

۱۱۲- اگر $a_n = \frac{n^2 + 4n}{n}$ و $b_n = \sqrt{n^2 - 2n}$ دنباله‌های $\frac{a_n}{b_n}$ و $b_n - a_n$

به ترتیب به چه اعدادی همگرا می‌باشند؟

(۱) ۱ و ۵-

(۳) صفر و ۵

(۲) ۱ و صفر

(۴) صفر و ۱

نکته:

$$\sqrt{an^2 + bn + c} \underset{n \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{a} \left(n + \frac{b}{2a} \right) \quad a > 0$$

۱۱۲- گزینه ۱ پاسخ است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^2 + 4n}{n}}{\sqrt{n^2 - 2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 4n}{n \cdot \sqrt{n^2 - 2n}} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - a_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 - 2n} - \frac{n^2 + 4n}{n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (n - 1) - (n + 4) = -5$$