

۱۳۵- اگر $P(A) = 2P(B)$ و دو پیشامد A و B مستقل باشند و احتمال رخ

دادن حداقل یکی از آنها $\frac{5}{8}$ باشد، چقدر احتمال دارد B رخ ندهد؟

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۱۳۵- گزینه ۲ پاسخ است.

فرض کنیم $P(B) = x$ باشد، بنابراین:

$$P(A) = 2x, P(A \cap B) = P(A)P(B) = 2x^2$$

طبق قانون جمع احتمال‌ها می‌نویسیم:

$$P(\underbrace{A \cup B}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حداقل یکی از آن‌ها رخ می‌دهد

$$\frac{5}{8} = x + 2x - 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - 3x + \frac{5}{8} = 0$$

از حل این معادله داریم: $x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(2)\left(\frac{5}{8}\right)}}{4}$ ، که جواب قابل قبول،

$$x = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

بنابراین:

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - x = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$