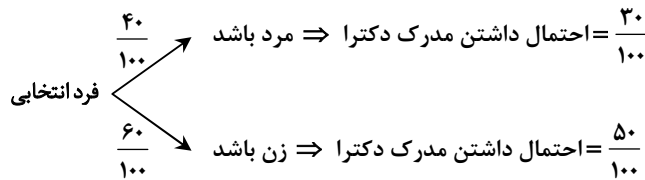
$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + \dots + P(B_n)P(A|B_n) = \sum_{k=1}^n P(B_k)P(A|B_k)$$

- فرض کنید B_1, B_2, \dots, B_n پیشامدهایی با احتمال ناصفر باشند که فضای نمونه را افراز می‌کنند. در این صورت، برای هر پیشامد دلخواه A و هر $i \leq n$ داریم:

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}$$



ابتدا به کمک نمودار درختی زیر، احتمال اینکه فرد انتخابی دارای مدرک دکترا باشد را به دست می‌آوریم:



$$P(\text{داشتن مدرک دکترا}) = \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{12+30}{100} = \frac{42}{100}$$

حال به کمک قاعده بیز خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$P(\text{مرد باشد} | \text{داشتن مدرک دکترا}) = \frac{P(\text{مرد باشد}) \cdot P(\text{داشتن مدرک دکترا} | \text{مرد باشد})}{P(\text{داشتن مدرک دکترا})} = \frac{\frac{40}{100} \times \frac{30}{100}}{\frac{42}{100}} = \frac{12}{42} = \frac{2}{7}$$



- (میانگین یا متوسط داده‌ها): میانگین یا متوسط n داده x_1, x_2, \dots, x_n را با نماد \bar{x} نشان می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

- (میانه، چارک اول و چارک سوم): عدد وسط مجموعه‌ای از داده‌ها را که از کوچک به بزرگ مرتب شده باشند، «میانه» داده‌ها می‌گوییم و آن را با Q_2 نشان می‌دهیم. میانه یک‌دوم اول داده‌های مرتب شده را «چارک اول» می‌گوییم و آن را با Q_1 نشان می‌دهیم. همچنین میانه یک‌دوم آخر داده‌های مرتب شده را «چارک سوم» می‌گوییم و آن را با Q_3 نشان می‌دهیم.



اگر ۳۶ داده آماری متفاوت را از کوچک به بزرگ به صورت x_1, x_2, \dots, x_{36} در نظر بگیریم، چارک‌ها به صورت زیر هستند.

$$x_1, x_2, \dots, x_9, x_{10}, \dots, x_{18}, x_{19}, \dots, x_{27}, x_{28}, \dots, x_{36}$$

$$Q_1 = \frac{x_9 + x_{10}}{2} \quad Q_2 = \frac{x_{18} + x_{19}}{2} \quad Q_3 = \frac{x_{27} + x_{28}}{2}$$

$$\text{میانگین} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_9}{9} = 20 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 180$$

$$\text{میانگین} = \frac{x_{28} + x_{29} + \dots + x_{36}}{9} = 35 \Rightarrow x_{28} + x_{29} + \dots + x_{36} = 315$$

$$\text{میانگین تمام داده‌ها} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{36}}{36} = 30 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{36} = 1080$$

مجموع داده‌های بین چارک اول و سوم برابر است با:

$$x_{10} + x_{11} + \dots + x_{27} = x_1 + x_2 + \dots + x_{36} - (x_1 + x_2 + \dots + x_9) - (x_{28} + x_{29} + \dots + x_{36}) = 1080 - 180 - 315 = 585$$

$$\text{میانگین داده‌های بین چارک اول و سوم} = \frac{x_{10} + x_{11} + \dots + x_{27}}{18} = \frac{585}{18} = 32.5$$

۳۵- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * آمار و احتمال (فصل ۳، درس‌های ۲ و ۳)



- (انحراف معیار داده‌ها): اگر n داده از جامعه به صورت x_1, x_2, \dots, x_n داشته باشیم، انحراف معیار آن‌ها را با نماد σ نشان می‌دهیم، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

که در آن $\bar{x} - x_i$ را انحراف داده i ام از میانگین داده‌ها می‌گویند.
- اگر واریانس یا انحراف معیار برابر صفر باشد، آنگاه تمام داده‌ها برابرند و بالعکس.



چون واریانس داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4 برابر صفر است، پس تمام داده‌ها با هم برابرند و فرض می‌کنیم، $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = a$. حال در داده‌های جدید، داریم:

داده‌های جدید: $a+1, a+2, a+3, a+4$

$$\bar{x} = \frac{a+1+a+2+a+3+a+4}{4} = \frac{4a+10}{4} = a + \frac{5}{2}$$

$$\sigma^2 = \frac{(a+1-a-\frac{5}{2})^2 + (a+2-a-\frac{5}{2})^2 + (a+3-a-\frac{5}{2})^2 + (a+4-a-\frac{5}{2})^2}{4}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(-\frac{3}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 + (\frac{3}{2})^2}{4} = \frac{\frac{9}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{9}{4}}{4} = \frac{\frac{20}{4}}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

فیزیک



۳۶- پاسخ: گزینه ۳ ▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۱)



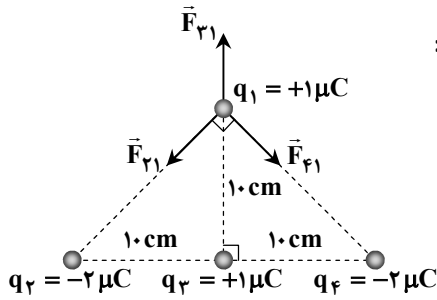
گزینه ۳ درست است.



گزینه ۱: طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی ثابت است.
گزینه ۲: نوع باری که در دو جسم متفاوت بر اثر مالش به یکدیگر ایجاد می‌شود، به جنس آن‌ها بستگی دارد و می‌توان نوع این بارها را به کمک سری الکتریسیته مالشی مشخص کرد.
گزینه ۴: اندازه بار مثبت پروتون و اندازه بار منفی الکترون یکسان است و هر دو برابر $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ است.

۳۷- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)



جهت نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 مطابق شکل روبه‌رو است و اندازه آن‌ها برابر است با:

$$F_{21} = F_{31} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 1 \times 10^{-12}}{(1.0 \sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 0.9 \text{ N}$$

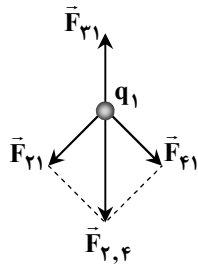
$$F_{21} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1 \times 10^{-12}}{(1.0 \times 10^{-2})^2} = 0.9 \text{ N}$$

برایند دو نیروی \vec{F}_{21} و \vec{F}_{31} به سمت پایین بوده و اندازه آن برابر است با:

$$F_{2,3} = \sqrt{F_{21}^2 + F_{31}^2} = 0.9\sqrt{2} \text{ N}$$

بزرگی نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار q_1 برابر است با:

$$F_T = F_{2,3} - F_{31} = 0.9\sqrt{2} - 0.9 = 0.9(\sqrt{2} - 1) \text{ N}$$

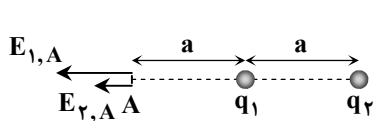


▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

۳۸- پاسخ: گزینه ۳



اندازه میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه A برابر است با:

