

۱۳۹- کدام یک از دنباله‌های زیر، دنباله‌ی درجات یک گراف است؟

(۳) ۴, ۴, ۳, ۳, ۱, ۱

(۱) ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۱

(۴) ۵, ۴, ۳, ۲, ۲, ۱

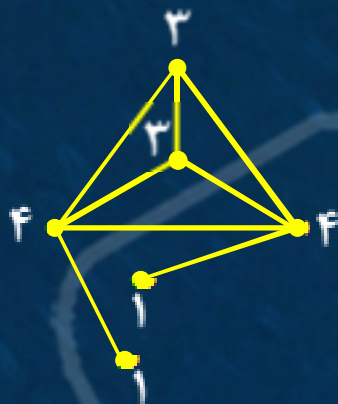
(۲) ۵, ۵, ۳, ۲, ۲, ۱

گزینه ۳ پاسخ است.

در گزینه‌های (۳) و (۴) رأس با درجه‌ی فرد وجود دارد که نمی‌تواند گراف باشد.

در گزینه‌های (۱) و (۲) با رأس درجه‌ی ۵ و کم کردن یک درجه از سایر رأس‌ها به ترتیب به دنباله‌های $۳, ۲, ۱, ۰, ۰$ و نیز $۴, ۲, ۱, ۱, ۰$ می‌رسیم که هیچ‌کدام نمی‌تواند معرف یک گراف (ساده) باشد. تنها دنباله‌ی داده شده در گزینه‌ی

(۳) می‌تواند درجات یک گراف به شکل مقابل را نشان دهد:



هم‌چنین در گزینه‌ی (۲) چون دو رأس با درجه‌ی $p-1 = ۵$

داریم، پس می‌نیمم درجه‌ی گراف، حداقل ۲ می‌باشد که با

وجود رأس درجه‌ی یک چنین شرطی برقرار نیست.

نکته: الگوریتم حکیمی - هاول:

برای آن که تشخیص دهیم آیا دنباله‌ای، دنباله‌ی درجات رئوس گراف هست یا نه، کافی است مراحل زیر را طی کنیم:

الف) ابتدا اولین عضو دنباله از سمت چپ را حذف کرده و به تعداد آن از سایر عناصر بعدی یک واحد کم می‌کنیم.

ب) در مرحله‌ی بعدی مجدداً دنباله را مرتب کرده و الگوریتم بالا را تکرار می‌کنیم.

ج) سرانجام در حالتی که فقط عناصر ۰ و ۱ در دنباله حضور داشتند، اگر تعداد یک‌ها زوج بود، دنباله، دنباله‌ی درجات گراف هست و اگر فرد بود، دنباله، دنباله‌ی درجات رئوس گراف نیست.

نکته: اگر در اثنای تکرار مراحل یکی از اعضا منفی شد، آن دنباله، دنباله‌ی درجات رئوس گراف نیست.