

۱۱۹- اگر $f(x) = x + [-x]$ و $g(x) = 3^x$ ، برد $\text{gof}(x)$ کدام است؟

(۳) $(-3, 0)$

(۱) $[-3, 1]$

(۴) $[0, \frac{1}{3})$

(۲) $(\frac{1}{3}, 1]$

۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ است.

$$x + [-x] = \begin{cases} \diamond & x \in \mathbb{Z} \\ x + (-1) - [x] & x \notin \mathbb{Z} \end{cases} = \begin{cases} \diamond & x \in \mathbb{Z} \\ x - [x] - 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$[x] + [-x] = \begin{cases} \diamond & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

تذکر: چون g تابعی صعودی اکید است، پس کافی است برد f را بیابیم و با توجه به یکنوایی g ، برد $g \circ f$ را تعیین کنیم.

$$-1 < f(x) \leq \cdot \Rightarrow g(-1) < \text{gof}(x) \leq g(\cdot) \Rightarrow \frac{1}{3} < \text{gof}(x) \leq 1$$

$$\Rightarrow R_{\text{gof}} = \left(\frac{1}{3}, 1\right]$$