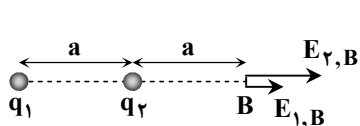


$$E_{1,A} = k \frac{q_1}{a^2}$$

$$E_{2,A} = k \frac{q_2}{(2a)^2} = k \frac{q_2}{4a^2}$$

$$E_{t,A} = E_{1,A} + E_{2,A} = k \frac{q_1}{a^2} + k \frac{q_2}{4a^2} = \frac{k}{4a^2} (4q_1 + q_2) \quad (1) \text{ رابطه}$$

اندازه میدان الکتریکی حاصل از بارهای q_1 و q_2 در نقطه B برابر است با:



$$E_{1,B} = k \frac{q_1}{(2a)^2} = k \frac{q_1}{4a^2}$$

$$E_{2,B} = k \frac{q_2}{a^2}$$

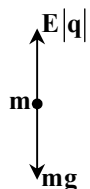
$$E_{t,B} = E_{1,B} + E_{2,B} = k \frac{q_1}{4a^2} + k \frac{q_2}{a^2} = \frac{k}{4a^2} (q_1 + 4q_2) \quad (2) \text{ رابطه}$$

بنا بر فرض سؤال، $\frac{E_{t,A}}{E_{t,B}} = 2$ است. با توجه به رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{E_{t,A}}{E_{t,B}} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{k}{4a^2} (4q_1 + q_2)}{\frac{k}{4a^2} (q_1 + 4q_2)} = 2 \Rightarrow \frac{4q_1 + q_2}{q_1 + 4q_2} = 2 \Rightarrow 4q_1 + q_2 = 2q_1 + 8q_2 \Rightarrow 2q_1 = 7q_2 \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{7}{2}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)

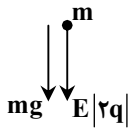
۳۹- پاسخ: گزینه ۱



در حالت اول که ذره معلق است، نیروهای وارد بر ذره مطابق شکل روبه‌رو است. با توجه به تعادل ذره خواهیم داشت:

$$E|q| = mg$$

وقتی بار ذره به $2q$ تغییر کند، دو نیروی الکتریکی و وزن هر دو به سمت پایین خواهند بود. طبق قضیه کار-انرژی جنبشی خواهیم داشت:



$$W_t = \Delta K \Rightarrow mg \times 1 + E|2q| \times 1 = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$\frac{E|q| = mg}{\Rightarrow} mg + 2mg = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 3mg = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = 60 \Rightarrow v = \sqrt{60} \frac{m}{s}$$

۴۰- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)



مقدار متوسط میدان الکتریکی در شکل (۲) کمتر از شکل (۱) است، زیرا خطوط از هم دور می‌شوند، پس کار میدان روی پروتون در شکل (۱) بیشتر از کار میدان روی پروتون در شکل (۲) است و در نتیجه طبق رابطه $\Delta V = \frac{-W_E}{q}$ ، اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B در شکل (۱) بیشتر است.

همچنین طبق رابطه $W_E = \frac{1}{2}mv^2$ می‌توان نتیجه گرفت تندی پروتون در نقطه B در شکل (۱) بیشتر از شکل (۲) است.

۴۱- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۱)



طبق رابطه $C = k\epsilon \frac{A}{d}$ ، با نصف شدن فاصله بین دو صفحه، ظرفیت خازن دو برابر می‌شود؛ پس می‌توان نوشت: $C_2 = 2C_1$

از طرفی بار الکتریکی که از آمپرسنج عبور کرده باعث افزایش بار صفحات خازن می‌شود؛ پس خواهیم داشت:

$$Q_2 - Q_1 = 40nC \Rightarrow C_2V - C_1V = 40nC \Rightarrow V(C_2 - C_1) = 40nC \Rightarrow 20 \times (2C_1 - C_1) = 40 \Rightarrow C_1 = 2nC$$

۴۲- پاسخ: گزینه ۲ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)



با توجه به رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ خواهیم داشت:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow 2 = 1 \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A}{\frac{1}{2}A} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{2}{2}$$

نسبت جرم با توجه به رابطه «چگالی = $\frac{جرم}{حجم}$ » و یکسان بودن جنس دو سیم برابر است با:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{A_2 L_2}{A_1 L_1} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$$

۴۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

در حالت اول، جریان مدار و اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با:

$$V = \mathcal{E} - rI = \mathcal{E} - r \left(\frac{\mathcal{E}}{R+r} \right) \Rightarrow \frac{2}{3}\mathcal{E} = \mathcal{E} \left(1 - \frac{r}{R+r} \right) \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{r}{R+r} \Rightarrow R+r = 3r \Rightarrow R = 2r$$

در حالت دوم، مقاومت R دو برابر یعنی برابر $4r$ می‌شود؛ پس خواهیم داشت:

$$I' = \frac{\mathcal{E}}{4r+r} = \frac{\mathcal{E}}{5r}$$

$$\frac{V'}{\mathcal{E}} = \frac{\mathcal{E} - r \times \frac{\mathcal{E}}{5r}}{\mathcal{E}} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۴۴- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)



جهت جریان در مدار ساعتگرد است، زیرا $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$ است. همچنین ولت‌سنج‌ها اختلاف پتانسیل دو سر باتری‌ها را نشان می‌دهند؛ پس خواهیم داشت:

$$\frac{V_1}{V_2} = 3 \quad \frac{V_1 = \mathcal{E}_1 - r_1 I}{V_2 = \mathcal{E}_2 + r_2 I} \rightarrow \frac{30 - I}{6 + I} = 3 \Rightarrow 30 - I = 18 + 3I \Rightarrow 12 = 4I \Rightarrow I = 3A$$

از طرفی جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow 3 = \frac{30 - 6}{R + 1 + 1} \Rightarrow 3 = \frac{24}{R + 2} \Rightarrow R = 6\Omega$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۵- پاسخ: گزینه ۳

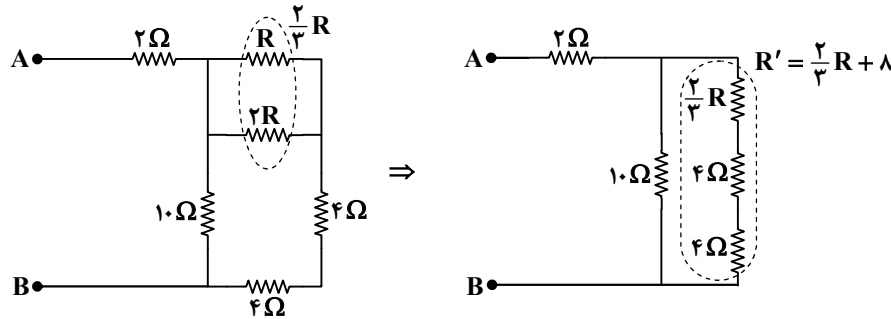


در این مدار دو مقاومت R و $2R$ موازی هستند که معادل آن‌ها برابر $\frac{2}{3}R$ است. این مقاومت با دو مقاومت ۴ اهمی سری می‌شود که معادل آن برابر $R' = \frac{2}{3}R + 8$ می‌شود. این مقاومت معادل (R') با مقاومت ۱۰ اهمی موازی است و معادل آن‌ها (R'') با مقاومت ۲ اهمی سری است؛ پس خواهیم داشت:

$$R_{eq} = 2 + R'' \Rightarrow 7 = 2 + R'' \Rightarrow R'' = 5\Omega$$

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{10} \Rightarrow R' = 10\Omega$$

$$R' = \frac{2}{3}R + 8 \Rightarrow 10 = \frac{2}{3}R + 8 \Rightarrow 2 = \frac{2}{3}R \Rightarrow R = 3\Omega$$



▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۶- پاسخ: گزینه ۱

حالت کلید باز: جریان عبوری از مقاومت R_1 با جریان عبوری از باتری یکسان است:

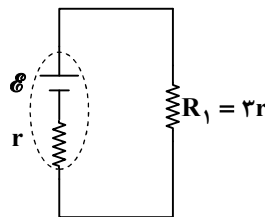
$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1} = \frac{\mathcal{E}}{r + 2r} = \frac{\mathcal{E}}{3r} \Rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{4r} \quad (1) \text{ رابطه}$$

حالت کلید بسته: در این حالت دو مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی هستند.

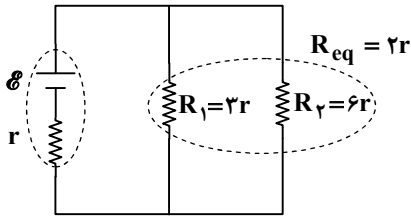
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2r \times 6r}{2r + 6r} = 2r$$

$$\text{جریان عبوری از باتری: } I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} = \frac{\mathcal{E}}{r + 2r} = \frac{\mathcal{E}}{3r}$$

$$V_{\text{باتری}} = \mathcal{E} - rI = \mathcal{E} - r \times \frac{\mathcal{E}}{3r} = \frac{2}{3}\mathcal{E}$$



اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_1 با باتری برابر است؛ پس جریان عبوری از مقاومت R_1 برابر است با:



$$I'_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{\frac{2}{3}\mathcal{E}}{3r} = \frac{2}{9} \frac{\mathcal{E}}{r} \quad \text{رابطه (۲)}$$

از تقسیم رابطه (۲) بر رابطه (۱) داریم:

$$\frac{I'_1}{I_1} = \frac{\frac{2}{9} \frac{\mathcal{E}}{r}}{\frac{\mathcal{E}}{4r}} = \frac{8}{9}$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۷- پاسخ: گزینه ۴



مشخصات لامپ بیان می کند در صورتی که لامپ به ولتاژ ۱۵ ولت وصل شود، توان مصرفی آن ۲۵ وات است و با توجه به رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ و

ثابت بودن R می توان نوشت:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{16}{25} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{V_2}{15} \Rightarrow V_2 = 12V$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۲)

۴۸- پاسخ: گزینه ۴



توان خروجی باتری از رابطه $P = \mathcal{E}I - rI^2$ به دست می آید که به صورت یک سهمی است و رأس سهمی به ازای $I = \frac{\mathcal{E}}{2r}$ اتفاق می افتد. با

توجه به متقارن بودن سهمی، رأس سهمی به ازای جریان $I' = \frac{4+8}{2} = 6A$ محقق می شود؛ پس خواهیم داشت:

$$\frac{\mathcal{E}}{2r} = 6 \Rightarrow \frac{24}{2r} = 6 \Rightarrow r = 2\Omega$$

با اتصال باتری به مقاومت ۶ اهمی خواهیم داشت:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{24}{6+2} = 3A$$

در این حالت توان تولیدی برابر است با:

$$P = \mathcal{E}I = 24 \times 3 = 72W$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۴۹- پاسخ: گزینه ۳



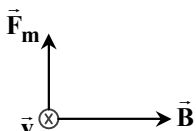
قطب های مغناطیسی زمین بر قطب های جغرافیایی زمین منطبق نیستند و با هم فاصله دارند؛ پس عبارت «الف» نادرست است. قطب های مغناطیسی همواره به صورت جفت ظاهر می شوند و هیچ شاهدی تاکنون مبنی بر وجود تک قطبی مغناطیسی وجود نداشته است؛ پس عبارت «ب» نیز نادرست است.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)

۵۰- پاسخ: گزینه ۲



طبق قاعده دست راست و با توجه به علامت منفی ذره، نیروی مغناطیسی وارد بر ذره به صورت مقابل است.



نیروی الکتریکی وارد بر ذره باردار منفی مطابق شکل روبه‌رو است.



با توجه به اینکه هر دو نیرو به سمت بالا است، پس نیروی خالص وارد بر ذره نیز به سمت بالا خواهد بود.

۵۱- پاسخ: گزینه ۴ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



طبق قاعده دست راست، جهت نیروی وارد بر سیم در شکل «الف»، برون سو و نیروی وارد بر سیم در شکل «ب»، درون سو است؛ پس جهت دو نیرو برخلاف یکدیگر است. از طرفی در مورد اندازه نیروها می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_1 = ILB \sin \theta \\ F_2 = ILB \sin(90 - \theta) = ILB \cos \theta \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \cot \theta \Rightarrow F_2 = \cot \theta \times F_1$$

با توجه به اینکه دو بردار در خلاف جهت هم هستند، پس خواهیم داشت:

$$\vec{F}_2 = -\cot \theta \times \vec{F}_1$$

۵۲- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



بزرگی میدان مغناطیسی حلقه در مرکز آن را با B_2 و بزرگی میدان مغناطیسی حاصل از سیم راست در فاصله ثابت از آن (در مرکز حلقه) را با B_1 نشان می‌دهیم. در شکل (۱) میدان حاصل از هر دو سیم در مرکز حلقه درون سو است؛ پس می‌توان نوشت:

$$B_2 + B_1 = 60$$

اگر حلقه به سمت چپ سیم منتقل شود، جهت میدان سیم به برون سو تبدیل می‌شود ولی با توجه به اینکه جهت میدان خالص تغییر نکرده؛ پس روشن می‌شود که میدان حلقه (B_2) بیشتر از B_1 است؛ پس خواهیم داشت:

$$B_2 - B_1 = 30$$

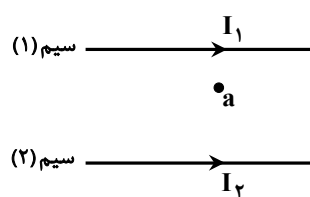
با حل دو معادله فوق، مقادیر B_2 و B_1 به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} B_2 - B_1 = 30 \\ B_2 + B_1 = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B_1 = 15 \text{ G} \\ B_2 = 45 \text{ G} \end{cases}$$

میدان حاصل از حلقه از رابطه $B = \mu_0 \frac{I}{r}$ به دست می‌آید؛ پس با جایگذاری در این رابطه، جریان حلقه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$45 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{I_2}{2 \times 10^{-1}} \Rightarrow I_2 = 750 \text{ A}$$

۵۳- پاسخ: گزینه ۱ ▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۳)



میدان حاصل از سیم (۱) در نقطه a طبق قاعده دست راست درون سو است. پس برای اینکه میدان خالص در نقطه a صفر باشد، میدان حاصل از سیم (۲)، برون سو است. در نتیجه جهت جریان I_2 به سمت راست (هم‌جهت با I_1) است. از طرفی می‌دانیم نیروی مغناطیسی بین دو سیم با جریان‌های هم‌جهت جاذبه است. همچنین اندازه میدان دو سیم در نقطه a یکسان است ولی با توجه به اینکه سیم (۲) دورتر است، پس جریان آن بزرگ‌تر است ($I_2 > I_1$).

