

۱۳۸- در یک دوره ی مسابقات، پنج تیم به نام های  $a, b, c, d, e$  قرار است دوبه دو با یکدیگر مسابقه بدهند. اگر پس از مدتی، گراف ساده مسابقات انجام شده را  $G_1$  و گراف مسابقات انجام نشده را  $G_2$  بنامیم؛ آن گاه کدام عبارت همواره درست است؟

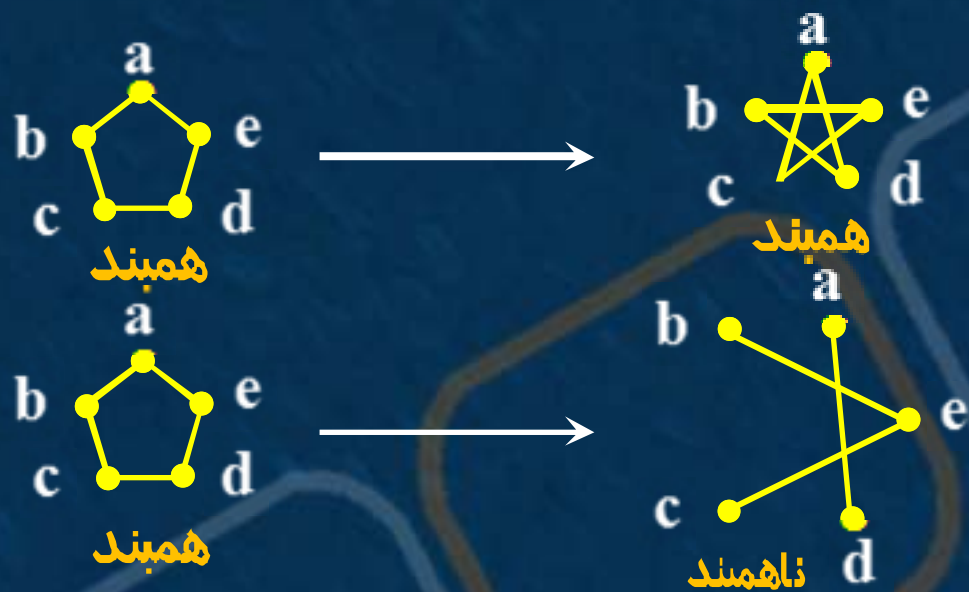
(۱) اگر  $G_1$  همبند باشد،  $G_2$  نیز همبند است.

(۲) اگر  $G_1$  همبند باشد،  $G_2$  ناهمبند است.

(۳) اگر  $G_1$  ناهمبند باشد،  $G_2$  می تواند همبند یا ناهمبند باشد.

(۴) اگر  $G_1$  ناهمبند باشد،  $G_2$  حتماً همبند است.

(مسابقات انجام نشده  $G_2$ ) (مسابقات انجام شده  $G_1$ )



۱۳۸- گزینه ۴ پاسخ است.

در حقیقت  $G_1$  و  $G_2$  گراف‌های مکمل یکدیگرند. شکل‌های مقابل مثال نقض برای گزینه‌ی ۱ و ۲ ارائه می‌کنند:

اما اگر  $G_1$  ناهمبند باشد، الزاماً  $G_2$  همبند است. زیرا در این حالت  $G_1$  دست کم از دو بخش جدا از هم تشکیل می شود که در گراف  $G_2$  تمام رأس های بخش اول با تمام رأس های بخش دوم مجاور خواهند بود و این به معنای وجود مسیر بین هر دو رأس دلخواه در  $G_2$  می باشد که همان همبند بودن  $G_2$  است.