

۱۲۵- اگر حجم متوازی السطوح ساخته شده روی بردارهای $2a$ ، b و c برابر ۸ باشد، حجم متوازی السطوح ساخته شده روی بردارهای $a+b$ ، $b+c$ و $c+a$ چقدر است؟

۱۶ (۴)

۲ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

۱۲۵- گزینه ۲ پاسخ است.

حجم متوازی السطوح ساخته شده روی سه بردار، حاصل ضرب مختلط سه بردار درهم می باشد.

نکته: چون بردار $a \times b$ بر هر دو بردار a و b عمود می باشد، پس:

$$a \cdot (a \times b) = b \cdot (a \times b) = 0$$

$$|2\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| = 8 \Rightarrow |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| = 4$$

$$\text{حجم مورد نظر} = |(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot ((\mathbf{b} + \mathbf{c}) \times (\mathbf{c} + \mathbf{a}))| = |(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{a} + \mathbf{c} \times \mathbf{a})|$$

$$= \left| \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \cancel{\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a})} + \cancel{\mathbf{a} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a})} + \cancel{\mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})} + \cancel{\mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a})} + \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \right|$$

$$= 2|\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| = 2 \times 4 = 8$$