۵۴- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * فیزیک ۲ (فصل ۳)



عبارت «الف» ویژگی مواد فرومغناطیسی و عبارت «ب» ویژگی مواد فرومغناطیسی سخت است و فقط عبارت «پ» ویژگی مواد پارامغناطیسی است.

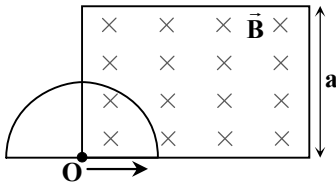
۵۵- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)



اگر این حلقه ۹۰° دوران کند، سطحی به اندازه $\frac{1}{4}$ از دایره (نیمی از مساحت نیم‌دایره)، درون میدان قرار می‌گیرد. پس شار عبوری برابر است با:

$$\Phi = BA \cos \theta = B \times \left(\frac{\pi r^2}{4}\right) \times 1 = \frac{\pi Br^2}{4}$$



۵۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)



طبق قانون فاراده می‌توان نوشت:

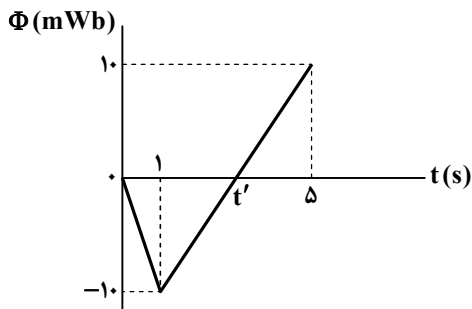
$$|\mathcal{E}_{av}| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| \Rightarrow 200 = 50 \times \frac{3\Phi_1 - \Phi_1}{0.2} \Rightarrow \Phi_1 = 40 \times 10^{-3} \text{ Wb} = 40 \text{ mWb}$$

۵۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

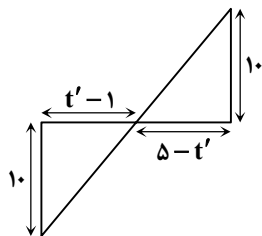


در بازه زمانی صفر تا ۱ ثانیه، نیروی محرکه ثابت و برابر ۱۰ ولت است؛ پس با توجه به رابطه $\mathcal{E}_{av} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ می‌توان نوشت $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -10 \text{ mV}$. این رابطه بیان می‌کند شار با شیب -۱۰ رو به کاهش است و در مدت ۱s، تغییر شار برابر $\Delta \Phi = -10 \text{ mWb}$ است. به طریق مشابه می‌توان نتیجه گرفت در بازه ۱s تا ۵s شار با شیب +۵ رو به افزایش است و در مدت ۴ ثانیه تغییر شار برابر $\Delta \Phi = +20 \text{ mWb}$ خواهد بود. به این ترتیب نمودار $\Phi - t$ به صورت روبه‌رو است.



t' لحظه‌ای است که شار مجدداً صفر شده است. در شکل مقابل، با توجه به تساوی دو مثلث می‌توان گفت:

$$t' - 1 = 5 - t' \Rightarrow t' = 3 \text{ s}$$



۵۸- پاسخ: گزینه ۴

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)



در هر دو حلقه هنگام ورود، شار مغناطیسی افزایش می‌یابد؛ پس طبق قانون لنز، جهت جریان القایی باید به گونه‌ای باشد که با این افزایش مخالفت کند، یعنی میدان مغناطیسی القایی درون حلقه برون سو (⊙) باشد؛ پس جریان در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۵۹- پاسخ: گزینه ۱



ضرب القاوری یک سیم‌لوله از رابطه $L = \mu_0 \frac{AN^2}{\ell}$ به دست می‌آید. با جایگذاری در این رابطه خواهیم داشت:

$$L = 12 \times 10^{-7} \times \frac{(10 \times 10^{-4}) \times (500)^2}{0.4} = 750 \mu\text{H}$$

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * فیزیک ۲ (فصل ۴)

۶۰- پاسخ: گزینه ۲



در یک جریان متناوب در لحظه $\frac{T}{4}$ جریان به مقدار بیشینه خود می‌رسد، پس خواهیم داشت: $\frac{T}{4} = 6 \times 10^{-3} \Rightarrow T = 24 \times 10^{-3} \text{ s}$

شیمی

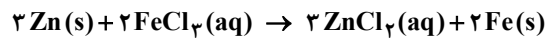


▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۱- پاسخ: گزینه ۲



چون واکنش‌پذیری فلز نقره (Ag) از آهن (Fe) کمتر است، نقره با کلرید آن واکنش نمی‌دهد و تنها واکنش، واکنش فلز روی (Zn) با کلرید آهن است، چون واکنش‌پذیری روی از آهن بیشتر است.

واکنش‌پذیری: $\text{Zn} > \text{Fe} > \text{Ag}$ انجام نمی‌شود $\text{Ag(s)} + \text{FeCl}_2(\text{aq}) \rightarrow$ 

$$\text{مقدار نظری} = \frac{70}{100} = \frac{1/96}{\text{مقدار نظری}} \Rightarrow \text{مقدار نظری} = 2/8 \text{ g Fe}$$

$$2/8 \text{ g Fe} \times \frac{1 \text{ mol Fe}}{56 \text{ g Fe}} \times \frac{3 \text{ mol Zn}}{2 \text{ mol Fe}} \times \frac{65 \text{ g Zn}}{1 \text{ mol Zn}} = 4/875 \text{ g Zn}$$

$$? \text{ g Ag} = 10 - 4/875 = 5/125 \text{ g Ag}$$

$$\% \text{ Ag} = \frac{5/125}{10} \times 100 = \% 51/25$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۲- پاسخ: گزینه ۲



موارد «دوم» و «چهارم» درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: نادرست؛ با توجه به فرمول $Q = mc\Delta\theta$ ، اگر به جرم برابری از آلومینیم و طلا به میزان برابری گرما بدهیم، دمای طلا بیشتر بالا می‌رود. هرچه ظرفیت گرمایی کمتر باشد، تغییرات دمایی بیشتر است.

بنابراین دمای تعادل بیش از 50°C (نزدیک‌تر به دمای اولیه آلومینیم) خواهد بود.

