

۱۳۰- قرینه‌ی خط $(L: \frac{2x-4}{5} = \frac{y}{6} = -z+4)$ نسبت به نقطه‌ی $A = (3, -1, 4)$

کدام است؟

$$\frac{x-4}{5} = \frac{y+2}{6} = z-4 \quad (3)$$

$$\frac{x+4}{5} = \frac{y+2}{6} = -z+4 \quad (1)$$

$$\frac{2x-8}{5} = \frac{y-2}{6} = 4-z \quad (4)$$

$$\frac{2x-8}{5} = \frac{y+2}{6} = 4-z \quad (2)$$

۱۳۰- گزینه ۲ پاسخ است.

نقطه‌ی شناور $\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$ را روی خط در نظر گرفته و نسبت به نقطه‌ی $\begin{vmatrix} ۳ \\ -۱ \\ ۴ \end{vmatrix}$ قرینه

می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = ۲ \begin{vmatrix} ۳ \\ -۱ \\ ۴ \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ۶-x \\ -۲-y \\ ۸-z \end{vmatrix}$$

سپس x و y و z قدیم را بر حسب X و Y و Z جدید در معادله‌ی اولیه جایگذاری می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 6 - X \\ y = -2 - Y \\ z = 8 - Z \end{cases} \Rightarrow \frac{2(6 - X) - 4}{5} = \frac{-2 - Y}{6} = \frac{-(8 - Z) + 4}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{8 - 2X}{5} = \frac{2 + Y}{-6} = \frac{Z - 4}{1}$$

راه حل دوم: اگر L' قرینه‌ی خط L نسبت به نقطه‌ی A باشد:

$$L \parallel L' \Rightarrow \mathbf{u}_L = \mathbf{u}_{L'} = \left(\frac{5}{2}, 6, -1\right)$$

کافی است یک نقطه‌ی دلخواه روی خط را نسبت به نقطه‌ی داده شده قرینه کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} B = (2, 0, 4) \in L \\ C \in L' \end{array} \right\} \Rightarrow C = 2A - B = (6, -2, 8) - (2, 0, 4) = (4, -2, 4)$$

که این نقطه فقط در گزینه‌ی ۲ صدق می‌کند.

و یا این که با نقطه $(4, -2, 4)$ و $\mathbf{u}\left(\frac{5}{2}, 6, -1\right)$ معادله‌ی خط را می‌نویسیم.