عبارت «دوم»: درست؛ با توجه به اینکه گرمای مبادله شده برابر است (همان قدر که Al گرما از دست می‌دهد، Ag گرما می‌گیرد) و جرم هر دو قطعه نیز برابر است و از طرف دیگر آلومینیم گرمای ویژه بیشتری دارد، می‌توان نتیجه گرفت که تغییر دمای آلومینیم باید کمتر باشد و دمای نهایی بیشتر از 50°C (میانگین دمای دو قطعه) خواهد بود.

$$Q_{\text{Ag}} = Q_{\text{Al}} \Rightarrow m_{\text{Ag}}c_{\text{Ag}}\Delta\theta_{\text{Ag}} = m_{\text{Al}}c_{\text{Al}}\Delta\theta_{\text{Al}} \xrightarrow{m_{\text{Ag}}=m_{\text{Al}}, c_{\text{Ag}} < c_{\text{Al}}} \Delta\theta_{\text{Ag}} > \Delta\theta_{\text{Al}}$$

عبارت «سوم»: نادرست؛ برای مقایسه ظرفیت گرمایی دو جسم، علاوه بر گرمای ویژه باید جرم آن‌ها نیز مشخص باشد.

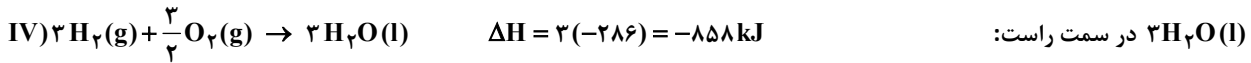
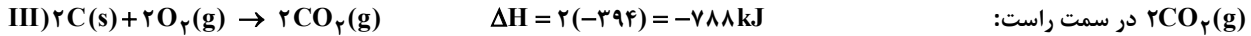
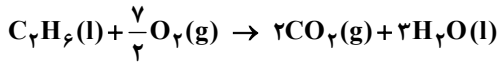
عبارت «چهارم»: درست؛ گرمای ویژه به جنس ماده وابسته است.

۶۳- پاسخ: گزینه ۱

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)



با استفاده از قانون هس و طی مراحل زیر، واکنش نهایی را به دست می آوریم:



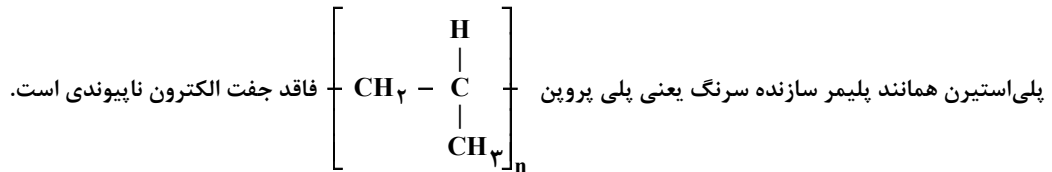
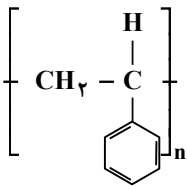
$$? kJ : 22 g CO_2 \times \frac{1 mol CO_2}{44 g CO_2} \times \frac{1547 kJ}{2 mol CO_2} = 386 / 75 kJ$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)

۶۴- پاسخ: گزینه ۴

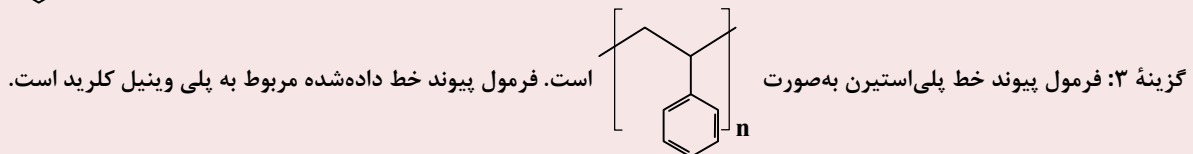
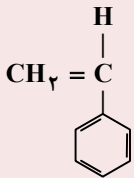


گزینه ۴: درست؛ پلیمر سازنده ظروف یکبار مصرف پلی استیرن است.



گزینه ۱: استیرن نام مونومر پلیمر سازنده ظروف یکبار مصرف است.

گزینه ۲: در ساختار مونومر سازنده پلیمر ظروف یکبار مصرف یعنی استیرن ۴ پیوند دوگانه وجود دارد.



▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۲)

۶۵- پاسخ: گزینه ۲



گزینه ۲: نادرست؛ در محیط مرطوب، میکروبها شروع به رشد و تکثیر نموده تا جایی که ماده غذایی کپک زده و سرانجام فاسد می شود.

نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: درست؛ اکسیژن گازی واکنش پذیر است و تمایل زیادی برای انجام واکنش با موارد دیگر دارد. براساس این ویژگی، مواد غذایی در هوای آزاد و در معرض اکسیژن، سریع تر فاسد می شوند.

گزینه ۳: درست؛ روغن های مایع که در ظرف مات و کدر بسته بندی شده اند، زمان ماندگاری بیشتری دارند؛ زیرا ظروف کدر و مات مانع از رسیدن نور به روغن و مانع از انجام واکنش شیمیایی می شوند.

گزینه ۴: درست؛ برای نگهداری طولانی مدت فرآورده های گوشتی و پروتئینی، آن ها را به حالت منجمد ذخیره می کنند؛ زیرا در دمای پایین تر، سرعت واکنش های شیمیایی از جمله فساد مواد غذایی کاهش می یابد.

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

۶۶- پاسخ: گزینه ۴

جوابش اینه

ابتدا واکنش را موازنه می کنیم:



$$4K_2CrO_4 - 2Cr_2O_3 = 4 \times 194 - 2 \times 152 = 472 \frac{g}{mol} \quad (K_2Cr_2O_7 \text{ مول } 4 \text{ به ازای } 4)$$

$$\text{خالص } K_2Cr_2O_7 = \frac{294g K_2Cr_2O_7}{1mol K_2Cr_2O_7} \times \frac{4mol K_2Cr_2O_7}{472g \text{ اختلاف جرم}} = 58/8g K_2Cr_2O_7$$

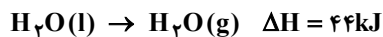
$$50\% = \frac{58/8g}{117/6g} \times 100 \Rightarrow \text{مقدار خالص} = \frac{58/8g}{117/6g} \times 100 = 50\%$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

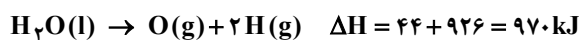
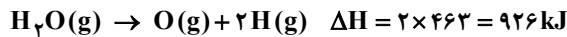
۶۷- پاسخ: گزینه ۴

جوابش اینه

آنتالپی پیوند برای حالت گازی تعریف می شود، پس ابتدا باید آب مایع را به گاز تبدیل کنیم:



حالا پیوند آب در حالت گاز را می شکنیم و سپس دو واکنش را براساس قانون هس جمع می کنیم:

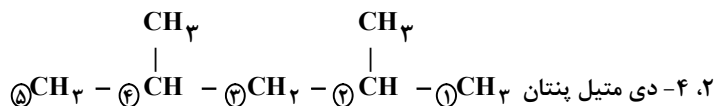


▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

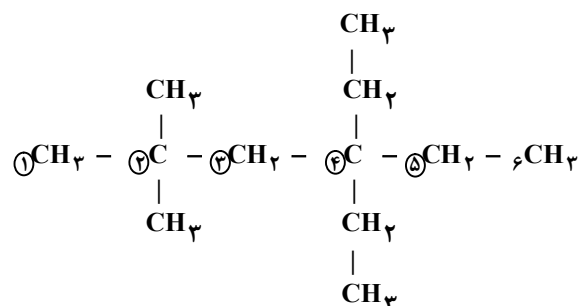
۶۸- پاسخ: گزینه ۲

جوابش اینه

(پ) شکل باز ساختار داده شده به صورت روبه رو است:



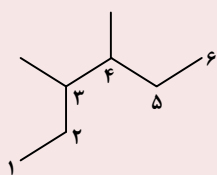
(ت) شکل باز ساختار داده شده به صورت روبه رو است:



۴، ۴- دی اتیل - ۲، ۲- دی متیل هگزان

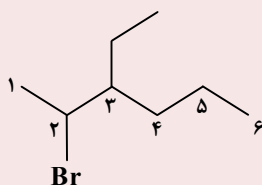
نباید سراغ اینا بری

الف) در آلکان‌ها شاخه فرعی ۲- اتیل نداریم و شماره‌گذاری زنجیره اصلی درست نیست.



۳، ۴- دی متیل هگزان

ب) در نام‌گذاری آلکان‌های شاخه‌دار با چند شاخه متفاوت اولویت براساس ترتیب حروف الفبای لاتین است. در این ساختار ابتدا باید محل و نام برم (Bromo) و سپس اتیل (Ethyl) بیاید.



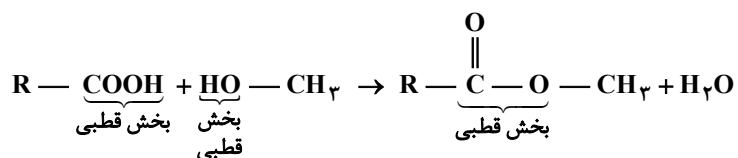
۲- برم - ۳- اتیل هگزان

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۳)

۶۹- پاسخ: گزینه ۳



گزینه ۳ درست است.



در واکنش تشکیل استر ذکر شده، یک گروه $-\text{OH}$ ($17\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) از اسید جدا و یک گروه $-\text{OCH}_3$ ($31\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$) جایگزین می‌شود. تغییر جرم به‌ازای هر عامل اسیدی ۱۴ گرم بر مول است ($31 - 17 = 14$) طبق فرض سؤال چون تفاوت جرم مولی کل در سؤال ۱۴ است، پس اسید تک عاملی است. اسید تک عاملی را به‌صورت $R - \text{COOH}$ در نظر می‌گیریم. بخش R ناقطبی است. تعداد کربن بخش R را n در نظر می‌گیریم. در استر حاصل ($R - \text{COOCH}_3$) کربن متانول هم جزء بخش ناقطبی محسوب می‌شود، پس تعداد کربن ناقطبی استر $n + 1$ است.

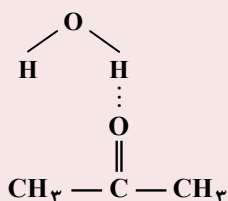
$$n + 1 = 2n \Rightarrow n = 1 \Rightarrow \text{CH}_3\text{COOH} \Rightarrow \text{بخش ناقطبی اسید یک کربن دارد}$$

در تبدیل اسید A به استر B بخش ناقطبی بزرگ‌تر شده (یک کربن به آن اضافه شده) و بخش قطبی ضعیف‌تر شده است؛ بنابراین نسبت بخش ناقطبی به قطبی در ترکیب B نسبت به A افزایش یافته است.

نباید سراغ اینا بری

گزینه ۱: اسید A تک عاملی است، پس ۲ اتم اکسیژن دارد (CH_3COOH).

گزینه ۲: استرها اگرچه امکان تشکیل پیوند هیدروژنی با خودشان را ندارد. اما اتم اکسیژن آن‌ها می‌تواند با هیدروژن آب پیوند هیدروژنی برقرار کند. در واقع قرار گرفتن اتم H بین دو اتم O (یکی متعلق به خود H_2O و دیگری متعلق به استر B) منجر به ایجاد پیوند هیدروژنی بین این دو مولکول می‌شود:



گزینه ۴: با افزایش طول زنجیره کربنی (بخش ناقطبی) قطبیت مولکول کاهش یافته و انحلال‌پذیری آن در آب کاهش می‌یابد.

۷۰- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۱)



مقایسه «فلوئور < گوگرد» در موارد اول و چهارم درست است.
مورد «اول»: درست؛ فلوئور (F) در دوره دوم و گروه هفدهم و گوگرد (S) در دوره سوم و گروه شانزدهم قرار دارد؛ بنابراین فلوئور در موقعیت بالاتر و راست تری در جدول قرار دارد و خاصیت نافلزی آن بیشتر است.
مورد «چهارم»: درست؛ با توجه به اینکه خصلت نافلزی F از S بیشتر است؛ بنابراین شدت واکنش فلوئور با فلزها نیز بیشتر است.



مورد «دوم»: نادرست؛ عدد اتمی فلوئور ۹ و عدد اتمی گوگرد ۱۶ می باشد.
مورد «سوم»: نادرست؛ شعاع اتمی S از F بیشتر است. هرچه مکان عنصر در جدول تناوبی بالاتر و راست تر باشد، شعاع اتمی آن کوچک تر است.

۷۱- پاسخ: گزینه ۳

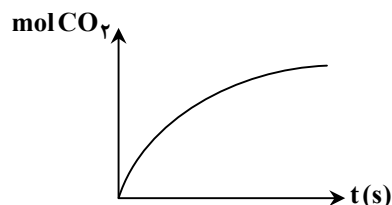
▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)



عبارت‌های «دوم»، «سوم» و «چهارم» درست هستند.
بررسی همه عبارت‌ها:
عبارت «اول»: نادرست؛ با توجه به جدول مقدار مول CO_2 تولیدشده در واحد زمان، در بازه زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه، برابر با $0/015$ مول بر ثانیه و در بازه زمانی ۱۰ تا ۲۰ ثانیه، برابر با $0/010$ مول بر ثانیه است، جدول زیر را ببینید:

زمان (s)	$n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	$\Delta n(\text{CO}_2), (\text{mol})$	$\bar{R}(\text{CO}_2) = \frac{\Delta n(\text{CO}_2)}{\Delta t}, (\text{mol s}^{-1})$
۰	۰	$1/50 \times 10^{-2}$	$1/50 \times 10^{-3}$
۱۰	$\frac{0/66}{44} = 1/5 \times 10^{-2}$	$1/00 \times 10^{-2}$	$1/00 \times 10^{-3}$
۲۰	$\frac{1/10}{44} = 2/5 \times 10^{-2}$		

پس سرعت از $0/015$ به $0/010$ (مول بر ثانیه) کاهش یافته و مقادیر برابر نیستند.
عبارت «دوم»: درست؛ قانون پایستگی جرم بیان می کند که جرم سامانه بدون تغییر می ماند؛ فقط چون سیستم باز است و گاز از ظرف خارج می شود، کاهش جرم مشاهده می شود اما جرم کل حفظ شده است.
عبارت «سوم»: درست؛ نمودار داده شده، نشانگر افزایش سریع تعداد مول CO_2 در ابتدا و رسیدن منحنی به حالت افقی در پایان است، یعنی تولید گاز متوقف می گردد و شیب (سرعت) برابر صفر می شود. نمودار زیر را ببینید:



عبارت «چهارم»: درست؛ با توجه به جدول، جرم اولیه $65/98$ و جرم نهایی $64/50$ گرم است، اختلاف آن‌ها برابر $1/48$ گرم است که همان جرم گاز CO_2 خارج شده محسوب می گردد.



با توجه به اینکه جرم $\text{CO}_2(\text{g})$ تولیدشده در بازه‌های $0-10\text{s}$ و $10-20\text{s}$ با هم برابر نیست، واضحاً تغییرات مول و سرعت تولید $\text{CO}_2(\text{g})$ نیز در این بازه‌ها یکسان نیست. به طور کلی در هر واکنش عادی، با گذشت زمان، سرعت تولید فرآورده‌ها و مصرف واکنش‌دهنده‌ها کاهش می یابد.

۷۲- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)



عبارت‌های «دوم» و «چهارم» درست هستند.

عبارت «دوم»: درست؛ هر واحد تکرارشونده ۲ پیوند آمیدی دارد و برای آبکافت هر پیوند آمیدی ۱ مولکول آب نیاز است، پس ۲ مول آب جهت آبکافت ۱ مول واحد تکرارشونده از این پلیمر نیاز است.

عبارت «چهارم»: درست؛ فرمول واحد تکرارشونده در این پلیمر $C_{14}H_{10}N_2O_2$ است؛ بنابراین نسبت تعداد اتم‌های C به N برابر $\frac{14}{2} = 7$ است.



عبارت «اول»: نادرست؛ واحدهای سازنده این پلیمر (پلی آمید) دی اسید و دی آمین هستند.
عبارت «سوم»: نادرست؛ این پلیمر ساختگی است و زیست تخریب‌ناپذیر است. همچنین به‌طور کلی واکنش آبکافت پلی استرها و پلی آمیدها کند است.

۷۳- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۲)



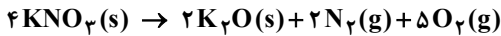
$$2 \text{ mol NO}_2 \times \frac{46 \text{ g NO}_2}{1 \text{ mol NO}_2} \times \frac{114 \text{ kJ}}{184 \text{ g NO}_2} = 57 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H_{\text{رفت}} = +57 \text{ kJ} \Rightarrow \Delta H_{\text{برگشت}} = -57 \text{ kJ} \quad (\text{گرماده})$$

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: کاربرد * شیمی ۲ (فصل ۱)

۷۴- پاسخ: گزینه ۱



ابتدا واکنش را موازنه می‌کنیم:



برای حل سؤال ابتدا جرم K در مخلوط اولیه قبل از واکنش را محاسبه می‌کنیم. طبق قانون پایستگی جرم این مقدار تغییر نمی‌کند. فقط در اثر واکنش، مقداری گاز حاصل می‌شود که با خارج شدن آن‌ها جرم کل جامد باقی‌مانده کاهش می‌یابد. پس با محاسبه جرم جامد باقی‌مانده می‌توان درصد جرمی پتاسیم را به‌دست آورد:

$$\text{جرم K در مخلوط اولیه (قبل از واکنش)} = \frac{80 \text{ g KNO}_3 \text{ خالص}}{100 \text{ g KNO}_3 \text{ ناخالص}} \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{ g KNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol K}}{1 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{39 \text{ g K}}{1 \text{ mol K}} = 1/2 \times 39 = 46/8 \text{ g K}$$

$$\text{گاز} = \frac{2 \times 28 + 5 \times 32}{4 \text{ mol KNO}_3} \times \frac{1 \text{ mol KNO}_3}{101 \text{ g KNO}_3} \times \frac{8}{10} \times \frac{8}{10} = 0/24 \times 216 \approx 51/8 \text{ g گاز}$$

$$\text{جرم جامد باقی‌مانده} = 151/5 - 51/8 = 99/7$$

$$\text{K درصد جرمی} = \frac{46/8}{99/7} \times 100 \approx 46/9\%$$

۷۵- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)



عبارت‌های «پ» و «ت» درست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها:

(الف) نادرست؛ اتن یک مثال شناخته‌شده در صنعت به‌عنوان سنگ بنای صنایع پتروشیمی است اما دیگر آلکن‌ها (مثل ۱- هگزن) نیز ممکن است در فرایندهای صنعتی نقش داشته باشند.

(ب) نادرست؛ عمل آورنده اصطلاحی است که برای گاز اتن استفاده می‌شود؛ زیرا این گاز به‌عنوان یک هورمون گیاهی رسیدن میوه‌ها را تسریع می‌کند.

(پ) درست؛ در واکنش آب با اتن، مولکول آب به پیوند دوگانه افزوده شده و اتم H مولکول آب به یکی از اتم‌های کربن و گروه OH آن به اتم کربن دیگر در پیوند دوگانه متصل می‌شوند.

(ت) درست؛ آلکن‌ها به‌دلیل داشتن پیوند دوگانه $C=C$ و سیرنشده بودن، تمایل زیادی به انجام واکنش شیمیایی دارند.

۷۶- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)



بررسی همه عبارت‌ها:

عبارت «اول»: نادرست؛ فلزات نقره، مس و پلاتین علاوه بر احتمال یافت شدن به صورت ترکیب، در مواردی نیز به صورت خالص در طبیعت کشف و مشاهده شده‌اند.

عبارت «دوم»: نادرست؛ طلا تنها فلزی نیست که در طبیعت به شکل آزاد یافت می‌شود. بلکه در میان فلزها، تنها طلا به شکل کلوخه‌ها یا رگه‌های زرد لابه‌لای خاک یافت می‌شود. اما وجود نمونه‌هایی خالص از فلزهای نقره، مس و پلاتین نیز در طبیعت گزارش شده است.

عبارت «سوم»: نادرست؛ کتاب درسی کلسیم کربنات، گوگرد و سدیم کلرید و منگنز (II) کربنات را به عنوان نمونه‌هایی از کانی‌ها معرفی کرده است. توجه کنید که کانی گوگرد به شکل آزاد (عنصری) در طبیعت یافت می‌شود.

عبارت «چهارم»: درست؛ چرخه صنایع مدرن و اقتصاد کشورها به تولید و مصرف فلزات وابسته است؛ زیرا فلزات مواد اولیه اصلی بسیاری از محصولات و فناوری‌های کلیدی هستند. رشد اقتصادی و پیشرفت صنعتی مستلزم دسترسی به فلزات و مدیریت بهینه چرخه تولید و مصرف آن‌هاست.

۷۷- پاسخ: گزینه ۳

▲ مشخصات سؤال: دشوار * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۱)

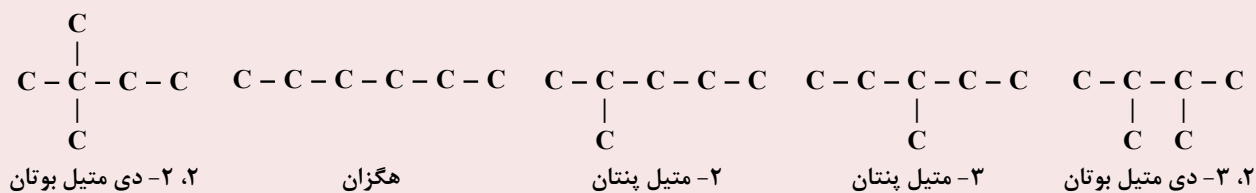


با توجه به توضیحات سؤال آلکان X هگزان (C_6H_{14}) و آلکان Y دکان ($C_{10}H_{22}$) است. (فرمول عمومی آلکان‌ها C_nH_{2n+2} است و زمانی که تعداد هیدروژن ۲۲ است، یعنی $n = 10 \Rightarrow 2n + 2 = 22$ پس آلکان Y، ۱۰ کربن دارد.)

گزینه ۳: نادرست؛ یک نمونه از آلکان Y با فرمول شیمیایی $C_{10}H_{22}$ در مقایسه با گریس با فرمول شیمیایی تقریبی $C_{18}H_{38}$ مقاومت کمتری در برابر جاری شدن دارد (روان تر است \leftarrow گرانیزگی کمتر)، اما نسبت به وازلین با فرمول شیمیایی تقریبی $C_{25}H_{52}$ نیروهای واندروالسی ضعیف‌تری دارد، چون تعداد اتم‌های کربن و جرم مولی کمتری دارد.



گزینه ۱: درست؛ با افزایش تعداد اتم‌های کربن، نیروهای واندروالسی افزایش یافته و نقطه جوش بیشتر می‌شود. \leftarrow سخت‌تر بخار شدن
گزینه ۲: درست؛ آلکان C_6H_{14} دارای ۵ ایزومر است که در ۲ ایزومر آن زنجیره اصلی ۴ کربنی است.



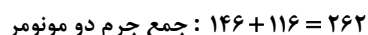
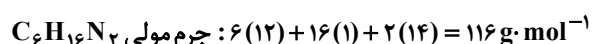
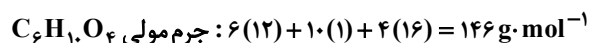
گزینه ۴: درست؛ در دمای $22^\circ C$ چهار آلکان راست‌زنجیری ابتدایی (با ۱ تا ۴ اتم کربن) به حالت گاز، آلکان‌های راست‌زنجیر ۵ تا ۱۷ کربنه مایع و آلکان‌های راست‌زنجیر با بیش از ۱۸ اتم کربن جامد هستند.



برای محاسبه تعداد ایزومرهای ساختاری آلکان‌هایی با ۴ تا ۷ اتم کربن می‌توان از فرمول $2^{n-4} + 1$ استفاده کرد. (تعداد کربن = n)
به عنوان مثال برای C_6H_{14} با ۶ اتم کربن ۵ ایزومر ساختاری می‌تواند وجود داشته باشد:
 $2^{6-4} + 1 = 2^2 + 1 = 5$

۷۸- پاسخ: گزینه ۲

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۳)



به ازای تشکیل هر مول واحد تکرارشونده پلی آمید ۲ مول آب ($36 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$) از ساختار مونومرها حذف می شود.

$$262 - 36 = 226 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{تعداد واحد تکرارشونده} = \frac{11318}{226} \approx 50$$



$$n = \frac{\text{جرم مولی زنجیره پلیمری}}{\text{جرم مولی دی آمین} + \text{جرم مولی دی اسید}}$$

$$n = \frac{11318}{146 + 116 - 36} = \frac{11318}{226} \approx 50$$

▲ مشخصات سؤال: متوسط * حیطة: استدلال * شیمی ۲ (فصل ۲)

۷۹- پاسخ: گزینه ۱



$$\bar{R}_R = -\frac{\Delta[J]}{3\Delta t} = -\frac{\Delta[k]}{2\Delta t} = -\frac{3\Delta[L]}{\Delta t} = -\frac{2\Delta[M]}{5\Delta t}$$

علامت منفی نشان دهنده واکنش دهنده ها و علامت مثبت نشان دهنده فراورده ها می باشد، پس J و M واکنش دهنده و K و L فراورده ها هستند. (رد گزینه ۳)

$$J: -\frac{\Delta[J]}{3\Delta t} \Rightarrow 3J$$

$$M: -\frac{2\Delta[M]}{5\Delta t} \Rightarrow \frac{5}{2}M$$

$$K: \frac{\Delta[K]}{2\Delta t} \Rightarrow 2K$$

$$L: \frac{3\Delta[L]}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{3}L$$

پس معادله واکنش به صورت $2K + \frac{1}{3}L \rightarrow 3J + \frac{5}{2}M$ است که کوچک ترین مضرب مشترک مخرج ها (۲ و ۳) عدد ۶ است. کل معادله را در ۶ ضرب می کنیم:

$$6 \times (3J + \frac{5}{2}M \rightarrow 2K + \frac{1}{3}L)$$

$$18J + 15M \rightarrow 12K + 2L$$



- توجه کنید که اگر در صورت سؤال، \bar{R}_R ذکر نشده بود و فقط داشتیم: $-\frac{\Delta[J]}{3\Delta t} = -\frac{\Delta[k]}{2\Delta t} = -\frac{3\Delta[L]}{\Delta t} = -\frac{2\Delta[M]}{5\Delta t}$ ؛ لزومی نداشت که J و M را واکنش دهنده و L و K را فراورده در نظر بگیریم. زیرا رابطه بالا صرفاً یک معادله ریاضی است و می توان کلی آن را در یک منفی ضرب کرد و معادله همچنان برقرار باشد!

اما چون در صورت سؤال، سرعت ها مساوی \bar{R}_R (که همواره مقداری مثبت است) قرار داده شده اند، پس برای صدق کردن معادله، $\Delta[J]$ و $\Delta[M]$ حتماً باید مقادیری منفی (مصرف شدن) و واکنش دهنده و $\Delta[L]$ و $\Delta[K]$ حتماً باید مقادیری مثبت (تولید شدن) ← فراورده داشته باشند.

▲ مشخصات سؤال: ساده * حیطة: دانش * شیمی ۲ (فصل ۳)

۸۰- پاسخ: گزینه ۲



گزینه ۲: عبارتهای «ب» و «پ» درست هستند.

ب) درست؛ اولین عضو خانواده کربوکسیلیک اسیدها (متانوئیک اسید) بر اثر گزش مورچه سرخ وارد بدن شده و باعث سوزش و خارش در محل گزیدگی می شود.

پ) درست؛ الکل های یک عاملی را می توان با فرمول ROH نشان داد که در آن، R یک زنجیره هیدروکربنی است. توجه: در الکل ها R نمی تواند هیدروژن باشد! HOH ← H₂O (آب، الکل نیست).

نباید سراغ اینا بری

الف) نادرست؛ هر ترکیبی که بتواند پیوند بین مولکولی هیدروژنی تشکیل دهد الزاماً محلول در آب نیست. به عنوان مثال در الکلها با افزایش طول زنجیره هیدروکربنی، نیروی واندروالس بر هیدروژنی غلبه می کند و ویژگی ناقطبی مولکول افزایش می یابد و انحلال پذیری آن در آب کاهش می یابد؛ اما همچنان دارای پیوند هیدروژنی است.

ت) نادرست؛ الکلها ترکیب هایی هستند که در ساختار آنها یک یا چند گروه هیدروکسیل (OH) (نه هیدروکسید!) با یک پیوند اشتراکی به یک اتم کربن متصل است.

هیدروکسیل $\leftarrow (\text{OH})$ \leftarrow گروه عاملی

هیدروکسید $\leftarrow (\text{OH}^-)$ \leftarrow یون چنداتی